



**СБОРНИК ТРУДОВ ВСЕРОССИЙСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

**Материалы молодежной прикладной
IT школы «Математическое моделирование в экологии,
агроэкологии
и природопользовании»**

Барнаул, 2016

АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГОРНО-АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АГРОФИЗИЧЕСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ



Часть I
СБОРНИК ТРУДОВ ВСЕРОССИЙСКОЙ
КОНФЕРЕНЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ

Алгебра и математическая логика
Геометрия и анализ
Дифференциальные уравнения
и математические модели
Информационные и вычислительные технологии
Математическое моделирование производственных, экономических
и социальных систем
Теория и методика профессионального образования

Часть II
Материалы молодежной прикладной
IT школы «Математическое моделирование
в экологии, агроэкологии и природопользовании»
Барнаул, 29 июня – 1 июля 2016



Барнаул

Издательство
Алтайского государственного
университета
2016

ББК 22.1я431
М 150

Главный редактор
профессор Н.М. Оскорбин

Редколлегия:

А.И. Будкин, А.В. Жариков, Г.В. Кравченко, А.Г. Петрова, Е.Д. Родионов,
А.Н. Саженов, Л.А. Хворова

М 150 МАК : «Математики – Алтайскому краю» : сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – 248 с.

Выпуск содержит статьи, в которых представлены основные результаты научных исследований преподавателей вузов, научных сотрудников, аспирантов, докторантов и студентов учебных заведений.

Сборник подготовлен на основе материалов, представленных на секциях: «Алгебра и математическая логика», «Геометрия и анализ», «Дифференциальные уравнения и математические модели», «Информационные и вычислительные технологии», «Математическое моделирование производственных, экономических и социальных систем», «Теория и методика профессионального образования» девятнадцатой всероссийской конференции по математике «МАК–2016» и 5-ой Молодежной прикладной IT школы «Математическое моделирование в экологии, агроэкологии и природопользовании». Тексты воспроизводятся с представленного авторами компьютерного набора.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Всероссийская научная конференция «Математики – Алтайскому краю» проводится ежегодно с 1998 года на базе факультета математики и информационных технологий (ФМиИТ) Алтайского государственного университета.

Основные цели конференции – развитие научной активности научно-ориентированной молодежи, привлечение ее к решению актуальных задач современной науки и практики через обучение современным методам исследования; сохранение и развитие научного потенциала Алтайского края и других регионов; интенсификация междисциплинарных исследований, повышение уровня информационного обмена; анализ и обобщение опыта научно-исследовательской работы в области перспективных и приоритетных направлений развития математики, прикладной математики, математической биологии и экологии, сельского хозяйства, математического моделирования и информационных технологий в социальных, экономических, экологических системах.

В рамках конференции сложилась политематическая структура научных исследований, охватывающая многие направления современной фундаментальной и прикладной науки, отражающая специфику ФМиИТ и университета в целом, как ведущих научных центров и центров классического университетского образования в регионе. Конференция «Математики – Алтайскому краю» выступает в качестве площадки для обсуждений новых научных направлений, апробации научных гипотез, является школой для молодых ученых, способствует привлечению талантливой молодежи к решению актуальных задач инновационного развития Алтайского края и Южно-Сибирского региона, подготовке высококвалифицированных кадров для Алтайского края.

На конференции ежегодно обсуждаются новые результаты в области математики, математического моделирования, теории и практики разработки информационных систем и технологий, теории и методики профессионального образования и их практическое применение к решению проблем Алтайского края в сфере науки, образования, экологии, агроэкологии и природопользования.

Формат проведения всероссийской конференции «Математики – Алтайскому краю» – открытые лекционные доклады, семинарские занятия с докладами ведущих ученых, творческие дискуссии по современным проблемам математики: алгебры, геометрии, дифференциальных уравнений, математического моделирования и информационных технологий.

Результаты исследований имеют теоретическое и прикладное значение и могут быть использованы широким кругом специалистов для дальнейшего развития алгебры, геометрии, теории дифференциальных уравнений, математического моделирования объектов науки и техники.

К участию в работе всероссийской конференции «Математики – Алтайскому краю (МАК-2016)» ежегодно приглашаются зарубежные ученые научных центров, молодые ученые и преподаватели университетов республики Казахстан (Восточно-Казахстанский государственный технический университет им. Д. Серикбаева, Западно-Казахстанский государственный университет им. М. Утемисова, Жезказганский университет им. О.А. Байконурова, Казахский национальный аграрный университет, Карагандинский государственный университет им. Е.А. Букетова), Киргизии (Кыргызско-российский славянский университет), а также Германии (Центр моделирования агроландшафтов ZALF (Мюнхенберг), Литвы (Клайпедский университет), США (Национальный центр здоровья (Бетесда)).

В работе конференции принимают участие представители научных направлений и научных центров, сотрудники и преподаватели ведущих вузов России и институтов РАН: республики Алтай (Горно-Алтайский государственный университет), Башкортостан (Башкирский государственный аграрный университет, Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфимский государственный университет экономики и сервиса), Хакасии (Хакасский государственный университет им. Н.Ф.Катанова), а также Красноярского края (Сибирский государственный технологический университет, Сибирский федеральный университет), Пермского края (Пермский национальный исследовательский университет, Федеральный научный центр медико-профилактических технологий управления рисками здоровью населения), Еврейской автономной области (Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН), Калининградской области (Балтийский федеральный университет им. И. Канта, НИИ прикладной информатики и математической геофизики, Калининградский государственный технический университет), Приморского края (Приморская государственная сельскохозяйственная академия, Институт земледелия и природообустройства), Хабаровский край, Курганская область, Забайкальский край (Забайкальский государственный университет), Ханты-Мансийский автономный округ (Нижневартовский государственный университет, Югорский государственный университета), Томская область (Томский государственный университет), Челябин-

ская область (Южно-Уральский государственный аграрный университет), Брянская область (Брянский государственный технический университет), Новосибирская область, Кемеровская область.

Состав конференции постоянно пополняется за счет студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых высших учебных заведений.

К достижениям конференции, как научного сообщества, можно отнести тот факт, что за эти годы более 80 ее участников стали кандидатами наук, 23 кандидата успешно защитили докторские диссертации. Большинство докторских и кандидатских диссертаций защищено в Алтайском государственном университете и вузах Алтайского края.

В рамках конференции «Математики – Алтайскому краю» родились и успешно реализуются совместные (межрегиональные) проекты и разработки в естественно-научных и научно-технических областях по Приоритетным направлениям развития науки, технологий в РФ, которые, безусловно, оказывают позитивное влияние на укрепление и развитие российской школы молодых ученых.

С 2012 года в рамках мероприятий конференции «Математики – Алтайскому краю» проводятся летние школы-семинары для студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых АлтГУ и других вузов Алтайского края по проблемам моделирования и разработки информационных систем и технологий в области экологии, агроэкологии и природопользования.

2012 г. – международная школа-семинар «Фундаментальные и прикладные исследования в математической экологии и агроэкологии» (совместно с Агрофизическим НИИ (г. Санкт-Петербург), в которой приняли участие представители Российской Федерации, Казахстана, Кыргызстана, Литвы, Германии, США.

Рассматривались вопросы оценки влияния возможных климатических изменений на сельское хозяйство (лекции лауреата нобелевской премии мира, заместителя директора ВНИИ сельскохозяйственной метеорологии (Обнинск, Россия) О.Д. Сиротенко «Изменения климата и будущее сельского хозяйства России (модели, методы прогнозирования, оценки неопределенностей)», ведущего научного сотрудника Центра моделирования агроландшафтов ZALF (Мюнхенберг, Германия) В. Миршеля «The major uncertainties in climate change impact assessment for agriculture».

Проблемы построения моделей в общей экологии и теории эволюции, математического описания процессов динамики популяций составили содержание лекционных докладов директора ИКАРП ДВО РАН (Биробиджан, Россия) члена-корреспондента РАН Е.Я. Фрисмана «Математическое моделирование при анализе и решении фундаментальных и прикладных задач общей биологии», ведущего научного сотрудника Национального центра здоровья (Бетесда, США) Г.П. Карева «Репликаторная динамика: методы решения уравнений и некоторые применения к моделям популяций и сообществ» и ведущего научного сотрудника Агрофизического НИИ (Санкт-Петербург, Россия) А.Г. Топажа «Принцип оптимальности в математической экологии».

Многие вопросы носили фундаментальный характер и отражали самые последние достижения соответствующих научных направлений.

В ходе работы семинара было заслушано свыше тридцати научных докладов сотрудников, молодых ученых и аспирантов, представляющих исследовательские коллективы различных регионов России и ближнего зарубежья (Киргизия, Казахстан). Образовательная программа школы-семинара представляла собой цикл открытых лекций по актуальным вопросам математической биологии и агроэкологии, прочитанных ведущими специалистами научных организаций России и мира.

2013 г. – школа-семинар «Методы и модели гидротермического режима почв».

2014 г. – междисциплинарная школа-семинар молодых исследователей АлтГУ «Математическая помощь 2x2».

2015 г. – междисциплинарная школа-семинар молодых исследователей «Качественное и имитационное моделирование в экологии, агроэкологии и природопользовании».

2016 г. – молодежная прикладная IT школа молодых исследователей «Математическое моделирование в экологии, агроэкологии и природопользовании», организованная в рамках реализации Программы развития деятельности студенческих объединений АлтГУ на 2016 г.

Участники конференции «Математики – Алтайскому краю» обладают высоким научным и инновационным потенциалом, значимыми научными разработками фундаментального и прикладного характера. Результаты деятельности многих из них получили признание в России и за рубежом.

В 2017 г. состоится юбилейная XX-я конференция по математике МАК-2017. Приглашаем преподавателей вузов, научных сотрудников, молодых ученых – студентов, магистрантов, аспирантов принять участие в юбилейной программе конференции!

Секция 1. АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

УДК 512.57

О доминионах нильпотентных групп

А.И. Будкин

АлтГУ, г. Барнаул

Квазимногообразие групп – это класс групп, определяемый специальными формулами, называемыми квазитождествами.

Пусть \mathcal{M} – произвольный класс групп. Для любой группы G из \mathcal{M} и её подгруппы H доминионом $\text{dom}_G(H)$ подгруппы H в группе G относительно класса \mathcal{M} (либо в \mathcal{M}) называется множество всех элементов из G , образы которых равны для каждой пары гомоморфизмов группы G в любую группу из \mathcal{M} , совпадающих на H . Несложно заметить, что $\text{dom}_G(-)$ является оператором замыкания на решетке подгрупп данной группы G , в том смысле, что он экстенсивный (доминион подгруппы H содержит H), идемпотентный (доминион доминиона подгруппы H равен доминиону H) и изотонный (если H – подгруппа группы B , то доминион H содержится в доминионе подгруппы B). Возникает понятие замкнутой подгруппы H в группе G (относительно класса \mathcal{M}). Представляется интересным и естественным исследование замкнутых подгрупп. Существует тесная связь между понятием доминиона и амальгамами. Целесообразность изучения доминионов в квазимногообразиях обосновывается в [1] тем, что, согласно [2], только квазимногообразия среди аксиоматизируемых классов обладает полной теорией определяющих соотношений, позволяющей определить свободное произведение с объединенной подгруппой.

Пусть H – подгруппа группы G , S – свободное произведение в данном квазимногообразии \mathcal{M} группы G на G с объединенной подгруппой H . Группа H называется замкнутой в G (относительно \mathcal{M}), если пересечение свободных сомножителей группы S совпадает с H . Группа H называется абсолютно замкнутой в классе \mathcal{M} , если она замкнута в каждой группе из \mathcal{M} , содержащей H . Группа H называется n -замкнутой в классе \mathcal{M} , если она замкнута в каждой группе G из \mathcal{M} , порожденной по модулю H n элементами.

Отметим, что доминионы подробно изучены в квазимногообразиях абелевых групп [3–6].

Исследованию доминионов в классе нильпотентных групп также посвящен цикл статей. Выделим из них [7, 8]. В последнее время целенаправленно ведется изучение доминионов метабелевых групп [9, 10, 11, 12]. Доминионы универсальных алгебр исследовались в [14, 15, 16].

В данной работе исследуются доминионы аддитивной группы Q рациональных чисел в группах из нильпотентных квазимногообразий степени не выше трех.

Обозначим через A группу, имеющую в классе \mathcal{N}_3 нильпотентных групп степени не более трех представление $A = \text{gr}(x, y \parallel [y, x, y] = 1)$, через F – свободную в \mathcal{N}_3 ранга 2 группу.

Теорема. Пусть \mathcal{M} – произвольное квазимногообразие нильпотентных групп без кручения степени не выше трех, не содержащее группу A , F из \mathcal{M} , Q – аддитивная группа рациональных чисел. Тогда группа Q 2-замкнута в \mathcal{M} .

Библиографический список

1. Budkin A.I. Dominions in Quasivarieties of Universal Algebras // *Studia Logica*. – 2004. – V. 78, №1/2. – P. 107–127.
2. А.И.Мальцев, 2. Мальцев А.И. Алгебраические системы. – М.: Наука, 1970.
3. Шахова С.А. О решетках доминионов в квазимногообразиях абелевых групп // *Алгебра и логика*. – 2005. – Т. 44, №2. – С. 238–251.
4. Шахова С.А. Условия дистрибутивности решёток доминионов в квазимногообразиях абелевых групп // *Алгебра и логика*. – 2006. – Т. 45, № 4. – С. 484–499.
5. Шахова С.А. Об одном свойстве операции пересечения в решетках доминионов квазимногообразий абелевых групп // *Известия АлтГУ*. – 2010. – Т. 65, № 1. – С. 41–43.
6. Шахова С.А. О существовании решетки доминионов в квазимногообразиях абелевых групп // *Известия АлтГУ*. – 2011. – Т. 69, № 1. – С. 31–33.
7. Magidin A. Dominions in varieties of nilpotent groups // *Comm. Algebra*. – 2000. – V. 28. – P. 1241–1270.
8. Шахова С.А. Абсолютно замкнутые группы в классе 2-ступенно нильпотентных групп без кручения // *Матем. заметки*. – 2015. – Т. 97, № 6. – С. 15–18.

9. Будкин А.И. О доминионах в квазимногообразиях метабелевых групп // Сиб. матем. ж. – 2010. – Т. 51, №3. – С. 498–505.
10. Будкин А.И. О доминионе полной подгруппы метабелевой группы // Известия АлтГУ. – 2010. – Т. 65, №2. – С. 15–19.
11. Будкин А.И. О доминионах абелевых подгрупп метабелевых групп // Алгебра и логика. – 2012. – Т. 51, № 5. – С. 608–622.
12. Будкин А.И. Об абсолютной замкнутости абелевых групп без кручения в классе метабелевых групп // Алгебра и логика. – 2014. – Т. 53, № 1. – С. 15–25.
13. Будкин А.И. О замкнутости локально циклической подгруппы в метабелевой группе // Сиб. матем. ж. – 2014. – Т. 55, № 6. – С. 1250–1278.
14. Будкин А.И. О доминионах конечных групп // Известия АлтГУ. – 2011. – Т. 69, № 2. – С. 15–18.
15. Будкин А.И. Доминионы универсальных алгебр и проективные свойства // Алгебра и логика. – 2008. – Т. 47, № 5. – С. 541–557.
16. Будкин А.И. Доминионы универсальных алгебр и проективные свойства // Алгебра и логика. – 2008. – Т. 47, №5. – С. 541–557.

УДК 512.57

2-квазимногообразия нильпотентных групп экспоненты 3

Д.В. Ильина
АлтГУ, г. Барнаул

С теорией квазимногообразий можно ознакомиться в [1–4]. Квазитождество вида $(\forall x_1) \dots (\forall x_n)(t_1(x_1, \dots, x_n) = 1) \rightarrow (t_2(x_1, \dots, x_n) = 1)$, где t_1, t_2 – групповые слова в алфавите x_1, \dots, x_n , называется полутожеством. Квазимногообразии групп, которое можно задать некоторой системой полутожеств, называется полумногообразием.

В [5] (см. также [1, с. 67–70]) была выявлена тесная связь между полумногообразиями и группами с одним определяющим соотношением. В [6] доказано, что квазимногообразии, порожденное всеми собственными полумногообразиями групп, не совпадает с классом всех групп.

В [7] изучаются полумногообразия, содержащиеся в квазимногообразии, заданном тождествами

$(\forall x)(\forall y)(\forall z)([x, y, z] = 1), (\forall x)(x^{p^s} = 1), (\forall x)(\forall y)([x, y]^p = 1)$, p – простое число. Установлена счетность множества этих полумногообразий. Кроме того, доказано, что множество полумногообразий, содержащихся в многообразии, заданном тождествами $(\forall x)(\forall y)(\forall z)([x, y, z] = 1), (\forall x)(\forall y)([x, y]^p = 1)$, где p – простое число, континуально.

Следующим шагом изучения квазитождеств является исследование 2-квазитождеств. 2-квазитождество – это формула вида

$(\forall x_1) \dots (\forall x_n)(t_1(x_1, \dots, x_n) = 1) \& (t_2(x_1, \dots, x_n) = 1) \rightarrow (t_3(x_1, \dots, x_n) = 1)$, где $t_1(x_1, \dots, x_n), t_2(x_1, \dots, x_n), t_3(x_1, \dots, x_n)$ – групповые слова в алфавите x_1, \dots, x_n . Квазимногообразии, заданное системой 2-квазитождеств, называется 2-квазимногообразием. Заметим, что многообразии и полумногообразии – это частный случай 2-квазимногообразий.

Квазитождество называется тривиальным в квазимногообразии K , если оно истинно в любой группе из K , либо истинно только в абелевых группах из K . Аксиоматический ранг квазимногообразия – это наименьшее число n такое, что данное квазимногообразие можно задать системой квазитождеств от n переменных.

2-квазитождества в многообразии, заданном тождествами $(\forall x)(\forall y)(\forall z)([x, y, z] = 1), (\forall x)(x^4 = 1), (\forall x)(\forall y)([x, y]^2 = 1)$, p – простое число, исследовались в [8, 9]. В [8] выделен список тривиальных 2-квазитождеств от 3 переменных, в [9] рассмотрен класс нетривиальных 2-квазитождеств от 3 переменных.

Через M будем обозначать многообразии групп, заданное тождествами: $(\forall x)(\forall y)(\forall z)([x, y, z] = 1, \forall x(x^3=1))$.

В [10], а также в [11] и [12], было доказано, что любое нетривиальное 2-квазимногообразие аксиоматического ранга 4 и 5, содержащиеся в M , является абелевым. Было установлено, что любое 2-квазитождество от n переменных, в левой части которого содержится некоммутаторное слово, является тривиальным.

Основным результатом данной работы является следующая теорема.

Теорема. Если при $6 < n < 100$ все собственные 2-квазимногообразия в M абелевы, тогда все 2-квазимногообразия в M абелевы.

Библиографический список

1. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: монография. – Барнаул, 2002.
2. Горбунов В. А. Алгебраическая теория квазимногообразий (Сибирская школа алгебры и логики). – Новосибирск: Науч. книга, 1999.
3. Мальцев А. И. Алгебраические системы. – М.: Наука, 1970.
4. Будкин А.И. Введение в теорию квазимногообразий групп : монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та. – 2014. – 156 с.
5. Будкин А.И., Горбунов В.А. К теории квазимногообразий алгебраических систем // Алгебра и логика. – 1975. – №2(14).
6. Будкин А.И. О фильтрах в решетке квазимногообразий групп // Известия АН СССР, серия математическая. – 1988. – №4(52).
7. Будкин А.И. О полумногообразиях нильпотентных групп // Алгебра и логика. – 2010. – №5(49). – С. 577–590.
8. Шефер М. В. О 2-квазитожествах в группах // Сборник трудов XVII региональной конференции по математике «МАК-2014». – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – 14–15 с.
9. Шефер, М. В. Об одном квазимногообразии 2–ступенно нильпотентных групп // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции, Барнаул, 20-24 ноября, 2015. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 605–607 с.
10. Ильина Д.В. Квазимногообразия 2-ступенно нильпотентных групп простой экспоненты // Труды молодых ученых Алтайского государственного университета: материалы Первой региональной молодежной конференции «Мой выбор – НАУКА!», XLI научной конференции студентов, магистрантов, аспирантов и учащихся лицейных классов. – Вып. 11. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та. – 2014. – С. 221–224.
11. Ильина Д.В. Квазимногообразия 2-ступенно нильпотентных групп простой экспоненты // Сборник трудов XVII региональной конференции по математике «МАК-2014», посвященной 40-летию факультета математики и информационных технологий. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 7.
12. Ильина Д.В. Квазимногообразия 2-ступенно нильпотентных групп аксиоматического ранга 5 экспоненты 3 // Сборник трудов XVIII всероссийской конференции по математике «МАК-2015». – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 9–10.

УДК 512.54

Квазимногообразия 2-ступенно нильпотентных групп аксиоматического ранга не выше четырех

А.А. Лебедев

АлтГУ, г. Барнаул

Зафиксируем квазимногообразие R . Условимся через $T_Q^n(M)$ обозначать множество всех квазитожеств от n переменных x_1, \dots, x_n , истинных в классе M . Пусть Σ – произвольное множество квазитожеств. Через $Mod_R(\Sigma)$ будем обозначать класс всех групп из R , в каждой из которых истинны все формулы из Σ .

Говорят, что *аксиоматический ранг* квазимногообразия M равен n относительно квазимногообразия R , если n наименьшее число для которого $M = Mod_R(T_Q^n(M))$. Если такого натурального числа n не существует, то, по определению, аксиоматический ранг квазимногообразия M относительно R равен ∞ .

Относительно теоретико-множественного включения квазимногообразия аксиоматического ранга не выше n образуют решетку, которую обозначим через $L_Q^n(M)$. Аксиоматические ранги квазимногообразий изучались многими авторами, см., например, в [1–5].

Пусть T — множество всех гомоморфизмов ψ группы G таких, что в группе $\psi(G)$ ложна формула $v = 1$ при подстановке $x_i \rightarrow \psi(x_i)$, $i = \overline{1, n}$ и $(G, v) = \{\psi(G) | \psi \in T\}$. Через $N(G, v)$ обозначим класс групп из M , в каждую из которых не вложима ни одна группа из (G, v) .

Возьмем многообразие M групп, рассмотренное ранее в [6], заданное тождествами

$$(\forall x)(x^3 = 1), \\ (\forall x)(\forall y)(\forall z)([x, y, z] = 1).$$

В работе изучались 4-порожденные группы из M , коммутант которых изоморфен Z_3 , либо $Z_3 \times Z_3 \times Z_3 \times Z_3 \times Z_3$, либо $Z_3 \times Z_3 \times Z_3 \times Z_3 \times Z_3 \times Z_3$ где Z_3 – циклическая группа порядка 3. Для послед-

них двух групп, используя теоремы из [1] было получено, что эти группы принадлежат квазимногообразию, порожденному свободной группой F_2 . Также, пользуясь результатами из [5], была доказана следующая

Теорема. Пусть G – 4-порожденная группа из квазимногообразия M с циклическим коммутантом, $G \in M$. Если квазимногообразие $N(G, \nu)$ имеет аксиоматический ранг 4, то оно определяется квазитождеством $\Phi = (\forall x_1)(\forall x_2)(\forall x_3)(\forall x_4)([x_4, x_3] = [x_2, x_1] \ \& \ [x_4, x_2] = 1 \ \& \ [x_4, x_1] = 1 \ \& \ [x_3, x_2] = 1 \ \& \ [x_3, x_1] = 1 \rightarrow [x_2, x_1] = 1)$.

