УДК 512.57

3-свободные группы с одним определяющим соотношением

А.И. Будкин
АлтГУ, г. Барнаул

В работе анонсирован следующий результат: Пусть группа G имеет представление: G=гр(a, x_1, ... ,x_s; [a,x_1][a,x_2] ... [a,x_n]) (n > 6).
Если t_1, t_2, t_3 – любые элементы группы G, то подгруппа G'гр(t_1, t_2, t_3)^G – локально свободная группа.

Ключевые слова: *n-свободная группа, группа с одним определяющим соотношением.*

Группа называется *n*-свободной, если каждая её *n*-порождённая подгруппа является свободной.

Примером такой группы служит фундаментальная группа

$$A_n=\text{гр}(x_1,x_2, \dots ,x_{2n}; [x_1,x_2][x_3,x_4] \dots [x_{2n-1},x_{2n}])$$

двумерного замкнутого ориентируемого многообразия рода *n*. Работ, посвящённых n-свободным группам, достаточно много, мы отметим лишь некоторые.

В [1] найдены условия, при которых каждая подгруппа бесконечного индекса фундаментальной группы многообразия является свободной. Отсюда, в частности, следует хорошо известный факт, что все подгруппы бесконечного индекса группы A_n являются свободными. Из [2] следует, что если $G = F *_C F_1$, где F, F_1 – свободные группы и объединённая подгруппа C является максимальной циклической подгруппой в каждом сомножителе, то G является 2-свободной. Следствие 4.2 [3] говорит, что эта группа G в действительности является 3-свободной.

В [3] вводится класс C_k групп, все группы в котором, являются, в частности, *k*-свободными, и доказывается, что если $G = K *_C K_1$, где K и K_1 принадлежат C_3 и объединённая подгруппа C является максимальной циклической подгруппой в каждом сомножителе, то G принадлежит классу C_3.

В [4] рассматривались так называемые вполне аппроксими-руемые свободными группы. Доказано, что если такая группа 2-свободна, то она 3-свободна. Интересные результаты о *n*-свободных группах можно найти также в работах [5–8].

В данной работе анонсирован следующий результат.

Теорема. Пусть группа G имеет представление:

$$G=\text{гр}(a, x_1, \dots ,x_s; [a,x_1][a,x_2] \dots [a,x_n]) \ (n > 6).$$

Если t_1, t_2, t_3 – любые элементы группы G, то подгруппа $G'\text{гр}(t_1, t_2, t_3)^G$ – локально свободная группа.

Следствие. Группа

$$G=\text{гр}(a, x_1, \dots ,x_s; [a,x_1][a,x_2] \dots [a,x_n]) \ (n > 6)$$

является 3-свободной группой.

Библиографический список

1. Griffiths H.B. The fundamental group of a surface, and theorem of Shreier // Acta Math. - 1963. - V.110. P. 1 - 17.

2. Baumslag B. Generalized free products whose two-generator subgroups are free // J. London Math. Soc. - 1968. - V. 43. - P. 601-606.

3. Baumslag G, Shalen P.B. Groups whose three-generator subgroups are free // Bull. Austral. Math. Soc. - 1989. - V.40, № 2. - P. 163 - 174.

4. Fine B., Gaglione A.M., Myasnikov A., Rosenberger G., Spellman D. A Classification of Fully Residually Free Groups of Rank Three or Less // Journal of Algebra. - 1998. - V. 200, № 2. P. 571 - 605.

5. Fine B., Rohl F., Rosenberger G. On HNN groups whose three-generator subgroups are free Infinite Groups and Group Rings, World Scientific, Singapore (1993), 13–37.

6. Fine B., Gaglione A., Rosenberger G., Spellman D. n-free groups and questions about universally free groups // in Proceedings, Groups, St. Andrews \ Galway, 1993, London Math. Soc. Lecture Note Series, V. 211. P. 191 - 204, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 1995.

7. Remeslennikov V.N. ∃-free groups and groups with a length function // Contemp. Math. - 1995. - V. 184. P. 354 - 376.

8. Bumagin I. On small cancellation k-generated groups with (k-1)-generated subgroups all free // International Journal of Algebra and Computation. - 2001. - V. 11, № 5. P. 507 - 524.