3. Токарева М.А. Вирц Р.А. Аналитическое и численное исследование задачи фильтрации в пороупругой среде // МАК 2016.

4. Yu.Yu. Bagderina, Equivalence of third-order ordinary differential equations to Chazy equations I-XIII. Stud. Appl. Math. 2008. V. 120, №3. P. 293–332.

УДК 517.947

Асимптотическое разложение решения первой начально-краевой задачи для системы малых колебаний вращающейся жидкости

С.И. Янов

АлтГПУ, г. Барнаул

Исследуется асимптотическое разложение решения первой начально-краевой задачи для системы С.Л. Соболева [1, с. 51]:

$$\vec{V}_t - [\,\vec{V} \times \vec{\omega}\,] + \mathrm{grad}\ P = 0 \qquad (1)$$

$$\mathrm{div}\ \vec{V} = 0$$

$$\vec{V}\,|_{t=0} = 0, \quad P\,|_{z=0} = g(t, x'), \quad x' = (x, y), \quad \vec{\omega} = (0, 0, 1).$$

Согласно закону Блеза Паскаля (1623–1662): Давление, производимое на жидкость или газ, передается в любую точку без изменений во всех направлениях. Поэтому, естественно предположить, что функция

$$g(t, x, y) = P\,|_{z=0},$$

обладает свойством

$$\frac{\partial\, g\,(t, x+\rho\cos\varphi, y+\rho\sin\varphi)}{\partial\rho} = 0 \qquad (1')$$

при всех t и (x + ρ cos φ, y + ρ sin φ) из supp g (t, x’) содержащегося в { x’: | x’ | < R }.

Ранее асимптотика различных задач для системы (1) исследовалась в работах С.Л. Соболева [1], В.Н. Масленниковой [2], С.В. Успенского, Г.В. Демиденко [3], С.В. Успенского, Е.Н. Васильевой [4–5], С.И. Янова [5].

Асимптотика решения первой краевой задачи для уравнения Соболева в работах [6–7]. В работе [8] было приближенно описано поведение решения задачи (1). Настоящая работа уточняет результаты работы [8] для случая финитной функции g (t, x’). Доказана следующая теорема.

Теорема. *Пусть g (t, x') принадлежит $C_0^\infty(R^2)$ при каждом фиксированном t, трижды непрерывно дифференцируемая функция по времени t с носителем в интервале (t', t''), $0 < t' < t''$. Тогда имеют место следующие асимптотические выражения при фиксированном $z > 0$:*

$$D_x^{\beta'}P = O(t^{-2/5}),\ 0 \leq |\beta'|,\ D_z P = O(t^{-2//5}),$$
$$V_1 = O(t^{-2/5}),\quad V_2 = O(t^{-2/5}),$$
$$V_3 = -\frac{4}{3}\ \frac{(g''+1)g\prime}{z} + O(t^{-2/5})$$ *(производные по t , а O при $t\to\infty$.*

Следствие. Компонента скорости V_3 в точке (x, y, z) в момент времени t обратно пропорциональна расстоянию z до дна, зависит от продолжительности t'' – t' воздействия функции g. Это, приближенно, можно перенести и на возможную поверхность жидкости при оценке образующихся волн после взрывов и землетрясений.

Библиографический список

1. Соболев С.Л. Об одной новой задаче математической физики // Изв. АН СССР. Сер. мат. -1954. – Т. 18. – № 1. – С. 3 – 50.
2. Масленникова В.Н. Оценки в L_p и асимптотика при $t\to\infty$ решения задачи Коши для системы Соболева // Тр. Мат. ин-та АН СССР. – 1968. – Т.103. – С. 117 – 141.
3. Успенский С.В., Демиденко Г.В. О поведении на бесконечности решений одной задачи С.Л. Соболева // Сиб. мат. журн. – 1983. – Т. 24. – № 5. – С. 199 – 210.
4. Успенский С.В., Васильева Е.Н. Качественное исследование решения одной задачи С.Л. Соболева при $t\to\infty$ // Тр. МИАН. – 1995. – Т. 210. – С. 274 – 283.
5. Успенский С.В., Васильева Е.Н., Янов С.И. О дифференциальных свойствах решения первой смешанной краевой задачи для системы Соболева // Тр. МИАН. – 1999. – Т. 227. – С. 311 – 319.
6. Янов С.И. Пространства типа Соболева – Винера и асимптотические свойства их функций. – Барнаул: Изд-во БГПУ. 2007. – 113 с.
7. Янов С.И. Приложения пространств типа Соболева – Винера. – Барнаул: Изд-во АлтГПА. – 2012. – 91 с.
8. Янов С. И. О скоростях вращающейся жидкости при малых колебаниях на дне // Вестник Алт.ГПУ. Серия: естественные и точные науки. – № 25. – Барнаул: Изд-во Алт. гос. пед. ун-та. – 2015.- С. 36-39.