

УДК 631.4

RESEARCH ARTICLE¹Жуков А. В., ²Андрусевич К. В., ²Покуса А.Ю., ²Лапко Е.В.**БАЙЕСОВСКИЙ ПОДХОД ДЛЯ ОЦЕНКИ ГЕТЕРОГЕНИЗАЦИИ
ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЧВЕННЫХ СВОЙСТВ**¹Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара²Днепропетровский государственный аграрно-экономический университет

Email: zhukov_dnepr@rambler.ru

В статье рассмотрены закономерности пространственного варьирования почвенных свойств в пределах полигона на сельскохозяйственном поле, занятом кукурузой. Оценивание геостатистических параметров проведено с помощью байесовского подхода. В качестве пространственной модели рассматривалась вариограмма Матерна. Такой подход позволил дополнить перечень геостатистик ещё параметром сглаживания из этой модели. В качестве эдафических параметров рассмотрены плотность, электропроводность, влажность и температура почвы. Нуль-альтернативой рассматривается состояние, когда наггет-эффект описывает 100 % вариации признака. Такая ситуация наблюдается после механической обработки почвы. Образование пространственных паттернов эдафических свойств рассматривается как результат действия экзогенных по отношению к почве факторов (рельеф, растительность, градиент климатической обстановки) и эндогенных – присутствующая почве способность к самоорганизации.

Ключевые слова: байесовский подход, гетерогенизация, почвенные свойства.

¹Zhukov A.V., ²Andrusevich K.V., ²Pokusa A.Yu., ²Lapko E.V.**BAYESIAN INFERENCE OF THE SOIL PROPERTIES SPATIAL DISTRIBUTION
GETEROGENIZATION**¹Oles Honchar Dnepropetrovsk National University, Ukraine²Dnepropetrovsk State Agrarian and Economic University, Ukraine

Email: zhukov_dnepr@rambler.ru

Spatial variation of soil properties within polygon on the agricultural field occupied with corn have been considered in article. Geostatistics parameter estimation had been drawn by Bayesian inference. As spatial model the Matern variogram has been considered. Such approach allowed adding the existing list of the geostatistics parameters with smoothing from this model. Such edaphic parameters as soil density, humidity, temperature, and electrical conductivity have been considered. 100 per cent of variation of investigated property could be explained by nugget-effect that considered as null-alternative. Such situation is observed after bedrock machining. Formation of spatial patterns of edaphic properties was considered as a result of exogenous factors (relief, vegetation, gradient of climatic conditions) and endogenous like an inherent soli ability to self-organization.

Key words: Bayesian inference, geterogenization, soil properties

Байесовский подход позволяет использовать в качестве дополнительной информации предварительные знания, сформулированные в вероятностном виде как priorные распределения. Priorные распределения совместно с данными позволяют оценивать зоны неопределенности (границы значений) исследуемой переменной. В случае полного байесовского подхода неопределенность представляется как постериорная локальная (или глобальная) функция распределения (Демьянов, Савельева, 2010).

Прогноз неопределенности представляет различие между действительным и предсказанным значениями на основании некоторой модели и обычно приравнивается анализу ошибок. В статистической (вероятностной) трактовке неопределенность количественно оценивается с помощью определенного доверительного интервала (обычно 95 %-й) подобие или вероятность того, что конкретное предсказанное или измеренное значение находится в пределах конкретного интервала. Байесовский подход предполагает, что геостатистические параметры не являются фиксированными величинами, а являются случайными числами с некоторым законом распределения. Априорное распределение параметров суммирует наши предварительные знания о явлении либо процессе. Постериорное распределение параметров получается посредством использования априорной информации и эмпирических данных.

Термин «гетерогенизация» используется для обозначения возрастания временной и пространственной неоднородности в процессе длительного распаивания почв. Гетерогенность присуща почве уже в исходном целинном состоянии вследствие анизотропности ее вещественного состава, свойств и режимов (Медведев, 2013).

В данной статье мы имели целью рассмотреть закономерности пространственного варьирования почвенных свойств в пределах полигона на сельскохозяйственном поле, занятом кукурузой. Оценивание геостатистических параметров проведено с помощью байесовского подхода. В качестве пространственной модели рассматривалась вариограмма Матерна. Такой подход позволяет дополнить перечень геостатистик ещё параметром сглаживания из этой модели. В качестве эдафических параметров рассмотрены плотность, электропроводность, влажность и температура почвы. В качестве нуль-альтернативы рассматривается состояние, когда нагет-эффект описывает 100 % вариации признака. Можно предположить, что такая ситуация наблюдается после механической обработки почвы. Образование пространственных паттернов эдафических свойств рассматривается как результат действия экзогенных по отношению к почве факторов (рельеф, растительность, градиент климатической обстановки) и эндогенных – присущая почве способность к самоорганизации.

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Важным инструментом геостатистики является кригинг. Под кригингом понимается линейный предиктор по методу наименьших квадратов, который при определенных стационарных предположениях, нуждается, по меньшей

мере, в информации о параметрах ковариации и функциональной форме для случайной функции, которая лежит в основе процесса. В большинстве техник геостатистики не известны, но кригинговый предиктор не принимает во внимание их неопределенности, а сделанные оценки считаются как истинные. Байесовский подход дает возможность инкорпорировать неопределенность параметров для пространственного предсказания, рассматривая параметры как случайные переменные (Diggle, Ribeiro, 2002).

Вариограмма является ключевым понятием в геостатистике (Minasny, McBratney, 2005). Знание точной математической формы вариограммы дает возможность количественного описания пространственной вариации (McBratney, Pringle, 1999) а также предсказания почвенных свойств на локальном или региональном уровнях (Minasny, McBratney, 2005). Вариограммы обычно рассчитываются по пространственным данным с помощью метода моментов и последующей подгонкой к теоретической модели эмпирической вариограммы с использованием нелинейного метода наименьших квадратов (Webster, Oliver, 2001).