Библиографический список

1. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2002. – 339 с.
2. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: учебное пособие. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 1992. – 59 с.
3. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия, содержащего свободную разрешимую группу // Матем. сб. – 1980. – Т. 112, №4. – С. 647–655.
4. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия правоупорядочиваемых групп // Алгебра и логика. – 1986. – Т. 25, №5. – С. 499–507.
5. Половникова Е.С. Об аксиоматическом ранге квазимногообразий // Сиб. матем. ж. – 1999. – Т. 40, №1. – С. 167–176.
6. Лебедев А.А. О квазимногообразиях групп аксиоматического ранга не выше трех // МАК-2015: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 11.

УДК 512.54

О классе Леви, порожденном почти абелевым квазимногообразием нильпотентных групп

В.В. Лодейщикова

АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

Для произвольного класса групп M обозначим через $L(M)$ класс всех групп G , в которых нормальное замыкание $(x)^G$ любого элемента x из G принадлежит M . Класс $L(M)$ групп будем называть классом Леви, порожденным M .

Классы Леви были введены в работе Л.К. Каппе [1] под влиянием работы Ф. Леви [2], в которой дана классификация групп с абелевыми нормальными замыканиями вида $(x)^G$. Р.Ф. Морсом [3] доказано, что если M – многообразие групп, то $L(M)$ также многообразие групп. Из работы А.И. Будкина [4] следует, что если M – квазимногообразие групп, то $L(M)$ также является квазимногообразием групп.

Как обычно, qK – квазимногообразие, порожденное классом групп K (пишем qG , если $K = G$). Обозначим через N_c – многообразие nilпотентных групп степени не выше c , через $F_n(M)$ – свободную группу ранга n в квазимногообразии M .

А.И. Будкин [4] доказал, что если K – произвольное множество nilпотентных групп степени 2 без элементов порядков 2 и 5, и в каждой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего центру этой группы, является абелевой подгруппой, то $L(qK) \subseteq N_3$. В действительности, в доказательстве этого результата отсутствие элементов порядка 5 нужно было только для установления того, что всякая 3-порожденная группа из $L(qK)$ nilпотентна класса ≤ 4 , поэтому в работе А.И. Будкина и Л.В. Тараниной [5] данный результат был усилен и доказана аналогичная теорема для произвольного множества nilпотентных групп степени 2 без элементов порядка 2.

А.И. Будкиным [6], доказано, что если M – nilпотентное квазимногообразие, \overline{M} – множество всех конечно-порожденных групп из M , то выполняется равенство $L(q\overline{M}) = qL(\overline{M})$. Там же установлено, что если N – класс всех конечно-порожденных nilпотентных групп, N_0 – класс всех конечно-порожденных nilпотентных групп без кручения, то аналогичное утверждение неверно, и справедливы строгие включения $qN_0 \subset L(qN_0)$ и $qN \subset L(qN)$ откуда, в частности, следуют неравенства $L(qN_0) \neq qL(N_0)$ и $L(qN) \neq qL(N)$.

В работе А.И. Будкина [6] также показано, что квазимногообразия $L(qN)$, $L(qN_0)$ замкнуты относительно свободных произведений, каждое из этих квазимногообразий содержит не более одного максимального собственного подквазимногообразия и что если квазимногообразии M замкнуто относительно свободных произведений, то таковым же является квазимногообразие $L(M)$.

Рассмотрим группы, имеющие следующие представления в N_2 :

$$H_p = gr(x, y | [x, y]^p = 1), \quad H_{p^s} = gr(x, y | [x, y]^p = x^{p^s} = y^{p^s} = 1),$$

где s – натуральное число, p – простое число.

Набор qH_{p^s} (исключая qH_{2^s}), qH_p , $qF_2(N_2)$ (P – простое число), представляет собой полный список почти абелевых квазимногообразий нильпотентных групп (т.е. неабелевых квазимногообразий нильпотентных групп, все собственные подквазимногообразия которых абелевы). В работах [7–9] найдены описания классов Леви, порожденных почти абелевыми квазимногообразиями нильпотентных групп (исключая $L(qH_2)$).

С.А. Шаховой в [10] доказано, что квазимногообразии $L(qH_{p^2})$ конечно аксиоматизируемо.

В [9] доказано, что если K – произвольный класс нильпотентных ступени не выше 2 групп экспоненты 2^n (n – фиксированное натуральное число, $n \geq 2$) с коммутантами экспоненты 2 и в каждой группе из K элементы порядка 2^m ($0 < m < n$) содержатся в центре этой группы, то класс Леви, порожденный квазимногообразием qK , совпадает с многообразием нильпотентных ступени не выше 2 групп экспоненты 2^n .

Также в [9] было доказано существование класса K такого, что K – класс нильпотентных ступени не выше 2 групп экспоненты 8 с коммутантами экспоненты 2 и во всякой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего центру этой группы, – абелева подгруппа, но класс $L(qK)$ содержит нильпотентную группу ступени 3.

В [11] установлено существование класса K такого, что во всякой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего центру этой группы, – абелева подгруппа, но класс $L(qK)$ содержит нильпотентную группу ступени 4.

В [12] найдено описание класса Леви, порожденного многообразием групп экспоненты $2p$ с коммутантом экспоненты p , в которых квадраты элементов перестановочны (p – простое число, $p \neq 2$).

В [13] доказано, что для локально конечного многообразия групп M , класс Леви, порожденный M , также является локально конечным многообразием. Дано описание подпрямо неразложимых групп, принадлежащих классу Леви, порожденному многообразием групп экспоненты $2p$ с коммутантом экспоненты p , в которых квадраты элементов перестановочны (p – простое число, $p \neq 2, 3$).

Также в [13] показано, что любая группа, принадлежащая классу Леви, порожденному многообразием групп экспоненты $2p$ с коммутантом экспоненты p , в которых квадраты элементов перестановочны (p – простое число, $p \neq 2$), является 3-метабелевой группой.

Настоящая работа продолжает исследования классов Леви. Основным результатом данной работы является:

Теорема. Класс $L(qH_2)$ содержит нильпотентную группу ступени 3.

Библиографический список

1. Kappe L.C. On Levi-formation // Arch. Math. – 1972. – V. 23, №6. – P. 561–572.
2. Levi F.W. Groups in which the commutator operation satisfies certain algebraic condition // J. Indian Math. Soc. – 1942. – V. 6. – P. 87–97.
3. Morse R.F. Levi-properties generated by varieties // The mathematical legacy of Wilhelm Magnus. Groups, geometry and special functions (Contemp. Math., 169), Providence, RI, Am. Math. Soc. – 1994. – P. 467–474.
4. Будкин А.И. Квазимногообразия Леви // Сибирский математический журнал. – 1999. – Т. 40, №2. – С. 266–270.
5. Будкин А.И., Таранина Л.В. О квазимногообразиях Леви, порожденных нильпотентными группами // Сибирский математический журнал. – 2000. – Т. 41, №2. – С. 270–277.

6. Будкин А.И. О классах Леви, порожденных нильпотентными группами // Алгебра и логика. – 2000. – Т. 39, №6. – С. 635–647.
7. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви, порожденных нильпотентными группами // Известия Алтайского государственного университета. – 2009. – Т. 61, №1. – С. 26–29.
8. Лодейщикова В.В. О классах Леви, порожденных нильпотентными группами // Сибирский математический журнал. – 2010. – Т. 51, №6. – С. 1359–1366.
9. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты P^s // Алгебра и логика. – 2011. – Т. 50, №1. – С. 26–41.
10. Шахова С.А. Об аксиоматическом ранге квазимногообразия \mathfrak{M}^{p^2} // Известия Алтайского государственного университета. – 2015. – Т. 85, №1/2. – С. 179–182. DOI: 10.14258/izvasu(2015)1.2-33.
11. Лодейщикова В.В. Об одном квазимногообразии Леви экспоненты 8 // Известия Алтайского государственного университета. – 2010. – Т. 65, №1/2. – С. 42–45.
12. Лодейщикова В.В. Об одном классе Леви экспоненты $2p$ // Известия Алтайского государственного университета. – 2014. – Т. 81, №1/2. – С. 45–51. DOI: 10.14258 /izvasu(2014)1.2-07.
13. Лодейщикова В.В. Об одном многообразии Леви экспоненты $2p$ // Известия Алтайского государственного университета. – 2015. – Т. 85, №1/1. – С. 84–88. DOI: 10.14258 /izvasu(2015)1.1-15.

УДК 512.54.01

Об аксиоматическом ранге класса Леви, порождённого квазимногообразием qH_{p^s}

С.А. Шахова

АлтГУ, г. Барнаул

Множество $T_Q(\mathfrak{M})$ всех квазитожеств, истинных во всех группах из класса \mathfrak{M} , называется Q -теорией класса \mathfrak{M} . Подмножество $\Sigma \subseteq T_Q(\mathfrak{M})$ называется базисом Q -теории класса \mathfrak{M} , если всякое квазитожество из $T_Q(\mathfrak{M})$ является следствием множества Σ квазитожеств. Если данная Q -теория обладает базисом квазитожеств от n переменных и не обладает базисом квазитожеств от меньшего числа переменных, то говорят, что аксиоматический ранг Q -теории равен n . Если такое n существует, то говорят, что аксиоматический ранг Q -теории конечен. Если такого n не существует, то аксиоматический ранг Q -теории считается бесконечным. Класс \mathfrak{M} называется конечно аксиоматизируемым, если $T_Q(\mathfrak{M})$ обладает базисом, состоящим из конечного числа квазитожеств.

Задача изучения аксиоматических рангов квазимногообразий впервые была поставлена Д.М. Смирновым [1]. Вопросам аксиоматизируемости квазимногообразий посвящены работы А.И. Будкина [2–4]. Как следует из этих работ, аксиоматические ранги большого класса неабелевых квазимногообразий, среди которых квазимногообразия, порожденные свободной группой, группой с одним определяющим соотношением, свободной разрешимой группой, оказались бесконечными. Аксиоматические ранги квазимногообразий нильпотентных групп без кручения исследовались Е.С. Половниковой в [5].

Пусть p – простое число, $p \neq 2$, H_{p^s} – группа, имеющая в многообразии нильпотентных ступени не выше 2 групп следующее представление: $H_{p^s} = gr(x, y \mid x^{p^s} = y^{p^s} = [x, y]^p = 1)$. Обозначим через qH_{p^s} – квазимногообразие, порожденное группой H_{p^s} , $\mathfrak{M}^{p^s} = L(qH_{p^s})$ – класс Леви, порожденный квазимногообразием qH_{p^s} , т.е. класс всех групп G , в которых нормальное замыкание x^G любого элемента $x \in G$ принадлежит qH_{p^s} . Классы Леви 2-ступенно нильпотентных квазимногообразий групп изучала В.В. Лодейщикова в [6–8]. В частности, были выписаны квазитожества, задающие квазимногообразие \mathfrak{M}^{p^s} . Список этих квазитожеств бесконечен и содержит квазитожества от любого сколь угодно большого числа переменных.

А.И. Будкин поставил вопрос: верно ли, что квазимногообразии \mathfrak{M}^{p^s} имеет конечный аксиоматический ранг? Ответ на этот вопрос оказался положительным. Верна следующая теорема.

Теорема. Квазимногообразии \mathfrak{M}^{p^s} конечно аксиоматизируемо.

Библиографический список

1. Коуровская тетрадь (нерешенные проблемы теории групп). –Новосибирск, 1980.
2. Будкин А.И. О квазитожествах в свободной группе // Алгебра и логика. –1976. – Т. 15, №1. –С. 39–52.
3. Будкин А.И. Квазитожества нильпотентных групп и групп с одним определяющим соотношением // Алгебра и логика. –1979. – Т.18, №2. – С. 127-136.

4. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия, содержащего свободную разрешимую группу // Математический сборник. –1980. – Т. 112, №4. –С. 647–655.
5. Половникова Е.С. Об аксиоматическом ранге квазимногообразий // Сибирский математический журнал. – 1999. – Т. 40, №1. – С. 167–176.
6. Лодейщикова В.В. О классах Леви, порожденных нильпотентными группами // Сибирский математический журнал. – 2010. – Т. 51, №6. – С. 1359–1366.
7. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты 8 // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2010. – Т. 65, №1/2. – С. 42–45.
8. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты p^s // Алгебра и логика. – 2011. – Т. 50, №1. – С. 26–41.

Секция 2. ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ

УДК 517.9:514.1:514.7

**Двухточечный инвариант группы движений
симплициальной плоскости**

Р.А. Богданова

ГАГУ, г. Горно-Алтайск

В работе [1] для феноменологически симметричной симплициальной плоскости, т.е. геометрии максимальной подвижности [2] решением соответствующего функционального уравнения на множество движений найдена трехпараметрическая группа движений.

Целью данной работы является нахождение полной системы невырожденных двухточечных инвариантов группы движений симплициальной плоскости, как решение соответствующего функционального уравнения на множество двухточечных инвариантов групп преобразований.

Феноменологически симметричные двумерные геометрии строятся на гладком двумерном многообразии β_s [3]. Сущность феноменологической симметрии состоит в наличии связи между всеми взаимными расстояниями для некоторого конечного числа точек [4, 5]. Точки многообразия M_2 удобно, в целях сокращения записи, обозначать строчными буквами латинского алфавита: $s_0 = 0$ и т.д. Текущая точка $x = 0$ задается локальными координатами $e = tr(e_{kl})$. Основу построения двумерной геометрии составляет гладкое класса C^2 отображение $f: S \rightarrow \mathbb{R}^n$, где $S_f \in M_2 \times M_2$, сопоставляющее паре точек g действительное число $f(i, j) \in \mathbb{R}^n$ [3], называемое метрической функцией. Ее координатное представление для двумерных геометрий имеет следующий вид:

$$f(i, j) = f(x_i, y_i, x_j, y_j). \quad (1)$$

Эта функция, в отличие от обычной метрики, удовлетворяет только естественным математическим требованиям гладкости класса C^2 , невырожденности и определенности почти всюду [3].

Все основные определения и соответствующие аксиомы, относящиеся к феноменологически симметричным ранга 4 двумерным геометриям представлены в работах Г.Г. Михайличенко [3] и автора [6].

Определение. Гладкое класса C^2 локальное взаимно однозначное (обратимое) отображение

$$x' = \lambda(x, y), \quad y' = \sigma(x, y), \quad (2)$$

удовлетворяющее условию

$$\frac{\partial(\lambda(x, y), \sigma(x, y))}{\partial(x, y)} \neq 0, \quad (3)$$

называется движением, если оно сохраняет метрическую функцию

$$f(\lambda(i), \sigma(i), \lambda(j), \sigma(j)) = f(x_i, y_i, x_j, y_j), \quad (4)$$

где, например, $\lambda(i) = \lambda(x_i, y_i)$.

Равенство (4) есть также функциональное уравнение на множество двухточечных инвариантов группы преобразований двумерного многообразия, как функций четырех переменных – координат точек i и j .

Координатное представление метрической функции симплициальной плоскости имеет вид:

$$f(i, j) = (x_i - x_j)^m (y_i - y_j)^n, \quad (5)$$

где $m, n \in \mathbb{R}^n, m \neq 0, n \neq 0, m \neq n$.

Следуя работе автора [6] запишем для нее группу преобразований двумерного многообразия M_2 :

$$x' = ax + c, \quad y' = by + d, \quad (6)$$

где $a^m b^n = 1$.

Функциональное уравнение (4) на множество двухточечных инвариантов группы преобразований (6) двумерного многообразия $M_2 \subset R^2$ запишется в следующем виде:

$$f(ax_i + c, by_i + d, ax_j + c, by_j + d) = f(x_i, y_i, x_j, y_j), \quad (7)$$

решение которого сводится к последовательному дифференцированию по координатам соответствующих точек и решению системы функционально-дифференциальных соотношений.

Теорема. Каждый двухточечный инвариант трехпараметрической группы преобразований двумерного многообразия $M_2 \subset R^2$

$$x' = ax + c, \quad y' = by + d, \quad (8)$$

где $a^m b^m = 1$ ($m, n \in \mathbb{R}^n, m \neq 0, n \neq 0, m \neq n$), совпадает с точностью до гладкого преобразования с метрической функцией симплицальной плоскости и задает на нем феноменологически симметричную ранга 4 двумерную геометрию.

В работе установлено, что каждый двухточечный инвариант группы движений симплицальной плоскости с точностью до гладкого преобразования $\psi(f) \rightarrow f$ совпадает с метрической функцией.

Библиографический список

1. Богданова Р.А. Группа движений симплицальной плоскости как решение функционального уравнения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2014. – № 4(30). – С. 5–13.
2. Михайличенко Г.Г. О групповой и феноменологической симметриях в геометрии // Докл. АН СССР. – 1983. – Т.269, № 2. – С. 284 – 288. (Michailichenko, G.G. On group and phenomenological simmetries in geometry / G.G. Michailichenko // Soviet Math. Dokl. – 1983. – V.27, №2. – P. 325–326.)
3. Михайличенко Г.Г. Двумерные геометрии. – Барнаул: Изд-во БГПУ, 2004.
4. Кулаков Ю.И. Теория физических структур. – М.: Доминико, 2004.
5. Кулаков Ю.И. Геометрия пространств постоянной кривизны как частный случай теории физических структур // Докл. АН СССР. – 1970. Т. 193, №5, С. 985–987.
6. Богданова Р.А. Группа движений симплицальной плоскости как решение функционального уравнения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2014. – №4(30). – С. 5–13.

УДК 519.23

Критические точки распределения ледж-коэффициента

И.Ю. Бойко, С.В. Дронов

АлтГУ, г. Барнаул

Имея в наличии бинарный и числовой показатели, хочется сделать вывод о наличии связи между ними, а также ее силе.

Такие связи на практике встречаются в медицине, где бинарная переменная указывает наличие или отсутствие заболевания, а числовая – медицинский показатель, например, уровень лейкоцитов в крови. То есть, пока числовая переменная находится в определенных границах $[a, b]$ пациент здоров, иначе болен. Идеальная картина связи – это индикатор отрезка $[a, b]$.

Такой вид связи мы называем связью типа «ступенька». Он впервые изучался в [1–2].

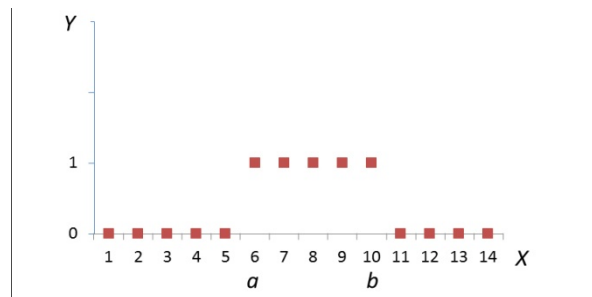


Рисунок 1 – Идеальная картина связи типа «ступенька»

Эта функция в силу своей нелинейности не выявляется при использовании классических методов (не аппроксимируется прямой линией).

В предшествующих работах [1, 3] был введен коэффициент LE, позволяющий численно оценить силу такого типа связи. Пусть X, Y – связанные выборки объема $n = k + m$, причем Y состоит из

k нулей и m единиц. Будем считать, что они упорядочены по возрастанию элементов X . Это позволяет заменить эти элементы их рангами и изучать только значения Y .

Критерием качества связи является так называемое число ошибок (то есть численная мера того, насколько наблюдаемая картина отличается от графика индикатора)

$$S(Y) = \min_{a,b} \sum_{j=1}^n (y_j - Y_{a,b}(j))^2,$$

где $Y_{a,b}(X) = \begin{cases} 1, & a \leq X \leq b, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$ – индикатор отрезка $[a, b]$.

Определение. Коэффициент L_E , вычисляемый по формуле

$$L_E(X, Y) = 1 - \frac{S(Y)}{S},$$

где $S = \begin{cases} k-1, & k < m+1, \\ m, & k \geq m+1, \end{cases}$ назовем ледж-коэффициентом (от ledge – ступенька).

Этот коэффициент по заданной цепочке нулей и единиц позволяет оценивать силу связи типа «ступенька».

Нас интересует, насколько большим должен быть ледж-коэффициент для конкретной бинарной цепочки, чтобы мы могли говорить о наличии статистически значимой связи. Предположим, что связи рассматриваемого типа нет вообще, то есть бинарная цепочка формируется случайным образом. При этом может оказаться так, что ледж-коэффициент, рассчитанный по ней, окажется большим, что приведет к ложному заключению о наличии связи.

Чтобы этого не произошло, предполагая, что цепочка случайна, находят некоторое критическое значение $L_E(\varepsilon, n)$, которое может быть превышено лишь с малой вероятностью ε . Тогда, согласно обычным статистическим процедурам, если по выборочным данным L_E окажется больше критического $L_E(\varepsilon, n)$, то наличие связи признается статистически подтвержденным на уровне доверия $1 - \varepsilon$.

Приступим к поиску такого критического значения для ледж-коэффициента. Для него должно выполняться

$$P(L_E > L_E(\varepsilon, n)) \leq \varepsilon.$$

Примем $\varepsilon = 0.05$ и далее ограничимся этим случаем.

Приведем алгоритм нахождения критического значения L_E .

Зададим объем выборки n . Рассматривая последовательно каждую из $N = 2^n$ бинарных цепочек, считаем для нее ледж-коэффициент. Затем упорядочиваем этот набор по убыванию значений L_E . Выделим в нем подмножество $F(n)$ из первых $\lfloor \varepsilon \cdot N \rfloor$ элементов (где символ $\lfloor \cdot \rfloor$ означает округление вниз до ближайшего целого). То есть в нашем случае, мы выбираем 5% цепочек с самой сильной связью.

Значение последнего (т.е. минимального) элемента, попавшего во множество $F(n)$ и будет искомым критическим значением ледж-коэффициента $L_E(\varepsilon, n)$ для заданного n и ε .

Существует и другой способ поиска критического значения L_E . Рассмотрим его на примере цепочек без ошибок. Их количество обозначим $Y_0(n)$. Для них $L_E = 1$. Такие цепочки точно попадут в $F(n)$, и если выполнено

$$Y_0(n) \geq F(n), \quad (1)$$

тогда при заданных n и ε $L_E(\varepsilon, n) = 1$. Довольно понятно, что при заданных k, m $Y_0(k, m) = m + 1$. Просуммируем $Y_0(k, m)$ по всем m .

Таким образом, получим формулу по нахождению числа всех возможных цепочек без ошибок при заданном n .

$$Y_0(n) = \sum_{m=0}^{n-1} (m+1) = \left(\frac{n+1}{2} \right) \cdot n,$$

Решая неравенство $F(n) \leq Y_0(n)$, получим, что $L_E(\varepsilon, n) = 1$ для $0 < n \leq 10$.

Можно использовать этот способ нахождения критического значения ледж-коэффициента и далее, но получение формул для количества бинарных цепочек с r ошибками $Y_r(k, m)$ при $r \geq 2$, оказалось достаточно трудоемким, поэтому от дальнейшего исследования было решено отказаться.

На основе изложенного алгоритма была разработана компьютерная программа на языке Java, вычисляющая критические значения ледж-коэффициента $L_E(\varepsilon, n)$. Она, в том числе, подтвердила полученный выше теоретический результат для $0 < n \leq 10$. С помощью этой программы создана таблица.

