(1), применённая для w и w', влечёт $v = w$. Тем самым для любого слова z выполнено равенство $R(z) = p(z)z$, где $p(z)$ – некоторый ненулевый скаляр. Определим $a_i = p(x_i)$. Далее индукцией по длине слова w доказываем, что $R(w) = r(w,a_1,\ldots,a_n)w$ для любого слова w.

Библиографический список

1. Gubarev V. Monomial Rota-Baxter operators on free commutative non-unital algebra // Siberian Electron. Math. Rep. – 2020. – №17. – P. 1052–1063.
2. Gubarev V. Rota-Baxter operators on unital algebras // Mosc. Math. J. – 2021. – №21(2). – P. 325–364.
3. Guo L. An Introduction to Rota-Baxter Algebra. – Beijing, China: Higher education press, 2012. – 223 p.
4. Yu H. Classification of monomial Rota-Baxter operators on k[x] // J. Algebra Appl. – 2016. – №15. – 1650087 (16 p.).
5. Zheng S., Guo L., Rosenkranz M. Rota-Baxter operators on the polynomial algebras, integration and averaging operators // Pacific J. Math. – 2015. – №275(2). – P. 481–507.

УДК 512.552.4

Коммутативность ассоциативных колец с автоморфизмами

Е.С. Заботина, А.В. Кислицин

Алтайский государственный педагогический университет, г. Барнаул

В статье приводятся условия коммутативности для ассоциативных колец с автоморфизмами.

Ключевые слова: ассоциативное кольцо, автоморфизм, теоремы коммутативности.

Пусть R обозначает ассоциативное кольцо с единицей, Cent$R$ – его центр, т.е. множество элементов R, перестановочных со всеми остальными элементами R. Очевидно, что Cent$R$ – подкольцо R.

Основываясь на результатах Джекобсона, Херстейна, МакХэйла, Томинаги [1], Мохаррам Хан выдвинул гипотезу: пусть R – ассоциативное кольцо с единицей, f и g – автоморфизмы R, $n > 1$ –

фиксированное целое; если $f(x^{n+1}) \pm g(x^n) \in \mathrm{Cent}R$ для всех $x \in R$, то R коммутативно. В [1] справедливость гипотезы доказана при $n = 2, 3, 4$.

В работе [2, 3] удалось получить положительный ответ на эту гипотезу при $n = 7, 8$, а также при отсутствии в кольце 2-кручения.

В настоящей работе, исследован вопрос коммутативности кольца R, удовлетворяющего условию $\alpha(x^n) + \beta(x^m) \in \mathrm{Cent}R$, α, β – автоморфизмы R, n, m – фиксированные целые, причем $n, m > 1$ и $n \neq m + 1$. Доказана коммутативность кольца с указанным условием для небольших значений n и m, а также при ограничениях на кручение.

Теорема 1. Пусть R – ассоциативное кольцо с $1, \alpha$, β – автоморфизмы R для всех $x \in R$ выполняется условие $\alpha(x^4) + \beta(x^2) \in \mathrm{Cent}R$. Тогда R коммутативно.

Теорема 2. Пусть R – ассоциативное кольцо с $1, \alpha$, β – автоморфизмы R для всех $x \in R$ выполняется условие $\alpha(x^6) + \beta(x^3) \in \mathrm{Cent}\,R$, причем кольцо R без 6-кручения. Тогда R коммутативно.

Библиографический список

1. Khan, M.A. Commutativity of rings with constraints on pair of automorphisms / M.A. Khan // Advances in Theoretical and Appleid Mathematics. – 2006. №2, v. 1. – 119-126.

2. Кислицин, А.В. О гипотезе Мохаррама Хана / А.В. Кислицин // МАК-2008: материалы XI региональной конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. Ун-та, 2008. – С. 11–12.

3. Кислицин, А.В. О коммутативности ассоциативных колец, удовлетворяющих тождествам / А.В. Кислицин, Ю.Н. Мальцев // Известия Алтайского государственного университета. – 2009. – №1(61). – С. 50-53.

УДК 512.55

О сжатых графах делителей нуля конечных коммутативных локальных колец

Е.В. Журавлев, О.А. Филина

АлтГУ, г. Барнаул

Пусть S – коммутативная полугруппа с нулем, $x \in S$, $\mathrm{Ann}(x) = \{y \in S \mid xy = 0\}$. Введем на S отношение эквивалентности: