Библиографический список

1. Каримов И.И., Яковлев С.М. Повышение эффективности облучения растений в условиях закрытого грунта // Материалы LIII международной научно-технической конференции «Достижения науки – агропромышленному производству» – Челябинск, 2014.
2. Каримов И.И., Галиуллин Р.Р. Эффективность использования светодиодных светильников в тепличных хозяйствах // Электротехнические и информационные комплексы и системы. – 2016. – № 1 (12).
3. Журавлева В.В. Моделирование процессов фотосинтеза и фотодыхания C_3-растений // Математическая биология и биоинформатика. – 2015. – Том 10. Вып. 2. doi: 10.17537/2015.10.482.
4. Журавлева В.В. Об одной модели фотосинтеза // Материалы Всероссийской научной конференции (с международным участием) «Агроэкосистемы в естественных и регулируемых условиях: от теоретической модели к практике прецизионного управления» – СПб., 2016.

УДК 512.547.2

Построение таблицы характеров группы диэдра порядка 12

Л.В. Истомина, А.С. Жукабаева, М.А. Дульцева

Южно-уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, г. Челябинск

В современной теории конечных групп наряду с абстрактными теоретико-групповыми методами исследования широко и плодотворно используются методы теории представлений. Теория представлений нашла своё применение в кристаллографии и квантовой механике.

Основной вклад в теорию представлений в середине 30-х годов внесли работы Р. Брауэра о модулярных представлениях конечных групп. Теория Брауэра имеет много приложений в теории конечных групп, устанавливает связи с теорией представлений алгебр и раскрывает фундаментальное значение теоретико-числовых вопросов в теории групп и теории представлений. При доказательстве теоремы о разрешимости групп нечетных порядков (Томпсон и Фейт) используется теория модулярных характеров Брауэра.

Теория представлений находит своей применение при описании строения групп обратимых элементов центров целочисленных групповых колец [1-2].

В данной статье рассмотрим построение таблицы характеров группы диэдра порядка 12.

Полная группа преобразований симметрии правильного n - угольника P_n называется *группой диэдра (диэдральной группой)* и обозначается символом D_n. Вращение $b = \begin{Vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{Vmatrix}$ многоугольника в плоскости на угол $\theta = \frac{2\pi}{n}$ вокруг центра O, расположенного в начале прямоугольной системы координат, порождает циклическую группу $\langle b \rangle$ порядка n. В D_n содержится еще отражение $a = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{Vmatrix}$ многоугольника P_n относительно оси, проходящей через центр и одну из вершин [3, с 43].

По определению $a^2 = e$. Различные преобразования симметрии $e, b, b^2, \dots, b^{n-1}, a, ab, \dots a^{b^{n-1}}$ в количестве $2n$ штук исчерпывают всю группу D_n.

Составим таблицу характеров для $n = 6$, $D_{12} = \langle a, b | a^2 = b^6 = 1, aba = b^{-1} \rangle$.

Найдем классы сопряженных элементов, используя формулу. Так как $aba = b^{-1}$, умножим на $a = a^{-1}$ справа, получим $ab = b^{-1}a$, аналогично, $ba = ab^{-1}$.Получим 6 классов сопряженных элементов: $\{1\}, \{b, b^5\}, \{b^2, b^4\}, \{b^3\}, \{ab, ab^3, ab^5\}, \{a, ab^2, ab^4\}$.

Будем придерживаться обозначений и определений из [3]. Из теоремы (47.8) и следствия (47.15) в [4] следует, что существует 4 линейных представления и 2 представления степени 2; причем первая строчка таблицы характеров тривиальна и равна 1.

$\chi_1(a) = -1, \chi_1(ab) = -1, \chi_1(b^j) = 1$

$\chi_2(a) = 1, \chi_2(ab) = -1, \chi_3(a) = -1, \chi_3(ab) = 1$

$\chi_{2,3}(b^j) = (-1)^j$

Для представлений второго порядка по формуле о виде индуцированных представлений [4, с 311] получим, что $\chi_{4,5}(a) = 0$ (сумма элементов по диагонали), и для $\chi_{4,5}(ab) = 0$.