Таблица – Критические значения ледж-коэффициента для малых n

n	$L_E(\varepsilon, n)$	n	$L_E(\varepsilon, n)$	n	$L_E(\varepsilon, n)$	n	$L_E(\varepsilon, n)$	n	$L_E(\varepsilon, n)$
1	1.0	6	1.0	11	0.86	16	0.73	21	0.67
2	1.0	7	1.0	12	0.83	17	0.73	22	0.67
3	1.0	8	1.0	13	0.8	18	0.7	23	0.67
4	1.0	9	1.0	14	0.78	19	0.69	24	0.65
5	1.0	10	1.0	15	0.75	20	0.67	25	0.65

Библиографический список

1. Дронов С.В., Петухова Р.В. Один вид связи между номинальной и бинарной переменными // Известия АлтГУ. – 2010. – Вып. 1/2 (65). – С. 34–36.
3. Мирмоинов Р.М. Исследование крайних случаев для оценки степени связи типа «ступенька» // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сб. научных статей международной конференции, Барнаул, 11–14 ноября 2014 г. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 171–173.
3. Дронов С.В., Бойко И. Ю. Метод оценки степени связи бинарного и номинального показателей // ПДМ. – 2015. – № 4(30). – С. 109–119.

УДК 519.25

Post-hoc оценка силы кластерной связи

Е. А. Евдокимов
АлтГУ, г. Барнаул

Интересной проблемой для специалиста любой области науки, где проводится кластерный анализ или классификация, может оказаться выявление неявных связей между показателями, задействованными в исследовании. Обнаружение таких связей может способствовать получению неожиданных результатов в своей области исследования, а также привести к понижению размерности задачи, то есть уменьшению количества параметров, которые стоит подробно изучать: если, например, удалось выявить сильную связь между какими-то двумя или несколькими показателями, то можно заменить их одним, универсальным. Такой подход позволит упростить сбор данных в дальнейшем, ускорить работу алгоритма кластеризации и сделать итог его работы в той или иной мере нагляднее. При этом кластерная структура множества изучаемых объектов после сокращения размерности не должна существенно измениться.

Понятие различия кластерных разбиений и коэффициент их сходства

Вслед за [1] определим расстояние между двумя кластерными разбиениями G_A, G_B одного и того же множества объектов X формулой:

$$d(G_A, G_B) = \sum_{x \in X} |A_x \Delta B_x|, \quad (1)$$

где $|A_x \Delta B_x|$ – число элементов симметрической разности тех кластеров, в которые отнесен элемент x в этих двух разбиениях.

В качестве меры сходства K_{G_A, G_B} кластерных разбиений G_B и G_A для множества из n элементов примем коэффициент, определенный как

$$K_{G_A, G_B} = 1 - \frac{d(G_A, G_B)}{n(n-1)}.$$

Этот коэффициент тем больше, чем более похожи разбиения, и лежит в диапазоне $\{0;1\}$.

Допустим, что имеющиеся у нас объекты характеризуются набором P своих показателей. Построенное с помощью набора P показателей кластерное разбиение обозначим

При решении задачи сокращения размерности мы будем менять набор тех показателей, по которым строится кластерное разбиение нашего множества. Вследствие этого, по новому набору показателей может получаться разбиение, отличающееся от . Пусть по сокращенному набору показателей R , будет построено кластерное разбиение

Качеством кластерного разбиения мы будем называть коэффициент сходства между разбиением и исходным кластерным разбиением :

Кластерную силу i -го показателя определим как коэффициент качества кластерного разбиения $G(\{X_i\})$, построенного с использованием только этого показателя, и обозначим эту силу :

Введенные коэффициенты отражают способность совокупности или отдельного показателя заменить собой весь их исходный набор при построении разбиения X на кластеры. Подобным образом мы можем оценивать способность одного из показателей замещать другой при построении кластерных разбиений; назовем эту способность кластерной связью между этими показателями.

Для оценки силы кластерной связи нужно провести разбиение по каждому показателю по отдельности и вычислить коэффициент сходства между ними. Коэффициент такой связи между показателями и будем вычислять:

По смыслу он похож на коэффициент парной корреляции, но описывает именно кластерную связь: между показателями может отсутствовать функциональная (и даже достаточно сильно выраженная корреляционная) связь, но, тем не менее, по отношению к кластерному разбиению они могут быть фактически идентичны. На рисунке 1 представлена простейшая ситуация, когда коэффициент связи равен единице: при проецировании объектов на оси показателей получаются одинаковые разбиения.

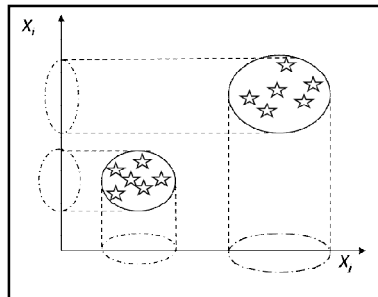


Рисунок 1 – $K_{\{i,j\}} = 1$

Данный подход к понятию связи по сравнению с обычным обладает следующими преимуществами:

1. Оценка кластерной связи проводится post-hoc, то есть после выполнения конкретного алгоритма кластеризации, — это даёт нашему подходу большее прикладное значение.
2. С введением расстояния между разбиения по формуле (1) становится безразлична нумерация кластеров: мы получаем объективную оценку связи между показателями и их совокупностями в задачах, где кластеры не имеют порядка и заранее определенного смысла.

Простой алгоритм снижения размерности

С помощью определения кластерной силы и связи показателей мы можем выстроить простой алгоритм снижения размерности, настроенный на минимальное искажение исходной структуры кластеров.

Алгоритм:

1. Для каждой пары показателей вычисляем коэффициент кластерной связи.
2. Выбираем пару показателей с максимальным значением коэффициента связи.
3. Исключаем тот показатель, без которого качество разбиения страдает меньше.
4. Если качество разбиения получается ниже требуемого, то отменяем последнюю операцию и выходим из алгоритма.
5. Повторяем с пункта 2 для оставшейся совокупности показателей.

Приоритетной перспективой работы считаем нахождение формулы, приблизительно вычисляющей качество разбиения совокупности показателей по их коэффициентам силы и связи. Это по-

зволит находить нужную совокупность показателей, не используя для промежуточных вычислений алгоритм кластеризации.

Библиографический список

1. Дронов С.В., Дементьева Е.А. On a Coefficient of Cluster Differences and its Usage for Post-hoc Analysis in Clusterization. – Biomedical Soft Computing and Human Sciences. – 2012. – Vol. 18, №1. – С. 27–31.

УДК 514.177.2

Замкнутая кривая данной длины, выпуклая оболочка которой имеет наибольший объем

К.О. Кизбикенов

АлтГПА, г. Барнаул

Широко известна задача о незамкнутой кривой данной длины, выпуклая оболочка которой имеет наибольший объем. Эта задача решена и ответом является виток винтовой линии. Аналогичная задача для замкнутых кривых, по-моему, до сих пор не решена.

С помощью программы Mathematica, было проведено численное моделирование. Пусть n это количество звеньев замкнутой ломаной. Искомую кривую будем искать как предел вписанных замкнутых ломаных, когда длины звеньев стремятся к нулю. Для $n = 5, 6, \dots, 20$ были исследованы замкнутые ломаные с одинаковыми по длине звеньями, координаты вершин, которых считались неизвестными, кроме трех базисных. Был вычислен объем ее выпуклой оболочки, как функция координат вершин. При этом, длина каждого звена имела длину $\frac{1}{n}$. Задача свелась к поиску условного экстремума объема выпуклой оболочки при ограничении на длину ломаной. Эта задача была решена численными методами в программе Mathematica. При этом оказалось, что при всех значениях $n = 5, 6, \dots, 20$ все концы ломаных лежали на некоторой винтовой линии.

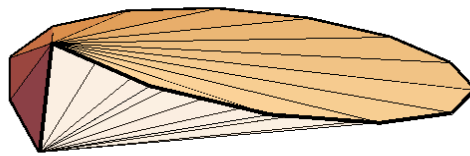


Рисунок 1 – Выпуклая оболочка ломаной

Поэтому есть основания предполагать, что искомая кривая есть один виток винтовой линии вместе с отрезком, соединяющим концы этой линии. Осталось найти параметры этой кривой. Векторное уравнение винтовой линии имеет вид $r = \{a \cos t, a \sin t, b t\}$, где $t = 0 \dots 2\pi$. Выпуклая оболочка одного витка винтовой линии имеет вид (рисунок 2).

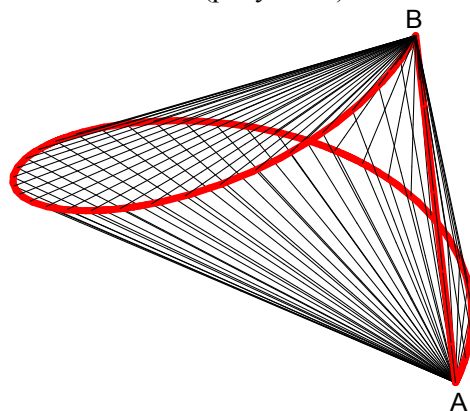


Рисунок 2 – Выпуклая оболочка кривой

По условию длина всей кривой равна 1. Поэтому

$$l = 2\pi \sqrt{a^2 + b^2} + 2b\pi = 1. \quad (1)$$

Чтобы вычислить объем этой фигуры, заметим, что эта фигура описывается треугольником с основанием АВ (рисунок 2) и вершиной, которая движется по винтовой линии. Площадь этого треугольника

можно вычислить с помощью векторного произведения $[\mathbf{r} - \mathbf{A}, \mathbf{r} - \mathbf{B}] = [-2\pi ab \sin t, 2\pi ab (\cos t - 1), 0]$.

Тогда

$$S = \frac{\pi a b \sqrt{2 - 2 \cos t}}{2},$$

объем фигуры $V = \int_0^{2\pi} S ds = 8\pi a b \sqrt{a^2 + b^2}$. Осталось найти максимум $V = 8\pi a b \sqrt{a^2 + b^2}$ при ограничениях (1). Эта простая задача была решена и параметры получились следующие

$$a = \frac{1}{2 \sqrt[4]{5} \pi} \approx 0.106433, b = \frac{5 - \sqrt{5}}{20 \pi} \approx 0.0439893$$

и $V = \frac{1}{5 \sqrt[4]{5} \pi^2} \approx 0.0135515$. Любопытно, что $\frac{a}{b} = \frac{(\sqrt{5}+1)\sqrt[4]{5}}{2}$, где a и b параметры винтовой линии, и $\frac{a}{b} = \tau \sqrt[4]{5}$, где $\tau = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$. Здесь τ есть знаменитое золотое отношение. Ранее [1] искомые замкнутые кривые рассматривались в другом классе кривых. Объем выпуклой оболочки этой кривой оказался равным $V = 0.00375773$, что в 3.6 раза меньше найденного.

Библиографический список

1. Кизбикенов К.О. Замкнутая цилиндрическая кривая постоянной длины, выпуклая оболочка выпуклая оболочка которой имеет наибольший объем // МАК–2007: тезисы региональной конференции по математике. – Барнаул, 2007.

УДК 514.765

О конформно плоских алгебраических солитонах Риччи на метрических группах Ли

П.Н. Клепиков, Д.Н. Оскорбин
АлтГУ, г. Барнаул

Исследованию многообразий постоянной кривизны Риччи, или эйнштейновых многообразий, посвящены работы многих математиков (см., например, [1–6]). В последнее время изучаются различные обобщения многообразий Эйнштейна, одними из которых являются солитоны Риччи, впервые рассмотренные Р. Гамильтоном в работе [7].

В общем случае задача изучения, исследования и классификации солитонов Риччи на многообразиях является довольно сложной. Поэтому предполагаются ограничения либо на строение многообразия, либо на класс рассматриваемых метрик, либо на размерность многообразия, либо на класс векторных полей, участвующих в записи уравнения солитона Риччи.

Одним из естественных ограничений является предположение, что рассматриваемое многообразие является однородным пространством и, в частности, группой Ли с левоинвариантной (псевдо)римановой метрикой [8–10]. В этом направлении известен ряд результатов. Так, например, на группах Ли с левоинвариантной римановой метрикой, размерности не более четырех, не существует нетривиальных однородных инвариантных солитонов Риччи. Аналогичный факт известен для унимодулярных групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой любой конечной размерности. Вопрос о существовании нетривиальных однородных инвариантных солитонов Риччи на группах Ли размерности более четырех с левоинвариантной римановой метрикой до сих пор остается открытым (см. [11–14]).

Другим важным примером являются алгебраические солитоны Риччи на группах Ли, которые впервые были рассмотрены Х. Лауре. Им же было доказано, что каждый алгебраический солитон Риччи на группе Ли с левоинвариантной римановой метрикой является однородным солитоном Риччи (см. [15]). Позднее этот результат был обобщен К. Онда на случай групп Ли с левоинвариантной псевдоримановой метрикой (см. [16]).

Определение. Группа Ли G с левоинвариантной (псевдо)римановой метрикой g и метрической алгеброй Ли $L(G)$ называется *алгебраическим солитоном Риччи*, если метрика g удовлетворяет уравнению:

$$\rho = \Lambda \cdot Id + D,$$

где ρ – матрица оператора Риччи, Λ – константа, Id – единичная матрица, D – матрица оператора некоторого дифференцирования алгебры $L(G)$.

В данной работе исследуется вопрос о строении алгебраических солитонов Риччи на группах Ли с левоинвариантной конформно плоской, т.е. с тривиальным тензором Вейля, (псевдо)римановой метрикой. Основным результатом работы является следующая

Теорема. Пусть G – группа Ли с левоинвариантной конформно плоской (псевдо)римановой метрикой g размерности $n \geq 4$ и диагонализуемым оператором Риччи ρ . Тогда, если (G, g) – алгебраический солитон Риччи, то (G, g) – тривиальный солитон Риччи.

В случае групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой оператор Риччи всегда диагонализуем, т.к. его матрица в ортонормированном базисе симметрична. А значит, справедливо

Следствие. Пусть G – группа Ли с левоинвариантной конформно плоской римановой метрикой g размерности $n \geq 4$. Тогда, если (G, g) – алгебраический солитон Риччи, то (G, g) – тривиальный солитон Риччи.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты: № 16–01–00336А, № 16–31–00048мол_а), Минобрнауки РФ в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный университет» (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Бессе А. Многообразия Эйнштейна: в 2 т. пер. с англ. – М.: Мир. – 1990.
2. Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1993. – Т. 328, № 2. – С. 147.
3. Родионов Е.Д., Славский В.В. Одномерная секционная кривизна римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, № 4. – С. 454.
4. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Левоинвариантные лоренцевы метрики на 3-мерных группах Ли с нулевым квадратом длины тензора Схоутена-Вейля // Вестник Алтайского государственного педагогического университета. – 2004. – № 4–3. – С. 53–60.
5. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // Доклады Академии наук. – 2010. – Т. 432, № 3. – С. 301–303.
6. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О спектре оператора кривизны конформно плоских римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2013. – Т. 450, № 2. – С. 140.
7. Hamilton R.S. The Ricci flow on surfaces // Contemporary Mathematics. – 1988. – Vol. 71. – P. 237–262.
8. Клепиков П.Н., Хромова О.П. Применение пакетов аналитических вычислений к исследованию конциркулярно-гармонических свойств 3-мерных групп Ли с левоинвариантной (псевдо)римановой метрикой // Сборник научных статей международной молодежной школы-семинара «Ломоносовские чтения на Алтае», Барнаул, 5–8 ноября, 2013 в 6 частях / под ред. Е.Д. Родионова. – Барнаул, 2013. С. 133–139.
9. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Обобщенные базисы Милнора некоторых четырехмерных метрических алгебр Ли // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции. – Барнаул, 2014. – С. 298–302.
10. Клепиков П.Н., Родионов Е.Д., Хромова О.П. Применение пакетов символьных вычислений при исследовании инвариантных тензорных полей на метрических группах Ли // Теория операторов, комплексный анализ и математическое моделирование тезисы докладов международной научной конференции / Южный математический институт Владикавказского научного центра Российской академии наук и Правительства Республики Северная Осетия-Алания. – Владикавказ 2014. – С. 116–117.
11. Cerbo L.F. Generic properties of homogeneous Ricci solitons // Adv. Geom. – 2014. – Vol. 14(2). – P. 225–237.
12. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Однородные инвариантные солитоны Риччи на четырехмерных группах Ли // Известия Алтайского государственного университета. – 2015. – № 1/2. – С. 115–122.
13. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д. Об однородных инвариантных солитонах Риччи на четырехмерных группах Ли // МАК–2015: «Математики – Алтайскому краю» : сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 246 с.
14. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д. Об однородных солитонах Риччи на четырехмерных группах Ли с левоинвариантной римановой метрикой // Доклады Академии наук. – 2015. – Т. 465, № 3. – С. 281.
15. Lauret J. Ricci soliton homogeneous nilmanifolds // Math. Ann. – 2001. – Vol. 319, №4. – P. 715–733.
16. Onda K. Examples of Algebraic Ricci Solitons in the Pseudo-Riemannian Case // Acta Mathematica Hungarica. – 2014. – Vol. 144, №1. – P. 247–265.

Об операторе секционной кривизны на трехмерных метрических группах Ли

С.В. Клепикова, И.В. Пономарев, О.П. Хромова

АлтГУ, г. Барнаул

Задача об установлении связей между топологией и кривизной риманова многообразия является одной из важных проблем римановой геометрии [1–7].

Работа О. Ковальского и С. Никшевич [8] посвящена решению задачи о предписанных значениях спектра оператора Риччи на трехмерных римановых локально однородных пространствах. В дальнейшем аналогичные результаты для оператора одномерной кривизны, а также для оператора секционной кривизны получены Д.Н. Оскорбиным, Е.Д. Родионовым, О.П. Хромовой [9, 10].

В псевдоримановом случае известна работа Дж. Кальварузо, О. Ковальского, в которой исследуется задача о существовании трехмерной группы Ли с левоинвариантной лоренцевой метрикой и заданным оператором Риччи [11].

Тензору кривизны Римана R в любой точке многообразия M можно поставить в соответствие оператор секционной кривизны $K: \Lambda_x^2 M \rightarrow \Lambda_x^2 M$, определяемый равенством

$$\langle X \wedge Y, K(T \wedge V) \rangle_x = R_x(X, Y, T, V),$$

где $\langle \cdot, \cdot \rangle$ – индуцированное скалярное произведение в слоях $\Lambda_x^2 M$ пространства расслоения $\Lambda^2 M$, определяемое правилом

$$\langle X_1 \wedge X_2, Y_1 \wedge Y_2 \rangle = \det(g_x(X_i, Y_j)).$$

В отличие от случая римановой метрики, где всегда существует базис, в котором матрица самосопряженного оператора (например K) диагональна, в псевдоримановом случае приходится учитывать не только сами собственные значения (которые могут быть и комплексными, и действительными), но и их алгебраическую и геометрическую кратность. Возможны различные варианты известные как *типы Сегре* (см. [11]):

1. Тип Сегре $\{111\}$: K имеет три действительных собственных значения (возможно совпадающих), каждому из которых соответствует одномерное собственное подпространство
2. Тип Сегре $\{1z\bar{z}\}$: K имеет одно действительное и два комплексно сопряженных собственных значения.
3. Тип Сегре $\{21\}$: K имеет два действительных собственных значения (возможно совпадающих), первый из которых имеет алгебраическую кратность 2, каждому из которых соответствует одномерное собственное подпространство.
4. Тип Сегре $\{3\}$: K имеет одно действительное собственное значение алгебраической кратности 3 и соответствующее ему одномерное собственное подпространство.

Данные исследования являются продолжением работы Дж. Кальварузо, О. Ковальского [11]. В работе доказаны аналогичные теоремы для оператора секционной кривизны на трехмерных группах Ли с левоинвариантной лоренцевой метрикой. Так, например, была доказана следующая теорема.

Теорема. *Трехмерная группа Ли с левоинвариантной лоренцевой метрикой и заданным оператором секционной кривизны K , который имеет тип Сегре $\{3\}$, существует в том и только в том случае, если данное собственное значение отрицательно.*

Идея доказательства

Используя классификацию трехмерных алгебр Ли с лоренцевым скалярным произведением и удобные для вычислений базисы, приведенные в работах [4, 11–13], можно показать, что оператор секционной кривизны имеет тип Сегре $\{3\}$ тогда и только тогда, когда в алгебре Ли существует базис $\{e_1, e_2, e_3\}$ такой что

$$[e_1, e_2] = e_1 - \lambda e_3, [e_1, e_3] = -e_1 - \lambda e_2, [e_2, e_3] = \lambda e_1 + e_2 + e_3,$$

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Вычислим в данном базисе матрицу оператора секционной кривизны с помощью математической модели описанной в работах [14–17]:

$$K = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4}\lambda^2 & \lambda & -\lambda \\ \lambda & 2 - \frac{1}{4}\lambda^2 & -2 \\ \lambda & 2 & -2 - \frac{1}{4}\lambda^2 \end{pmatrix}.$$

Прямые вычисления показывают, что оператор K имеет тип Сегре $\{3\}$ тогда и только тогда, когда $\lambda \neq 0$, причем тогда он имеет собственное значение $k_1 = -\frac{1}{4}\lambda^2 < 0$.

Отметим, что данный результат естественно обобщается на случай трехмерных локально однородных лоренцевых многообразий.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты: № 16–01–00336А, № 16–31–00048мол_а), Минобрнауки РФ в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный университет» (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Бессе А. Многообразия Эйнштейна / в 2 т. ; пер. с англ. – М.: Мир, 1990.
2. Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1993. – Т. 328, №2. – С. 147.
3. Родионов Е.Д., Славский В.В. Одномерная секционная кривизна римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, №4. – С. 454.
4. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Левоинвариантные лоренцевы метрики на 3-мерных группах Ли с нулевым квадратом длины тензора Схоутена-Вейля // Вестник Алтайского государственного педагогического университета. – 2004. – №4–3. – С. 53–60.
5. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // Доклады Академии наук. – 2010. – Т. 432, № 3. – С. 301–303.
6. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О спектре оператора кривизны конформно плоских римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2013. – Т. 450, №2. – С. 140.
7. Клепикова С.В., Родионов Е.Д., Хромова О.П. Об оператора кривизны метрических групп Ли // Известия АлтГУ. – 2016. – №1/1(89). – С. 129–137.
8. Kowalski O., Nikčević S. On Ricci eigenvalues of locally homogeneous Riemann 3-manifolds // Geom. Dedicata. – 1996. – №1. – P. 65–72.
9. Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д. О спектре оператора кривизны трехмерных групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой // ДАН. – 2013. – Т. 450. №3. – С. 271–273.
10. Гладунова О.П., Оскорбин Д.Н. Применение пакетов символьных вычислений к исследованию спектра оператора кривизны на метрических группах Ли // Известия АлтГУ. – 2013. – №1/1. – С. 19–23.
11. Calvaruso G., Kowalski O. On the Ricci operator of locally homogeneous Lorentzian 3-manifolds // Cent. Eur. J. Math. – 2009. – V. 7(1). – P. 124–139.
12. Клепиков П.Н., Клепикова С.В., Хромова О.П. О спектре операторов одномерной кривизны левоинвариантных лоренцевых метрик трехмерных групп Ли // Известия АлтГУ. – 2016. – №1/1(89). – С. 117–122.
13. Клепиков П.Н., Пастухова С.В., Хромова О.П. О собственных значениях оператора тензора Риччи левоинвариантных лоренцевых метрик на трехмерных метрических группах Ли // «Математика и ее приложения: фундаментальные проблемы науки и техники». Сборник трудов всероссийской конференции, АлтГУ, 2015. – Изд.: АлтГУ. – С. 11–19.
14. Клепиков П.Н., Пастухова С.В., Хромова О.П. О собственных значениях оператора тензора кривизны Риччи левоинвариантных лоренцевых метрик трехмерных групп Ли // МАК-2015: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике, АлтГУ. Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 26–29.
15. Пастухова С.В., Хромова О.П. Применение пакетов аналитических вычислений к исследованию сигнатур операторов кривизны левоинвариантных лоренцевых метрик трехмерных групп Ли // Порядковый анализ и смежные вопросы математического моделирования: тезисы докладов XII Международной научной конференции. – Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН, 2015. – С. 219.
16. Клепиков П.Н., Пастухова С.В., Родионов Е.Д. Хромова О.П. О программной составляющей в задачах исследования сигнатур операторов тензоров кривизны на метрических группах Ли // Алгебра, анализ и смеж-

ные вопросы математического моделирования : тезисы докладов Российской научной конференции. – Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН, 2015. – С. 63.

