Теорема. Существует квазимногообразие, отличное от qF и порождённое конечной группой из M, не имеющее покрытий в решётке квазимногообразий, содержащихся в M.

Следствие. Существует квазимногообразие, отличное от qF и порождённое конечной группой из M, не имеющее независимого базиса квазитождеств.

Библиографический список

1. Budkin A.I. Independent axiomatizability of quasivarieties of groups // Mathematical Notes. – 1982. – V. 31, №6. – P. 413-417.

2. Budkin A.I. Independent axiomatizability of quasivarieties of generalized solvable groups // Algebra and Logic. – 1986. – V. 25, №3. – P. 155-166.

3. Budkin A.I. Independent axiomatizability of quasi-varieties of soluble groups // Algebra and Logic. – 1999. – V. 30, №2. – P. 81-100.

4. Budkin A.I. On the independent axiomatizability of quasimanifolds of universal algebras // Mathematical Notes. – 1994. – V. 56, №4. – P. 1008-1014.

УДК 517.95

Об одной задаче неизотермической фильтрации жидкости в деформируемой пористой среде

Р.А. Вирц

АлтГУ, г. Барнаул

В работе рассматривается математическая модель фильтрации жидкости в деформируемой пористой среде. Особенностью рассматриваемой модели является учет температуры и подвижности пористого скелета.

$$\frac{\partial \varphi \rho_f}{\partial t} + div\left(\varphi \vec{v}_f \rho_f\right) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho_s (1-\varphi)}{\partial t} + div\left((1-\varphi)\overrightarrow{v_s}\ \rho_s\right) = 0, \tag{2}$$

$$\varphi\left(\overrightarrow{v_f} - \overrightarrow{v_s}\right) = -k(\varphi)\left(\nabla p_f - \rho_f \vec{g}\right), \tag{3}$$

$$div\, v_s = -a_1(\varphi) p_e, \tag{4}$$

$$\frac{\partial p_{tot}}{\partial x} = \rho_{tot}\,\vec{g}, \quad p_e = p_{tot} - p_{f,} \tag{5}$$

$$p_{tot} = \varphi p_f + (1-\varphi)p_s, \quad \rho_{tot} = \varphi\rho_f + (1-\varphi)\rho_s, \tag{6}$$

$$(\rho_f c_f \phi + \rho_s c_s(1-\phi))\,\frac{\partial\theta}{\partial t} + \\ +\left((\rho_f c_f \phi\,\overrightarrow{v_f} + \rho_s c_s(1-\phi)\overrightarrow{v_s}\right)\nabla\theta = div(K(\phi)\nabla\theta). \tag{7}$$

Система (1) – (7) описывает нестационарное неизотермическое движение жидкости в вязкой пористой среде. Для описания процесса используются законы сохранения массы для каждой из фаз, закон Дарси, реологическое соотношение, уравнения баланса сил и уравнение для температуры [1–4]. Здесь $\rho_f, \rho_s, \overrightarrow{v_f}, \overrightarrow{v_s} -$ соответственно плотности и скорости жидкой и твердой фаз, $\varphi -$ пористость, $p_e -$ эффективное давление, $p_{tot} -$ общее давление, $p_f, p_s -$ соответственно давления жидкой и твердой фаз, $\rho_{tot} -$ плотность двухфазной среды; $k(\varphi) = k\varphi^n/\mu -$ коэффициент фильтрации, $a_1(\varphi) = \varphi^m -$ коэффициент объемной вязкости; $\xi_1(\theta) = 1/\eta(\theta) -$ коэффициент вязкости; $k -$ проницаемость твердой среды; $\mu -$ динамическая вязкость жидкости; $m, n, \beta_\varphi, b -$ параметры твердой среды. $K(\phi) = k_f\phi + k_s(1-\phi) -$ коэффициент теплопроводности; $k_f, k_s -$ удельные теплоемкости жидкой и твердой фаз соответственно. Плотности жидкой и твердой фаз считаются постоянными. Близкие по структуре системы рассматривались в работах [5–9].

