

УДК 519.6

## Численная реализация модели процесса загрязнения атмосферы

*А. Қамбар<sup>1,2</sup>, С. Кумарбекулы<sup>2</sup>, М.Н. Мадияров<sup>1,2</sup>,  
Н.М. Оскорбин<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>АлтГУ, г. Барнаул, РФ, <sup>2</sup>ВКУ им. С. Аманжолова,  
г. Усть-Каменогорск, Казахстан*

Статья посвящена исследованию влияния на перенос веществ в атмосфере метеорологических условий, в том числе влияния ветрового режима и температурной стратификации нижнего слоя атмосферы. В работе используются уравнения пограничного слоя атмосферы, которые записываются в ортогональных криволинейных координатах. С помощью этих уравнений проведены численные расчеты переноса примесей вредных веществ в атмосфере промышленного города, с целью выявления мелкомасштабных стоячих вихрей воздушного потока, которые возникают при умеренных ветрах. В отличие от ранее рассмотренных работ здесь на боковых границах рассматриваемой области граничные условия ставятся вторым производным по нормали.

Представлены результаты численного расчета распространения загрязнения от медеплавильного комбината, полученные на основе реальных данных, при визуализации которых видно завихрение ветра под влиянием карьера образованного от добычи руды открытым способом.

**Ключевые слова:** *перенос веществ в атмосфере, уравнения пограничного слоя атмосферы, математическое моделирование, численные методы.*

Существенное влияние на перенос веществ в атмосфере оказывают метеорологические условия и в первую очередь ветровой режим и температурная стратификация нижнего слоя атмосферы.

Учет результатов исследований загрязнения атмосферы и климатических условий, определяющих рассеивание веществ в атмосфере, необходим также при государственном планировании мероприятий по охране атмосферного воздуха, составлении долгосрочных планов развития экономики, для рационального размещения жилых районов и предприятий, производственные отходы которых могут влиять на состояние атмосферы.

С целью предотвращения повышенного уровня загрязнения разрабатываются методы их краткосрочного прогноза. Такие работы выполняются с использованием для каждого физико-географического района климатологической информации о повторяемости неблагоприятных условий для рассеивания веществ в атмосфере.

Работы многих авторов посвящены моделированию климата и переноса и диффузии загрязняющих примесей – Берлянда М.Е., Марчука Г.И. [1], Пененко В.В., Алояна А.Е. [2], Каменецкого Е.С., Татарина Е.Г. Основу моделей микроклимата составляют уравнения пограничного слоя атмосферы (ПСА). Уравнения ПСА являются нелинейными и методы их решения имеют общие особенности с уравнениями гидродинамики. Для решения многомерных уравнений гидродинамики в сложных областях Смагулов Ш.С., Жумагулов Б.Т., Данаев Н.Т., Орунханов М.К., Темирбеков Н.М. предложили и математически обосновали новые экономичные методы решения соответствующих разностных уравнений.

В данной работе уравнения пограничного слоя атмосферы записываются в ортогональных криволинейных координатах. С помощью этих уравнений проведены численные расчеты переноса примесей вредных веществ в атмосфере промышленного города, с целью выявления мелкомасштабных стоячих вихрей воздушного потока, которые возникают при умеренных ветрах. В отличие от ранее рассмотренных работ здесь на боковых границах рассматриваемой области граничные условия ставятся вторым производным по нормали.

Основу рассматриваемой численной модели для города составляют пространственные негидростатические численные модели локальных атмосферных процессов и переноса примесей [1,2]:

$$\frac{\partial \varphi'}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \varphi' = -(1 - \alpha) \frac{\partial \pi}{\partial q} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_u \frac{\partial \varphi'}{\partial z} \right) + \Delta \varphi' + F, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial \varphi^i}{\partial q_i} = 0, \quad (2)$$

Здесь  $\Delta = \frac{\partial}{\partial x} \mu_1 \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu_2 \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \nu_u \frac{\partial}{\partial y}$ ;  $\vec{u}$  – вектор скорости ветра;

$$(\vec{u} \cdot \nabla) u = (u, v, \omega) \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z} \right) = u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial z}; \lambda, S -$$

параметры конвекции и стратификации;

$\mu_1, \mu_2$  – горизонтальные и  $\nu_u$  – вертикальные коэффициенты турбулентности для количества движения;

$\theta_x, \theta_y$  – горизонтальные градиенты фоновой потенциальной температуры;

$l = 2\bar{\omega} \sin \phi$  – параметр Кориолиса, которое обуславливается с вращением земли;  $\bar{\omega}$  – угловая скорость вращения Земли;  $\phi$  – ширина;  
 $z = z_1 - \delta(x, y)$ ,  $z_1$  – высота над уровнем моря,  
уравнение  $z_1 = \delta(x, y)$  описывает рельеф;  
 $\delta_x, \delta_y$  – производные по направлениям соответственно.