17. Пастухова С.В., Хромова О.П. О сигнатуре оператора тензора одномерной кривизны трехмерных групп Ли с левоинвариантными лоренцевыми метриками // МАК-2015: «Математики – Алтайскому краю» : сборник трудов всероссийской конференции по математике, АлтГУ. Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 32–34.

UDC 514.764.2

Conformally flat splines

M.V. Kurkina¹, E.D. Rodionov², V.V. Slavsky¹

¹*Ugra State University, Khanti-Mansiisk;*

²*Altai State University, Barnaul*

The interior of the unit ball corresponds to the Lobachevsky space in the Klein's model. Convex subsets in Lobachevsky space coincide with the usual convex subsets of the unit ball. However, the convex geometry of Lobachevskii space is more substantial in analytical plan.

In particular, one can naturally associate an arbitrary compact convex subset Q with conformally flat

metric $ds^2 = \frac{dx^2}{h_Q^2(x)}$, $x \in R^{n-1}$, of bounded one-dimensional sectional curvature $K(x, \xi)$, which is defined

on $\overline{R^{n-1}}$ [1]:

$$-\frac{\kappa}{2} \leq K(x, \xi) = h_Q \frac{d^2 h_Q}{d\xi^2} - \frac{1}{2} |\nabla h_Q|^2 \leq \frac{\kappa}{2}, \quad (1)$$

where $h_Q(x)$ is a positive function of the class $C^{1,1}$ defining conformally flat metric, ∇h_Q is the gradient of

$h_Q(x)$ satisfying to the Lipschitz's condition, $\frac{d^2 h_Q}{d\xi^2}$ is the second derivative of function h_Q , in sense F.

Clark [2], along arbitrary unit vector $\xi \in R^{n-1}$, $\kappa > 0$ is a positive constant such that $(-\kappa)$ is the curvature of Lobachevsky space.

In this paper we call such functions as support functions for a convex set Q (see also [3-4]). In the case of a finite convex polyhedron of Lobachevsky space the following formula is true

$$h_Q(x) = \min_i \{h_{\Delta_i}(x)\}, \quad (2)$$

where $h_{\Delta_i}(x)$ are support functions of $(n-1)$ dimensional sides of the border of Q .

Calculation of functions $h_{\Delta_i}(x)$ occurs recurrently and reduced to the case when Δ_i are k -dimensional simpleksa ($k < n$). Such functions will be called elementary conformal splines [3].

In contrast to the conventional presentation of spline functions, the representation (2) of the function $h_Q(x)$ via conformally flat spline functions has another nature, since not required to specify the domain of definition $h_{\Delta_i}(x)$. Function $h_Q(x)$ has smoothness $C^{1,1}$, and any function $f \in C^1$ can be arbitrarily closely approximated via function $h_Q(x)$ of the form (2) in the norm of C^1 – space on a compact subset (for sufficiently large κ). The obvious formula (2) for the function $h_Q(x)$ allows us to simplify calculation and to make its more effective: it isn't need to break the domain of definition of $h_Q(x)$, and it is possible to use parallel algorithms for calculation of elementary splines. In work [4] the algorithm of calculation is realized in MatLab and Mathematica packages.

In a one-dimensional case the graph of function $h_Q(x) = \min_{i=1,..,4} \{h_{\Delta_i}(x)\}$ composed of four one-dimensional splines is represented in figure 1. Each spline $h_{\Delta_i}(x)$ corresponds to the segment Δ_i in Lobachevsky's plane (see figure (2)).

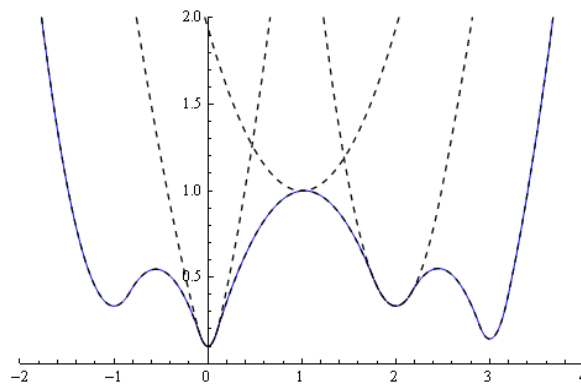


Fig. 1

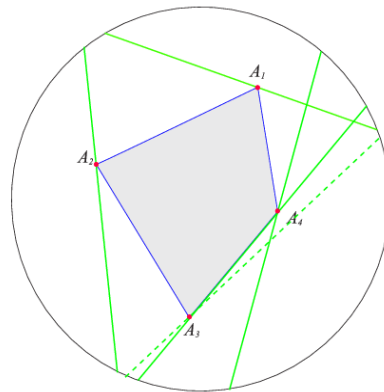


Fig. 2

These investigations are supported by the grants: the Government of the Russian Federation (#14.B25.31.0029, Nsh of RF (#2263.2014.1)), the RFBR (15-41-00092r -the Urals, 15-41-00063 r-the Urals, 15-01-06582-a, 16-01-00336-a), the Russian Federation Ministry of Education (Project Code: 1148).

In concluding we mention some works about other problems in the theory of Riemannian spaces [6–10].

References

1. Balashchenko V., Nikonorov Yu., Rodionov E., Slavsky V. Homogeneous spaces: theory and applications, Khaty-Mansiysk: Poligrafist, (2008).
2. Clark F. Optimization and Nonsmooth Analysis, M.: Nauka, (1988).
3. Gladunova O.P., Rodionov E.D., Slavsky V.V. Convex polyhedra in hyperbolic spac and interpolation of functions // *Doklady Mathematics*. – 2011. – V. 84. – No.3. – Pp. 850-853.
4. Kurkina M.V., Rodionov E.D., Slavsky V.V. Numerical Interpolation Methods for Solving Problems of Covex Geometry in the Lobachevsky Space // *Journal of Mathematical Sciences, New York*. – Vol. 203, №4, December 14, 2014. – Pp. 516-527.
5. Kurkina M.V., Rodionov E.D., Slavsky V.V. Conformally Convex Functions and Conformally Flat Metrics of Nonnegative Curvature // *Doklady Mathematics*. – 2015. – Vol. 91, №3. – Pp. 287–289.
6. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // *Доклады Академии наук*. – 2010. – Т. 432, № 3. – С. 301–303.
7. Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds // *Доклады Академии наук*. – 1993. – Т. 328, №2. – С. 147.
8. Родионов Е.Д., Славский В.В. Одномерная секционная кривизна римановых многообразий // *Доклады Академии наук*. – 2002. – Т. 387, № 4. – С. 454.
9. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О спектре оператора кривизны конформно плоских римановых многообразий // *Доклады Академии наук*. – 2013. – Т. 450, №2. – С. 140.
10. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Левоинвариантные лоренцевы метрики на 3-мерных группах Ли с нулевым квадратом длины тензора Схоутена-Вейля // *Вестник Алтайского государственного педагогического университета*. – 2004. – №4–3. – С. 53–60.

Иерархическая оцифровка в задачах однородности

С.С. Никеев, С.В. Дронов

АлтГУ, г. Барнаул

В работе рассматривается проблема однородности данных. Классически проблема однородности в ее простейшем варианте выглядит так (см., например, [1]): даны два набора объектов. Следует ли считать, что объекты одного из них не имеют существенных различий по отношению к объектам другого? Есть и еще одна практически важная задача, близкая к задаче однородности. Пусть имеется множество X объектов. Требуется понять, существует ли естественное расслоение его на кластеры, т.е. подмножества элементов X , более близких друг к другу, чем к элементам других получающихся подмножеств. Эта задача часто встречается в приложениях как вопрос о необходимости стратификации изучаемого набора объектов в противовес изучению его в целом. Ее с нашей точки зрения тоже можно считать проблемой однородности.

Рассмотрим новый подход к задаче однородности, основанный на применении к ней методов кластерного анализа. Будем считать, что у нас имеется самый простой случай, когда имеются два класса объектов, причем каждый объект полностью характеризуется одним параметром, и, следовательно, может изображаться точкой на действительной прямой (размерность задачи равна 1). Пусть в первом классе у нас имеется n_1 элементов, а во втором классе – n_2 элементов. Всего, таким образом, имеется $n = n_1 + n_2$ объектов.

Объединим два имеющихся у нас класса в универсальное множество X и применим к этому множеству иерархический алгоритм кластерного анализа в его агломеративном варианте (разработка [2]).

В процессе работы алгоритма все изначально «рассыпанные» объекты из X последовательно собираются группы близких к друг другу, на последнем шаге объединяясь в одну группу. На каждом шаге к какой-либо группе присоединяется тот объект, который ближе к этой группе, чем все оставшиеся. Это дает возможность предположить, что, если исходные классы объектов не были однородными, то объекты из разных классов долго не объединятся в одну группу во время работы алгоритма.

Заметим, что работу иерархического алгоритма можно остановить в любой момент, и группы, которые в этот момент уже сформированы, объявить кластерами. Имея в виду это, сделаем остановку, когда все элементы одного из классов соберутся в один кластер. Подсчитаем количество элементов другого класса в этом кластере. Очевидно, можно считать, что чем меньше это количество, тем классы однородны в меньшей степени.

Это позволяет ввести специальный коэффициент однородности, принимающий значения от 0 до 1. Пусть в момент, когда все элементы одного из классов впервые собрались в кластер, в нем оказалось m элементов другого класса. Тогда определим коэффициент кластерной однородности формулой

$$\bar{\kappa} = \frac{m}{n_2}.$$

Если он равен 1, то изучаемые классы будем считать однородными в полной степени. Если 0, то полностью неоднородными.

Простейший вариант решения задачи однородности: если при описанной выше процедуре получим $\bar{\kappa} = 1$, то классы признаются однородными, иначе нет. Этот вариант назовем жестким критерием. Предложенный способ можно обобщить: зададим малое положительное число ε . Если $\bar{\kappa} > 1 - \varepsilon$, то классы однородны на уровне ε . Такой способ принятия гипотезы однородности будем называть ε -мягким критерием.

Один из наиболее распространенных способов проверки гипотезы однородности связан с применением критерия Пирсона χ^2 . Сравним результат предложенного выше жесткого критерия этой процедурой.

В ситуации, когда сработал жесткий критерий, объекты одного из классов ближе собраны к какому-то центру, чем для второго класса.

Лемма. Пусть заданы два класса объектов $X, Y \subset R$, такие, что

$$X = \{x_j, j = 1, \dots, n_1\}, \quad Y = \{y_i, i = 1, \dots, n_2\}$$

и, существует такой z , что

$$\forall i, j \quad \rho(x_j, z) < \rho(y_i, z), \quad (1)$$

где ρ – метрика в R . Тогда можно так образовать группы для χ^2 , что в каждой из них окажутся лишь элементы одного из классов.

Доказательство. Рассмотрим $r = \max_j \rho(z, x_j)$. Тогда из (1) следует, что в интервалах

$[z - r, z] = \Delta_i$ и $[z, z + r] = \Delta_{i+1}$ не содержится не одного элемента из Y . Также в этих интервалах содержатся все элементы X , не содержится не одного элемента из Y . Также в этих интервалах содержатся все элементы X . Эти интервалы включим в число строящихся для работы критерия Пирсона, остальные интервалы можно строить произвольным образом. Лемма доказана.

Из этой леммы немедленно вытекает следующий результат.

Теорема. Пусть заданы два класса объектов $X, Y \subset R$ с условием (1). Тогда можно разбить числовую прямую на интервалы так, что по этому разбиению критерий Пирсона отвергнет гипотезу однородности.

При доказательстве теоремы проверяется, что на построенных в лемме интервалах статистика критерия Пирсона принимает свое теоретически максимально возможное значение $p_f = s_1 p_1 + s_2 p_2$. Эта теорема дает повод считать, что в описанной ситуации при построении интервалов для работы критерия хи-квадрат произвольным образом значение статистики критерия будет если и не максимально возможным, то близким к нему. Таким образом, по крайней мере, в случае ярко выраженной неоднородности классический и новый алгоритм дадут одинаковые результаты.

Библиографический список

1. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.
2. Андреева В.Н., Дронов С.В. Визуализация иерархических кластерных алгоритмов // Сборник трудов семнадцатой региональной конференции по математике «МАК-2014», посвященной 40-летию факультета математики и информационных технологий. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 16–19.

УДК 514.182

Методы изображения геометрических фигур

Д.И. Оглезнев, И.В. Пономарев

АлтГУ, г. Барнаул

В процессе визуализации результатов решения большого числа задач, часто требуются изображения различных трехмерных геометрических тел. При этом исследователь сталкивается с проблемой наиболее наглядного представления получаемых тел на плоскости. Эта задача осложняется еще и тем, что не все графические компьютерные программы обладают возможностью представления трехмерных объектов.

Для изображения трехмерных геометрических тел на плоскости обычно используют параллельное или центральное проектирование. Задача заключается в том, чтобы по координатам точек оригинала (X, Y, Z) получить координаты точек изображения (x, y) . В методе параллельных проекций используют следующую теорему [1].

Теорема 1. Координаты точки-изображения суть линейные функции координат точки-оригинала, т. е.

$$\begin{aligned} x &= a_1 X + b_1 Y + c_1 Z + d_1; \\ y &= a_2 X + b_2 Y + c_2 Z + d_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где $a_1, b_1, c_1, d_1, a_2, b_2, c_2, d_2$ – некоторые постоянные коэффициенты. Согласно теореме Польке-Шварца [4], для построения однозначного изображения достаточно задать проекции четырех некопланарных точек. Например, при ортогональном проектировании на плоскость $X + Y + Z = 0$ точки

$O(0;0;0)$, $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ будут иметь соответственно координаты $(0;0)$, $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $(0;1)$, и формулы для получения точек изображения будут иметь вид

$$\begin{aligned} x &= \frac{\sqrt{3}}{2}(Y - X); \\ y &= \frac{1}{2}(2Z - X - Y). \end{aligned} \quad (2)$$

Для иллюстрации применения данного метода, построим изображение сферы

$$\begin{cases} X = \cos v \cdot \cos u \\ Y = \cos v \cdot \sin u \\ Z = \sin v \end{cases} \quad (3)$$

Для этого построим изображение экватора ($v = 0$). Возьмем на экваторе точки через интервал в 30° и по формуле (2) вычислим координаты их изображений (см. таблицу 1).

Таблица 1 – Результаты вычисления координат изображения экватора сферы (3)

№	u	X	Y	Z	x	y
1	0	1,000	0,000	0,000	-0,866	-0,500
2	30	0,866	0,500	0,000	-0,317	-0,683
3	60	0,500	0,866	0,000	0,317	-0,683
4	90	0,000	1,000	0,000	0,866	-0,500
5	120	-0,500	0,866	0,000	1,183	-0,183
6	150	-0,866	0,500	0,000	1,183	0,183
7	180	-1,000	0,000	0,000	0,866	0,500
8	210	-0,866	-0,500	0,000	0,317	0,683
9	240	-0,500	-0,866	0,000	-0,317	0,683
10	270	0,000	-1,000	0,000	-0,866	0,500
11	300	0,500	-0,866	0,000	-1,183	0,183
12	330	0,866	-0,500	0,000	-1,183	-0,183

Изменяя значения параметра v , получим изображения других параллелей сферы. Соединяя соответствующие точки получаем изображения сферы (рисунок 1).

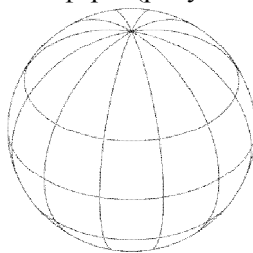


Рисунок 1 – Изображение сферы

Также определенный интерес при изображении трехмерных объектов представляет определение линии очерка, т.е. линии на поверхности, отделяющую видимую часть поверхности или грани от невидимой ее части. При переходе через линию очерка нормаль поверхности меняет направление по отношению к линии взгляда, таким образом, в точках линии очерка нормаль поверхности ортогональна линии взгляда. В общем случае у поверхности линий очерка может быть несколько. Каждая линия очерка является пространственной кривой. Она или замкнута, или оканчивается на краях поверхности [2].

Например, для цилиндра

$$\begin{cases} X = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos u \\ Y = \frac{1}{2} \sin u \\ Z = v \end{cases} \quad (4)$$

вектор нормали будет равен $n = \left(\frac{1}{2} \cos u, \frac{1}{2} \sin u, 0 \right)$. Определим точки, в которых вектор нормали будет перпендикулярен плоскости проекции $X + Y + Z = 0$. Для этого решим уравнение

$$\frac{1}{2}(\cos u + \sin u) = 0.$$

Решения этого уравнения дадут нам уравнения изображений образующих цилиндра:

$$x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \right).$$

Дополним чертеж основаниями, аналогично построению изображения экватора сферы.

На рисунке 2 приведен пример изображения кривой Вивиани, которая является линией пересечения поверхности цилиндра (4) со сферой (3) вдвое большего радиуса, центр которой лежит на поверхности цилиндра. Построения выполнялись в программе Geogebra.



Рисунок 2 – Изображение цилиндра и кривой Вивиани

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты: № 16–01–00336А, № 16–31–00048мол_а), Минобрнауки РФ в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный университет» (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Бескин Н.М. Изображения пространственных фигур. – М.: Наука, 1971. – 80 с.
2. Голованов Н.Н. Геометрическое моделирование. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2002. – 472 с.
3. Фоменко А.Т. Наглядная геометрия и топология: математические образы в реальном мире / 2-е изд. – М., 1998. – 416 с.
4. Энциклопедия элементарной математики. Кн. 4 (геометрия) / под ред. П.С.Александрова, А.И.Маркушевича и А.Я.Хинчина. – М.: Физматгиз, 1963. – 568 с.

УДК 514.7

О солитонах Риччи на трёхмерных и четырёхмерных многообразиях Уокера

Д.Н. Оскорбин, Е.Д. Родионов, И.В. Эрнст
АлтГУ, г. Барнаул

Солитоны Риччи были введены Ричардом Гамильтоном в работе [1]. Они соответствуют самоподобным решениям потока Риччи.

Метрики солитонов Риччи являются обобщениями эйнштейновых метрик и поэтому представляют интерес в теоретической физике.

Сформулируем основные определения.

Определение. Псевдориманово многообразие (M, g) называется солитоном Риччи, если на M существует гладкое векторное поле X , являющееся решением уравнения:

$$\mathfrak{L}_X g + \rho = \lambda g,$$

где ρ – тензор Риччи, λ – константа, \mathfrak{L}_X – производная Ли вдоль X .

λ называется константой солитона. Солитон называют расширяющимся, стабильным, сжимающимся, если $\lambda < 0$, $\lambda = 0$, $\lambda > 0$ соответственно.

В настоящей работе мы строим новые примеры солитонов Риччи на лоренцевых многообразиях Уокера малой размерности.

Определение. Псевдоримановым многообразием называется гладкое многообразие M размерности n , на котором задан гладкий законепределённый невырожденный симметричный тензор g .

Если метрический тензор g имеет сигнатуру $(1, n-1)$, то (M, g) называется лоренцевым многообразием.

Определение. Гладкое распределение \mathcal{D} называется параллельным, если для любых векторных полей $X \in \mathcal{D}$ имеем $\nabla_Y X \in \mathcal{D}$, где Y есть произвольное гладкое векторное поле на M .

Определение. Псевдориманово многообразие, допускающее гладкое параллельное распределение изотропных (т.е. $g(X, X) = 0$) векторов, называется многообразием Уокера.

В работе [2] доказана

Теорема. Любое трёхмерное симметрическое лоренцево многообразие Уокера является солитоном Риччи для произвольной константы λ .

Справедлива

Теорема. Существуют трёхмерные лоренцевы несимметрические многообразия Уокера, являющиеся солитонами Риччи.

Схема доказательства:

Пусть (M, g) – трёхмерное лоренцево многообразие Уокера. Тогда, как показано в [3], существуют локальные координаты (t, x, y) , в которых метрика g принимает вид:

$$g = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & \varphi(x, y) \end{pmatrix},$$

где $\varphi(x, y)$ – некоторая гладкая на M функция. Тензор Риччи имеет вид:

$$\rho = -\frac{1}{2}\varphi_{,xx}dy^2$$

Полагая $X = (A(t, x, y), B(t, x, y), C(t, x, y))$, запишем уравнение солитона в координатах (t, x, y) :

$$\begin{cases} \frac{1}{2}C_t & = 0 \\ C_x + B_t & = 0 \\ C_y + C_t\varphi + A_t & = \lambda \\ 2B_x & = \lambda \\ C_x\varphi + B_y + A_x & = 0 \\ 2C_y\varphi + 2A_y + B\varphi_x + C\varphi_y - \frac{1}{2}\varphi_{,xx} & = \lambda\varphi \end{cases}$$

Далее, следуя [2], эта система уравнений упрощается и преобразуется к виду:

$X(t, x, y) = \left(t(\lambda - \beta) - x\omega'(y) + \mu(y), \frac{1}{2}\lambda x + \omega(y), \beta y + \gamma \right)$ где β, γ – константы, а ω, μ – гладкие функции, удовлетворяющие дифференциальному уравнению:

$$(2\beta - \lambda)\varphi + 2\mu'(y) - 2x\omega''(y) + \varphi_y(\beta y + \gamma) + \varphi_x\left(\frac{\lambda}{2}x + \omega(y)\right) = \frac{1}{2}\varphi_{,xx}$$

Пусть теперь $C(t, x, y) \equiv 0$, $\lambda \neq 0$, $\omega \neq 0$. Тогда уравнение принимает следующий вид:

$$\frac{1}{2}\varphi_{,xx} - \varphi_x\left(\frac{\lambda}{2}x + \omega(y)\right) + \lambda\varphi - 2\mu'(y) + 2x\omega''(y) = 0$$

Уравнение выше есть ОДУ, зависящее от y как от параметра. Оно имеет всюду определённое решение:

$$\varphi(x, y) = \left(\lambda - (\lambda x + 2\omega(y))^2 \right) F(y) + \frac{2}{\lambda} \mu'(y) + \frac{\omega''(y)(\lambda x^2 - 1)}{\omega(y)\lambda}$$

где $F(y)$ – произвольная гладкая функция. Тензор Риччи для этого решения может быть выбран произвольной гладкой функцией, зависящей от y :

$$\rho = \left(\lambda^2 F(y) - \frac{\omega''(y)}{\omega(y)} \right) dy^2,$$

поэтому полученная метрика в общем случае не является симметрической. Теорема доказана.

Переходим к четырёхмерным солитонам.

Пусть (M, g) – конформно-плоское четырёхмерное многообразие Уокера. В работе [4] доказана следующая теорема, позволяющая использовать удобную систему координат:

Теорема. Пусть (M, g) – конформно-плоское локально неразложимое многообразие Уокера размерности $n + 2 \geq 4$, алгебра голономии которого изоморфна \mathbb{R}^n .

Тогда существуют локальные координаты (v, x^1, \dots, x^n, u) , в которых метрика задаётся формулой:

$$g = 2dudv + \sum_{i=1}^n (dx^i)^2 + a(u) \sum_{i=1}^n (x^i)^2 (du)^2.$$

Применив эту теорему при $n = 2$, получим систему координат (v, x, y, u) на M .

