

"Алгебра" / Современные проблемы науки и образования. 2019. № 5. С. 45.

5. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть III. Основные структуры: Учебник для вузов. – 2-е изд., исправл. – М.: Физико-математическая литература, 2001. – 272с.

6. Кэртис Ч., Райнер И. Теория представлений конечных групп и ассоциативных алгебр. – М.: Наука, 1969. – 668с.

УДК 519

Применение принципов выигрышной стратегии переключательной игры Шеннона

Н.И. Казанцева, А.Н. Гамова

*Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г.Чернышевского
г. Саратов*

Актуальность темы обусловлена столкновением интересов в различных сферах, так что на первое место выходит вопрос выбора оптимальной стратегии. В такой ситуации теория игр, имеющая в запасе достаточное количество методов, позволяет успешно решать подобные задачи оптимизации.

Ключевые слова: теория графов, переключательная игра Шеннона, игры на графах.

В середине прошлого века выдающийся американский математик, создатель теории информации, Клод Шеннон предложил схему перебора вариантов для шахматной программы, а также создал переключательную игру на графах, которая, в свою очередь, является математической моделью для исследования процесса принятия решений. В то же время, другой известный математик Дэвид Гейл создал свой аналог данной игры – Бридж-Ит, полем для которой также является граф. Обе эти игры относятся к играм типа гекс. Сам Гекс –это игра на ромбической доске, имеющей гексагональную сетку, который можно представить также как игру на графе [1].

Цель работы – практическая реализация применения принципов выигрышной стратегии переключательной игры Шеннона для игр типа гекс.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи: найти алгоритм приведения Бридж-Ит к переключательной игре

Шеннона; применить принципы алгоритма выигрышной стратегии переключательной игры Шеннона для игр Бридж-Ит и Гекс; создать программу, реализующую применение принципов выигрышной стратегии переключательной игры Шеннона для Бридж-Ит и Гекс; оценить эффективность реализованного алгоритма.

Переключательная игра Шеннона – это игра для двух игроков, полем для которой служит граф, удовлетворяющий двум простым условиям: из каждой вершины должно выходить не менее двух рёбер; между любыми двумя вершинами должен существовать путь по ребрам. Одного игрока назовем соединяющим (С-игроком), другого – режущим (Р-игроком). Цель соединяющего игрока – прочертить линию от вершины s к вершине t . Цель режущего – не позволить ему это сделать. При переключательной игре Шеннона на ребрах ход выполняется следующим образом: игрок выбирает одно произвольное ребро и закрашивает его своим цветом. Запрещается закрашивать ребро, уже закрашенное противником, на вершинах игроки должны выбирать вершины графа и закрашивать их своими цветами. Выигрывает соединяющий игрок, если ему удалось прочертить линию от вершины s к вершине t . Он проигрывает, если он не смог прочертить победную линию и не осталось ни одного не закрашенного ребра, способного привести его к победе. Тогда победа присуждается режущему игроку. Доказывается существование алгоритма определения победителя в переключательной игре Шеннона с полиномиальным ограничением пространства.

Игра Бридж-Ит: поле представляет собой совокупность двух симметричных нуль-графов разного цвета. Первый имеет $n \times (n+1)$ вершин в n строках и $(n+1)$ столбцах, второй – $(n+1) \times n$ вершин в $(n+1)$ строках и n столбцах. В нее также играют два игрока: один (Синий) соединяет синей линией синие точки; другой (Красный) – красной линией красные точки. Выигрывает тот, кто первым проведет линию, соединяющую две противоположные стороны своего цвета. Далее для данной игры доказано, что один из игроков имеет выигрышную стратегию.

Игра Гекс: Играют два игрока друг против друга на поле, имеющим форму ромба, составленного из правильных гексагонов – шестиугольников. Размер поля – $n \times n$. Пары противоположных сторон ромба называются «красными» и «синими». Шестиугольники, находящиеся в углах ромба, относятся к обеим сторонам. Один игрок (Синий) играет синими, другой (Красный) – красными. Игроки по очереди закрашивают по одному шестиугольнику поля в свой цвет.

Задача каждого – соединить «свою» пару сторон, закрасив цепь из шестиугольников своим цветом.

В заключительной части содержатся два подраздела, в первом из которых описывается выигрышная стратегия для переключательной игры Шеннона, основанная на теореме А. Лемана и лемме, используемой при ее доказательстве.

