else это шестиугольная область, в ней есть рефлективная вершина, и охранник устанавливается в нее.

Библиографический список

1. O'Rourke, Joseph. Art Gallery Theorems and Algorithms // Oxford University Press. – 1987.

2. A. Lubiw. Decomposing polygonal regions into convex quadrilaterals // Proc. 1st ACM Symposium on Computational Geometry. – 1985. – C. 97–106.

3. J. Kahn, M. Klawe, D. Kleitman. Traditional galleries require fewer watchmen // SIAM J. Alg. Disc. Meth. – 1983. – T. 4, вып. 2. – C. 194–206.

4. J. R. Sack, G. T. Toussaint. Guard placement in rectilinear polygons // Computational Morphology / Toussaint G. T. – North-Holland, 1988. – C. 153–176.

5. O'Rourke, Joseph. An alternate proof of the rectilinear art gallery theorem // Journal of Geometry, vol. 21. – 1983. – C. 119–130.

УДК 514.74

К структуре линейной геометрии метрического пространства разбиений конечного множества

С.В. Дронов

Алтайский государственный университет, г. Барнаул

Рассмотрен один из аспектов задачи оценивания степени различий двух и более разбиений конечного множества на дизъюнктные части. В специальной кластерной метрике, введенной на семействе всех таких разбиений, изучена структура кратчайших маршрутов между двумя разбиениями. Предложен алгоритм построения таких маршрутов.

Ключевые слова: *разбиения конечного множества, кластерная метрика, отрезок в метрике, алгоритм выбора разбиений*

Задача классификации или разбиения изучаемого множества объектов на дизъюнктные части становится в современных условиях все более востребованной. Ярчайшей иллюстрацией этого является, например, таргетирование рекламных продуктов, классификация тех или иных товаров по признакам повышенного спроса среди определенных групп населения, задача дифференциальной диагностики в медицине и многие другие. При этом современная математика предлагает широкий спектр способов произведения подобных разбиений, в связи с чем возникает потребность в определении степени их «похожести», что в перспективе даже может привести к возникновению классификации самих алгоритмов классификации.

Для сравнения степени близости различных разбиений обычно вводят метрику или расстояние на их семействе. В работах [1–3] описаны некоторые подобные метрики, а в [4] предложены вероятностные интерпретации различных таких метрик и предложена общая схема построения метрик на семействе всех разбиений конечного множества.

В настоящей работе изучается метрическое пространство Ξ разбиений конечного множества в специальной метрике d, введенной в [5]. Оказывается, если отождествить каждое из возможных разбиений с точкой, то на семействе всех этих точек можно ввести понятие, подобное понятию отрезка прямой. Ясно однако, что такой отрезок будет состоять лишь из конечного числа точек. Основной задачей настоящей работы является создание алгоритма, позволяющего перебирать последовательные точки отрезка с концами в заданных разбиениях.

Перейдем к более аккуратным формулировкам.

Пусть $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ – два разбиения одного и того же множества U. Следуя [6], будем называть набор всех разбиений $\mathbf{C}$ этого множества таких, что

$$d(\mathbf{A},\mathbf{C})+d(\mathbf{C},\mathbf{B})=d(\mathbf{A},\mathbf{B})$$

отрезком [$\mathbf{A}$; $\mathbf{B}$] семейства разбиений Ξ.

Понятно, что поэлементное объединение и поэлементное пересечение разбиений $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$, которое мы обозначим $\mathbf{AB}$, определяют некоторые новые разбиения. Они в естественном порядке по включению являются их верхней и, соответственно, нижней гранью. Тем самым, Ξ является решеткой в этом частичном порядке. В [6] был получен ряд результатов относительно метрического пространства $\langle \Xi, d \rangle$, часть которых мы переформулируем здесь в виде двух теорем.