Однако, метод моментов может давать ошибочные результаты, а обычно применяемые модели вариограмм (сферическая, экспоненциальная и Гауссова) отличаются недостатком гибкости (Stein, 1999). Обычные модели предполагают определенную форму локального поведения пространственного поведения. Иначе говоря, на вариограмму накладывается предопределенное представление о локальном поведении (Minasny, McBratney, 2005). Как альтернатива может рассматриваться класс моделей вариограмм Матерна, которые названы по имени шведского статистика Бертила Матерна (Matern, 1986). Модели Матерна обладают значительной гибкостью для моделирования пространственной ковариации и способны описать широкое разнообразие локальных пространственных процессов. На основании этого, модели Матерна предложено использовать как общий подход для моделирования почвенных свойств (Minasny, McBratney, 2005).

Изотропная ковариационная функция Матерна имеет вид (Handcock, Stein, 1993; Stein, 1999):

$$F(h) = \frac{1}{2^{v-1}\Gamma(v)} \left(\frac{h}{r}\right)^v K_v\left(\frac{h}{r}\right), \quad (1)$$

где h – дистанция разделения; K_v – модифицированная функция Бесселя второго типа порядка (Abramowitz, Stegun, 1972), Γ – гамма функция, r – радиус влияния или параметр дистанции ($r > 0$), который измеряет, как быстро корреляция затухает с дистанцией; v – параметр сглаживания.

Модель Матерна характеризуется высокой гибкостью в сравнении с стандартными геостатистическими моделями ввиду наличия параметра сглаживания v . Когда параметр v мал ($v \rightarrow 0$) модель предполагает шероховатый пространственный процесс, если параметр v велик ($v \rightarrow \infty$), то предполагается сглаженный пространственный процесс (Minasny, McBratney,

2005). При параметре $\nu = 0,5$ модель Матерна полностью соответствует экспоненциальной модели. При $\nu \rightarrow \infty$ модель Матерна соответствует Гауссовой модели. Если $\nu = 1$ то это соответствует функции Уайтла (Whittle, 1954; Webster, Oliver, 2001; Minasny, McBratney, 2005).

Если радиус влияния r велик ($r \rightarrow \infty$), то пространственный процесс аппроксимируется степенной функцией, или лог-функцией или функцией Вейса если $\nu \rightarrow 0$ (de Wijs, 1951, 1953). Таким образом, модель Матерна может рассматриваться как генерализация ряда теоретических моделей вариограмм (Minasny, McBratney, 2005).

Параметр ν , который определяет гладкость пространственного процесса, должен быть определен исходя полученных пространственных данных. Было проведено исследование природы пространственной зависимости сельскохозяйственных культур с использованием модели Матерна (McCullagh, Clifford, 2006). Исследование шестнадцати выборок данных по урожайности сельскохозяйственных культур свидетельствует о том, что радиус влияния r имеет тенденцию принимать большие значения, а параметр гладкости ν – малые значения. Был сделан вывод, что сельскохозяйственные пространственные процессы являются шероховатыми и предложена модель «*loi du terroir*» (закон места) – (соответствует геостатистической модели Вейса) с $r \rightarrow \infty$ и $\nu \rightarrow 0$, которую можно применять для всех исследованных сельхозкультур и для всех сезонов.

Обычной практикой в педометрии, а также в науках про Землю, сельскохозяйственной науке и биологии для оценки вариограммы является вычисление эмпирической вариограммы с помощью метода моментов с последующей подгонкой теоретической модели с помощью нелинейного метода наименьших квадратов (Minasny, McBratney, 2005).

Альтернативный метод использует наибольшее правдоподобие (*maximum likelihood* – ML) или максимальное правдоподобие с дополнительными ограничениями (*restricted maximum likelihood* – REML), который оценивает параметры модели непосредственно из данных, исходя из предположения о множественном нормальном распределении (Stein, 1999). Сравнение различных методов оценки вариограмм показало, что метод моментов показывает такие же результаты, как и более вычислительно затратные ML и REML процедуры (Zimmerman, Zimmerman, 1991). Однако при некоторых обстоятельствах метод ML имеет преимущества перед методом моментов (Lark, 2000). Метод моментов дает худшие результаты при описании сглаженных процессов (Stein, 1999). К подобным результатам пришли Lophaven et al. (2002), которые подтвердили преимущества ML и REML процедур.

Перед проведением геостатистического оценивания производилась экстракция тренда, который описывается полиномом третьего порядка. Дальнейшие расчеты проводились с остатками полиномиальной модели. Для картографического отображения полученных пространственных моделей производился обратный синтез полиномиальной и геостатистических компонент варьирования изучаемых признаков.

На сельскохозяйственном поле (Днепропетровская область, Синельниковский район, окрестность с. Веселое, 48°21'27.25"С, 35°31'53.88"В) был заложен полигон, который представлен 7 трансектами по 15 пробных участков в каждой. Расстояние между пробными участками составляет 2 м.

Измерение твердости почв производились в полевых условиях с помощью ручного пенетрометра Eijkelkamp на глубину до 50 см с интервалом 5 см. Средняя погрешность результатов измерений прибора составляет $\pm 8\%$. Измерения производились конусом с размером поперечного сечения 2 см². В пределах каждой точки измерения твердости почвы производились в однократной повторности. Для проведения измерения электропроводности почвы *in situ* использовался сенсор HI 76305 (Hanna Instruments, Woodsocket, R. I.). Этот сенсор работает совместно с портативным прибором HI 993310. Тестер оценивает общую электропроводность почвы, т.е. объединенную проводимость почвенного воздуха, воды и частиц. Результаты измерений прибора представлены в единицах насыщенности почвенного раствора солями – г/л. Сравнение результатов измерений прибором HI 76305 с данными лабораторных исследований позволили оценить коэффициент перевода единиц как 1 дС/м = 155 мг/л (Pennisi, van Iersel, 2002).

Почвенную температуру измеряли в период с 13 до 14 часов цифровыми термометрами WT-1 (ПАО «Стеклоприбор», <http://bit.steklopribor.com>, точность – 0,1°C) на глубине 5–7 см. Измерения электропроводности и температуры производились в трехкратной повторности. Расчет геостатистик с помощью байесовского подхода выполнен с помощью библиотеки geoR в рамках среды R (R Core Team, 2013).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты байесовского оценивания геостатистических показателей почвенных свойств приведены в таблице 1.

