

3. Медников Л.Э., Шаповалов А.В. Турнир городов: мир математики в задачах. – М.: МЦНМО. 2012. – 480 с.

4. Плотноикова Е.А., Саженок А.Н., Саженкова Т.В. Геометрический факультатив-практикум в научно-исследовательской работе старшеклассников и студентов младших курсов // Труды семинара по геометрии и математическому моделированию. – Барнаул: 2017. – № 3. – С. 34-37.

УДК 519.6

Численное решение задачи о напряженно-деформированном состоянии плоской упругой области в программном комплексе Abaqus

Н.С. Поморов, А.В. Устюжанова

АлтГУ, г. Барнаул

В настоящее время существует большое количество специализированных компьютерных пакетов для решения инженерных задач. Одним из них является программный комплекс Simulia Abaqus, предназначенный для многоцелевого междисциплинарного анализа [1-2]. Комплекс широко используется как в научно-исследовательской деятельности, так и различных сферах производства.

Работа программного комплекса основана на методе конечных элементов, который является одним из эффективных численных методов, применяемых для решения задач механики деформируемого твердого тела.

Abaqus имеет свободно распространяемую версию Abaqus Student Edition, которая включает в себя модули Abaqus/CAE, Abaqus/Standart, Abaqus/Explicit, полную документацию к программе и набор тестовых задач. Это позволяет использовать данный пакет в учебных целях и дает возможность студентам знакомиться с новыми достижениями в разработке комплекса. Ограничением версии Abaqus Student Edition является использование не более 1000 элементов и узлов для построения конечно-элементной модели.

Программный комплекс Abaqus организован по модульному принципу. Пакет состоит из двух основных модулей (решателей) – Abaqus/Standart и Abaqus/Explicit, а также включает пре-постпроцессор Abaqus/CAE.

Модуль Abaqus/Standard основан на неявной формулировке метода конечных элементов, предназначен для решения традиционных задач

конечно-элементного анализа, таких как, статика, динамика, теплопередача в совокупности с контактными взаимодействиями и нелинейными свойствами материалов.

Модуль Abaqus/Explicit предназначен для анализа нелинейных переходных быстропротекающих динамических процессов, использует явную схему интегрирования уравнений.

Графическая оболочка Abaqus/CAE служит для моделирования, управления и мониторинга проводимых расчетов, анализа и визуализации полученных результатов.

Abaqus/CAE состоит из ряда модулей, каждый из которых содержит в себе ряд близких по значению действий.

PART – создание или импорт геометрии деталей, задание опорных точек и систем координат.

PROPERTY – определение материалов и их свойств; задание геометрических характеристик сечений стержневых элементов конструкции.

ASSEMBLY – ориентация деталей в пространстве и сборка их в единую модель.

STEP – задание параметров анализа и определение набора выходных данных.

INTERACTION – определение взаимодействия деталей, задание участков контакта и их свойств.

LOAD – задание начальных граничных условий модели – нагрузок и закреплений.

MESH – импорт или генерация сетки элементов.

JOB – проверка модели, запуск на расчет и мониторинг процесса расчета.

VIZUALIZATION – анализ и визуализация результатов расчета.

SKETCH – создание двумерных эскизов и чертежей модели.

Приведем результаты численного решения, полученного с помощью программного комплекса Abaqus.

Рассматривается задача о напряженно-деформированном состоянии в плоской квадратной области с круглым отверстием. Сторона квадрата $b = 20$, радиус отверстия $a = 0.5$. Линейные размеры можно считать безразмерными, решение зависит от отношения a/b . Центр круга соответствует началу декартовых координат (x, y) . Поведение материала вне отверстия является упругим: модуль Юнга $E = 3 \cdot 10^{10}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$. Метод анализа выбран – Static, General. Исследуемая область подвергается растяжению, на боковых границах задается отрицательное давление -5000 Па.

Расчеты проведены в версии Abaqus Student Edition 2018. Для построения конечно-элементной сетки применялись треугольные и четырехугольные элементы. На рисунке 1 представлены результаты вычислений.