Далее приведён пример солитона в предположении $a(u) = e^u$.

$X = (K, L, M, N)$ – гладкое векторное поле на M .

$$K(v, x, y, u) = -(c_2 x + c_4 y) e^{\frac{1}{2}u} I_1 \left(2e^{\frac{1}{2}u} \right) + (c_3 x + c_5 y) e^{\frac{1}{2}u} K_1 \left(2e^{\frac{1}{2}u} \right) + \lambda v + c_6 + e^u$$

$$L(v, x, y, u) = \frac{1}{2} \lambda x + c_1 y + c_2 I_0 \left(2e^{\frac{1}{2}u} \right) + c_3 K_0 \left(2e^{\frac{1}{2}u} \right)$$

$$M(v, x, y, u) = -c_1 x + \frac{1}{2} \lambda y + c_4 I_0 \left(2e^{\frac{1}{2}u} \right) + c_5 K_0 \left(2e^{\frac{1}{2}u} \right)$$

$N(v, x, y, u) = 0$, где $I_\nu(z), K_\nu(z)$ – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода соответственно. c_i – константы.

Векторное поле X , являющееся решением уравнения солитона, может быть найдено для произвольной гладкой функции $a(u)$, это эквивалентно следующей теореме:

Теорема. Пусть (M, g) – конформно-плоское локально неразложимое четырёхмерное многообразие Уокера, алгебра голономии которого изоморфна \mathbb{R}^n . Тогда уравнение солитона на M имеет решение.

Дальнейшую информацию о работах по солитонам Риччи и инвариантным тензорным полям можно найти в работах [5–9].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты: № 16-01-00336А, № 16-31-00048мол_а), Минобрнауки РФ в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный университет» (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Hamilton R. The Ricci flow on surfaces // Contemporary Mathematics. – 1988. – V.71. – P. 237–261.
2. Brozos-Vazquez M., Garcia-Rio E., Gilkey P., Nikčević S. and Vazquez-Lorenzo R. The geometry of Walker manifolds // Synthesis Lectures on Mathematics and Statistics 5, Morgan & Claypool Publ. 2009. 177 p.
3. Walker A.G. Canonical form for a Riemannian space with a parallel field of null planes. Quarterly Journal of Mathematics. – 1950. – Т. 1, №1. – С. 69.
4. Галаев А.С. Конформно плоские лоренцевы многообразия со специальными группами голономии // Матем. сборник. – 2013. – Т. 204(9). – С. 29-50.
5. Гладунова О.П., Оскорбин Д.Н. Применение пакетов символьных вычислений к исследованию спектра оператора кривизны на метрических группах Ли // Известия Алтайского государственного университета. – 2013. – №1/1 (77). – С. 19–23.
6. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Однородные инвариантные солитоны Риччи на четырехмерных группах Ли // Известия Алтайского государственного университета. – 2015. – Т. 2, №1. – С. 115–122.

7. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Обобщенные базисы Милнора некоторых четырехмерных метрических алгебр Ли // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции. – 2014. – С. 298-302.

8. Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д., Хромова О.П. О вычислении спектра оператора кривизны конформно (полу)плоских римановых метрик // Известия Алтайского государственного университета. – 2013. – № 1/2 (77). – С. 028–031.

9. Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д. О спектре оператора кривизны трехмерных групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой // Доклады Академии наук. – 2013. – Т. 450, №3. – С. 271.

UDC 514.765

Some problems in the theory of homogeneous spaces

E.D.Rodionov

Altai State University, Barnaul

Since a homogeneous space (M, ρ) is geodesically complete, there arises the problem on the behavior of geodesic curves on such spaces, their closure, and on their self-intersection. The following theorem is known in this direction.

Theorem 1 (see [1, 2]). *Geodesics on homogeneous spaces are merely closed curves or unclosed curves without self-intersections.*

Moreover, the following theorem is proved in the work [2] of M.V.Mechsheryakov.

Theorem 2. *Geodesic curves of a left-invariant metric on a connected and simply connected nilpotent Lie group are not closed.*

The following two problems arise in a natural way:

Problem 1 (A. Besse). *Find homogeneous Riemannian manifolds all of whose geodesics are closed.*

Problem 2. *Describe homogeneous Riemannian manifolds all of whose geodesics are unclosed.*

For the first time, the Besse problem was considered in the class of normal homogeneous spaces, i.e., those spaces $(G/H, \rho)$ whose homogeneous Riemannian metric ρ is obtained from the $\text{Ad}(G)$ -invariant inner product of a Lie group G under the projection $\pi : G \rightarrow G/H$. The following theorem was proved in [3].

Theorem 3 (see [3]). *Let $(G/H, \rho)$ be a simply connected, normal homogeneous Riemannian space all of whose geodesics are closed. Then $(G/H, \rho)$ is isometric to a compact symmetric space of rank 1 (CSROS: S^n , CP^k , HP^m , and CaP^2).*

Later on, by using purely topological methods, the following theorem was proved in [3] for arbitrary homogeneous Riemannian manifolds.

Theorem 4 (see [3]). *A simply connected homogeneous Riemannian manifold all of whose geodesics are closed and have the same length is isometric to a CSROS.*

Simultaneously, a geometric proof of this theorem having no requirement on the lengths of geodesics was given [4, 5].

Theorem 5 (see [4, 5]). *A simply connected Riemannian manifold all of whose geodesics are closed is isometric to a CSROS.*

The main idea of the proof of Theorem 5 is as follows. If the structure of $(G/H, \rho)$ is complicated, then we seek a flat totally geodesic torus T in $M = G/H$ whose irrational winding is unclosed. Then a finite list of manifolds remains, which is examined step-by-step.

The following conjecture is closely related to the Besse conjecture.

Conjecture 1 (W.Klinkenberg, see [6]). *On a simply connected closed manifold, there exist infinitely many geometrically distinct closed geodesics.*

Although there is still no final answer to the W.Klinkenberg conjecture in the general case, the following theorem holds for homogeneous Riemannian spaces.

Theorem 6 (see [7]). *Let M be a compact, simply connected, homogeneous space not diffeomorphic to a CSROS. Then any Riemannian metric on M admits infinitely many geometrically distinct closed geodesics. If, on M , there exists a Riemannian metric ρ such that all geodesics emanating from a certain point p return to this point before a certain common period t , then M is diffeomorphic to a CSROS.*

After the appearance of these works, there naturally arose the problem on the closures of geodesic curves on homogeneous Riemannian spaces. In the case of naturally reductive spaces, it was studied in [8].

Theorem 7 (see [8]). *Let G and H be compact and connected Lie groups, G/H be naturally reductive, $\gamma(t)$ is a geodesic of G/H . Then the closure of $\gamma(t)$ either is simply a closed curve or is isometric to a flat torus of dimension not less than 2.*

The following two examples show that both extreme cases are realized in the theorem in a certain sense.

Example 1. *On the normal homogeneous spaces*

$$SU(n+1)/SU(n) \approx S^{2n+1}, Sp(n+1)/Sp(n) \approx S^{4n+3}, \\ Spin(9)/Spin(7) \approx S^{15}, Sp(n+1)/Sp(n) \cdot S^1 \approx CP^{2n+1}, \\ Sp(2)/SU(2); SU(5)/Sp(2) \cdot S^1, (SU(3) \cdot U(2)/S^1_{(1,1)})/U(2),$$

the closures of geodesic curves either are simply closed curves or flat, but not totally geodesic tori, and, moreover, the latter always exist.

Example 2. *If G/H is a compact symmetric space, then any of its geodesics either is simply a closed curve or an irrational winding of a certain flat totally geodesic torus of the manifold G/H .*

The following problem naturally arises.

Problem 3. *What is the structure of the closure of geodesic curves of an arbitrary homogeneous Riemannian manifold G/H ?*

Geodesically Orbital Spaces

Definition 1. *A geodesic γ of a Riemannian manifold (M, ρ) is said to be homogeneous if it is an orbit of a one-parameter subgroup $g(t)$ of $Isom(M, \rho)$.*

The following theorem is known.

Theorem 8 (see [9]). *Every homogeneous Riemannian manifold has at least one homogeneous geodesic passing through any point given in advance.*

As is conventional, a geodesic γ is said to be maximal if it is not the restriction of any other geodesic.

Definition 2. *A homogeneous manifold $(G/H, \rho)$ is called a geodesically orbital space if all of its maximal geodesics are homogeneous.*

Remark 6.1. *Naturally reductive and, in particular, normal homogeneous spaces are geodesically orbital spaces.*

There naturally arises the problem on the existence of a geodesically orbital space different from a naturally reductive space. The first such example was constructed by A. Kaplan [10]. This example is the six-dimensional nilpotent Lie group with two-dimensional center (one of the generalized Heisenberg groups) equipped with a certain left-invariant metric.

The class of *weakly symmetric* spaces is closely related to the class of geodesically orbital spaces.

Definition 3. *A Riemannian manifold M is said to be a weakly symmetric space if for every pair of points p, q of M , there exists an isometry of M interchanging the points p and q .*

It is clear that any symmetric space is weakly symmetric and naturally reductive. Also, geodesic spheres in symmetric spaces of rank 1 are weakly symmetric. Note that there exist weakly symmetric spaces which are not even naturally reductive. For example, geodesic spheres in the Cayley projective plane CaP^2 are such spaces. J. Berndt, O. Kowalski, and L. Vanhecke obtained the following result in [11].

Theorem 9 (see [11]). *Every weakly symmetric space M is geodesically orbital.*

Many examples of weakly symmetric spaces were constructed by W. Ziller in [12]. The geodesically orbital spaces of dimension ≤ 6 were classified by O. Kowalski and L. Vanhecke in [13]. It turns out that all geodesically orbital spaces of dimension ≤ 5 are naturally reductive. At the same time, in the case of dimension equal to 6, there exist three- and two-parameter families of geodesically orbital spaces that are not naturally reductive. Among these families, there is the compact symmetric homogeneous space $SO(5)/U(2)$ having a two-parameter family of invariant metrics.

The structure of geodesically orbital spaces was also studied by Gordon in [14], where the case of nilpotent Lie groups with left-invariant Riemannian metric was studied in detail.

Among recent works, we can mention the work D. Alekseevsky and A. Arvanitoyeorgos [15] devoted to metrics with homogeneous geodesics on flag manifolds. In particular, the following theorem was proved in [15].

Theorem 10. *Let $M = G/H$ be a Riemannian flag manifold of a classical Lie group G . Assume that M is a geodesically orbital space with respect to a G -invariant Riemannian metric different from the standard metric. Then M is $SO(2l+1)/U(l-m) \cdot SO(2m+1)$ for certain $l \geq 2$ and $m \geq 0$.*

At the same time, the following problem remains unsolved.

Problem 4. *Classify all geodesically orbital spaces.*

In concluding we mention the works about other problems in the theory of homogeneous spaces [16–25].

This work was supported by RFBR (grants: № 16-01-00336A, № 16-31-00048mol_a), the Russian Federation Ministry of Education (Project Code: 1148).

References

1. Lacombe E. Mechanical systems with symmetry on homogeneous spaces // Trans. Amer. Math. Soc., 185, 477–491 (1974).
2. Meshcheryakov M.V. Several remarks on Hamiltonian flows on homogeneous spaces // Usp. Mat. Nauk, 40, No. 3, 215–216 (1985).
3. Besse A.L., Manifolds All of Whose Geodesics are Closed [Russian translation], Mir, Moscow (1981).
4. Rodionov E. D. Homogeneous Riemannian Z-manifold // Sib. Mat. Zh., 22, №2, 191–197 (1981).
5. E. D. Rodionov, Structure of Homogeneous Riemannian Z-Manifolds, Dissertation [in Russian], Inst. Math. Sib. Department Russ. Acad. Sci., Novosibirsk (1982).
6. W. Klingenberg, Lectures on Closed Geodesics [Russian translation], Mir, Moscow (1982).
7. McCleary Y. and Ziller W. On the free loop space of homogeneous spaces // Amer. J. Math., 109, 765–781 (1987); correction: Amer. J. Math., 113, 375–377 (1991).
8. Rodionov E. D. Closures of geodesic curves of compact naturally reductive spaces // Proc. Conf. Dedicated to the Memory of N.I. Lobachevskii [in Russian], Kazan (1993).
9. Kowalski O. and Szenthe J. On the existence of homogeneous geodesics in homogeneous Riemannian manifolds // Geom. Dedic., 81, 209–214 (2000); correction: Geom. Dedic., 84, 331–332 (2001).
10. Kaplan A. On the geometry of groups of Heisenberg type // Bull. London Math. Soc., 15, 35–42 (1983).
11. Berndt J., Kowalski O. and Vanhecke L. Geodesics in weakly symmetric spaces // Ann. Global Anal. Geom., 15, 153–156 (1997).
12. Wang M. and Ziller W. On isotropy irreducible Riemannian manifolds // Acta Math., 166, 223–261 (1991).
13. Kowalski O. and Vanhecke L. Riemannian manifolds with homogeneous geodesics // Boll. Unione Mat. Ital. VII. Ser. B, 5, №1, 189–246 (1991).
14. Gordon C. Homogeneous manifolds whose geodesics are orbits // Topics in Geometry. In Memory of J. D’Atri, Birkh.auser, Boston (1996), pp. 155–174.
15. D.Alekseevsky and A.Arvanitoyeorgos, «Metrics with homogeneous geodesics on flag manifolds», Commun. Math. Univ. Carol., 43, №2, pp. 189–199 (2002).
16. Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1993. – Т. 328, № 2. – С. 147.
17. Родионов Е.Д., Славский В.В. Одномерная секционная кривизна римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, № 4. – С. 454.
18. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Левоинвариантные лоренцевы метрики на 3-мерных группах Ли с нулевым квадратом длины тензора Схоутена-Вейля // Вестник Алтайского государственного педагогического университета. – 2004. – № 4–3. – С. 53–60.
19. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // Доклады Академии наук. – 2010. – Т. 432, № 3. – С. 301–303.
20. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О спектре оператора кривизны конформно плоских римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2013. – Т. 450, № 2. – С. 140.
21. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д., Славский В.В. Геометрия однородных римановых многообразий // Современная математика и ее приложения. – 2006. – Т. 37, С. 1–78.
22. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д. Об однородных солитонах Риччи на четырехмерных группах Ли с левоинвариантной римановой метрикой // Доклады Академии наук. – 2015. – Т. 465, № 3. – С. 281.
23. Родионов Е.Д. Однородные римановы многообразия с метрикой Эйнштейна / автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук / Новосибирск, 1994.
24. Rodionov E.D. Simply connected compact five-dimensional homogeneous Einstein manifolds // Siberian Mathematical Journal. – 1994. – Т. 35. – С.163–168.
25. Nikonorov Y.G., Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds and Diophantine equations // Archiv der Mathematik. – 1996. – Т. 32. – С. 23–26.

УДК 514.172

Двойственность для конформно-плоских метрик неотрицательной кривизны

Е.Д. Родионов¹, В.В. Славский², М.В. Куркина²

¹ АлтГУ, г. Барнаул; ² ЮГУ, г. Ханты-Мансийск

В теории выпуклых подмножеств векторного пространства важную роль играет двойственность Минковского [1]. Для конформно-плоских метрик можно определить аналог этого понятия.

Пусть $ds^2 = \frac{dx^2}{f^2(x)}$ конформно-плоская метрика, заданная на расширенной плоскости $x \in \overline{R^n} = S^n$. Со-

поставим ей двойственную конформно-плоскую метрику $ds^{*2} = \frac{dy^2}{f^{*2}(y)}$, используя преобразование

$\mathbb{F}: \{x, f(x)\} \rightarrow \{y, f^*(y)\}$, где;

$$y = x - \frac{2f(x)\nabla f(x)}{|\nabla f(x)|^2}, \quad f^*(y) = \frac{2f(x)}{|\nabla f(x)|^2}.$$

Свойства преобразования \mathbb{F} .

- Если функция $f(x)$ от аргумента x класса C^2 , то и функция $f^*(y)$ от аргумента y будет также класса C^2 (при условии положительности одномерной секционной кривизны).
- Главные значения одномерных секционных кривизн [3] метрик ds^2 и ds^{*2} связаны в соответствующих точках равенством $k_i k_i^* = 1, i = 1, \dots, n$.
- Конформно-плоская метрика положительной одномерной кривизны переходит в конформно-плоскую метрику положительной кривизны.
- Преобразование \mathbb{F} инволютивно, то есть $\mathbb{F}^2 = 1$.
- Преобразование \mathbb{F} для конформно-плоских метрик с неотрицательной одномерной секционной кривизной [2] может быть определено без требования гладкости класса C^2 метрик.

Работа выполнена при поддержке грантов НШ 2263.2014.1, гранта 14.В25.31.0029 правительства РФ, РФФИ 15-41-00092 р-урал-а, 15-41-00063 р-урал-а, 15-01-06582-а, 16-01-00336.

Библиографический список

1. Кутателадзе С.С., Рубинов А.М. Двойственность Минковского и ее приложения. – Новосибирск: Наука, 1976. – 250 с.
2. Куркина М.В., Родионов Е.Д., Славский В.В. Конформно-выпуклые функции и конформно-плоские метрики неотрицательной кривизны // Доклады Академии наук. 2015. Т. 462. № 2. С. 141.
3. Nikonov Yu.G., Rodionov E.D., Slavskii V.V. Geometry of homogeneous riemannian manifolds // Journal of Mathematical Sciences. – 2007. – Т. 146, №6. – С. 6313–6390.

УДК 519.3

Применение штрафных функций в решении экстремальных задач с ограничениями

А.В. Гончарова, Т.В. Саженкова

АлтГУ, г. Барнаул

В работе представлено исследование класса функций на их принадлежность к внешним штрафным функциям, для решения задач выпуклого программирования.

Здесь рассматривается задача выпуклого программирования в следующем виде: найти минимум выпуклой функции f на компакте $D \subset R^n$, задаваемом системой неравенств $g_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m$, с выпуклыми функциями g_j .

При этом предполагается дважды дифференцируемость функций f и g_j , и существование такой точки x_0 , что $g_j(x_0) < 0$ для всех j .

Для решения задачи методом внешних штрафных функций проводится исследование класса функций, введенных А.А. Капланом [1]:

$$\Phi_k(x) = A_k \sum_{j=1}^m (g_j(x) + \sqrt{g_j^2(x) + A_k^{-2}}), \quad (1.1)$$

где $g_j(x) \leq 0, j \in J, A_k > 0, A_k \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$.

Теорема. Функции $\Phi_k(x) = A_k \sum_{j=1}^m (g_j(x) + \sqrt{g_j^2(x) + A_k^{-2}})$ в указанных выше условиях обладают свойствами:

1) $\Phi_k : R^n \rightarrow R$ – выпуклые функции;

2) $\lim_{k \rightarrow \infty} \Phi_k(x) = 0$,
если $x \in \text{int } D$;

3) $\lim_{k \rightarrow \infty} \Phi_k(x) = +\infty$,
если $x \notin D$;

4) начиная с некоторого K , функции $F_k(x) = f(x) + \Phi_k(x)$ достигают своего безусловного минимума. Последовательность точек минимума функций F_k ($k \geq K$) имеет предельные точки; любая предельная точка этой последовательности принадлежит множеству D и доставляет минимум f .

Доказательство.

1) Представим исследуемые функции в следующем виде:

$$\Phi_k = \sum_{j \in J} \psi_k(g_j(x)), \quad (1.2)$$

где $\psi_k(s) = A_k(s + \sqrt{s^2 + A_k^{-2}})$.

Поскольку Φ_k – дважды дифференцируемые функции, имеем

$$\nabla^2 \Phi_k(x) = \sum_{j \in J} \nabla^2 \psi_k(g_j(x)).$$

Иследуем $\psi_k(s)$ на выпуклость с помощью второй производной:

$$\begin{aligned} \psi_k'(s) &= A_k + A_k \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{s^2 + A_k^{-2}}} \cdot 2s \right) = A_k \left(\frac{s}{\sqrt{s^2 + A_k^{-2}}} \right); \quad \psi_k''(s) = A_k \left(\frac{\sqrt{s^2 + A_k^{-2}} - s \cdot \frac{s}{\sqrt{s^2 + A_k^{-2}}}}{s^2 + A_k^{-2}} \right) = \frac{s^2 + A_k^{-2} - s^2}{\sqrt{s^2 + A_k^{-2}}(s^2 + A_k^{-2})} = \\ &= \frac{1}{A_k^2 \left(s^2 + \frac{1}{A_k^2} \right) \sqrt{s^2 + \frac{1}{A_k^2}}}. \end{aligned}$$

Так как $A_k > 0$ и $A_k \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$, то $\psi_k'' > 0$.

Таким образом, $\psi_k(s)$ – выпуклая, а т.к. g_j выпуклы по условию, то суперпозиция $\psi_k(g_j(x))$ является выпуклой функцией для любых k и j . Тогда $\sum_{j \in J} \psi_k(g_j(x))$ – выпуклая функция, как сумма выпуклых функций.

Для доказательства пунктов 2) – 3) опять воспользуемся представлением функций (1.1) в виде (1.2) и введем вспомогательную функцию $\psi_k^*(s) = A_k(s + \sqrt{s^2}) = A_k(s + |s|)$.

Очевидно, что $\psi_k(s) \geq \psi_k^*(s)$.

Для функций $\psi_k^{(t)}(s) = A_k(s + \sqrt{s^2 + A_k^{-2-t}})$, $t > 0$, в работе [2] получена справедливость пунктов 2) – 3).

Теперь рассмотрим

$$0 \leq \psi_k(s) - \psi_k^*(s) = \psi_k(s) - \psi_k^{(t)}(s) + \psi_k^{(t)}(s) - \psi_k^*(s).$$

При $t > 0$ имеет место следующее стремление: $\psi_k^{(t)}(s) - \psi_k^*(s) \xrightarrow[k \rightarrow \infty]{} 0$, поэтому

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists K : k \geq K \quad \left| \psi_k^{(t)}(s) - \psi_k^*(s) \right| < \frac{\varepsilon}{2}.$$

С другой стороны, $\psi_k(s) = \lim_{t \rightarrow 0} \psi_k^{(t)}(s) = \lim_{t \rightarrow 0} A_k(s + \sqrt{s^2 + A_k^{-2-t}})$. Следовательно,

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists t_0 > 0 : 0 < t < t_0 \quad \left| \psi_k(s) - \psi_k^{(t)}(s) \right| < \frac{\varepsilon}{2}$. Таким образом, $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists K : k \geq K \quad \left| \psi_k(s) - \psi_k^*(s) \right| < \varepsilon$, то

есть $\psi_k(s) - \psi_k^*(s) \xrightarrow[k \rightarrow \infty]{} 0$.

Итак, имеем:

2) если $x \in D$, т.е. $g_j(x) \leq 0, j \in J$, то $\psi_k^*(s) = A_k(s + |s|) = 0$ ($s = g_j(x)$), а значит $\psi_k(s) \xrightarrow[k \rightarrow \infty]{} 0$ и

$\lim_{k \rightarrow \infty} \Phi_k(x) = 0$ при $x \in D$;

3) если $x \notin D$, т.е. $g_j(x) > 0$, то $\psi_k^*(s) = A_k(s + |s|) > 0$, $\psi_k^*(s) \xrightarrow[k \rightarrow \infty]{} \infty (s = g_j(x))$. А значит $\psi_k(s) \xrightarrow[k \rightarrow \infty]{} \infty$ и $\lim_{k \rightarrow \infty} \Phi_k(x) = +\infty$ при $x \in R^n \setminus D (x \notin D)$.

Выполнение пункта 4) при выполнении 1) – 3) и условий теоремы следует из соответствующей теоремы сходимости, представленной в [3].

