6. Кириллова Н.Е., Минушкина Л.С. О дискретизации фазовых портретов динамических систем // Вестник Алтайского Государственного Университета – 2019. – № 4 (108). – С. 82–85.

7. Golubyatnikov V.P., Gradov V.S. On non-uniqueness of a cycles in some PL circular gene networks models // Siberian Advances in Mathematics – 2021. – V.31, № 1. – P. 1–12.

УДК 517.954

Задача Дирихле для листа Мёбиуса

***В.П. Голубятников*[1,2]**

[1]*Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН, г. Новосибирск;* [2]*НГУ, г. Новосибирск*

В статье рассматривается решение задачи Дирихле для листа Мёбиуса.

Ключевые слова: *задача Дирихле, лист Мёбиуса.*

Рассмотрим лист Мёбиуса $\boldsymbol{M}$ со стандартной плоской евклидовой метрикой. $\boldsymbol{M} = [0,\pi]\times[-1,+1]$: $0 \le\varphi\le \pi$; $-1\le p\le+1$; с отождествлением по изометрии $(0,p)\equiv(\pi, -p)$. Границу $\partial\boldsymbol{M}$ будем отождествлять с окружностью, параметризованной углом ψ, $0 \le \psi \le 2\pi$. Метрика на $\boldsymbol{M}$ локально евклидова, поэтому дифференциальный оператор Лапласа можно представить в виде $\Delta = \partial^2/\partial\varphi^2+\partial^2/\partial p^2$.

Будем решать на многообразии $\boldsymbol{M}$ задачу Дирихле: найти такую функцию $u =u(\varphi,p)$, что $\Delta u=0$; $u(\varphi,+1)=f(\varphi)$; $u(\varphi, -1)=f(\varphi+ \pi)$.

Обозначим через f^+ и f^- чётную и нечётную части граничных условий:

$f^+(\varphi) = [f(\varphi)+ f(\varphi+ \pi)]/2 = f^+(\varphi+ \pi)$; $f^-(\varphi) = [f(\varphi) - f(\varphi+ \pi)]/2 = - f^-(\varphi+ \pi)$;

эти функции разлагаются в ряды Фурье следующим образом:

$$f^+(\varphi) = a_0 + \sum [a_{2m} \cos 2m\varphi + b_{2m} \sin 2m\varphi]; \qquad (1)$$

$$f^-(\varphi) = \sum [a_{2m+1} \cos (2m+1)\varphi + b_{2m+1} \sin (2m+1)\varphi]. \qquad (2)$$

Здесь и далее все суммирования производятся от m=1 до ∞.

Решение $u^+(\varphi,p)$ задачи Дирихле с чётными граничными условиями $f^+(\varphi)$ ищем в виде суперпозиций $u^+(\varphi,p) = A^+(\varphi)\cdot B^+(p)$. В уравнении $\Delta u^+=0$ переменные разделяются: $\partial^2 A^+/\partial \varphi^2 + \lambda^2 A^+=0$; $\partial^2 B^+/\partial p^2 = \lambda^2 B^+$.

Из чётности f^+ и её 2π-периодичности следует, что $\lambda=\pm 2m$ – целое чётное число. Тогда $u^+(\varphi,p)$ представляется в виде сумм произведений:

$$A_{2m}(\varphi)=C_{2m}\cos 2m\varphi + D_{2m}\sin 2m\varphi;\quad B_{2m}(p)=\exp(2mp)+\exp(-2mp),$$

и с точностью до множителей $[\exp(2m) + \exp(-2m)]$ постоянные C_{2m} и D_{2m} совпадают с коэффициентами Фурье в (1), и

$$u^+(\varphi,p) = \sum A_{2m}(\varphi)\cdot B_{2m}(p).$$

Аналогично конструируется и решение задачи Дирихле с нечётными начальными данными: $u^-(\varphi,p) = \sum A_{2m+1}(\varphi) \cdot B_{2m+1}(p)$. Здесь

$$A_{2m+1}(\varphi)= \mathrm{C}_{2\mathrm{m}+1}\cos(2m+1)\varphi+D_{2m+1}\sin(2m+1)\varphi,$$

$$B_{2m+1}(p)=\exp((2m+1)p) - \exp(-(2m+1)p),$$

и постоянные $\mathrm{C}_{2\mathrm{m}+1}$, D_{2m+1} с точностью до множителей

$$[\exp(2m+1)-\exp(-2m-1)]$$

совпадают с коэффициентами Фурье в (2).

Теорема. Для любых граничных условий $f(\psi)$, совпадающих со своим рядом Фурье, задача Дирихле для листа Мёбиуса имеет решение.

В классической задаче Дирихле для областей в евклидовых пространствах известен Принцип Максимума: максимум и минимум гармонической функции достигается на границе, см., например [1].

В рассматриваемом нами варианте такой задачи это утверждение нами пока не установлено, поэтому вопросы единственности решения и его непрерывной зависимости от граничных условий остаются пока открытыми.

Библиографический список

1. Годунов С.К. Уравнения Математической Физики. – М.: Наука, 1979. – 392 с.

УДК 519.67

Задача об охране картинной галереи в случае ортогонального многоугольника

***А.В. Гринкевич*[1], *Д.Н. Оскорбин*[2]**

АлтГУ, г. Барнаул

Статья посвящена исследованию задачи об охране картинной галереи, когда план ее интерьера представлен в виде ортогонального