

Научное наследие Анатолия Илларионовича Ширшова (1921-1981)

*Л.А. Бокуть, д.ф.-м.н., профессор Института
математики им. С.Л. Соболева СО РАН, г. Новосибирск*

1. Предисловие



Я встретился с А.И. Ширшовым в сентябре 1953 года в новом здании МГУ. В нашей группе первокурсников он вёл занятия по высшей алгебре. Лекции читал зав. кафедрой Высшей алгебры Александр Геннадьевич Курош (1908-1970), учитель Анатолия Илларионовича в аспирантуре. В официальном расписании значилось, что лекции будет читать лауреат Сталинской премии Анатолий Иванович Мальцев (1909-1967). Так я узнал очно-заочно трёх выдающихся людей, с которыми будет связана вся моя жизнь. На 2-м курсе

Ширшов А.И. стал моим научным руководителем. Приведу несколько примеров его руководства. На 3-м курсе в беседе с ним я сообщил, что узнал результат Джекобсона о том, что квадрат конечной разрешимой алгебры Ли является нильпотентной алгеброй. Видя мой интерес, Ширшов А.И. поставил задачу – всякая ли конечная нильпотентная алгебра Ли является квадратом некоторой разрешимой алгебры. Через некоторое время я построил контрпример. Это был мой первый "результат". Я использовал этот опыт в своем дипломе с обобщением одного результата Диксмье о нильпотентных и разрешимых алгебрах Ли.

В 1957 году на каникулы я уехал на родину в Белоруссию с проблемой от Ширшова А.И. – доказать, что всякая счетная алгебра Ли вложима в 2-порожденную алгебру Ли. При этом Анатолий Илларионович описал схему возможного доказательства таких теорем на примере ассоциативных алгебр. Все два месяца я упорно работал над доказательством и вернулся с его рукописью.

Оказалось, что Ширшов А.И. за лето решил эту проблему. Я был на его докладе на семинаре Шмидта-Куроша кафедры высшей алгебры. Это была его знаменитая работа "О свободных алгебрах Ли", публикация 1958 года, наполненная новыми революционными идеями:

- Базис Линдона – Ширшова свободной алгебры Ли,
- Слова Линдона – Ширшова,
- Основное свойство слов Линдона – Ширшова,
- Алгоритм Ширшова – "Бухбергера" для алгебр Ли,
- Теоремы Магнуса о свободе и тождестве для алгебр Ли с одним соотношением.

Курош так прокомментировал его доклад: «Анатолий Илларионович, Вы становитесь великим человеком!»

Возвращаясь к моей рукописи, Ширшов А.И. рассказал Курошу о моем "доказательстве". К очередной встрече я и Ширшов А.И. пришли с "новостями". Первым заговорил я – мое доказательство теоремы вложения, где участвуют все натуральные числа, проходит только при использовании множества всех четных чисел. Вторым сказал А.И. Ширшов – он построил контрпример к моему доказательству с использованием всех натуральных чисел. Я тут же отказался от дальнейшей проверки, поскольку мое "доказательство" было длинное и "лобовое", использующее только подсчеты определителей.

В дальнейшем я забыл и потерял свою рукопись. Но Ширшов А.И. не забыл – вскоре он подарил мне экземпляр своей кандидатской диссертации!

Курош и Мальцев сыграли огромную роль в научной жизни А.И. Ширшова. А.Г. Курош был научным руководителем и консультантом по обеим диссертациям Ширшова А.И. (1953, 1958).

А.И. Мальцев был официальным оппонентом по докторской диссертации А.И. Ширшова и на защите назвал диссертацию выдающейся. Я присутствовал на защите на Ученом Совете, председатель А.Н. Колмогоров; в это время Колмогоров был деканом мехмата МГУ, А.И. Ширшов – его заместителем по учебной работе.

А.И. Мальцев поддержал кандидатуру А.И. Ширшова при избрании его в члены-корр. Академии Наук СССР, 1964.

2. А.И. Ширшов – ученый-математик

Как ученого, А.И. Ширшова признали члены АН СССР – он стал член-корр. АН СССР в 1964 году. 11 его работ (1953-1964) признаны во всем мире как классические. Этот период можно назвать Болдинской осенью в творчестве А.И. Ширшова. Его работы этого

периода изучали, использовали и на них ссылались выдающиеся мировые математики: Пьер Картье (Франция), Пол Кон (Англия), Эрнст Витт (Германия), Натан Джекобсон (США), Ирвинг Капланский (США), Шимшон Амицур (Израиль), Марсель "Марко" Шютценберже (Франция), Клаудио Прочези (Италия), Кевин МакКриммон (США), Мишель Лазар (Франция).

