Библиографический список

1. Tarski A. Equationally complete rings and relation algebras // Proc. Konninkl. Akad. Wetensch. 1956. Vol. 59. 1, pp. 39–46.

2. Кислицин А.В. Описание минимальных ненулевых L-многообразиях векторных пространств над полем GF(2) [Электронный ресурс] // Тезисы докладов межд. конференции «Мальцевские чтения». 2019. С. 192. Режим доступа: http://www.math.nsc.ru/conference/malmeet/20/maltsev20.pdf

УДК 512.54.01

Классы Леви квазимногообразий нильпотентных ступени не выше двух групп экспоненты p^s с коммутантом экспоненты p

***В.В. Лодейщикова*[1]*, С.А. Шахова*[2]**

[1]*Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова,* [2]*Алтайский государственный университет, г. Барнаул*

В работе изучаются классы Леви квазимногообразий, "близких" к квазимногообразию qH^{p^s}, среди которых удалось обнаружить континуум различных квазимногообразий, класс Леви каждого из которых совпадает с $L(qH^{p^s})$.

Ключевые слова: *квазимногообразие, класс Леви, нильпотентная группа*.

Классом Леви, порождённым классом групп M, называется класс $L(M)$ всех групп, в которых нормальное замыкание каждого элемента принадлежит M.

Пусть K^{p^s} – квазимногообразие 2-ступенно нильпотентных групп экспоненты p^s с коммутантом экспоненты p, в которых элементы порядков меньших p^s содержатся в центре группы, а N^{p^s} – подквазимногообразие квазимногообразия K^{p^s}, состоящее из всех групп, в которых невозможно извлечение корня p-й степени из произвольного неединичного коммутатора, где p – простое число, $p \neq 2, s \geq 2$ и $s > 2$ при $p = 3$.

В работе описаны классы Леви $L(K^{p^s})$ и $L(N^{p^s})$. Установлено, что $L(N^{p^s}) = K$ для произвольного неабелева подквазимногообразия K квазимногообразия N^{p^s} и доказано существование континуума таких подквазимногообразий.

Класс $L(M)$, состоящий из всех групп G, в которых нормальное замыкание $(a)^G$ каждого элемента $a \in G$ принадлежит классу групп M, называется классом Леви класса групп M.

Классы Леви квазимногообразий нильпотентных групп исследовались в работах [1–8]. В работах [4–7] описаны классы Леви почти абелевых квазимногообразий нильпотентных групп. Одним из таких квазимногообразий является квазимногообразие qH^{p^s}, порождённое группой H^{p^s}, имеющей в многообразии нильпотентных ступени ≤ 2 групп следующее представление:

$$H^{p^s} = gr(x, y \| x^{p^s} = y^{p^s} = [x, y]^p = 1),$$

где p – простое, s — натуральное число, $p \neq 2, s \geq 2$.

В [8] доказано, что класс Леви $L(qH^{p^s})$ конечно аксиоматизируем, т.е. может быть задан конечной системой квазитождеств. В настоящей работе изучаются классы Леви квазимногообразий, "близких" к квазимногообразию qH^{p^s}. Среди них удалось обнаружить континуум различных квазимногообразий, класс Леви каждого из которых совпадает с $L(qH^{p^s})$.

Пусть p – простое, s – натуральное число, $p \neq 2, s \geq 2$, и $s > 2$ при $p = 3$. Введём обозначения, опустив кванторы всеобщности в записи тождеств и квазитождеств:

K^{p^s} – квазимногообразие, заданное в классе всех групп формулами:

$$x^{p^s} = 1, \ [x, y]^p = 1, \quad x^{p^{s-1}} = 1 \to [x, y] = 1;$$

N^{p^s} – квазимногообразие, определённое в K^{p^s} квазитождеством:

$$x^p = [y, z] \to [y, z] = 1;$$

R^{p^s} – квазимногообразие, заданное в многообразии нильпотентных ступени ≤ 3 групп экспоненты p^s формулами:

$$[x, y, x]^p = 1, \quad [x, y]^{p^{s-1}} = 1 \to [x, y, x] = 1;$$

M^{p^s} – квазимногообразие, определённое в R^{p^s} при $p \neq 3$ квазитождеством: $[x, z]^p = [x, y, x] \to [x, y, x] = 1$, а при $p = 3$ квазитождествами:

$$[x, z]^3 = [x, y, x] \to [x, y, x] = 1, \quad x^{3^{s-1}}[x, z]^3 = [x, y, x] \to [x, y, x] = 1.$$

Верны следующие теоремы.

Теорема 1. $L\left(K^{p^s}\right) = R^{p^s}$.

Теорема 2. Для любого неабелева подквазимногообразия K квазимногообразия N^{p^s} выполнено $L(K) = M^{p^s}$, причём существует континуум таких подквазимногообразий.

Библиографический список

1. Будкин А.И. Квазимногообразия Леви // Сиб. матем. журн. – 1999. – №2 (10). – С. 266–270.

2. Будкин А.И. О классах Леви, порождённых нильпотентными группами // Алгебра и логика. – 2000. – №6 (39). – С. 635–647.

3. Будкин А.И., Таранина Л.В. О квазимногообразиях Леви, порождённых нильпотентными группами // Сиб. матем. журн. – 2000. – №2 (41). – С. 270–277.

4. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви, порождённых нильпотентными группами // Изв. Алт. гос. ун-та. – 2009. – №1 (61). – С. 26–29.

5. Лодейщикова В.В. О классах Леви, порождённых нильпотентными группами // Сиб. матем. журн. – 2010. – №6 (51). – С. 1359–1366.

6. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты p^s // Алгебра и логика. – 2011. – №1 (50). – С. 26–41.

7. Лодейщикова В.В. О классе Леви, порождённом квазимногообразием нильпотентных групп // Алгебра и логика. – 2019. – №4 (58). – С. 327–336.

8. Шахова С.А. Об аксиоматическом ранге классов Леви // Алгебра и логика. – 2018. – №5 (57). – С. 587–600.

УДК 512.552.4

Коммутативность колец, удовлетворяющих некоторому коммутативному тождеству

Ю.А. Павлюк

АлтГПУ, г. Барнаул

Статья посвящена исследованию ассоциативных колец, удовлетворяющих некоторым тождествам на коммутативность.

Ключевые слова: *кольцо, коммутатор, коммутативность, тождество.*