Система уравнений (1)–(2) для города решается со следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} u &= u^0, v = v^0, \omega = \omega^0, \theta = \theta^0 \text{ при } t = 0; \\ u &= f_u(t), v = f_v(t), \omega = 0, \theta = f_\theta(t) \text{ на боковых границах при } u_n < 0; \\ \frac{\partial^2 u_n}{\partial n^2} &= 0, \frac{\partial u_\tau}{\partial n} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0 \text{ на боковых границах при } u_n > 0; \\ \frac{\partial u}{\partial z} &= 0, \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \theta = 0, \omega = 0 \text{ при } z = H; \end{aligned} \quad (3)$$

$$h \frac{\partial u}{\partial z} = a_u u, h \frac{\partial v}{\partial z} = a_v v, \omega = 0, h \frac{\partial \theta}{\partial z} = a_\theta (\theta - \theta_0) \text{ при } z = h.$$

Здесь  $a_u = \frac{\Phi_u(\xi_h)}{f_u(\xi_h, \xi_0)}$ ,  $a_\theta = \frac{\Phi_\theta(\xi_h)}{f_\theta(\xi_h, \xi_0)}$ ;  $H$  – условная высота пограничного слоя атмосферы;  $u_n, u_\tau$  – величины скоростей: нормальной и касательной на боковые границы области. Соотношение  $u_n < 0$  определяет решение той части боковой границы, где воздушные массы вносятся в рассматриваемую область, а  $u_n > 0$  когда выносятся и условия  $u = f_u(t), v = f_v(t), \theta = f_\theta(t)$ , также условия в приземном слое атмосферы моделируют физический смысл происходящих процессов [3]. А остальные граничные условия требуют гладкости возмущений и выполнения уравнения неразрывности в окрестности границы интегрируемой области. Вторые производные нормали обеспечивают неизменности направлении и ускорении ветра на выходных границах.

В качестве физической области была рассмотрена территория окрестностей города Балхаш размером  $22 \cdot 10^3 \times 20 \cdot 10^3$  м<sup>2</sup> и высотой 2500 м, нижняя граница совпадает с рельефом местности. Во всей физической области построена ортогональная криволинейная сетка [4], которая с высотой выпрямляется и на верхней границе является плоскостью.

Для учета орографии местности перейдем от декартовой системы координат  $(x, y, z)$  в вычислительную область  $(\xi, \eta, \zeta)$ , обозначив через  $\xi = x, \eta = y, \zeta = z - \delta(x, y)$ , здесь  $\xi, \eta$  взаимно ортогональны и направлены вдоль рельефа, а  $\delta(x, y)$  – функция описывающая рельеф.

Тогда (1), (2) преобразуются в следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial \varphi'}{\partial \tau} + \xi_x \hat{u} \frac{\partial \varphi'}{\partial \xi} + \eta_y \hat{v} \frac{\partial \varphi'}{\partial \eta} + \zeta_z \hat{\omega} \frac{\partial \varphi'}{\partial \zeta} + (1 - \alpha) \left( \xi_x \frac{\partial \hat{\pi}}{\partial \xi} + \zeta_x \frac{\partial \hat{\pi}}{\partial \zeta} \right) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \mu_x \frac{\partial \varphi'}{\partial \xi} \right) \xi_x^2 + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \mu_y \frac{\partial \varphi'}{\partial \eta} \right) \eta_y^2 + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \nu \frac{\partial \varphi'}{\partial \zeta} \right) \zeta_z^2 + \Phi_{\varphi'} + F_{\varphi'} \quad (4)$$

$$\xi_x \frac{\partial \hat{u}}{\partial \xi} + \zeta_x \frac{\partial \hat{u}}{\partial \zeta} + \eta_y \frac{\partial \hat{v}}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial \hat{v}}{\partial \zeta} + \zeta_z \frac{\partial \hat{w}}{\partial \zeta} = 0 \quad (5)$$