В работе этого периода он опередил идею Базисов Гребнера выдающихся мировых ученых Хэйсукэ Хиронака (Япония) и Бруно Бухбергера (Австрия). Он первым доказал, что классическая теорема Нильсена – Шрейера о свободе подгрупп свободной группы верна и для алгебр Ли (Теорема Ширшова – Витта). С другой стороны, он опроверг гипотезу Витта, что классическая теорема Куроша о подгруппах свободного произведения групп верна для подалгебр свободного произведения алгебр Ли. Он доказал Теорему Ширшова о высоте, которая своей общностью поразила Амицура, Джекобсона и Капланского. Он доказал, что две классические теоремы Вильгельма Магнуса (Германия, США) для групп с одним соотношением (теорема о свободе и теорема о разрешимости проблемы равенства) верны для алгебр Ли с одним соотношением. Его идеи этого периода были существенно использованы Ефимом Зельмановым (руководители А.И. Ширшов и Л.А. Бокуть) при решении “ослабленной проблемы Бернсайдса” (1989) (премия Филдса, 1994) и Александром Кемером (руководители А.И. Ширшов и Л.А. Бокуть) при решении проблемы Шпехта (докторская диссертация, Новосибирск, 1988, доклад по приглашению на Международном Математическом Конгрессе, ИСМ, Япония, 1990, монография Американского Математического Общества, 1992). Идеи А.И. Ширшова этого периода стали основой популярной монографии, переведенной на английский язык: К.А. Жевлаков, А.М. Слинько, И.П. Шестаков, А.И. Ширшов. Кольца, близкие к ассоциативным. Москва: Наука, 1978, США, 1982.

Перечислим некоторые работы А.И. Ширшова.

1. Пример Ширшова кольца Ли, не вложимого в ассоциативное кольцо // Успехи Мат. Наук, 1953. Речь идет о том, что классическая теорема Пуанкаре-Биркгофа-Витта для алгебр Ли не может быть продолжена и на кольца Ли. В 1958 и 1963 годах появились две работы, которые ссылались и продолжали эту работу А.И. Ширшова, авторы Картье (Pierre Cartier, Paris, France) и Кон (Paul Cohn, London, GB).

2. Теорема Ширшова – Витта (подалгебры свободной алгебры Ли являются свободными алгебрами Ли): А.И. Ширшов, Мат. Сборник,

1953, E. Witt, Math. Zetr., 1956. Основополагающая теорема в теории алгебр Ли.

3. Теорема Ширшова – Кона (2-порожденные йордановы алгебры являются специальными). Основную по трудности часть (свободная 2-порожденная йорданова алгебра вложима в ассоциативную алгебру) доказал А.И. Ширшов // Мат. Сборник (1956). Затем необходимо использовать тот факт, что класс специальных йордановых алгебр замкнут относительно гомоморфизмов, Cohn, P.M., Canad. J. Math. 6 (1954), 253–264.

4. Теоремы Ширшова А.И. по проблеме Куроша для альтернативных и специальных йордановых алгебрах (конечно порожденные ниль-алгебры являются нильпотентными) // Мат. Сб., 1957.

5. Теорема Ширшова о высоте (любая конечно порожденная ассоциативная алгебра с полиномиальным тождеством имеет конечную высоту) // Мат. Сб., 1957. Следствие – знаменитая теорема Капланского по проблеме Куроша для ассоциативных алгебр. Комбинаторная Лемма Ширшова о словах вошла во все книги по комбинаторике слов: Пусть A – конечный алфавит и n, k – целые числа, большие 1. Тогда достаточно длинное слова в алфавите A либо имеет вид k -й степени какого-то слова v , либо n разбиваемо (строго больше любой перестановке своих n частей).

6. В 1958 году (Мат. Сб.) А.И. Ширшов доказал теорему о вложении любой алгебры Ли со счетным базисом в 2-порожденную алгебры Ли. Для этого введен новый метод в теории алгебр Ли, основанный на регулярном (Линдон-Ширшов) базисе свободной алгебры Ли и лемме Ширшова о представлении любого ассоциативного слова в виде произведения возрастающей цепочки регулярных ассоциативных слов (это называют основным свойством слов Линдона-Ширшова). Следствием этой работы стало открытие им в 1962 году метода базисом Гребнера – Ширшова.

7. Построена теория Базисов Гребнера – Ширшова для алгебр Ли и ассоциативных алгебр (теория базисов Гребнера – Ширшова для ассоциативных алгебр присутствует неявно – нужно только снять скобки в формулировке и в доказательстве основной Леммы о композиции (Composition – Diamond Lemma) для алгебр Ли). Получены два фундаментальные приложения этого метода – классические теоремы Магнуса о свободе и о разрешимости проблемы равенства для групп с одним соотношением доказаны для алгебр Ли, СМЖ, 1962.

3. А.И. Ширшов – педагог-научный руководитель

А.И. Ширшов имел 17 учеников, 11 из которых защитили в России докторские диссертации: Л.А. Бокуть, Г.В. Дорофеев, В.Н. Желябин, К.А. Жевлаков, Е.И. Зельманов, А.Р. Кемер, Е.Н. Кузьмин, В.Н. Латышев, Ю.Н. Мальцев, А.А. Никитин, А.М. Слинко, В.Т. Филиппов, И.П. Шестаков.

Четыре защитили кандидатские диссертации: А.Т. Колотов, А.С. Марковичев, И.М. Михеев, В.А. Парфенов. Среди его самых известных учеников:

- Ефим Исаакович Зельманов, НГУ (1972-1980), ИМ СО АН СССР (1980-1991), Новосибирск, Оксфорд, Мэддисон, Чикаго, Йель, Сан Диего (1991-н.в.). Ефим Зельманов – Филдсовский лауреат, член пяти Национальных Академий Наук мира (США (2), Испания, Корея, Бразилия), постоянный профессор 4-х университетов мира (Университет Калифорнии в Сан Диего, Корейский Институт Высших Исследований в Сеуле, Университет Короля Абдулазиза в Саудовской Аравии, Южнокитайский Университет Науки и Технологии, Шэньчжэнь), главный редактор Бюллетеня Математических Наук, BMS, Springer.

- Иван Павлович Шестаков, НГУ (1964-1969), ИМ АН СССР и РАН (1970-1992), ИМ СО РАН, Университеты Испании и Бразилии (1993-н.в.), член Бразильской АН, лауреат премии Мура Американского Математического Общества. Премия вручается каждые три года за выдающуюся исследовательскую статью, опубликованную в одном из основных исследовательских журналов AMS.

- Уалбай Умирбаев – из Школы А.И. Ширшова, ученик И.П. Шестакова, НГУ (1982-1995), Нур-Султан, Детройт (1996-н.в.), лауреат Премии Мура AMS, совместно с И.П. Шестаковым, лауреат Государственной Премии Республики Казахстан.

- Юрий Николаевич Мальцев Ю.Н. – из Школы А.И. Ширшова, ученик Л.А. Бокутя (НГУ, 1965-1970), ИМ СО АН СССР (1970-1975), АлтГУ и АлтГПУ (1975-н.в.), почетный профессор АлтГУ (2004), лауреат премии фонда Династия (2004 г), заслуженный работник высшей школы РФ (1998 г), награжден медалью Корчака (Общественная организация, Канада) и орденом За заслуги перед Алтайским краем (2-й степени, 2017 г.). Его студенты по НГУ и АлтГУ и ученики средних школ Барнаула стали докторами наук (Е. Зельманов, О. Пайсон-Финогенова), кандидатами наук (Е. Чибриков (Канада), А. Вайс (Израиль), Л. Лагутина, Е. Петров, А. Олексенко, Е. Журавлев, А. Кузьмина-Монастырева, И. Долгунцева-Теміз (Норвегия), И. Кашкарев

(Италия), В. Лашкеева, Т. Шердченко-Пайсон). М. Ракова стала заместителем министра просвещения РФ.

4. А.И. Ширшов – организатор научных исследований

Ширшов А.И. помогал академику С.Л. Соболеву создавать Институт Математики в Новосибирске в первые 15 лет его существования (1958-1973), при поддержке первых сотрудников ИМ академиком А.Д. Александрова, Л.В. Конторовича, А.И. Мальцева.

После смерти А.И. Мальцева (1967) Ширшов А.И. "наследовал" его позиции:

- председатель Комиссии по алгебре Отделения математики АН СССР,
- президент Сибирского математического общества,
- заведующий отделом "Алгебра и Логика" ИМ.

Ширшов А.И. работал председателем профсоюзной организации Новосибирского научного центра СО АН СССР, членом редколлегий журналов СМЖ, Алгебра и логика, Квант, председателем оргкомитета Всесоюзной конференции памяти А.И. Мальцева (1969) и заместителем главного редактора М.А. Лаврентьева по изданию Избранных трудов Мальцева (2 тома).

В заключение приведу слова А.И. Мальцева из его письма (1964) в АН СССР о научной деятельности А.И. Ширшова: "Характерной чертой научного творчества А.И. Ширшова является его преимущественный интерес к трудным задачам, занявшим определенное место в литературе. Решение этих вопросов расчищает путь к дальнейшим успехам теории. Труды А.И. Ширшова по теории алгебр получили международную известность и доставили ему почетное место одного из ведущих мировых специалистов в соответствующей области математики".