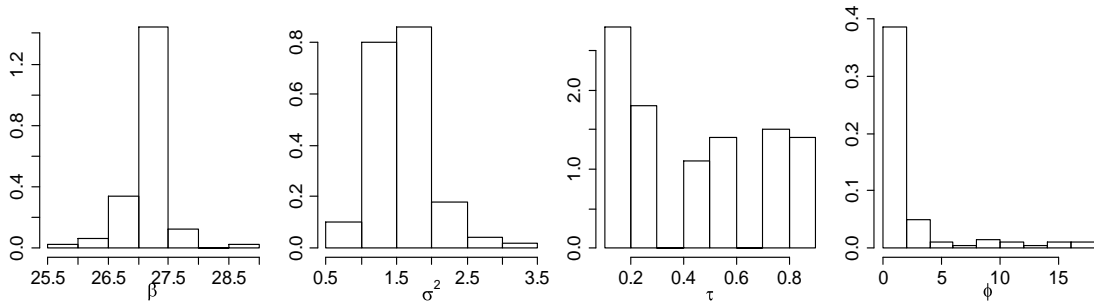
Таблица 1. Постериорные байесовские оценки геостатистик свойств почвы

Слой почвы, см	Тренд (R ²)	κ	β			φ			σ ²			τ ²		
			Квантиль, %			Квантиль, %			Квантиль, %			Квантиль, %		
			50	2,5	97,5	50	2,5	97,5	50	2,5	97,5	50	2,5	97,5
<i>Влажность и физические свойства почвы</i>														
W	0,19	0,52	27,37	27,16	27,62	1,25	0,50	8,50	1,36	0,79	1,91	0,20	0,05	0,80
D	0,30	1,92	0,93	0,91	0,94	0,50	0,50	0,63	0,38	0,26	0,53	0,28	0,05	0,78
EC	0,13	1,91	1,13	1,10	1,16	0,50	0,50	0,63	1,35	0,87	1,82	0,25	0,05	0,80
T	0,62	0,50	25,11	24,97	25,26	0,75	0,50	1,25	0,41	0,26	0,58	0,20	0,05	0,75

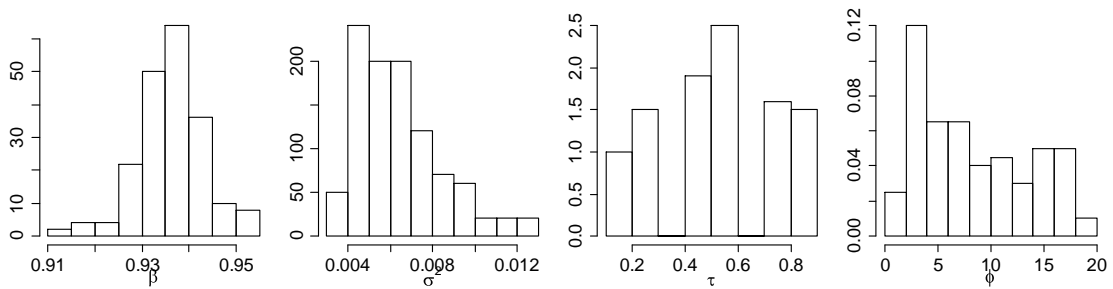
R² – доля дисперсии, описываемой трендом третьего порядка; κ – параметр сглаживания; β – среднее; σ² – пространственная вариация (частичный порог); τ² – отношение нагдет-вариации и пространственной вариации; φ – радиус влияния; W – Влажность, %; D – плотность, г/см³; EC – электропроводность, дСм/м; T – температура, °С.

Роль тренда в формировании пространственных паттернов наибольшая для температуры верхнего почвенного слоя, а наименьшая – для электропроводности почвы. Плотность и влажность почвы по этому показателю занимают промежуточное положение. Байесовский подход рассматривает геостатистические показатели как варьирующие показатели, распределение которых приведено на рис. 1.

A



B



C

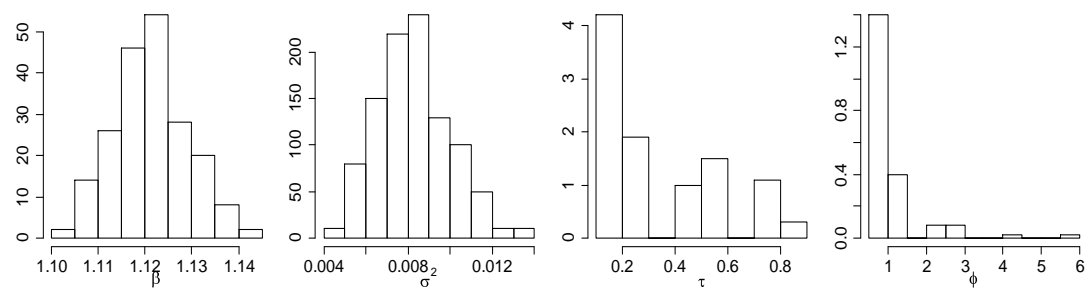


Рис. 1. Распределения байесовских оценок геостатистик почвенных свойств
 Условные обозначения: А – влажность почвы, %; В – плотность почвы, г/см³; С – электропроводность почвы, дСм/м; β – среднее (после экстракции тренда); σ^2 – пространственная вариация (частичный порог); τ^2 – отношение нагет-вариации и пространственной вариации; ϕ – радиус влияния.

Глобальный тренд выражает наличие общей в пределах изучаемой поверхности закономерности изменчивости признака в пространстве. Наиболее вероятная природа тренда – внешний (экзогенный) по отношению к системе фактор, действие которого осуществляется в пределах всего участка. Автокорреляция, которую можно описать с помощью геостатистик, имеет преимущественно эндогенную природу и возникает как результат взаимодействия в пределах системы либо действия локальных факторов.

Параметр сглаживания свидетельствует о том, что для описания пространственного варьирования влажности и температуры почвы наиболее адекватной является экспоненциальная модель вариограммы, а для плотности и электропроводности – модель Гаусса. Статистика τ^2 указывает на значительную пространственную компоненту варьирования остатков тренда третьего порядка для рассматриваемых почвенных характеристик.