Теорема (Условие Лемана). В переключательной игре Шеннона на графе G с выделенными вершинами s и t выиграет соединяющий игрок тогда и только тогда, когда в исходном графе содержатся два непересекающихся по ребрам остовных дерева, содержащих путь из вершины s в вершину t [3].

Лемма. Пусть в исходном графе G есть два дерева A и B , удовлетворяющие условию Лемана. Пусть режущий игрок удалил ребро $a \in A$. Тогда соединяющий игрок может стянуть некоторое ребро $b \in B$ так, что в новом графе $(G \setminus a) * b$ либо вершины s и t слились, либо вновь найдутся два дерева A и B , удовлетворяющие условию Лемана [3]. Следуя данной лемме, можно вывести стратегию для соединяющего игрока. Главной целью соединяющего игрока является поддержание в графе двух деревьев, не имеющих общих ребер и содержащих вершины s и t , тем самым обеспечивая себе два варианта успешного хода для построения пути между s и t . Если такие два дерева имеются в изначальном графе, то данная стратегия будет работать. Если режущий игрок удаляет ребро в одном из деревьев, то соединяющий игрок следующим ходом должен стянуть ребро из другого дерева. Удаление ребра не из данных деревьев режущим игроком, не играет роли при выборе дерева для стягивания ребра соединяющим игроком. В конце концов, такие действия приведут к тому, что вершины s и t сольются, и таким образом, соединяющий игрок победит.

Также там описывается приведение игры Бридж-Ит к частному случаю переключательной игры Шеннона на ребрах. Представление игрока, делающего первый ход как соединяющего и применение для него стратегии, описанной выше. Для нахождения первого из остовных деревьев применяется поиск в глубину. Далее доказывается, что первый игрок, применяя описанную стратегию всегда будет выигрывать. Во втором подразделе описывается применение принципов выигрышной стратегии переключательной игры Шеннона для игры Гекс [2]. Для начала показывается переход к игре не на гексагонах, а на вершинах. Затем правила игры видоизменяются так, чтобы они были применимы для нового варианта игры в Гекс – как частного случая переключательной игры Шеннона на вершинах. Аналогично проделанному ранее в игре Бридж-Ит, закрасивание

Красным одной вершины будет равнозначно ее удалению из графа и всех, смежных с ней ребер, а закрашивание вершины Синим игроком – сжатию данной вершины, что означает ее удаление из исходного графа и построению новых ребер между каждой парой вершиной, смежных с закрашенной.

Следуя описанной в предыдущем разделе стратегии, для победы игроку необходимо постоянно поддерживать связность выделенных вершин, т.е. следить, чтобы было хотя бы два варианта стратегически выгодного хода, но дополнительно к этому, исходя из условий игры Гекс, игроку также необходимо отслеживать, чтобы с каждым его ходом связность графа для его противника нарушалась. Однако, для того, чтобы это работало, необходимо учесть особенности игры и ее отличия от Бридж-Ит (6 связанных с центральной вершин, вместо 4): учитывать при работе алгоритма некоторые шаблоны – паттерны.

Заключительный раздел включает в себя скриншоты графического интерфейса программы, на которых приводятся примеры реализованных партий с различными входными условиями, и некоторые выводы, исходя из результатов тестирования. Так, для Бридж-Ит подтвердилось, что первый игрок, совершая ход первым, всегда побеждает, а для игры Гекс было показано, что разработанная стратегия достаточно эффективна – 47 побед из 50 партий, что составляет 94%.

Библиографический список

1. Mansfield, R. StrategiesfortheShannonswitchinggame [Электронный ресурс] / R. Mansfield // CarnegieMellonUniversity [Электронный ресурс] – URL:<http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/academic/class/15859-01/www/notes/shannon>.

2.Игра в гекс [Электронный ресурс] //mathemlib.ru[Электронный ресурс] : Библиотека по математике. – URL: <http://mathemlib.ru/books/item/f00/s00/z0000043/st010.shtml>

3. Lehman, A. A solution of the Shannon Switching Game [Электронныйресурс] / A. Lehman // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics [Электронныйресурс] – URL: <https://epubs.siam.org/doi/abs/10.1137/0112059>
/journalCode=smjmap.1