Здесь

$$\varphi' = (\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{\theta}, \hat{\phi}); \alpha = (0, 0, 0, 1, 1);$$

$$\begin{aligned} \Phi_{\varphi'} = & -(\zeta_x \hat{u} + \zeta_y \hat{v}) \frac{\partial \varphi'}{\partial \zeta} + \mu_x \frac{\partial \varphi'}{\partial \xi} \xi_{xx} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \mu_x \frac{\partial \varphi'}{\partial \xi} \right) \xi_x \zeta_x + \mu_x \frac{\partial \varphi'}{\partial \zeta} \zeta_{xx} + \\ & + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \mu_x \frac{\partial \varphi'}{\partial \zeta} \right) \xi_x \zeta_x + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \mu_x \frac{\partial \varphi'}{\partial \zeta} \right) \zeta_x^2 + \mu_y \frac{\partial \varphi'}{\partial \eta} \eta_{yy} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \mu_y \frac{\partial \varphi'}{\partial \eta} \right) \eta_y \zeta_y + \\ & + \mu_y \frac{\partial \varphi'}{\partial \zeta} \zeta_{yy} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \mu_y \frac{\partial \varphi'}{\partial \zeta} \right) \eta_y \zeta_y + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \mu_y \frac{\partial \varphi'}{\partial \zeta} \right) \zeta_y^2 + \nu \frac{\partial \varphi'}{\partial \zeta} \zeta_{zz} \\ F_{\varphi'} = & (l\hat{v}, -l\hat{u}, l\hat{\theta}, -\hat{u} (S\zeta_x + \xi_x \hat{\theta}_\xi + \zeta_x \hat{\theta}_\zeta) - \hat{v} (S\zeta_y + \eta_y \hat{\theta}_\eta + \\ & \zeta_y \hat{\theta}_\zeta), f). \end{aligned}$$

При численной реализации систем уравнений (4)–(5) используется метод расщепления по физическим процессам. В первую очередь рассматриваются гидродинамические аспекты – взаимодействие воздушной массы с подстилающей поверхностью, формирование острова тепла и локальных циркуляций на фоне внешнего потока. На развитие атмосферных процессов в рассматриваемом промышленном городе, кроме природных факторов, влияет широкий спектр возмущений антропогенного происхождения. Чтобы учесть их суммарный эффект, в численной модели была заложена возможность изменения ее структуры в зависимости от характерных пространственно-временных масштабов антропогенных источников и исследуемых явлений. Затем на каждом временном шаге, используя решение мезометеорологической задачи, решается уравнение переноса примесей и диффузии.

Входной информацией комплекса прикладных программ являются физико-географические и климатические характеристики исследуемых объектов, рельеф, тип подстилающей поверхности, которые хранятся в базе данных.

На рисунке 2 представлены результаты численного расчета распространения загрязнения от медеплавильного комбината, полученная по результатам численных расчетов в котором видно завихрение ветра под влиянием карьера образованного от добычи руды открытым способом.

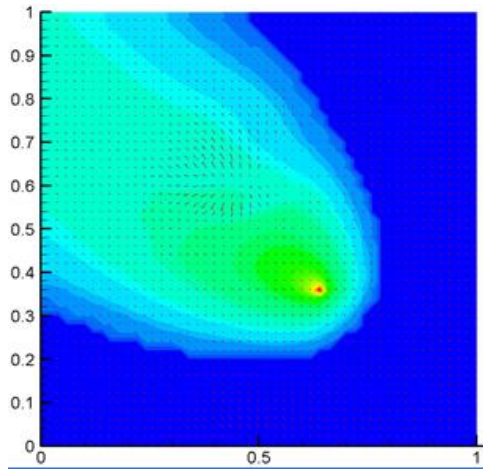


Рисунок 2. Результаты численного расчета распространения загрязнения

### Библиографический список

1. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука, 1982. 319 с.
2. Пененко В.В., Алоян А.Е. Модели и методы для задач охраны окружающей среды. – Новосибирск: Наука, 1985. 254 с.
3. Madiyarov M., Adikanova S., Malgazhdarov Y. A., Temirbekov N. M. Probabilistic statistical modeling of air pollution from vehicles // AIP Conf. Proc. 1880, 060017-1–060017-7; doi: 10.1063/1.5000671 Published by AIP Publishing. 978-0-7354-1560-7/\$30.00
4. Данаев Н.Т. Об одной возможности численного построения ортогональных сеток // Численные методы механики сплошной среды. – Новосибирск. 1983. Т.14. №3. С. 42-53.