Байесовский подход, основываясь на стохастическом представлении о пространственном процессе, позволяет получить не одно пространственное отображение, а несколько, которые являются результатом вероятностного оценивания возможности переменной принимать то или иное значение. В нашем случае представлены оценка среднего значения и их 95 % доверительный интервал (квантили 0,025 и 0,975). Как правило, оценка среднего значения гораздо более сглажена, чем оценки наименьшие или наибольшие в диапазоне 95 %. Пространственное варьирование почвенных показателей представлено на рис. 2–5.

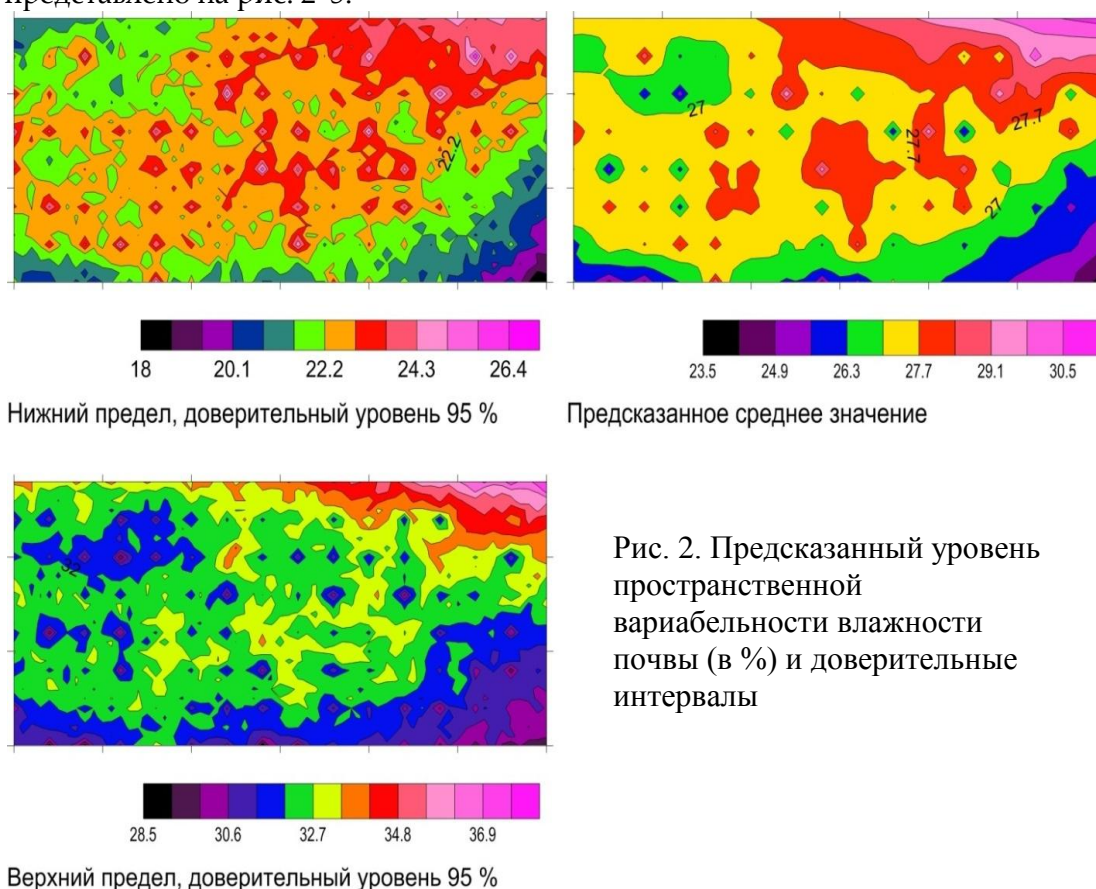


Рис. 2. Предсказанный уровень пространственной вариабельности влажности почвы (в %) и доверительные интервалы

Оценка варьирования влажности почвы (табл. 1) дает весьма узкий диапазон – 27,16–27,62 %. Однако в пространстве формируются микролокусы с влажностью значительно выше (до 37 %) и значительно ниже (до 18 %) указанного диапазона. Очевидно, что такая пространственная неоднородность влажности почвы не может не сказаться на итоговом урожае сельскохозяйственной культуры.

Плотность почвы также является важным агрономическим показателем (Медведев и др., 2004). Установленная плотность сложения почвы в период активной вегетации может быть оценена как очень хорошая. Диапазон варьирования этого показателя в 95 % случаев находится в пределах 0,91–0,94 г/см³.