В одномерном виде в массовых переменных Лагранжа система (1) – (7) принимает вид [9].

$$\frac{\partial(1-\varphi)}{\partial t} + (1-\varphi)^2\,\frac{\partial v_s}{\partial x} = 0, \tag{8}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varphi}{1-\varphi}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\Big(\varphi\big(v_f - v_s\big)\Big) = 0, \tag{9}$$

$$\varphi\big(v_f - v_s\big) = -k(\varphi)\left((1-\varphi)\,\frac{\partial p_f}{\partial x} - \rho_f g\right), \tag{10}$$

$$(1-\varphi)\,\frac{\partial v_s}{\partial x} = a_1(\varphi)p_e - a_2(\varphi)\,\frac{\partial p_e}{\partial t}, \tag{11}$$

$$(1-\varphi)\,\frac{\partial p_{tot}}{\partial x} = -\rho_{tot} g, \tag{12}$$

$$(\rho_f c_f \frac{\phi}{1-\phi} + \rho_s c_s)\frac{\partial \theta}{\partial t} = K\left((1-\phi)\frac{\partial \theta}{\partial x}\right) - c_f \rho_f \phi\left(v_f - v_s\right)\frac{\partial \theta}{\partial x}. \qquad (13)$$

Система (8) – (13) решается в области $(x,t) \in Q_T = (0,1) \times (0,T)$, при краевых и начальных условиях

$$v_s(0,t) = v_s(1,t) = v_f(0,t) = v_f(1,t) = 0, \qquad \frac{\partial \theta}{\partial x}\Big|_{x=0,x=1} = 0,$$

$$\theta(x,0) = \theta^0(x), \qquad \phi(x,0) = \phi^0(x).$$

Для вязкости твердой фазы используется зависимость [10]:

$$\eta(\theta) = \eta_r \exp\left(\frac{Q\left(1-\frac{\theta}{\theta_r}\right)}{R\,\theta}\right),$$

где η_r – вязкость при температуре θ_r, Q – энергия активации ползучести, R – универсальная газовая постоянная.

Система (8) – (13) сводится к следующей начально-краевой задаче для отыскания пористости и температуры

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\phi}{1-\phi}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(k(\phi)\left((1-\phi)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\xi_1(\theta)}\frac{\partial G(\phi)}{\partial t}\right) + g\left(\rho_f - \rho_{tot}\right)\right)\right), \qquad (14)$$

$$\left((1-\phi)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\xi_1(\theta)}\frac{\partial G(\phi)}{\partial t}\right) + g\left(\rho_f - \rho_{tot}\right)\right)\Big|_{x=0,x=1} = 0, \qquad (15)$$

$$(\rho_f c_f \frac{\phi}{1-\phi} + \rho_s c_s)\frac{\partial \theta}{\partial t} = K\left((1-\phi)\frac{\partial \theta}{\partial x}\right) +$$

$$+ c_f \rho_f k(\phi)\left((1-\phi)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\xi_1(\theta)}\frac{\partial G(\phi)}{\partial t} + p_{tot}\right) + \rho_f g\right)\frac{\partial \theta}{\partial x}, \qquad (16)$$

где граничное условие (15) следует из условий для скоростей фаз на границе и уравнения (10) и функция $G(\phi)$ определяется равенством

$$\frac{\partial G(\phi)}{\partial t} = \frac{1}{a_1(\phi)(1-\phi)}.$$

Система (14) – (16) может быть проинтегрирована численно.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ по теме «Современные методы *гидродинамики для задач природопользования, индустриальных систем и полярной механики» (номер темы: FZMW-2020-0008).*

Библиографический список

1. Bear J. Dynamics of Fluids in Porous Media // Elseiver, New York 1972.

2. Connoly J.A.D., Podladchikov Y.Y.Compaction-driven fluid flow in viscoelastic rock //Geodin. Acta, 11 (1998), 55-84.

3. Morency S., Huismans R.S., Beaumont C, Fullsack P. A numerical model for coupled fluid flow and matrix deformation with applications to disequilibrium compaction and delta stability// Journal of Geophysical Redearch, 112(2007), B10407.

4. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. – М., 1987. – Ч. 1.

5. Simpson M., Spiegelman M., Weinstein C.I. Degenerate dispersive equations arising in the stady of magma dynamics // Nonlinearty, 20(2007), 21–49.

6. Токарева М. А., Папин А. А. Глобальная разрешимость системы уравнений одномерного движения вязкой жидкости в деформируемой вязкой пористой среде // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2019. – Т. 22. – №. 2. – С. 81–93.

7. Вирц Р., Папин А., Вайгант В. Численное решение одномерной задачи фильтрации несжимаемой жидкости в вязкой пористой среде // Известия Алтайского государственного университета, 2018. № 4(102). С. 62–67.

8. Вирц Р. А., Папин А. А., Вайгант В. А. Численное решение одной задачи фильтрации жидкости в вязкоупругой пористой среде // Известия Алтайского государственного университета, 2020. № 1(111). С. 72–76.

9. Papin A.A., Tokareva M.A. On Local solvability of the system of the equation of one dimensional motion of magma // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Математика и физика. 2017. Т. 10. № 3. С. 385–395.

10. Connolly J. A. D., Podladchikov Y. Y.Temperature-dependent viscoelastic compaction and compartmentalization in sedimentary basins //Tectonophysics. – 2000. – Т. 324. – №. 3. – С. 137–168.