Библиографический список

1. Гроссман К., Каплан А.А. Нелинейное программирование на основе безусловной минимизации. – Новосибирск: Наука, 1981.
2. Карпова И. С., Саженикова Т. В. О применении некоторых классов штрафных функций в решении нелинейных задач с ограничениями // Сборник трудов молодых учёных. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2015. Вып. 12.
3. Фиакко А., Мак-Кормик А.Г. Нелинейное программирование. Методы последовательной безусловной минимизации. – М.: Мир, 1972.

УДК 519.237.8

Диапазон значений коэффициента бинарной согласованности

С.А. Шепелев, С.В. Дронов
АлтГУ, г. Барнаул

В приложениях, особенно медицинских, разбиение объектов на две группы часто основано на значениях некоторой числовой переменной U . При этом известны нормативные границы a, b значений этой переменной, между которыми объект обязан относиться к одной из групп (норма), а вне этих границ к другой (патология). В этом смысле одна группа имеет «непрерывную структуру», а другая как бы состоит из двух частей.

Введем в рассмотрение две бинарных переменных X и Y . Считаем, что $Y=1$ при попадании U в нормативные границы. Требуется на основе изучения выборочных данных установить или опровергнуть наличие связи между X и U (или X и Y , что в нашем случае одно и то же), а также оценить силу этой связи с помощью некоторого коэффициента, который в случае отсутствия связи должен равняться 0, а в случае предельно сильной связи 1. Связи подобного рода изучались в [1–2], но там нормативные границы не фиксировались, а подбирались в процессе анализа, что для практических задач не всегда возможно.

В идеальном случае внутри нормативного отрезка все значения X должны быть равны единице и нулю за его пределами. Но встречается в некотором смысле обратная ситуация, в которой значения X равны единице чаще вне нормативного интервала и равны нулю чаще внутри него. Тогда единицу следует считать нулем и наоборот.

Имея это в виду, сделаем далее предположение, что за 1 обозначено то из двух значений X , которых не меньше в интервале $[a, b]$, и не больше вне него, чем других его значений.

Возможны ситуации, например, когда одно из значений X имеет перевес по численности как внутри, так и вне отрезка. Тогда становится неясно, какое из значений следует считать единицей. Но такая ситуация, очевидно, означает, что значениями X ни одна из групп не выделяется уверенно. С этой точки зрения разумным будет здесь сразу сделать вывод об отсутствии изучаемой связи. Иначе характеристикой силы изучаемой связи может служить доля единиц среди значений внутри интервала при учете доли нулей вне этого интервала.

Пусть нормативные границы a, b заданы и среди значений X выбрано то, которое примем за 1. Введём для заданной бинарной цепочки X число, которое назовем коэффициентом бинарной согласованности:

$$Z(X) = 2 \cdot \frac{\sum_{i \notin [a, b]} (1 - x_i) + \sum_{i \in [a, b]} x_i}{n} - 1. \quad (1)$$

Теорема 1. Коэффициент бинарной согласованности, определяемый формулой (1), принимает значения между 0 и 1.

Далее решим задачу полного описания множества значений введенного коэффициента.

Лемма. Минимальные по величине изменения коэффициента бинарной согласованности $Z(X) \neq 0$ возникают лишь тогда, когда ровно один символ цепочки X меняется на противоположный.

Назовём бинарную цепочку $X^* \neq X$ соседней по $Z(X)$ для цепочки X , если

$$|Z(X) - Z(X^*)| = \min_{X^{**}} |Z(X) - Z(X^{**})|.$$

Теорема 2. Для любой цепочки X , у которой $Z(X) \neq 0$, существует цепочка X^* для которой

$$|Z(X) - Z(X^*)| = \frac{2}{n}.$$

Эта цепочка оказывается соседней для X .

Следующая теорема является основным результатом работы.

Теорема 3. Если для некоторого натурального m длина цепочки $n=2m$, то множество значений коэффициента бинарной согласованности $Z(X)$ есть $\{2j/n, 0 \leq j \leq m\}$. Если же $n=2m-1$, то $\{(2j-1)/n, 0 \leq j \leq m\} \cup \{0\}$.

Библиографический список

1. Дронов С.В. Методы и задачи многомерной статистики. Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 276 с.
2. Дронов С.В., Бойко И.Ю. Метод оценки степени связи бинарного и номинального показателей // Прикладная дискретная математика. – 2015. – №4 (30). – С. 109–119.

УДК 514.75

К геометрии листа Мебиуса

М.А. Чешкова

АлтГУ, г. Барнаул

Впервые уравнение односторонней поверхности, открытой Мебиусом, было получено Машке [1]. Если гауссова кривизна листа Мебиуса равна нулю, то он называется плоским. Библиография работ на эту тему дана в работе [2]. К односторонним поверхностям относятся: скрещенный колпак [3, с. 304], римская поверхность [3, с. 305], поверхность Боя [3, с. 305; 4, с. 315], бутылка Клейна [3, с. 306; 4, с. 307]. В работах [4, 5] показано разрезание бутылки Клейна на два листа Мебиуса.

В евклидовом пространстве E^3 рассмотрим гладкую замкнутую неплоскую кривую γ без самопересечения, заданную 4π -периодической вектор-функцией $\rho = \rho(v)$, которая не является 2π -периодической и 2π -антипериодической. Так как

$\rho = \rho(v + 4\pi)$, то функция $s(v) = \frac{1}{2}(\rho(v) + \rho(v + 2\pi))$, есть 2π -периодическая и равная нулю, а векторфункция $l(v) = \frac{1}{2}(\rho(v) - \rho(v + 2\pi))$ есть 2π -антипериодическая и не равная нулю.

Определим поверхность M уравнением $r(u, v) = s(u) + vl(u)$, $u = -\pi, \dots, \pi, v = -1, \dots, 1$.

Теорема. Поверхность M есть модель листа Мебиуса, для которого кривая $\rho = \rho(u)$ есть край.

Доказательство. Рассмотрим поверхность M как фактор-пространство [6, с. 75] $SM^* = [-\pi, \pi] \times [-1, 1] / [(-\pi, -v) \approx (\pi, v)]$.

Так как $r(-\pi, -v) = s(-\pi) - vl(-\pi)$, $s(-\pi) = s(\pi)$, $l(-\pi) = -l(\pi)$, то имеем $r(\pi, v) = r(-\pi, -v)$.

Следовательно, поверхность M есть модель листа Мебиуса.

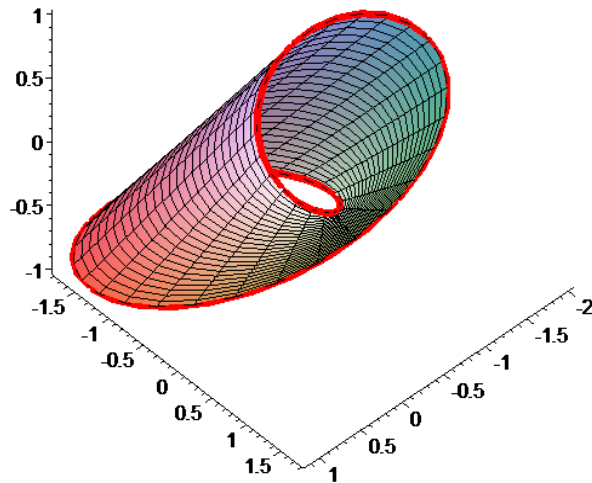
Следствие. Пусть не равная нулю функция $f = f(u, v)$ удовлетворяет условию $f(\pi, v) = f(-\pi, -v)$ и $r = r(u, v)$ лист Мебиуса. Тогда уравнение $r^* = f(u, v)r(u, v)$ определяет также лист Мебиуса.

Примеры. Положим

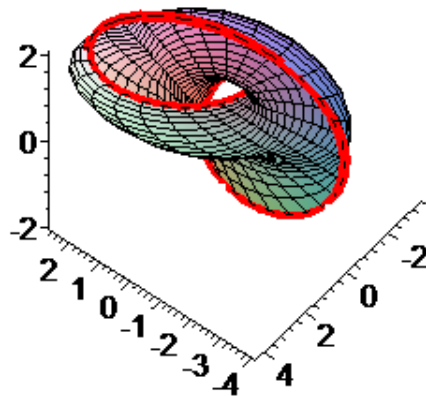
$$\rho(uv) = (\sin(\frac{u}{2}) + \cos(u), \cos(\frac{u}{2}) + \sin(u), \cos(\frac{u}{2})).$$

Тогда $s(u) = (\cos(u), \sin(u), 0)$, $l(u) = (\sin(\frac{u}{2}), \cos(\frac{u}{2}), \cos(\frac{u}{2}))$.

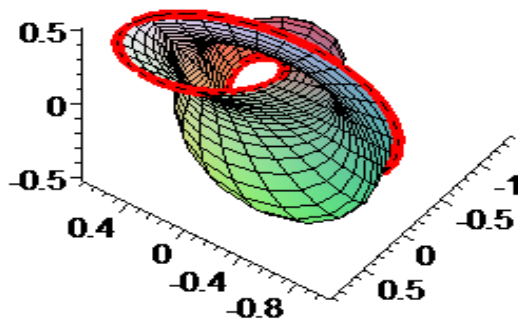
Построим листы Мебиуса.

Рисунок 1 – Лист Мебиуса $f = 1$

Положим $f(u, v) = 2 + \sin(u) \sin(\pi v)$.

Рисунок 2 – Лист Мебиуса, $f(u, v) = 2 + \sin(u) \sin(\pi v)$.

Положим $f(u, v) = 1 / (2 + \sin(u) \sin(\pi v))$.

Рисунок 3 – Лист Мебиуса, $f(u, v) = 1 / (2 + \sin(u) \sin(\pi v))$.

Библиографический список

1. Mashke H. Note on the unilateral surface of Moebius // Trans. Amer. Math. Sos., 1:1(1900).
2. Сабитов И.Х. Изометрические погружения и вложения плоского листа Мебиуса в евклидовы пространства // Известия РАН. – 2007. – Т. 71, №5.
3. Кривошапко С.Н., Иванов В.Н., Халаби С.М. Аналитические поверхности. – М., 2006.
4. Гильберт Д., Кон-Фоссен С. Наглядная геометрия. – М., 1981.
5. Чешкова М.А. О бутылке Клейна // Известия Алтайского университета. – Барнаул, 2012. – №1/1.
6. Борисович Ю.Г., Близняков Н.М., Израилевич Я.А., Фоменко А.Т. Введение в топологию. – М., 1995.

Обмотка тора и модель проективной плоскости

М.А. Чешкова
АлтГУ, г. Барнаул

Пусть вдоль замкнутой кривой на поверхности обносится нормальный вектор. Если при возвращении в исходную точку направление нормали совпадает с исходным, независимо от выбора кривой, то поверхность называется двусторонней. В противном случае имеем одностороннюю поверхность.

Простейшей односторонней поверхностью является лист Мебиуса. К односторонним поверхностям относятся также бутылка Клейна, скрещенный колпак, Римская поверхность. В [1–5] изучаются односторонние поверхности.

В евклидовом пространстве E^3 рассмотрим гладкую замкнутую неплоскую кривую γ без самопересечения, заданную 4π -периодической вектор-функцией $\rho = \rho(u)$, которая не является 2π -периодической и 2π -антипериодической.

Так как $\rho(u) = \rho(u + 4\pi)$, то вектор-функция $s(u) = \frac{1}{2}(\rho(u) + \rho_1(u))$, где $\rho_1(u) = \rho(u + 2\pi)$ есть 2π -периодическая не равная нулю, а вектор-функция $l(u) = \frac{1}{2}(\rho(u) - \rho_1(u))$ есть 2π -антипериодическая не равная нулю.

Определим поверхность P уравнением

$$\begin{aligned} r(u, v) &= (1 + \cos(v))s(u) + \sin(v)l(u), \\ u &\in [-\pi, \pi], v \in [-\pi, \pi]. \end{aligned} \quad (1)$$

Теорема. *Поверхность P есть модель проективной плоскости.*

Следствие. *Пусть вектор-функция $r = r(u, v)$ определяет модель проективной плоскости, а функция $f = f(u, v)$ удовлетворяет следующим условиям*

- 1) $f(u, v)$ не обращается в нуль на промежутке $[-\pi, \pi]$,
- 2) $f(\pi, v) = f(-\pi, v), f(u, \pi) = f(-u, -\pi)$.

Тогда вектор-функция $r^*(u, v) = f(u, v)r(u, v)$ также определяет модель проективной плоскости.

Рассмотрим тор

$$r(u, v) = ((a + b \cos(u)) \cos(v), (a + b \cos(u)) \sin(v), b \sin(u)).$$

Зададим линию $u = \frac{kv}{2}$, где k нечетное число.

Вектор-функция

$\rho(v) = ((a + b \cos(\frac{kv}{2})) \cos(v), (a + b \cos(\frac{kv}{2})) \sin(v), b \sin(\frac{kv}{2}))$ – 4π -периодическая, которая не является 2π -периодической и 2π -антипериодической (обмотка тора).

Положим $a = 2, b = 1$ и построим обмотку тора, где $u = v/2, u = 3v/2$ (рисунок 1). Назовем ее обмоткой тора первого типа.

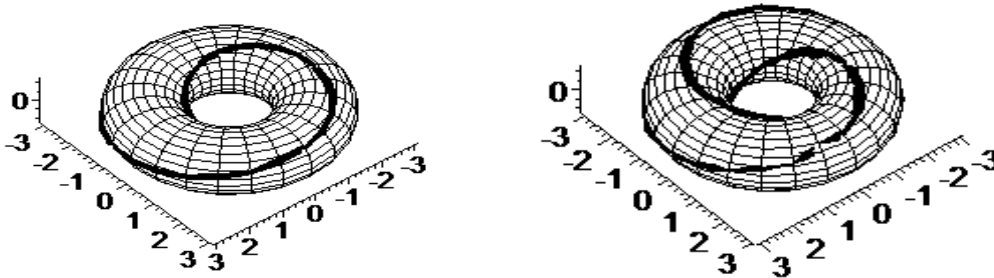


Рисунок 1 – Обмотка тора первого типа, $u=v/2, u=3v/2$

Имеем

$$\begin{aligned} s(v) &= (2 \cos(v), 2 \sin(v), 0), \\ l(v) &= (\cos(kv/2) \cos(v), \cos(kv/2) \sin(v), \sin(kv/2)). \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнение (1) примет вид

$$\begin{aligned} r(u, v) = & (1 + \cos(v))(2 \cos(u), 2 \sin(u), 0) + \\ & \sin(v)(\cos(ku/2) \cos(u), \cos(ku/2) \sin(u), \sin(ku/2)), \\ & u \in [-\pi, \pi], v \in [-\pi, \pi] \end{aligned} \quad (3)$$

Построим поверхность (3), полагая $k = 1$ (рисунок 2).

Поверхность (3) называется скрещенным колпаком [3].

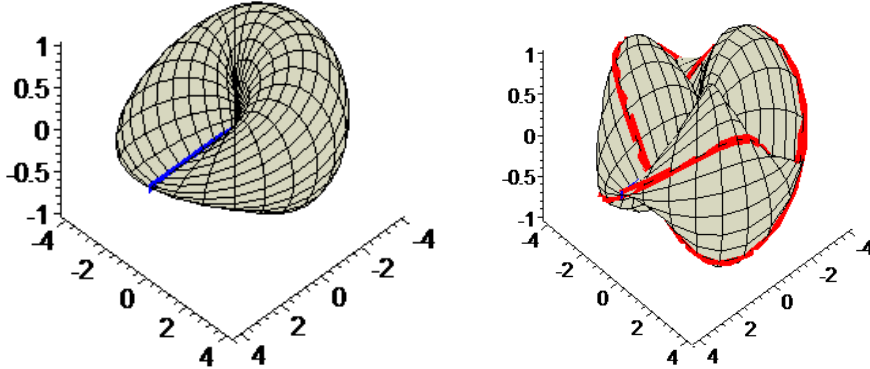


Рисунок 2 – Скрещенный колпак, $k = 1, k = 3$

При $k > 1$ получим перекрученную поверхность.

Утверждение. Если кривая $\rho = \rho(u)$ есть обмотка тора первого типа, то поверхность (1) есть скрещенный колпак.

Построим обмотку тора, где $v = u/2, v = 3u/2$ (рисунок 3). Назовем ее обмоткой второго типа.

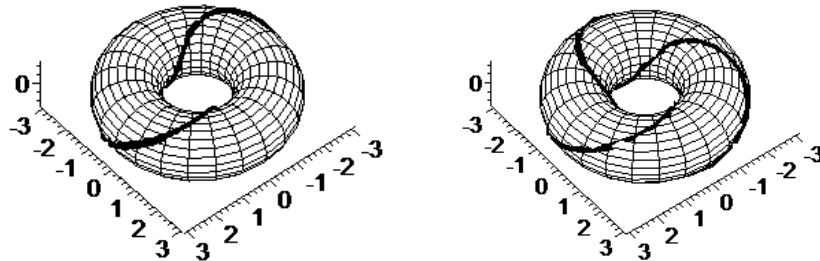


Рисунок 3 – Обмотка тора второго типа, $u=v/2, u=3v/2$

Имеем

$$\begin{aligned} s(u) = & (0, 0, \sin(u)), \\ l(u) = & (2 + \cos(u)) \cos(ku/2), (2 + \cos(u)) \sin(ku/2), 0). \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнение (1) примет вид

$$\begin{aligned} r(u, v) = & (1 + \cos(v))(2 \cos(u), 2 \sin(u), 0) + \\ & \sin(v)(\cos(ku/2) \cos(u), \cos(ku/2) \sin(u), \sin(ku/2)), \\ & u \in [-\pi, \pi], v \in [-\pi, \pi]. \end{aligned} \quad (5)$$

Построим поверхность (5), полагая $k = 1$ (рис. 4).

Поверхность называется Римской [3].

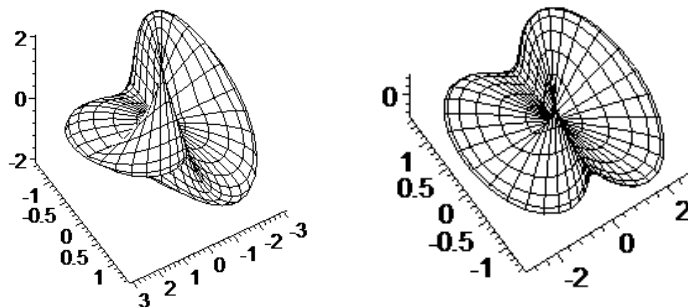


Рисунок 4 – Римская поверхность

Утверждение. Если кривая $\rho = \rho(u)$ есть обмотка тора второго типа, то поверхность (1) есть Римская поверхность

Применим следствие к теореме. Рассмотрим функцию

$$f(u, v) = 1 / (2 + \sin(3u/2) \sin(v)). \quad (6)$$

и построим деформацию скрещенного колпака и Римской поверхности (рисунок 5).

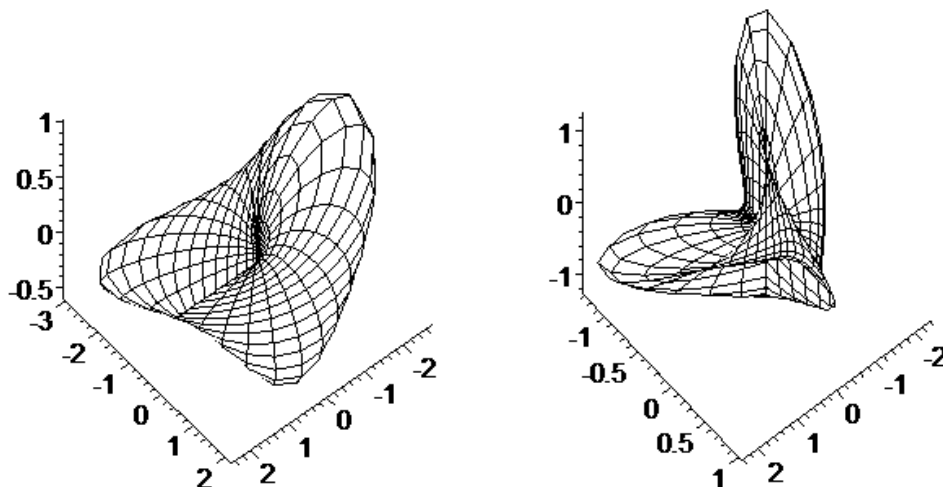


Рисунок 5 – Деформация скрещенного колпака и Римской поверхности

Библиографический список

1. Борисович Ю.Г., Близняков Н.М., Израилевич Я.А., Фоменко А.Т. Введение в топологию. – М., 1995.
2. Гильберт Д., Кон-Фоссен С. Наглядная геометрия. – М., 1981.
3. Кривошапко С.Н., Иванов В.Н., Халаби С.М. Аналитические поверхности. – М., 2006.
4. Чешкова М.А. О бутылке Клейна // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2012. №1/1, – С. 130-135.
5. Чешкова М.А. Обмотка тора и лист Мебиуса // МАК–2014: сборник трудов семнадцатой региональной конференции по математике. – Барнаул, 2014. – С. 37–40.

Секция 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

УДК 551.345+539.3

Автомоделное решение задачи о движении фронта вечной мерзлоты

А.С. Алейников, А.Г. Петрова

АлтГУ, г. Барнаул

Работа посвящена построению точных решений одномерной задачи тепломассопереноса в ненасыщенном грунте. Точное решение строится в двух вариантах постановки задачи: без учета силы тяжести, и с её учетом.

Математическое описание процессов тепломассопереноса делается на основе методов механики сплошных сред и включает уравнения, являющиеся следствиями законов сохранения массы, импульса, энергии и замыкающих уравнений состояния. Модель строится в следующих предположениях: вода и лед несжимаемые; воздух – вязкий совершенный газ; температура и давление общие для скелета и пор; поверхность грунта подвержена воздействию выпадающего с определенной скоростью и температурой дождя [1, 2].

Согласно [1], считаем, что область между дневной поверхностью и фронтом протаивания занята грунтом, который рассматривается как пористая среда с неподвижным скелетом и порами, заполненными воздухом и водой. В области инфильтрации осадков выполнены следующие уравнения относительно неизвестных функций S – влагонасыщенности, плотности воздуха в порах ρ_a , температуры T и давления P .

$$\begin{aligned} n\rho_w \frac{\partial}{\partial t} S_w + \rho_w \frac{\partial}{\partial x} v_w &= 0, n \frac{\partial}{\partial t} \rho_a (1 - S_w) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_a v_a) = 0, \\ (\rho C)_m \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} [P(v_a + v_w)] + (\rho_w C_w v_w + \rho_a C_a v_a) \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_m \frac{\partial T}{\partial x} \right), \\ v_i &= - \frac{k f_i(S_w)}{\mu_i} (P_x - \rho_i g), P = \rho_a R T, j = a, w, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \lambda_m &= n S_i \lambda_i + n(1 - S_i) \lambda_a + (1 - n) \lambda_s, \\ (\rho C)_m &= n S_i \rho_i C_i + n(1 - S_i) \rho_a C_a + (1 - n) \rho_s C_s. \end{aligned}$$

В мерзлом грунте лед в порах и сам скелет неподвижны, следовательно, выполнены следующие уравнения:

$$\begin{aligned} n\rho_i \frac{\partial}{\partial t} S_i &= 0, n \frac{\partial}{\partial t} \rho_a (1 - S_w) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_a v_a) = 0, \\ v_a &= - \frac{k f_a(S_i)}{\mu_a} (P_x - \rho_a g), P = \rho_a R T, \\ (\rho C)_f \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} [P \cdot v_a] + \rho_a C_a v_a \cdot \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_f \frac{\partial T}{\partial x} \right), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \lambda_f &= n S_i \lambda_i + n(1 - S_i) \lambda_a + (1 - n) \lambda_s, \\ (\rho C)_f &= n S_i \rho_i C_i + n(1 - S_i) \rho_a C_a + (1 - n) \rho_s C_s. \end{aligned}$$

Здесь: ρ_i, ρ_w, ρ_a – плотности льда, воды и воздуха, μ_w, μ_a – коэффициенты вязкости, C_w, C_a, C_s – удельные теплоемкости, k, q – проницаемость и удельная скрытая теплота фазового перехода, R – универсальная газовая постоянная, n – пористость.