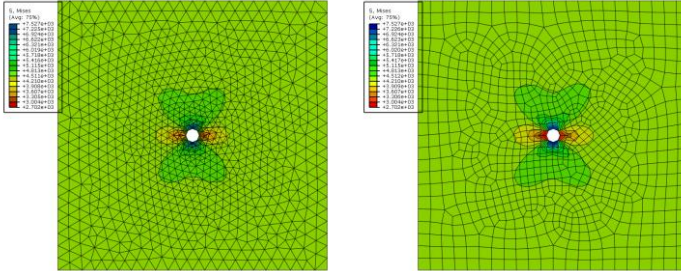


Рисунок 1 – Распределение напряжений по Мизесу

Аналитическое решение данной задачи в случае $a \ll b/2$ имеет вид [3]:

$$\sigma_r = \frac{S}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \frac{S}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2} \right) \cos 2\theta,$$

$$\sigma_\theta = \frac{S}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \frac{S}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta,$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{S}{2} \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2} \right) \sin 2\theta,$$

где (r, θ) – полярные координаты текущей точки (x, y) , S – величина нагрузки, в рассматриваемом примере $S = 5000$ Па. Напряжения σ_x , σ_y , τ_{xy} связаны с напряжениями σ_r , σ_θ , $\tau_{r\theta}$ формулами:

$$\sigma_x = \sigma_r \cos^2 \theta + \sigma_\theta \sin^2 \theta - \tau_{r\theta} \sin 2\theta,$$

$$\sigma_y = \sigma_r \sin^2 \theta + \sigma_\theta \cos^2 \theta + \tau_{r\theta} \sin 2\theta,$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} (\sigma_r - \sigma_\theta) \sin 2\theta + \tau_{r\theta} \cos 2\theta.$$

Проведено сравнение аналитического решения с численными значениями напряжений, полученными в программном комплексе Abaqus в случае разбиения области на треугольные элементы. На рисунке 2 представлен график абсолютной погрешности $\Delta = |\sigma_x - \tilde{\sigma}_x|$

(т.е. разности по модулю между точными σ_x и численными значениями $\tilde{\sigma}_x$) в зависимости от расстояния до отверстия r .

Можно отметить, что расхождение численных и точных значений σ_x в узлах, удаленных от отверстия, меньше, чем в узлах, расположенных вблизи отверстия. В целом, сравнение численных результатов с точными значениями, а также сопоставление с численными расчетами, проведенными в [4], [5], позволяет делать вывод о хорошей сходимости метода даже с учетом ограничения на количество элементов.

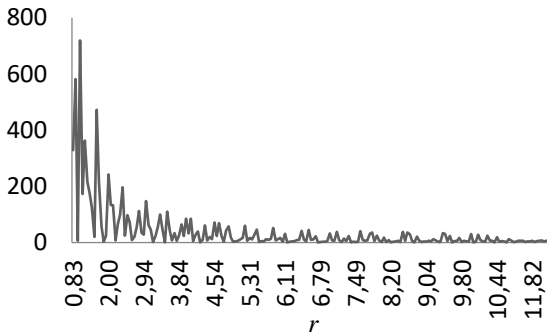


Рисунок 2 – Абсолютная погрешность $\Delta = |\sigma_x - \tilde{\sigma}_x|$

Использование программного комплекса Abaqus для численного исследования напряженно-деформированного состояния различных конструкций актуально для дальнейшего изучения в учебных целях.

Библиографический список

1. Нуштаев Д.В. Abaqus. Пособие для начинающих. Пошаговая инструкция / Д.В. Нуштаев. – М., 2010 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://tesis.com.ru>.
2. Abaqus. Применение комплекса в инженерных задачах. – М., 2008 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://tesis.com.ru>.
3. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М., 1975. – 576 с.
4. Бушманова О.П., Устюжанова А.В. О математическом моделировании сдвиговых трещин вблизи отверстий // Известия Алтайского государственного университета. – 2010.– №1/2(65). – С. 20–23.
5. Поморов Н.С., Устюжанова А.В. О применении программного комплекса Abaqus к задачам о напряженном состоянии вокруг отверстий // МАК: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике с международным участием, Барнаул, 2019 г. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2019. – С. 49–51.