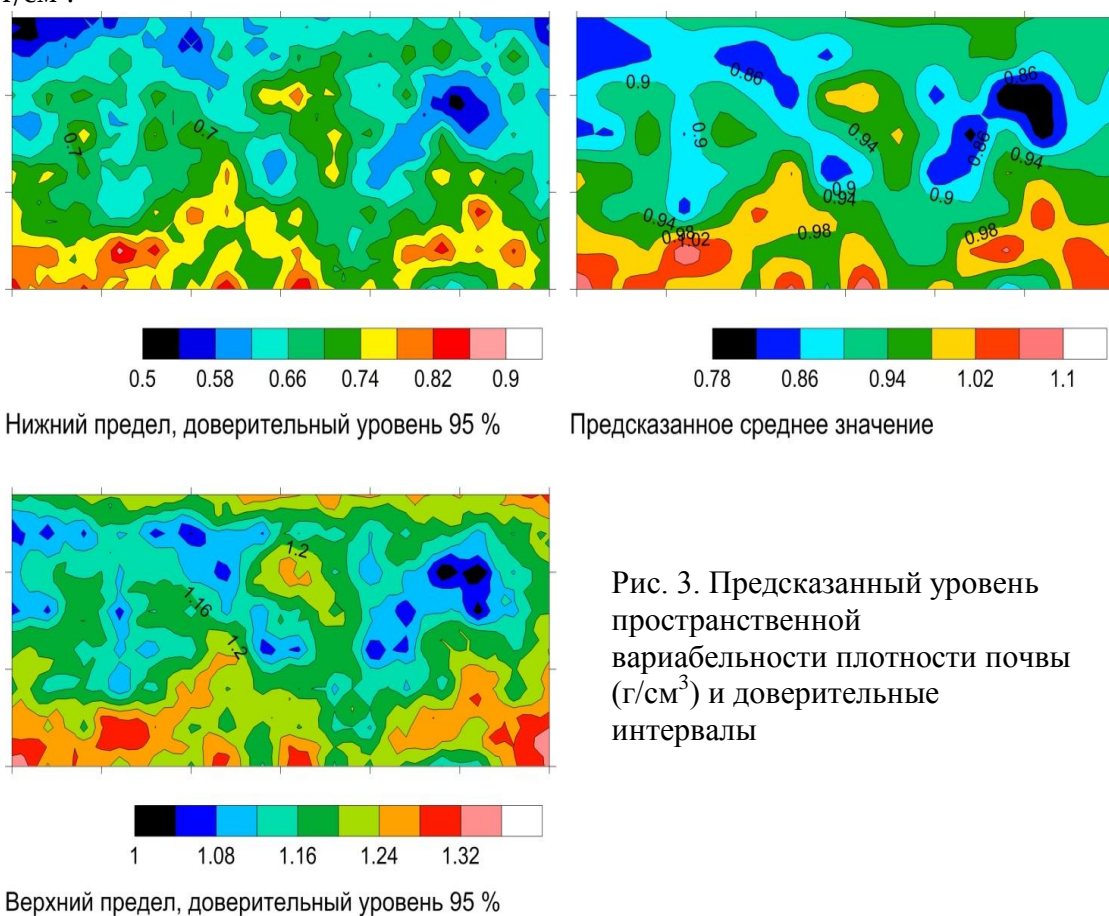


Рис. 3. Предсказанный уровень пространственной вариабельности плотности почвы (г/см³) и доверительные интервалы

Пространственное моделирование указывает на то, что в пределах доверительного диапазона можно ожидать существования локусов, плотность в пределах которых может превышать значение 1,3 г/см³, которое является граничным для нормальной вегетации растений.

Электропроводность почвы зависит от множества других почвенных свойств и их динамики. В пределах ограниченного полигона наиболее вероятными причинами варьирования этого показателя могут быть влажность, температура, агрегатная структура и содержание электролитов в почвенном

растворе. Геоestatистические параметры свидетельствуют о большем подобии пространственных свойств электропроводности с плотностью почвы, которая в свою очередь в значительной степени определяется плотностью упаковки агрегатов. Как было отмечено, параметры сглаживания для плотности сложения и электропроводности почвы после экстракции пространственного тренда подобны. Тогда как пространственные паттерны влажности и температуры почвы отличны.

Условным порогом, после которого наблюдается фитотоксический эффект находящихся в почве солей принят за 2 дСм/м (Смагин и др., 2006). Диапазон варьирования электропроводности находится в 95 % случаев в пределах 1,10–1,16 дСм/м. Отсутствие формальных признаков засоления позволяет сопоставить наблюдаемую электропроводность с трофностью почвы или режимом обеспечения питательных минеральных веществ. Анализ пространственного варьирования электропроводности почвы свидетельствует о неоднородности режимов трофности в пределах изучаемого полигона.

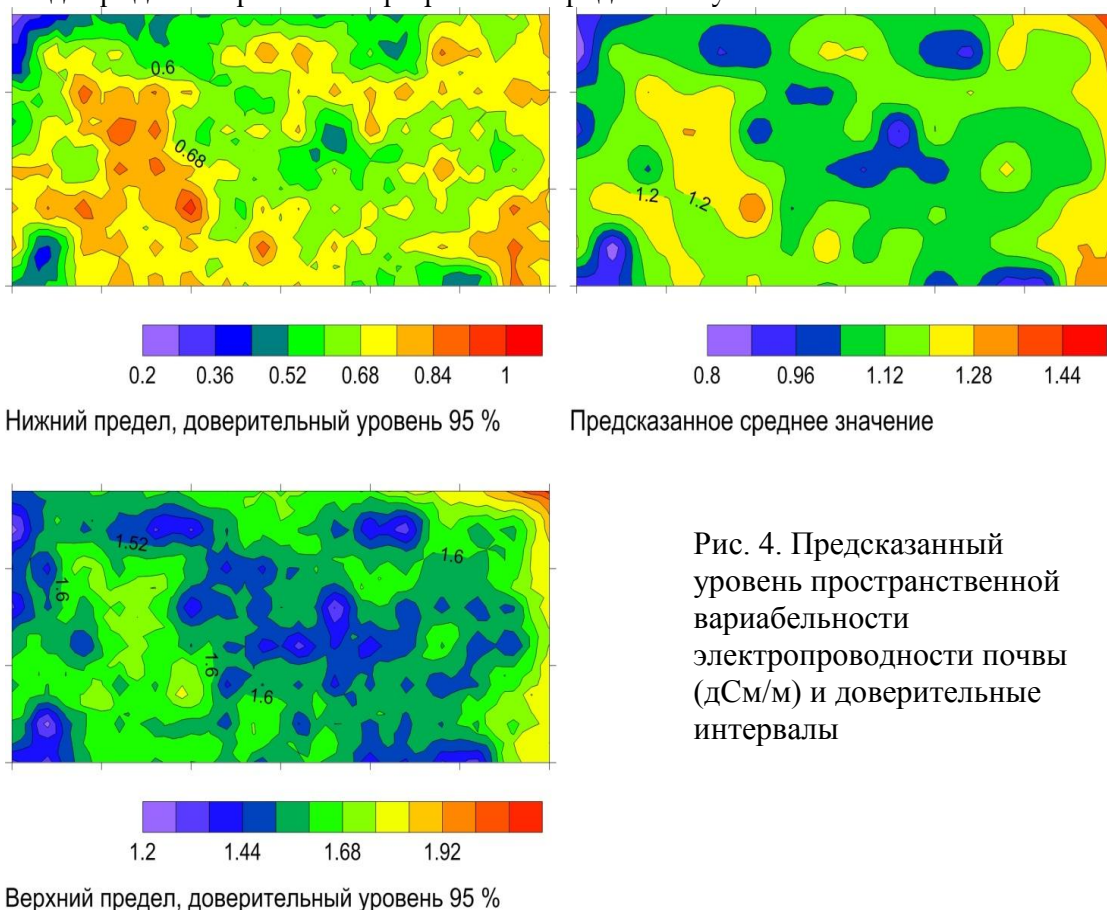


Рис. 4. Предсказанный уровень пространственной вариабельности электропроводности почвы (дСм/м) и доверительные интервалы