Нижние индексы a, w, i, s относятся к характеристикам воздуха, воды, льда и скелета грунта соответственно, нижние индексы m, f указывают на усредненную (эффективную) характеристику соответственно талого и мерзлого грунта, которая здесь вычисляется как средневзвешенная [3].

На границе фазового перехода $x = s(t)$ выполнены условия непрерывности температуры и давления

$$[T] = 0, [P] = 0,$$

условие фазового равновесия

$$T^* = T_{eq}(P),$$

где зависимость от температуры и давления считается линейной. Кроме того, выполнены следующие условия, являющиеся следствиями сохранения:

$$\begin{aligned} \left(S_w - \frac{S_i \rho_i}{\rho_w} \right) \dot{s}(t) &= -\frac{k}{n\mu_w} f_w(S_w) \frac{\partial}{\partial x} P_m(s(t), t), \\ (S_w - S_i) \dot{s}(t) &= -\frac{k}{n\mu_a} \left(f_a(S_i) \frac{\partial}{\partial x} P_f - f_a(S_w) \frac{\partial}{\partial x} P_m \right); \\ nS_i \rho_i q \dot{s}(t) &= \lambda_f \frac{\partial}{\partial x} T_f(s(t), t) - \lambda_m \frac{\partial}{\partial x} T_m(s(t), t). \end{aligned}$$

Последнее условие – это условие Стефана [4], в котором q – удельная скрытая теплота фазового перехода. Будем искать решение, для которого все поры в мерзлом грунте заняты льдом, а температура тождественно равна температуре фазового перехода (однофазная задача).

В целях численного исследования исходная система (1) будет приведена к безразмерному виду и рассмотрена в постановках с учетом силы тяжести и так же без нее.

Введем автомодельную переменную $\xi = x - ct$. Будем рассматривать задачу тепломассопереноса в талом грунте и найдем решение при отрицательных значениях переменной ξ .

Считая все искомые функции функциями единственной переменной, перепишем исходные уравнения:

$$\begin{aligned} n\rho_w \frac{dS}{d\xi}(-c) + \rho_w \frac{d}{d\xi}(v_w) &= 0; \quad -cn \frac{d}{d\xi} \rho_a(1 - S_w) + \frac{d}{d\xi}(\rho_a v_a) = 0; \\ v_i &= -\frac{kf_i(S)}{\mu_i}(P_\xi - \rho_i g), \quad P = \rho_a RT, \quad j = a, w, \\ -c \cdot \frac{d}{d\xi}((\rho C)_m T) + \frac{d}{d\xi}[P(v_a + v_w)] + \frac{d}{d\xi}((\rho_w C_w v_w + \rho_a C_a v_a)T) &= \\ &= \frac{d}{d\xi} \left(\lambda_m \frac{\partial}{\partial \xi} T \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Для полученной системы (2) поставим начальные условия

$$\begin{aligned} S(0) &= S_0, \quad T(0) = T_0, \quad T_\xi(0) = H, \\ P(0) &= P_0, \quad P_\xi(0) = Y. \end{aligned}$$

В физических переменных эти условия соответствуют условиям на границе раздела фаз $\xi = 0$.

Введем безразмерные величины:

$$\tilde{v}_w = v_w / v^*, \quad \tilde{v}_a = v_a / v^*, \quad \tilde{P} = P / P_{at}, \quad \tilde{T} = T / T_{abs}, \quad \tilde{\rho}_a = \rho_a / \frac{P_{at}}{RT_{abs}} = \rho_a / 1,275,$$

$$V = c / v^*, \quad \tilde{\xi} = \xi / L$$

Значения параметров $v^* = 10^{-5}$, $L = 10$, $v^* L = 10^{-4}$ выбираем согласно [1].

Давление исключается из системы путем использования уравнения состояния идеального газа.

Приведем полученную систему (2) без учета силы тяжести к двум уравнениям относительно $T(\xi), S(\xi)$.

$$\begin{cases} \frac{d}{d\xi} T(\xi) = \left(\frac{1}{\lambda_m} ((T(\xi) - T(0)) \cdot (-c \cdot (1-n) \cdot \rho_s \cdot C_s + C_1 \cdot C_w + C_2 \cdot C_a + R \cdot C_2) + \right. \\ \left. + (T(\xi) \cdot (R \cdot (\rho_a(S(\xi)) \cdot c \cdot n + \frac{\rho_a(S(\xi))}{\rho_w} \cdot C_1)) - T(0) \cdot ((R \cdot (\rho_a(S(0)) \cdot c \cdot n + \frac{\rho_a(S(0))}{\rho_w} \right. \\ \left. \frac{d}{d\xi} S(\xi) = \frac{(C_1 + V \cdot S(\xi) \cdot n) \rho_a(S(\xi)) \cdot R \cdot T(\xi) \cdot S(\xi)}{5 \cdot S(\xi) \rho_s(S(\xi)) \cdot R \cdot T(\xi)} \right). \end{cases} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{P_{at} L v^*}{T_{abs} \lambda}; \quad \sigma = \frac{L v^* \rho_s C_s (1-n)}{\lambda}; \\ C_1 &= v_w(0) - n \cdot V \cdot S(0); \\ C_2 &= v_a(0) - n \cdot V \cdot (1 - S(0)); \end{aligned}$$

$$C_3 = \sigma \cdot \left(\frac{C_w}{\rho_s \cdot C_s \cdot (1-n)} \cdot C_1 + \frac{C_a}{\rho_s \cdot C_s \cdot (1-n)} \cdot C_2 - V \right) + \chi \cdot P(0) \cdot (v_w(0) + v_a(0)) - \frac{d}{d\xi} T(0).$$

Для вычисления C_3 и постановки задачи Коши для системы, необходимо задать значения

$$S(0) = S_0, T(0) = 1, P(0) = P_0, T'(0), P'(0).$$

Эти величины предлагается найти из условий на фронте для однофазной задачи, в которой насыщенность в твердой фазе равна единице.

$$\dot{s}(1-S) = -\frac{k}{n\mu_a} f_a(S_0) \frac{\partial}{\partial x} \tilde{P}_m(s(t), t);$$

$$\left(S_0 - \frac{\rho_i}{\rho_w} \right) \dot{s}(t) = -\frac{k}{n\mu_w} f_w(S_0) \frac{\partial}{\partial x} \tilde{P}_m(s(t), t); \quad (4)$$

$$n\rho_i q \dot{s}(t) = -(nS_0\lambda_w + n(1-S_0)\lambda_a + (1-n)\lambda_s) \cdot \frac{\partial}{\partial x} T(s(t), t).$$

Значения параметров для которых проводились расчеты приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Значения параметров

μ_w	10^{-3}	k	10^{-12}	C_a	10^3
μ_a	$0.0182 \cdot 10^{-3}$	V	$10^{-2}; 0.5 \cdot 10^{-2}; 10^{-3}$	C_s	$0.92 \cdot 10^3$
ρ_i	910	q	$3.34 \cdot 10^5$	P_{atm}	10^5
ρ_w	10^3	λ_w	0.58	T_{abs}	283K
ρ_s	$2 \cdot 10^3$	λ_a	0.023	g	9.8
n	0.2	C_w	$4.19 \cdot 10^3$	R	287

Записывая (4) в автомодельном случае и в безразмерном виде, из первых двух уравнений получим:

$$V = -275P'(0); (S_0 - 0.91)V = -5P'(0)S_0; \tilde{T}'(0) = 13,9V.$$

Следовательно $S(0) = 0.92685, P'(0) = -0.0036V$.

Будем решать полученную нелинейную автономную систему двух уравнений первого порядка (3), состоящую из двух уравнений относительно $T(\xi), S(\xi)$ с начальными условиями

$$\tilde{T}(0) = 1; S(0) = 0.92685. \quad (5)$$

В работе [5] установлено существование решения, задачи Коши (3), (5) удовлетворяющего условию $0 < S(\xi) < 1$ при малых ξ . Очевидно, что физические ограничения на значения температуры при убывании ξ приводят к необходимости ограничиться отрицательными значениями ξ порядка единицы. Анализ задачи Коши (3), (5) приводит к следующему результату.

Утверждение. Задача Коши (3), (5) имеет на интервале $(-1, 0)$ единственное решение $S(\xi), \tilde{T}(\xi)$, причем

$$S(\xi) \in (0, 1), \tilde{T}(\xi) \in (1, 1.05).$$

Построим решение системы уравнений на интервале $\xi \in (-1, 0)$ для трех различных значений V , используя для решения задачи Коши (3), (5) среду Maple 17.

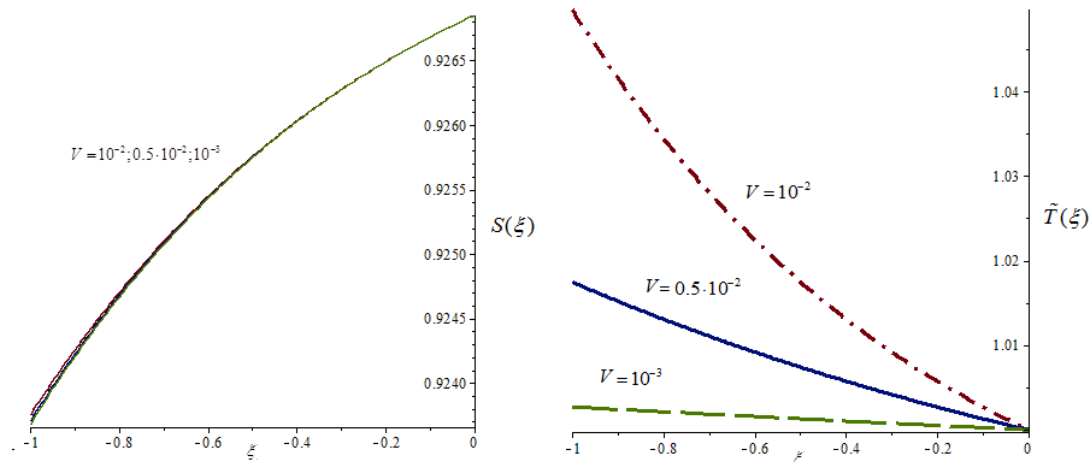


Рисунок 1 – Поведение $S(\xi), \tilde{T}(\xi)$ без учета силы тяжести для значений $V = 10^{-2}; 0.5 \cdot 10^{-2}; 10^{-3}$.

На рисунке 1 приведены профили безразмерной температуры и насыщенности с начальными условиями (5). Отметим, что профиль концентрации не изменяется существенно при изменении па-

раметра V (кривые на левой части Рисунка 1 практически неразличимы). При этом градиент температуры заметно меняется.

Теперь приведем систему (2) с учетом силы тяжести к двум уравнениям относительно $T(\xi), S(\xi)$.

$$\begin{cases} \frac{d}{d\xi} T(\xi) = \sigma \left(\frac{C_w C_1}{\rho_s \cdot C_s \cdot (1-n)} + \frac{C_a C_2}{\rho_s \cdot C_s \cdot (1-n)} - V \right) + \chi \cdot \rho_a(\xi) \cdot T(\xi) \cdot (v_w(\xi) + v_a(\xi)) - C_3; \\ \frac{d}{d\xi} S(\xi) = \frac{\left(\frac{(C_1 + V \cdot S(\xi) \cdot n)}{5 \cdot S(\xi)} + \frac{g \cdot \rho_w}{P_{atm}} \right) + \rho_a(S(\xi)) \cdot R \cdot T(\xi)}{\rho_s(S(\xi)) \cdot R \cdot T(\xi)}. \end{cases}$$

Здесь

$$\chi = \frac{P_{at} L v^*}{T_{abs} \lambda}; \sigma = \frac{L v^* \rho_s C_s (1-n)}{\lambda}; C_1 = v_w(0) - n \cdot V \cdot S(0); C_2 = v_a(0) - n \cdot V \cdot (1-S(0)); C_3 = v_a(0) - n \cdot V \cdot (1-S(0));$$

$$C_3 = \sigma \left(\frac{C_w C_1}{\rho_s \cdot C_s \cdot (1-n)} + \frac{C_a C_2}{\rho_s \cdot C_s \cdot (1-n)} - V \right) + \chi \cdot P(0) \cdot (v_w(0) + v_a(0)) - \frac{d}{d\xi} T(0).$$

Как и ранее для вычисления C_3 и постановки задачи Коши для системы, необходимо задать значения

$$S(0) = S_0, \tilde{T}(0) = 1, P(0) = P_0, \tilde{T}'(0), P'(0).$$

Из системы (4) с учетом силы тяжести g получим:

$$P'_\xi(0) = \frac{g}{P_{atm}} - V \cdot (1 - S(0)); \tilde{T}'(0) = 13.9V; S(0) = 0.9982.$$

Запишем итоговую нелинейную систему состоящую из двух уравнений относительно $T(\xi), S(\xi)$ (опуская волны над T):

$$\begin{cases} \frac{d}{d\xi} T(\xi) = \sigma \left(\frac{C_w C_1}{\rho_s \cdot C_s \cdot (1-n)} + \frac{C_a C_2}{\rho_s \cdot C_s \cdot (1-n)} - V \right) + \chi \cdot \rho_a(\xi) \cdot T(\xi) \cdot (v_w(\xi) + v_a(\xi)) - C_3; \\ \frac{d}{d\xi} S(\xi) = \frac{\left(\frac{(C_1 + V \cdot S(\xi) \cdot n)}{5 \cdot S(\xi)} + \frac{g \cdot \rho_w}{P_{atm}} \right) + \rho_a(S(\xi)) \cdot R \cdot T(\xi)}{\rho_s(S(\xi)) \cdot R \cdot T(\xi)}. \end{cases} \quad \text{с начальными условиями}$$

$$T(0) = 1; S(0) = 0.9982. \quad (6)$$

Поскольку наличие силы тяжести приводит к увеличению скорости фильтрации, условие ограниченности температуры приводит к необходимости ограничиться интервалом $\xi \in (-0.3, 0)$

Построим решение системы уравнений для таких же значений V , что рассматривались выше.

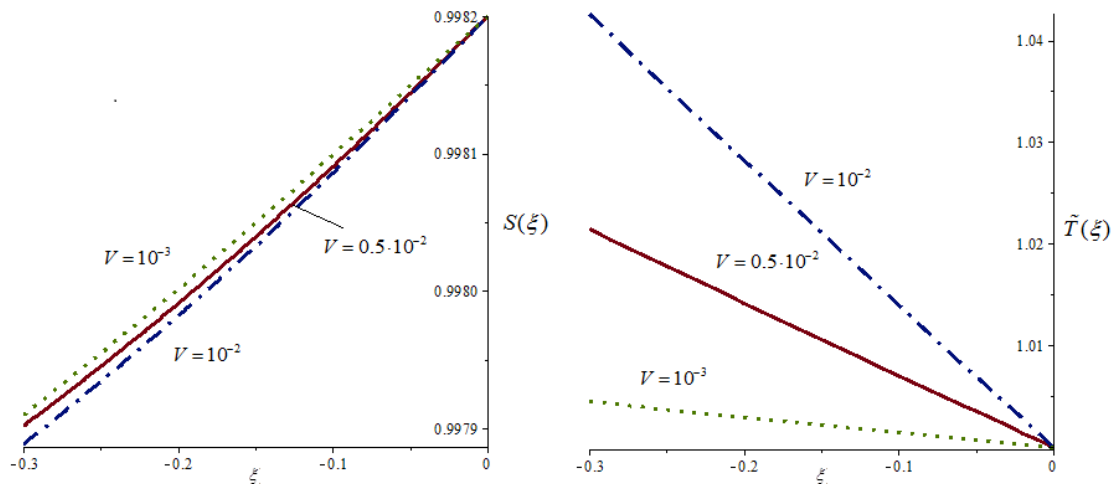


Рисунок 2 – Поведение $S(\xi), \tilde{T}(\xi)$ с учетом силы тяжести для $V = 10^{-2}; 0.5 \cdot 10^{-2}; 10^{-3}$.

Таким образом, возвращаясь к физическим переменным в варианте без учета силы тяжести, решение строилось для пласта талого грунта шириной 10 метров. При этом построены профили температуры и насыщенности для значений

Библиографический список

- Петрова А.Г., Мошкин Н.П., Жирков А.Ф., Задача о возмущениях фазового фронта в ненасыщенном грунте под действием инфильтрации осадков // Известия Алтайского государственного университета. – 2015. – № 1/1 (85). – С. 100–106.

2. Петрова А.Г., Железняк М.Н., Янцен В.В. Автомодельные режимы протаивания насыщенного мёрзлого грунта при выпадении дождя // Известия Алтайского государственного университета. 2014. № 1/1 (81). – С. 109–113.

3. Васильев В.И., Максимов А.М., Петров Е.Е., Ципкин Г.Г. Тепломассоперенос в промерзающих и протаивающих грунтах. – М., 1996.

4. Мейрманов А.М. Задача Стефана. – Новосибирск, 1999. – Т. 40, №3.

5. Петрова А.Г., Алейников А.С., Бочкарева Ю.А., Михина Д.Л. О точных решениях задачи протаивания грунта под действием инфильтрации осадков // МАК–2015: Сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул, 2015. – С. 75–78.

УДК 551.345+539.3

Точное автомодельное решение задачи о влагопереносе в деформируемом грунте

И.Г. Ахмерова
АлтГУ, г. Барнаул

Рассматривается процесс фильтрации воды и воздуха в деформируемом грунте. Грунт является трехфазной средой, состоящей из воды ($i = 1$), воздуха ($i = 2$) и твердой деформируемой пористой среды ($i = 3$). Уравнения сохранения массы для каждой из фаз, закон Дарси для воды и воздуха и закон сохранения импульса для твердой матрицы с учетом принципа Терцаги, обобщенного закона Гука и эффекта капиллярных сил имеют вид [1, 2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_i^0 s_i m)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i^0 s_i m u_i)}{\partial x} &= 0, \quad i=1,2; \\ \frac{\partial(\rho_3^0(1-m))}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_3^0(1-m)u_3)}{\partial x} &= 0; \\ ms(u_1 - u_3) &= -K_0 \frac{k_{01}}{\mu_1} \left(\frac{\partial p_1}{\partial x} + \rho_1^0 g \right), \quad s_1 \equiv s, \quad s_2 \equiv 1-s; \\ m(1-s)(u_2 - u_3) &= -K_0 \frac{k_{02}}{\mu_2} \left(\frac{\partial p_2}{\partial x} + \rho_2^0 g \right), \quad p_1 - p_2 = p_c(s); \\ \frac{\partial \sigma_{kl}^f}{\partial x} - (1-m) \frac{\partial P}{\partial x} - (p_1 - p_2) m \frac{\partial s}{\partial x} + K_{23}(u_2 - u_3) + \\ &+ K_{13}(u_1 - u_3) + \rho_3^0(1-m)g = 0; \\ \sigma_{kl}^f &= (1-m)(\lambda_1 e_{kl} + 2\lambda_2 e_{kl} + \beta_s K p_c(s) \delta_{kl}). \end{aligned}$$

Здесь u_i – скорость i -ой фазы, ρ_i – приведенная плотность, связанная с истинной плотностью ρ_i^0 и объемной концентрацией α_i соотношением $\rho_i = \alpha_i \rho_i^0$ ($\alpha_1 = ms_1, \alpha_2 = ms_2, \alpha_3 = 1-m$); s_1, s_2 – насыщенности воды и воздуха; m – пористость грунта; K_0 – тензор фильтрации; k_{0i} – относительные фазовые проницаемости; μ_i – вязкость i -ой фазы; p_i – давление i -ой фазы; $p_c(s)$ – равновесное капиллярное давление; σ_{kl}^f – полное эффективное напряжение при двухфазном насыщении среды ($\sigma_{kl}^f = \Gamma_{kl} + P \delta_{kl}$); Γ_{kl} – полное напряжение в среде ($\Gamma_{kl} = (1-m)\sigma_{kl} - msp_1 \delta_{kl} - m(1-s)p_2 \delta_{kl}$); σ_{kl} – истинное напряжение твердой фазы, δ_{kl} – единичный тензор, P – полное давление первой и второй фазы ($P = sp_1 + (1-s)p_2$); K_{ij} – коэффициент взаимодействия фаз; $(1-m)\lambda_1, (1-m)\lambda_2$ – коэффициенты Ламе; $(1-m)K$ – модуль всестороннего сжатия сухой пористой среды; e_{kl} – полная деформация пористой среды ($e_{kl} = e_{kl}^f + e_{kl}^p + e_{kl}^s$, $e_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \omega_k}{\partial x_l} + \frac{\partial \omega_l}{\partial x_k} \right)$, где $\vec{\omega}$ – вектор перемещения твердых частиц), e_{kl}^p – деформация изменения плотности материала твердых частиц ($e_{kl}^p = -\frac{1}{3} \beta_3 \sigma_{mn} \delta_{mn} \delta_{kl}$, β_3 – коэффициент изотермической сжимаемости материала индивидуальных частиц матрицы), e_{kl}^s –

деформация матрицы из-за изменения капиллярных сил ($e_{kl}^s = -\frac{1}{3}\beta_s(p_c(s) - p_c(s_0))\delta_{kl}$, β_s – коэффициент набухания (усадки) матрицы при изменениях насыщенности в силу действия капиллярных сил, $s_0 = 0$ при $x = 0$), $e = tr(e_{kl})$, e_{kl}^f – деформация переупаковки (в случае упругого состояния матрицы связаны с эффективным напряжением законом Гука); g – ускорение силы тяжести. Близкие по структуре задачи рассматривались в [3–5].