Теперь найдем $\chi_k(b^j)$и соберем полученные результаты в таблицу характеров (Таблица 1):

$$\chi_4(b) = 2\cos\frac{2\pi}{6} = 2\cos\frac{\pi}{3} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\chi_4(b^2) = 2\cos\frac{2\pi \cdot 2}{6} = 2\cos\frac{2\pi}{3} = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

$$\chi_4(b^3) = 2\cos\frac{2\pi\cdot 3}{6} = 2\cos\pi = 2\cdot(-1) = -2$$
$$\chi_5(b) = 2\cos\frac{2\pi\cdot 2}{6} = 2\cos\frac{2\pi}{3} = 2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$
$$\chi_5(b^2) = 2\cos\frac{2\pi\cdot 4}{6} = 2\cos\frac{4\pi}{3} = 2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$
$$\chi_5(b^3) = 2\cos\frac{2\pi\cdot 6}{6} = 2\cos\pi = 2\cdot 1 = 2$$

Таблица 1 – Таблица характеров группы диэдра D_{12}

$\lvert x^G\rvert$	1 1	3 a	3 ab	2 b	2 b^2	1 b^3
χ_0	1	1	1	1	1	1
χ_1	1	-1	-1	1	1	1
χ_2	1	1	-1	-1	1	-1
χ_3	1	-1	1	1	1	-1
χ_4	2	0	0	1	-1	-2
χ_5	2	0	0	-1	-1	2

Работа выполнена при финансовой поддержке ФГБОУ ВО «Шадринский государственный педагогический университет» по договору о выполнении НИР «Изучение групп центральных единиц целочисленных групповых колец» заявка № ШК-20-04-17/1 от 17.04.2020, ФГБОУ ВО «Мордовский государственный педагогический институт имени М. Е. Евсевьева» по договору о выполнении НИР «Модель реализации проектно-ориентированной системы практик будущих учителей математики с учетом требований ФГОС ВО (3++)» заявка № МК-20-04-17/8 от 17.04.2020.

Библиографический список

1. Шумакова Е.О. Центральные единицы целочисленных групповых колец диэдральных и близких к ним групп // Труды института математики и механики УрО РАН. – 2008. – Том 14, №4. – С. 172-184.

2. Шумакова Е.О. Центральные единицы целочисленных групповых колец метациклических групп Фробениуса // Сибирские электронные математические известия. – 2008. – Том 5. – С. 691-698.

3. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть III. Основные структуры: Учебник для вузов. – 2-е изд., исправл. – М.: Физико-математическая литература, 2001. – 272 с.

4. Кэртис Ч., Райнер И. Теория представлений конечных групп и ассоциативных алгебр. – М.: Наука, 1969. – 668с.

УДК 514.765.2

Исследование гиперповерхностей с применением универсальных математических систем

С.С. Калугина, О.П. Хромова
АлтГУ, г. Барнаул

В теории поверхностей важную роль играют ее квадратичные формы (см., например, [1]). Они позволяют получать информацию о геометрических свойствах поверхности: определять длины кривых, площади областей, гауссову кривизну, геодезические, линии кривизны, асимптотические линии и т.п. Такие вычисления алгоритмичны и потому, позволяют разрабатывать на своей основе компьютерные модели. Реализация которых возможна, например, в универсальных математических системах. Подобные пакеты прикладных программ широко применяются при решении научно-практических задач, допускают как символьные, так и численные расчеты, ускоряют вычислительный процесс [2].

В настоящей работе в среде универсальной математической системы Maxima разработан комплекс программ, позволяющий по заданному векторному параметрическому уравнению регулярной поверхности класса C^k определять ее I, II, III квадратичные формы; гауссову(полную) и среднюю кривизны; асимптотические линии и линии кривизны.

Библиографический список

1. Топоногов В. А. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей: учебное пособие для вузов. – М.: Физматкнига, 2012. – 224 с.
2. Пономарев, И. В. Системы компьютерной математики в задачах геометрического моделирования: учеб. пособие / И. В. Пономарев, О. П. Хромова; АлтГУ. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2014. – 51 с.