Теорема 1. *Пусть* $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ *– два произвольных разбиения* U. *Разбиение* $\mathbf{C}$ *лежит на отрезке* [$\mathbf{A}$; $\mathbf{B}$] *тогда и только тогда, когда*

$$\mathbf{AB}\subset\mathbf{C}\subset\mathbf{A} \quad \text{или} \quad \mathbf{AB}\subset\mathbf{C}\subset\mathbf{B}.$$

Каждое из разбиений составлено из дизъюнктных подмножеств основного конечного множества. Будем называть эти подмножества частями рассматриваемого разбиения.

Теорема 2. *В пространстве* $\langle \Xi, d \rangle$ *ближайшее к* $\mathbf{C}$ *разбиение* $\mathbf{A}$ *с условием* $\mathbf{A}\supset\mathbf{C}$ *образуется объединением двух частей* $\mathbf{C}$, *имеющих минимальные количества элементов.*

Перейдем к описанию алгоритмов. Зададим разбиения таблицами $n \times 2$, где в первом столбце перечислены элементы основного множества, а во втором указан номер той части разбиения, к которой относится элемент. Соответствующий номер части в разбиении, например, **A**, в которой лежит *x*, условимся обозначать $N_{\mathbf{A}}(x)$.

Алгоритм проверки включения разбиений

Шаг 0. Копируем таблицу элементов, задающую **A**, в два столбца текущей рабочей таблицы Т $n \times 3$. Третий столбец Т заполняем элементами $N_{\mathbf{B}}(x), x \in U$. Ответ по умолчанию задаем «ДА». К шагу 1.

Шаг 1. Примем первый из имеющихся на данный момент в первом столбце таблицы Т элементов за рабочий элемент *x*. К шагу 2.

Шаг 2. Есть ли в Т элементы, следующие за рабочим? Если да – к шагу 3. Иначе – выход из алгоритма.

Шаг 3. Примем следующий в первом столбце элемент Т за *z*. Если $N_{\mathbf{A}}(z) \neq N_{\mathbf{A}}(x)$, то к шагу 5, иначе к шагу 4.

Шаг 4. Если $N_{\mathbf{B}}(z) \neq N_{\mathbf{B}}(x)$, то выход из алгоритма с ответом «НЕТ». Иначе удаляем строку Т, связанную с элементом *x*. Объявляем элемент *z* рабочим и принимаем его за *x*. К шагу 5.

Шаг 5. Есть ли еще элементы, следующие за рабочим, в Т? Если да – к шагу 3, иначе к шагу 6.

Шаг 6. Удаляем из Т элемент *x* и связанную с ним строку. Остались ли еще элементы в Т? Если да, к шагу 1. Иначе – выход из алгоритма.

Этот алгоритм удаляет из таблицы, задающей оба разбиения сразу, те строки, в которых одинаковы два последних элемента или те, которые в этом смысле уникальны. Если удалятся все строки, разбиение **A** вложено в **B**. Применив алгоритм дважды с переменой мест исходных разбиений, можно проверить, верно ли, что $\mathbf{A} = \mathbf{B}$.

Допустим, что имеются вложенные разбиения $\mathbf{C} \subset \mathbf{A}$. Следующий алгоритм генерирует список M последовательных разбиений кратчайшего маршрута из **C** в **A** в соответствии с теоремой 2.

Алгоритм построения последовательного маршрута из **C** *в* **A**

Шаг 0. Создадим список M и поместим в него разбиение **C**.

Шаг 1. Не совпадают ли **C** и **A**? Если да – выход из алгоритма. Организуем пустой список номеров использованных частей разбиения **C**.

Шаг 2. Находим неиспользованную часть $C_j \in \mathbf{C}$, имеющую наименьшую длину, а также ту часть $A_k \in \mathbf{A}$, внутри которой она целиком содержится. Если $C_j = A_k$, то помечаем часть C_j как уже использованную и переходим к шагу 3. Иначе к шагу 4.

Шаг 3. Есть ли еще неиспользованные части? Если да – шаг 2, иначе – выход из алгоритма.