Температура является важным экологическим показателем, который отражает интенсивность как абиотических, так и биотических процессов. Для оценки оптимальных условий произрастания растений речь идет о тепло- и влагообеспеченности. Уровень температуры 24,97–26,26°C в почве при наблюдаемой влажности можно признать как оптимальный для

жизнедеятельности большинства растений и почвенных животных и микробиальных организмов. Пространственный анализ вскрыл возможность в отдельных локусах значительного превышения температуры вплоть до 35°C, что значительно выше оптимального уровня. Также следует указать на возможность одновременного теплового режима, который характеризуется температурой 20°C. Важно отметить, что диапазон возможных изменений температуры в пределах ограниченного участка поля может составлять до 15°C. Такие значительные различия в температуре могут приводить к разной скорости протекания микробиальных либо ферментативных процессов, индуцированных экстрацеллюлярными ферментами в почве. Следует отметить влияние температурного режима почвы на газообмен и динамику влажности в почве. Учет всего комплекса обстоятельств позволяет говорить о значительной вариабельности почвенных режимов, скорость протекания которых регулируется температурой.

Геостатистические показатели варьирования температуры очень близки к таковым для влажности почвы, что подчеркивает функциональное единство процессов трансформации влаги и тепловых процессов в почве.

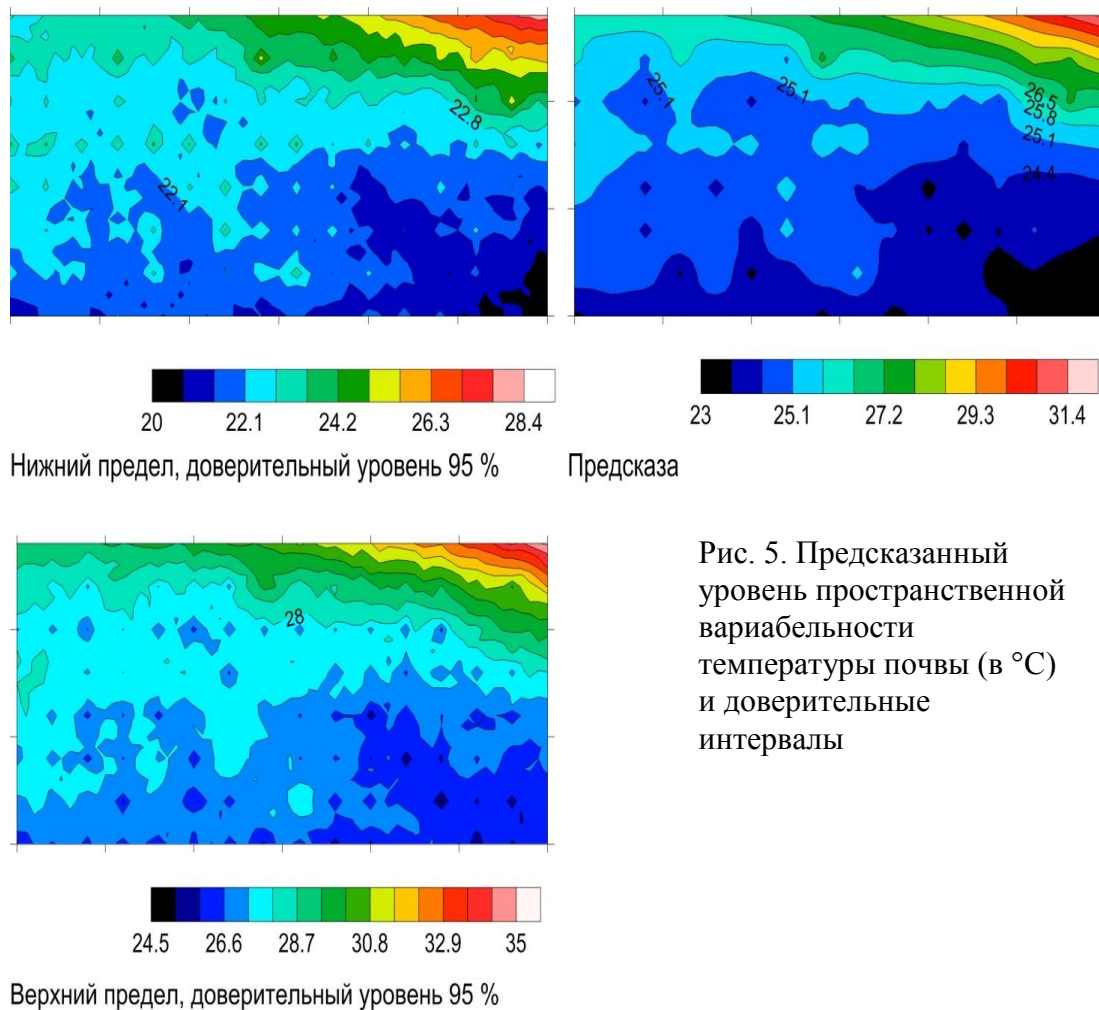


Рис. 5. Предсказанный уровень пространственной вариабельности температуры почвы (в °C) и доверительные интервалы

ОБСУЖДЕНИЕ

Для изучения процессов формирования пространственных структур почвы было выбрано сельскохозяйственное поле не случайно. После ежегодной механической обработки происходит искусственное выравнивание свойств почвы. Сохранность пространственных паттернов возможна ниже уровня интенсивной механической обработки почвы. В нашей статье рассмотрено варьирование почвенных свойств в верхнем слое почвы, который подвергается регулярному рыхлению орудиями обработки почвы.

