УДК 514.765.2

Об инвариантных солитонах Риччи на трехмерных метрических группах Ли с полусимметрической связностью

***П.Н. Клепиков*[1], *Е.Д. Родионов*[1], *О.П. Хромова*[1]**
[1]*АлтГУ, г. Барнаул*

В работе исследованы инвариантные солитоны Риччи – важный подкласс в классе однородных солитонов Риччи. Получена классификация инвариантных солитонов Риччи на трехмерных группах Ли с левоинвариантной римановой метрикой и полусимметрической связностью, отличной от связности Леви–Чивиты.

Ключевые слова: *инвариантный солитион* Риччи, *трехмерные группы Ли, полусимметрическая связность.*

Солитоны Риччи представляют собой решение потока Риччи и являются естественным обобщением метрик Эйнштейна. В общем случае они исследовались многими математиками, что нашло отражение в обзорах Х.-Д. Цао, Р.М. Аройо – Р. Лафуэнте [1, 2].

Полусимметрические связности (или связности с векторным кручением) были введены Э. Картаном [3] и вмещают в себя связности Леви-Чивиты. Изучение многообразий и их свойств относительно указанных связностей проводилось К. Яно [4], И. Агриколой [5] и другими математиками.

В данной работе исследованы инвариантные солитоны Риччи – важный подкласс в классе однородных солитонов Риччи. Получена классификация инвариантных солитонов Риччи на трехмерных группах Ли с левоинвариантной римановой метрикой и полусимметрической связностью, отличной от связности Леви–Чивиты. В результате доказано существование нетривиальных инвариантных солитонов Риччи для некоторых классов нетривиальных полусимметрических связностей.

Пусть (M, g) – риманово многообразие, ∇^g – связность Леви-Чивиты, ∇– полусимметрическая связность, определяемая по формуле

$$\nabla_X Y = \nabla^g_X Y + g(X,Y)V - g(V,Y)X, \qquad (1)$$

где V – некоторое фиксированное векторное поле, X, Y – произвольные векторные поля.

Определим тензор кривизны R и тензор Риччи r связности ∇ соответственно равенствами:

$$R(X,Y)Z = [\nabla_Y, \nabla_X]Z + \nabla_{[X,Y]}Z,$$
$$r(X,Y) = \mathrm{tr}\,(Z \to R(X,Z)Y).$$

Метрика g полного риманова многообразия *(M, g)* называется солитоном Риччи, если она удовлетворяет уравнению

$$r = \Lambda g + L_P g, \qquad (2)$$

где r – тензор Риччи метрики g, $L_P -$ производная Ли метрики g по направлению полного дифференцируемого векторного поля P, константа $\Lambda \in \mathbb{R}$.

Если *M* = *G/H* – однородное пространство, то однородная риманова метрика, удовлетворяющая (2), называется однородным солитоном Риччи, а если *M* = *G* и поле *P* левоинвариантно – инвариантным солитоном Риччи. Более того, инвариантный солитон Риччи называется тривиальным, если $L_P g\,(Y,Z) = \tau \cdot g(Y,Z)$ для некоторого $\tau \in \mathbb{R}$, и любых *Y*, *Z* ∈ *LG*, где *LG* – алгебра Ли группы Ли *G*.

Полусимметрическая связность на римановом многообразии (M, g) называется тривиальной, если векторное поле V, определяющее эту связность, равно нулю.

Основным результатом работы является следующая теорема.

Теорема. *Пусть (G, g, ∇) – трехмерная группа Ли с левоинвариантной римановой метрикой g и полусимметрической связностью ∇, отличной от связности Леви-Чивиты. Тогда среди таких групп Ли существуют группы и полусимметрические связности на них, допускающие нетривиальные инвариантные солитоны Риччи.*

Замечание. Отметим, что ранее Л. Цербо в [6] доказано, что для любой конечномерной унимодулярной группы Ли с левоинваринтной римановой метрикой и связностью Леви-Чивиты все инвариантные солитоны Риччи тривиальны. В неунимодулярном случае до размерности четыре включительно П.Н. Клепиковым и Д.Н. Оскорбиным также установлено отсутствие нетривиальных инвариантных солитонов Риччи групп Ли с левоинваринтной римановой метрикой и связностью Леви-Чивиты [7].

Библиографический список

1. Cao H.-D. Recent progress on Ricci solitons, Advanced Lectures in Mathematics, 2010, vol. 11, pp. 1-38.

2. Arroyo R.M., Lafuente R. Homogeneous Ricci solitons in low dimensions // Int. Math. Res. Notices—2014.

3. Cartan E. Sur les varietes a connexion affine et la theorie de la relativite generalisee (deuxieme partie) // Ann. Ecole Norm. Sup. – 1925. – № 42. – P. 17–88.

4. Yano K. On semi-symmetric metric connection // Revue Roumame de Math. Pure et Appliquees. – 1970. – № 15. – P. 1579–1586.
5. Agricola I., Kraus M. Manifolds with vectorial torsion // Differential Geometry and its Applications. – 2016. – V. 46.
6. Cerbo L.F. Generic properties of homogeneous Ricci solitons // Adv. Geom. – 2014 – V.14(2). – P. 225–237.
7. Клепиков П.Н. Оскорбин Д.Н. Однородные инвариантные солитоны Риччи на четырехмерных группах Ли // Известия АлтГУ. – 2015. – № 1/2(85)

УДК 681.3

Практические разработки на базе клеточных автоматов

А.И. Латышева, А.Н.Гамова
Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
г. Саратов

Потребность в безопасном хранении паролей и в безопасной передаче сообщений только растёт. Оба направления криптографии можно основывать на теории клеточных автоматов. Если для вычисления хэш-кода пароля достаточно применять одномерные клеточные автоматы с их классическими 256 правилами развития, то для шифрования – двумерные. При анализе результатов работы программ было отмечено, что подбор правила развития клеточного автомата и количество раундов подсчёта хэш-кода рекомендуется основывать не на логине, а на соли. Так уменьшается вероятность подбора нужных данных для вычисления хэш-кода третьими лицами.

Ключевые слова: *клеточный автомат, хэш-код, логин, пароль, одномерный клеточный автомат, соль, правило развития клеточного автомата.*

Одномерный клеточный автомат представляет собой массив, состоящий из клеток, следующее состояние которых определяется её нынешним состоянием и нынешним состоянием её соседей или, другими словами, окрестностью клетки. Как правило, рассматривают одномерные клеточные автоматы с двумя состояниями. Всего существует 8 всевозможных комбинаций состояний клетки и её