Шаг 4. Среди тех неиспользованных частей **C**, которые содержатся внутри найденной на предыдущем шаге части $A_k \in \mathbf{A}$, находим часть минимальной длины $C_i, C_i \neq C_j$.

Шаг 5. Объединяем C_i и C_j. Заменим **C** полученным таким образом разбиением, поместим новое разбиение в список M, и к шагу 1.

На выходе алгоритма список M будет содержать нужный маршрут.

Из теоремы 1 вытекает, что для построения аналогичного маршрута между двумя произвольными разбиениями **A**, **B** нужно применить последний алгоритм дважды – сначала для **AB** и **A**, потом для **AB** и **B**, а затем объединить полученные списки M.

Предложенные алгоритмы могут оказаться полезными также в издательском деле, где при оптимизации верстки текста и замены его фрагментов применяются метрики Левенштейна или Джаро [7–8].

Библиографический список

1. Kullback, S., Leibler, R.A. On information and sufficiency // Annals of Mathematical Statistics. – 1951. – 22 (1). – P. 79–86.

2. Яглом А.М., Яглом И.М. Вероятность и информация. М.: Главная редакция физ.-мат. литературы изд-ва Наука, 1973. – 513 с.

3. Cohen, W.W. A comparison of string distance metrics for name-matching tasks // KDD Workshop on Data Cleaning and Object Consolidation. – 2003. – Vol. 3. – P. 73–78.

4. Каграманян А.Г., Машталир В.П., Скляр Е.В., Шляхов В.В. Метрические свойства разбиений множеств произвольной природы // Доклады Национальн. академии наук Украины. – 2007. – № 6. – С. 35–39.

5. Дронов С.В. Одна кластерная метрика и устойчивость кластерных алгоритмов // Известия АлтГУ. – 2011. – Вып 1 / 2. – С. 32–35.

6. Дронов С.В. Кратчайшие маршруты семейства кластерных разбиений // Труды семинара по геометрии и математическому моделированию. – 2017. – № 3.– С. 4–12.

7. Левенштейн В.И. Двоичные коды с исправлением выпадений, вставок и замещений символов // ДАН СССР. – 1965. – Т. 163. – В.4. – С. 845–848.

8. Гасфилд Д. Строки, деревья и последовательности в алгоритмах.

Информатика и вычислительная биология. Невский Диалект БВХ-Петербург, 2003. – 654 с.

УДК 512.547.2

Построение таблицы характеров группы диэдра порядка 32

Л.В. Истомина
Южно-уральский государственный гуманитарно-педагогический университет, г.Челябинск

Аннотация: В статье рассматривается построение таблицы характеров группы диэдра D_{32}.
Ключевые слова: *порядок, таблицы характеров, группа дэдра*

В современной теории конечных групп наряду с абстрактными теоретико-групповыми методами исследования широко и плодотворно используются методы теории представлений. Теория представлений нашла своё применение в кристаллографии и квантовой механике.

Основной вклад в теорию представлений в середине 30-х годов внесли работы Р. Брауэра о модулярных представлениях конечных групп. Теория Брауэра имеет много приложений в теории конечных групп, устанавливает связи с теорией представлений алгебр и раскрывает фундаментальное значение теоретико-числовых вопросов в теории групп и теории представлений. При доказательстве теоремы о разрешимости групп нечетных порядков (Томпсон и Фейт) используется теория модулярных характеров Брауэра.

Теория представлений находит своё применение при описании строения групп обратимых элементов центров целочисленных групповых колец [1–2]. Теория групп и групповых колец служит теоретической основой для научно-исследовательских работ студентов [2] и реализации их проектной деятельности [3]. Фундаментальные знания теории групп необходимы в профессиональной деятельности учителя математики [4].

В данной статье рассмотрим построение таблицы характеров группы диэдра порядка 32.

Полная группа преобразований симметрии правильного n -угольника P_n называется *группой диэдра (диэдральной группой)* и обозначается символом D_n. Вращение $b = \begin{Vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{Vmatrix}$