Состояние, когда нагетт-эффект описывает 100 % варьирования наблюдаемых признаков, может рассматриваться как нуль-альтернатива. Она указывает на ситуацию отсутствия пространственной компоненты варьирования или на изотропную среду.

Глобальный тренд указывает на наличие структурообразующего фактора, действие которого охватывает все изучаемое пространство. К числу таких факторов можно отнести силовые воздействия воды и ветра, вызывающих деформацию и перемещение частиц, микро- и даже макроагрегатов, постоянные перемещения почв при обработке почв склонов (техническая эрозия), в процессе геоэкоаномалий (оползнях, просадках, селях) и прочих явлениях (Медведев, 2013). Тренд моделирован полиномом третьего порядка, где в качестве предикторов использовались координаты. Эта компонента варьирования составляет существенную часть от изменчивости изученных почвенных показателей. Следует отметить, что варьирование остатка полиномиальной модели может быть в свою очередь разделено на нагетт-эффект и частичный порог, что указывает на наличие пространственной компоненты варьирования. Отношение нагетт-вариации к пространственной вариации составляет 0,2–0,28, что со всей очевидностью подтверждает наличие пространственной компоненты в формировании изменчивости эдафических показателей.

Вероятно, некоторую роль в формировании неоднородности поверхностных слоев почвы играет воздействие неоднородности более глубоких почвенных слоев, которые не испытывают выравнивающего воздействия регулярной механической обработки. Также нельзя исключать значение растительного покрова. Неоднородность более глубоких почвенных слоев может приводить к различной скорости роста растений, что может быть источником анизотропии почвы в верхних слоях.

Внутри любого генетического горизонта действуют факторы, содействующие дифференциации гранулометрических элементов, свойств и режимов. Как считает В. В. Медведев (2013), среди причин можно указать на различную интенсивность почвообразовательного процесса по вертикали и по горизонтали.

Параметр сглаживания количественно детализирует особенности пространственных паттернов почвенных свойств. Значительная вариабельность этого показателя указывает на методическую несостоятельность подхода, когда для моделирования пространственных процессов используется одна модель

вариограммы. В нашем случае только влажность и температура могут описаны экспоненциальной моделью, тогда как с некоторой натяжкой для плотности и электропроводности почвы может быть предложена гауссова модель.

Кроме того, количественное значение параметра сглаживания может быть основой для генерирования гипотез о причинах формирования пространственных структур. Высокое значение параметра сглаживания соответствует «гладким» пространственным структурам, а низкое – «шероховатым». Для наших условий можно предположить, что гладкие структуры имеют преимущественно фитогенную природу, а шероховатые – педогенную, близкую к педотурбационному почвообразовательному процессу (по Розанову, 2003).

Необходимо отметить, что радиус влияния для всех эдафических показателей крайне мал. С одной стороны нужно помнить, что речь идет о пространственном процессе после экстракции глобального тренда, действие которого охватывает всю изучаемую территорию. С другой стороны, малое значение радиуса влияния указывает на молодость пространственных структур – после очередного выравнивания свойств из-за распашки прошло очень малое время и протяженность пространственных структур имеет малые размеры.

Как считает В. В. Медведев (2013), длительная распашка усиливает временную и пространственную неоднородность и формирует специфические ее горизонтальный и вертикальный профили. Для горизонтального профиля характерно повышение равновесной плотности в пониженных элементах рельефа и на краях полей, для вертикального профиля – аккумуляция плотности в подпахотном слое и постепенное ее продвижение вглубь корнеобитаемого слоя. Современные процессы огливания, лессиважа и оподзоливания также способствуют неоднородности.

Байесовский подход рассматривает геостатистики не как константы, а как переменные переменные, уровень варьирования которых можно оценить. Уровень варьирования геостатистик может рассматривать как в некоторой степени мера разнообразия пространственных отношений для данного признака.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Демьянов В. В. Геостатистика: теория и практика / В. В. Демьянов, Е. А. Савельева; под ред. Р. В. Арутюняна; Ин-т проблем безопасного развития атомной энергетики РАН. – М.: Наука, 2010. – 327 с.

Медведев В. В. Временная и пространственная гетерогенизация распахиваемых почв / В. В. Медведев // Грунтознавство. – 2013. – Т. 14, № 1-2. – С. 5–22.

Медведев В. В. Плотность сложения почв (генетический, экологический и агрономический аспекты) / В. В. Медведев, Т. Е. Лындина, Т. Н. Лактионова // Харьков. – 2004. – 244 с.

Розанов Б.Г. Морфология почв / Б.Г. Розанов // М.: Академический Проект, 2004. – 432 с.

Смагин А.В. Некоторые критерии и методы оценки экологического состояния почв в связи с озеленением городских территорий / А.В. Смагин, Н.А. Азовцева, М.В. Смагина, А.Л. Степанов, А.Д. Мягкова, А.С. Курбатова // Почвоведение. – 2006. – № 5. – С. 603–615.

Abramowitz M. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables / M. Abramowitz, I.E. Stegun (Eds.). – 1972. – 10th Printing. U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, Washington DC. – 1044 p.

de Wijs H.J. Statistics of ore distribution: Part I. Frequency distribution of assay values / H.J. de Wijs // Journal of the Royal Netherlands Geological and Mining Society, New Series. – 1951. – Vol. 13. – P. 365–375.

de Wijs H.J. Statistics of ore distribution: Part II. Theory of binomial distribution applied to sampling and engineering problems / H.J. de Wijs // Journal of the Royal Netherlands Geological and Mining Society, New Series. – 1953. – Vol. 15. – P. 12–24.

Diggle P. J. Bayesian inference in Gaussian model-based geostatistics / P. J. Diggle, P. J. Ribeiro // Geographical and Environmental Modelling. – Vol. 6, No. 2. – 2002. – P. 129–146.

Handcock M.S. A Bayesian analysis of kriging / M.S. Handcock, M.L. Stein // Technometrics. – 1993. – Vol. 35. – P. 403–410.

Lark R.M. Estimating variograms of soil properties by the method-of-moments and maximum likelihood / R.M. Lark // European Journal of Soil Science. – 2000. – Vol. 51. – P. 717–728.

Lophaven S. Methods for estimating the semivariogram / S. Lophaven, J. Carstensen, H. Rootzen // Symposium i Anvendt Statistik, Institut for Informationsbehandling, Handelshojskolen i Arhus. – 2002. – P. 128–144.

Matern B. Spatial variation / B. Matern // Lecture Notes in Statistics. – 1986. – No. 36, Springer, New York. – 150 p.

McBratney A.B. Estimating average and proportional variograms of soil properties and their potential use in precision agriculture / A.B. McBratney, M.J. Pringle // Precision Agriculture. – 1999. – Vol. 1. – P. 125–152.

McCullagh P Evidence for conformal invariance of crop yields / P. McCullagh, D. Clifford // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science. 2006. – 462. – P. 2119–2143.

Minasny B. The Matern function as a general model for soil variograms / B. Minasny, A. B. McBratney // Geoderma. – 2005. – Vol. 128. – P. 192–207.

Pennisi B.V. 3 ways to measure medium EC / B.V. Pennisi, M. van Iersel // GMPro. – 2002. – Vol. 22(1). – P. 46–48.

R Core Team. 2013. R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <http://www.R-project.org>

Stein M.L. Interpolation of Spatial Data: Some Theory for Kriging / M.L. Stein. – New York: Springer. – 1999. – 247 p.

Webster R. Geostatistics for Environmental Scientists / R. Webster, M.A. Oliver. Chichester. – John Wiley & Sons. – 2001. – 271 p.

Whittle P. On stationary processes in the plane / P. Whittle // *Biometrika*. – 1954. – Vol.41. – P. 434– 449.

Zimmerman D.L. A comparison of spatial semivariogram estimators and corresponding ordinary kriging predictors / D.L. Zimmerman, M.B. Zimmerman // *Technometrics*. – 1991. – Vol. 33. – P. 77–91.

REFERENCES

Dem'yanov, V.V., Savel'eva, E.A. (2010). *Geostatistika: teoriya i praktika*. Institut problem bezopasnogo razvitiya atomnoy energetiki RAN. Moscow: Nauka.

Medvedev, V.V. (2013). Vremennaya i prostranstvennaya geterogenizatsiya raspakhivaemykh pochv. *Gruntoznaystvo*. 14 (1-2), 5–22.

Medvedev, V.V., Lyndina, T.E., Laktionova, T.N. (2004). Plotnost' slozheniya pochv (geneticheskiy, ekologicheskiy i agronomicheskiy aspekty). Khar'kov.

Rozanov, B.G. (2004). *Morfologiya pochv*. Moscow: Akademicheskiy Proekt.

Smagin, A.V., Azovtseva, N.A., Smagina, M.V., Stepanov, A.L., Myagkova, A.D., Kurbatova, A.S. (2006). Nekotorye kriterii i metody otsenki ekologicheskogo sostoyaniya pochv v svyazi s ozeleneniem gorodskikh territoriy. *Pochvovedenie*. 5, 603–615.

Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. (1972). M. Abramowitz, I.E. Stegun (Eds.). 10th Printing. U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, Washington DC.

de Wijs, H.J. (1951). Statistics of ore distribution: Part I. Frequency distribution of assay values. *Journal of the Royal Netherlands Geological and Mining Society, New Series*. 13, 365– 375.

- de Wijs, H.J. (1953). Statistics of ore distribution: Part II. Theory of binomial distribution applied to sampling and engineering problems. *Journal of the Royal Netherlands Geological and Mining Society, New Series*. 15, 12–24.
- Diggle, P. J., Ribejro, P.J. (2002). Bayesian inference in Gaussian model-based geostatistics. *Geographical and Environmental Modelling*. 6(2), 129–146.
- Handcock, M.S., Stein, M.L. (1993). A Bayesian analysis of kriging. *Technometrics*. 35, 403–410.
- Lark, R.M. (2000). Estimating variograms of soil properties by the method-of-moments and maximum likelihood. *European Journal of Soil Science*. 51, 717–728.
- Lophaven, S., Carstensen, J., Rootzen, H. (2002). Methods for estimating the semivariogram. *Symposium i Anvendt Statistik, Institut for Informationsbehandling, Handelshojskolen i Aarhus*.
- Matern, B. (1986). *Spatial variation. Lecture Notes in Statistics*. Springer, New York.
- McBratney, A.B., Pringle, M.J. (1999). Estimating average and proportional variograms of soil properties and their potential use in precision agriculture. *Precision Agriculture*. 1, 125–152.
- McCullagh, P., Clifford, D. (2006). Evidence for conformal invariance of crop yields. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*. 462, 2119–2143.
- Minasny, B., McBratney, A.B. (2005). The Matern function as a general model for soil variograms. *Geoderma*. 128, 192–207.

- Pennisi, B.V., van Iersel, M. (2002). 3 ways to measure medium EC. *GMPro*. 22(1), 46–48.
- R Core Team. (2013). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <http://www.R-project.org>
- Stein, M.L. (1999). *Interpolation of Spatial Data: Some Theory for Kriging*. New York: Springer.
- Webster, R., Oliver, M.A. (2001). *Geostatistics for Environmental Scientists*. Chichester. – John Wiley & Sons.
- Whittle, P. (1954). On stationary processes in the plane. *Biometrika*. 41, 434– 449.
- Zimmerman, D.L., Zimmerman, M.B. (1991). A comparison of spatial semivariogram estimators and corresponding ordinary kriging predictors. *Technometrics*. 33, 77–91.

Поступила в редакцию 22.10.2015

Как цитировать:

Жуков, А.В., Андрусевич, К.В., Покуса, А.Ю., Лапко Е.В. (2015). Байесовский подход для оценки гетерогенизации пространственного распределения почвенных свойств. *Acta Biologica Sibirica*, 1 (3-4), 76-91.

crossref <http://dx.doi.org/10.14258/abs.v1i3-4.913>

© Жуков, Андрусевич, Покуса, Лапко, 2015

Users are permitted to copy, use, distribute, transmit, and display the work publicly and to make and distribute derivative works, in any digital medium for any responsible purpose, subject to proper attribution of authorship.



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution 3.0 License](https://creativecommons.org/licenses/by/3.0/)