Для данной системы уравнений рассматривается автомодельное решение типа «бегущей волны» в области $(-\infty, ct)$. Предполагая все искомые функции зависящими только от переменной $\xi = x - ct$ (c – неизвестная постоянная). Вектор ускорения в системе координат xyz имеет вид $\vec{g} = (-g, 0, 0)$. Тогда в одномерном случае исходная система имеет вид:

$$\begin{aligned} -c \frac{d(\rho_1^0 sm)}{d\xi} + \frac{d(\rho_1^0 sm u_1)}{d\xi} &= 0, \\ -c \frac{d(\rho_2^0 (1-s)m)}{d\xi} + \frac{d(\rho_2^0 (1-s)mu_2)}{d\xi} &= 0, \\ -c \frac{d(\rho_3^0 (1-m))}{d\xi} + \frac{d(\rho_3^0 (1-m)u_3)}{d\xi} &= 0; \end{aligned} \quad (1)$$

$$ms(u_1 - u_3) = -K_0 \frac{k_{01}}{\mu_1} \left(\frac{dp_1}{d\xi} - \rho_1^0 g \right); \quad (2)$$

$$m(1-s)(u_2 - u_3) = -K_0 \frac{k_{02}}{\mu_2} \left(\frac{dp_2}{d\xi} - \rho_2^0 g \right); \quad (3)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p_c}{\partial s} \frac{ds}{d\xi} &= \frac{\mu_1}{K_0 k_{01}} m s c \frac{1-m^-}{1-m} - \\ -\frac{\mu_2}{K_0 k_{02}} m(1-s)c &\left(\frac{1-m^-}{1-m} - \frac{m^-}{m(1-s)} \right) + \bar{g}, \bar{g} = g(\rho_1^0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} -\frac{dm}{d\xi} ((\lambda_1 + 2\lambda_2)e_{11} + \beta_s K p_c(s)) - (1-m)s \frac{dp_c}{d\xi} - (1- \\ -p_c \frac{ds}{d\xi} + (1-m) \left((\lambda_1 + 2\lambda_2) \frac{de_{11}}{d\xi} + \beta_s K \frac{dp_c}{d\xi} \right) + \\ + K_{13}(u_1 - u_3) + \rho_3^0 (1-m)g &= 0; \end{aligned} \quad (5)$$

$$-c \frac{de_{11}}{d\xi} = \frac{du_3}{d\xi}, \quad p_1 - p_2 = p_c(s); \quad (6)$$

$$s|_{\xi \rightarrow -\infty} = 0, u_i|_{\xi \rightarrow -\infty} = 0, p_2(0) = p_2^+, u_i(0) = u_i^+, \quad i \quad (7)$$

Систему уравнений (1)–(7) с учетом дополняющих гипотез $p_1 = p_2$, $p_c = 0$; $g = 0$; $b = 0$ и $K_{23} = 0$ можно привести к виду:

$$\begin{aligned} -c \frac{d(\rho_1^0 sm)}{d\xi} + \frac{d(\rho_1^0 sm u_1)}{d\xi} &= 0, \\ -c \frac{d(\rho_2^0 (1-s)m)}{d\xi} + \frac{d(\rho_2^0 (1-s)mu_2)}{d\xi} &= 0, \\ -c \frac{d(\rho_3^0 (1-m))}{d\xi} + \frac{d(\rho_3^0 (1-m)u_3)}{d\xi} &= 0; \end{aligned} \quad (8)$$

$$ms(u_1 - u_3) = -K_0 \frac{k_{01}}{\mu_1} \left(\frac{dp_1}{d\xi} \right); \quad (9)$$

$$m(1-s)(u_2 - u_3) = -K_0 \frac{k_{02}}{\mu_2} \left(\frac{dp_1}{d\xi} \right); \quad (10)$$

$$\frac{d}{d\xi}((1-m)(\lambda_1 + 2\lambda_2)e_{11}) - (1-m)\frac{dp_1}{d\xi} + K_{13}(u_1 - u_3) = 0; \quad (11)$$

$$-c\frac{de_{11}}{d\xi} = \frac{du_3}{d\xi}; \quad (12)$$

$$s|_{\xi \rightarrow -\infty} = 0, u_i|_{\xi \rightarrow -\infty} = 0, p_2(0) = p_2^+, u_i(0) = u_i^+, \quad i = 1, 2, 3. \quad (13)$$

Искомые являются функции $s(\xi)$, $m(\xi)$ и c . Решение задачи (8)–(13) находим следующим образом. Интегрируя уравнения (8) и (12) находим представления для истинных скоростей воды, воздуха и твердой матрицы и e_{11} :

$$u_1 = c, u_2 = c\left(1 - \frac{m^-}{m(1-s)}\right), u_3 = c\left(1 - \frac{1-m^-}{1-m}\right), e_{11} = u_3 + b.$$

Используя представления для скоростей и (9), (10), приходим к уравнению для насыщенности $s(\xi)$:

$$k_{02}\mu_1 m s c \frac{1-m^-}{1-m} - k_{01}\mu_2 m c (1-s) \left(\frac{1-m^-}{1-m} - \frac{m^-}{m(1-s)} \right) = 0. \quad (14)$$

Замечание. Пусть фазовые проницаемости k_{0i} определены следующим образом

$$k_{0i} = \begin{cases} 0, & s_i < 0; \\ s_i^{n_i}, & 0 < s_i < 1; \\ 1, & s_i > 1. \end{cases}$$

В этом случае из (14) получим, что $0 \leq s < 1$ при $m \in (0, 1)$. Действительно, если $s < 0$, то $k_{01} = 0$ и из (14) выводим, что $s = 0$ и следовательно $s \geq 0$. Если же $s > 1$, то $k_{02} = 0$ и из (14) приходим к тому, что $s < 1$.

Пусть дополнительно ($n_1 = n_2 = 1$), тогда из (14) находим насыщенность:

$$\begin{aligned} & \frac{m}{1-m} c (1-s) s (\mu_1 (1-m^-) - \\ & - \mu_2 \left(\frac{m-m^-}{m(1-s)} - m s (1-m^-) \right)) = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Так как $0 < m < 1$, $0 < s < 1$ и $c < 0$, то

$$\mu_1 (1-m^-) m (1-s) - \mu_2 (m-m^-) + \mu_2 m s (1-m^-) = 0,$$

т. е. из (15) следует, что либо $s = 0$, либо

$$s = \frac{\mu_1}{\mu_1 - \mu_2} - \frac{\mu_2 (m-m^-)}{(1-m^-) m (\mu_1 - \mu_2)}, \quad \mu_1 \neq \mu_2, \quad m^- \neq 1. \quad (16)$$

Подставляя (12) в (11) с учетом (9) и представления e_{11} , получим уравнение для пористости $m(\xi)$

$$\begin{aligned} K_0 \frac{k_{01}}{\mu_1 (1-m)} (\lambda_1 + 2\lambda_2) \frac{dm}{d\xi} A = m s c (1-m^-) + K_0 \frac{k_{01}}{\mu_1} c \frac{1-m^-}{1-m} K_{13}, \\ A = c(1-m) - (c+1)(1-m^-). \end{aligned} \quad (17)$$

Рассмотрим случай, когда $A = 0$. В этом случае

$$m = \frac{(1-m^-) + |c| m^-}{|c|},$$

Для выполнения условия $m \in (0, 1)$ необходимо, чтобы начальные данные удовлетворяли следующим неравенствам

$$0 < \frac{(1-m^-) + |c| m^-}{|c|} < 1.$$

Эти неравенства справедливы при $|c| > 1$.

Рассмотрим случай $|c| < 1$, следовательно $A \neq 0$. Подставляя в уравнение (17) насыщенность из (16), приходим к уравнению для пористости $m(\xi)$ вида:

$$\frac{dm}{d\xi} = F(m),$$

решение которого находится в квадратурах. Таким образом, имея представление для $m(\xi)$, из (16) находим $s(\xi)$. Далее подставляя $m(\xi)$ и $s(\xi)$ в представления для истинных скоростей воды, воздуха и твердой матрицы находим c и, следовательно, решение задачи (8)-(13). Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №16-08-00291.

Библиографический список

1. Николаевский В.Н., Басниев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.А. Механика насыщенных пористых сред. – М.: Изд-во Недраб., 1970.
2. Ведерников В.В., Николаевский В.Н. Уравнения механики пористых сред, насыщенных двухфазной жидкостью // Изв. АН СССР. – Механика жидкости и газа. – 1978. – Т. 5.
3. Папин А.А., Сибин А.Н., Хворых Д.П. Об одной задаче фильтрации в условиях вечной мерзлоты // МАК-2013: сборник трудов шестнадцатой региональной конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2013. – С. 45–48.
4. Папин А.А., Токарева М.А., Шишмарев К.А. Математические вопросы динамики ледового покрова // Вестник алтайской науки. – 2015. – №1 (23). – С. 161–171.
5. Коробкин А.А., Папин А.А., Шишмарев К.А. Поведение ледового покрова канала под действием поверхностных волн // Известия АлтГУ. – 2012. – №1/1. – С. 55–59.

УДК 536.25

Численное моделирование течений жидкости со свободной границей и динамическим контактном углом

Ю.С. Бунтовх¹, А.В. Закурдаева^{1,2}, К.В. Лушева¹, О.Н. Гончарова^{1,2}
¹АлтГУ, г. Барнаул; ²ИТ СО РАН, г. Новосибирск

Задачи о движении вязкой несжимаемой жидкости в областях с твердыми и границами и границами раздела являются чрезвычайно актуальными в настоящее время ввиду различных важных приложений. Такие задачи связаны с изучением конвективных многофазных течений, течений через пористую среду, испарением капли и стеканием пленки, находящейся на твердой, часто нагреваемой подложке [1]. Нестационарные задачи гидродинамики в областях со свободными границами продолжают оставаться очень сложными с математической точки зрения ввиду проблемы динамического контактного угла. Проблема динамического контактного угла возникает вследствие несовместимости условий на свободной поверхности жидкости и условий прилипания на твердой стенке в окрестности движущейся линии контакта трех фаз. Известны различные способы замыкания постановки задачи о движении вязкой несжимаемой жидкости при наличии движущейся линии контакта (или точек контакта в двумерном случае). Данные способы включают замену условий прилипания условиями проскальзывания на некотором участке твердой стенки вблизи линии контакта, асимптотический подход, предположения о равенстве угла контакта π или нулю и другие подходы (см., например, [2, 3]). Для некоторых математических моделей, описывающих течения жидкостей с динамическим контактном углом, доказана корректность постановок начально-краевых задач. Разрешимость изучаемой задачи с неизвестной границей и динамическим контактном углом доказана в работе [4]. При этом на твердых стенках области течения условие прилипания заменено условием пропорциональности касательного напряжения разности касательных скоростей жидкости и стенки.

Рассматривается задача о течении жидкости в двумерном случае при условии движущейся с постоянной скоростью точки контакта [4–6]. При этом декартова система координат выбрана таким образом, что вектор ускорения силы тяжести \mathbf{b} направлен вдоль продольной оси (здесь Ox , см. рисунок 1, рисунок 2). Течение вязкой несжимаемой жидкости со свободной границей исследуются численно на основе математической модели, которая включает уравнения Навье-Стокса, кинематическое и динамическое условия на свободной границе и условия проскальзывания на твердых границах. Построены численные алгоритмы с использованием конечно-разностных схем второго порядка аппроксимации по пространству и времени. Численные эксперименты проведены для жидкостей типа воды, этанола, HFE7100 в условиях нормальной и пониженной гравитации при различных значениях статического контактного угла Φ_0 , коэффициентов трения γ , γ_0 и поверхностного натяжения (см. рисунок 3). Численно исследуется зависимость динамического контактного угла Φ от скорости движения точки

контакта S . Определяется влияние интенсивности гравитационного поля β на характер названной зависимости.

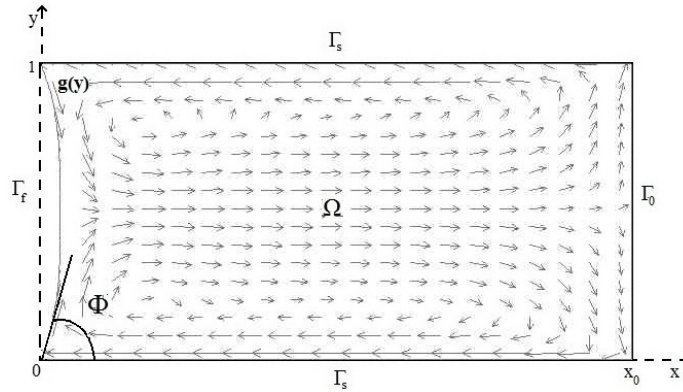


Рисунок 1 – Поле скоростей

Область течения Ω жидкости при наличии динамического контактного угла Φ . Топология течения; результаты расчета течения жидкости (этанол) в случае $\Phi_0 = 63$ (статический контактный угол); $S = 3$ см/с (скорость движения точки контакта); $\gamma_0 = \gamma = 100$ г/(см²с) (коэффициенты трения типа «жидкость – твердая стенка»); условия нормальной гравитации ($\beta = 981$ см/с²).

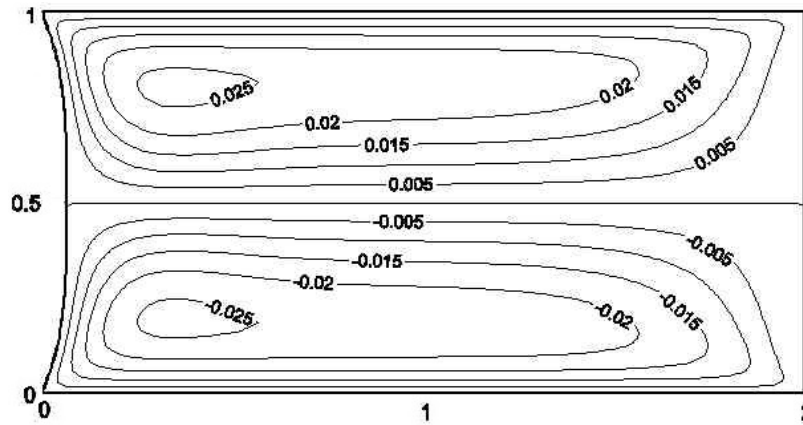


Рисунок 2 – Линии тока

Область течения Ω жидкости при наличии динамического контактного угла Φ . Топология течения; результаты расчета течения жидкости (этанол) в случае $\Phi_0 = 63$ (статический контактный угол); $S = 3$ см/с (скорость движения точки контакта); $\gamma_0 = \gamma = 100$ г/(см²с) (коэффициенты трения типа «жидкость – твердая стенка»); условия нормальной гравитации ($\beta = 981$ см/с²).

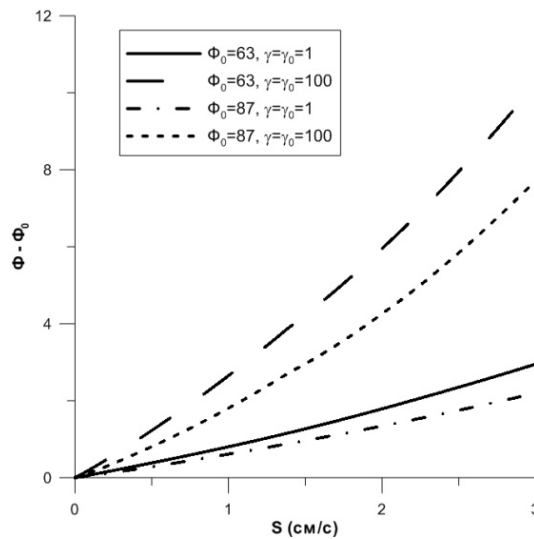


Рисунок 3 – Отклонение динамического угла Φ от статического Φ_0

Этанол; условия нормальной гравитации ($\beta = 981$ см/с²); различные значения статического угла ($\Phi_0=63$ и $\Phi_0=87$) и коэффициентов трения ($\gamma = \gamma_0 = 1$ г/(см²с) и $\gamma = \gamma_0 = 100$ г/(см²с)).

Указанная зависимость динамического контактного угла от скорости движения точки контакта характеризуется увеличением значения динамического контактного угла при увеличении скорости движения точки контакта.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект 15-19-20049).

Библиографический список

1. Gatarova E.Ya., Semenov A.A., Zaitsev D.V., Kabov O.A. Evaporation of a sessile water drop on a heated surface with controlled wettability // *Colloids and surfaces A. Physicochem. Eng. Aspects.* – 2014. – № 441. – P. 776–785.
2. Ajaev V.S., Homsy G.M. Modeling shapes and dynamics of confined bubbles // *Annu. Rev. Fluid Mech.* – 2006. – № 38. – P. 277–307.
3. Baiocchi C., Pukhnachov V.V. Problems with one-sided constraints for Navier-Stokes equations and the dynamic contact angle // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* – 1990. – № 31. – P. 185–196.
4. Kroener D. Asymptotische Entwicklungen fuer Stroemungen von Fluessigkeiten mit freiem Rand und dynamischem Kontaktwinkel // *Preprint / Univ. Bonn.* – 1986. – № 809.
5. Doerfler W., Goncharova O., Kroener D. Fluid flow with dynamic contact angle: numerical simulation // *ZAMM.* – 2002. – № 82(3). – P. 167–176.
6. Goncharova O.N., Zakurdaeva A.V. Numerical investigation of a dependence of the dynamic contact angle on the contact point velocity in a problem of the convective fluid flow // *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics.* – 2016 (accepted for publication).

УКД 532.135

К вопросу оценки числа релаксационных процессов при моделировании соотношений линейной вязкоупругости текучих полимерных сред

Е.М. Гельфанд, О.А. Кондратьева, Н.А. Черпакова
АлтГТУ, г. Барнаул

Необходимость учета множественных релаксационных процессов при описании динамики растворов и расплавов полимеров является одной из актуальных проблем в реологии. Решение этой задачи для подавляющего большинства реологических моделей находят, создавая их многомодальные приближения [1–5].

Часто при этом удается разделить параметры модели, отвечающие за области линейной и нелинейной вязкоупругости. Соотношения нелинейной вязкоупругости определяют специфику реологических моделей и здесь не рассматриваются. В то же время соотношения линейной вязкоупругости, полученные в области малых градиентов скорости, приводят к одинаковым выражениям и оценка параметров реологических моделей, которых может быть достаточно много, в этом случае представляет научный интерес.

Одной из важных характеристик линейной вязкоупругости являются компоненты динамического модуля: модуль сдвига и модуль потерь, зависимости которых от частоты выглядят так:

$$G'(\omega) = \sum_{\alpha=1}^n \frac{\omega^2 \tau_{\alpha} \eta_{\alpha}}{1 + (\omega \tau_{\alpha})^2}; G''(\omega) = \sum_{\alpha=1}^n \frac{\omega \eta_{\alpha}}{1 + (\omega \tau_{\alpha})^2}.$$

Здесь ω – частота, τ_{α} – набор времен релаксации, η_{α} – набор сдвиговых вязкостей; $\alpha=1,2,\dots,n$; n – число учитываемых релаксационных процессов.

В этом случае может быть поставлена следующая задача: подобрать значения τ_{α} и η_{α} , так, чтобы минимизировать отклонение расчетных величин от экспериментальных данных. Решение этой задачи содержит несколько этапов:

Зафиксируем набор τ_{α} .

1. Подберем η_{α}^1 – минимизируя зависимость G' от частоты ω .
2. Подберем η_{α}^2 – минимизируя отклонения зависимости G'' от частоты ω .
3. В качестве искомого зависимости вязкости возьмем $\eta_{\alpha} = (\eta_{\alpha}^1 + \eta_{\alpha}^2)/2$.

Эти этапы можно легко реализовать в одной из вычислительных сред, например, в Excel или MATLAB.

Не останавливаясь на деталях вычислений, посмотрим, как влияет n -число мод на точность построенных моделей. Это связано с тем, что в литературе часто рассматривается десяти- и более модовые приближения. Так как в дальнейшем полученные модели используются для описания более сложных течений, например, течений в сходящихся каналах, расчеты которых требуют существен-

ных затрат машинного времени, то встает вопрос, не является ли такое число учитываемых мод при оценке соотношений линейной вязкоупругости чрезмерным.

Для этого построим частотные зависимости компонент динамического модуля для одного, трех и пяти модовых приближений.

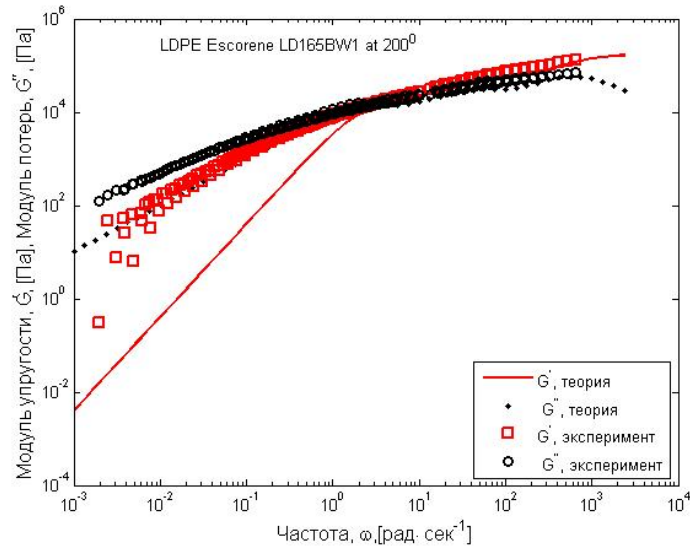


Рисунок 1 – Зависимость компонент динамического модуля от частоты для одномодового приближения

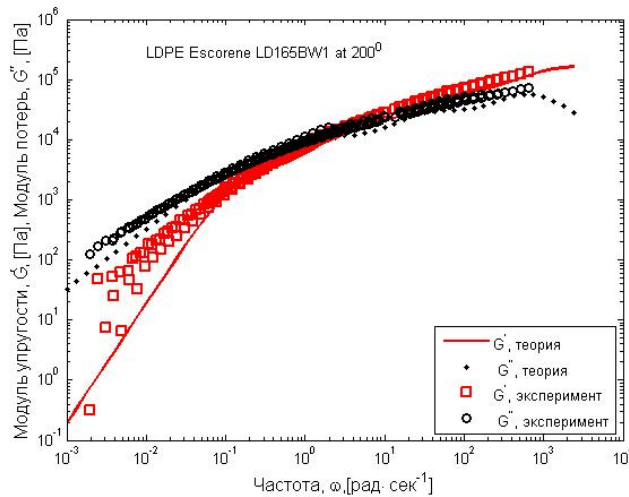


Рисунок 2 – Зависимость компонент динамического модуля от частоты для трехмодового приближения

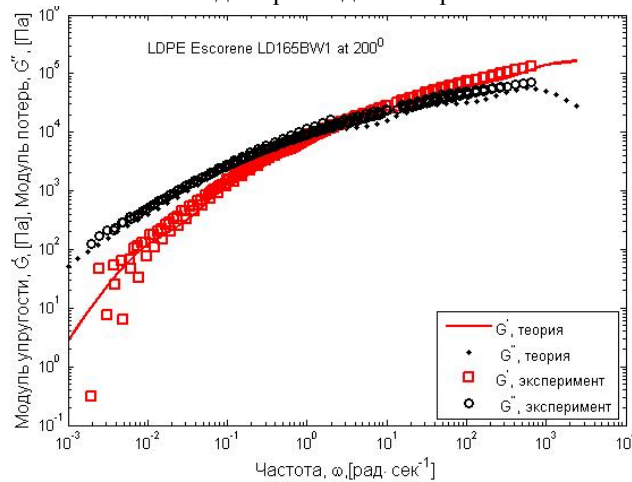


Рисунок 3 – Зависимость компонент динамического модуля от частоты для пятимодового приближения

Из расчетов видно, что приближения с одним временем релаксации можно считать удовлетворительно только в узком (один десятый порядок) диапазоне частот. В то же время приближения с тремя и пятью модами позволяют перекрывать диапазон в шесть порядков. И если для трех мод на расчетных зависимостях видны точки перегиба, то для пяти и более мод этого уже не наблюдается.

Таким образом, приведенный анализ показал, что для обеспечения необходимости точности расчетов по реологическим моделям нет необходимости учитывать большое число мод. Для инженерных расчетов достаточен учет трех или пяти релаксационных процессов.

Библиографический список

1. Алтухов Ю.А., Гусев А.С., Пышнограй Г. В., Кошелев К.Б. Введение в мезоскопическую теорию текучих полимерных систем: монография. – Барнаул: Изд-во АлтГПА, 2012. – 121 с.
2. Гусев А.С., Макарова М.А., Пышнограй Г.В. Мезоскопическое уравнение состояния полимерных сред и описание динамических характеристик на его основе // Инженерно-физический журнал. – 2005. – Т. 78, №5. – С. 55–61.
3. Мерзликина Д.А., Филип П., Пивоконский Р., Пышнограй Г.В. Многомодовая реологическая модель и следствия для простого сдвига и растяжения // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2013. – Т. 19, №2. – С. 254–261.
4. Pivokonsky R., Zatloukal M., Filip P. On the predictive/fitting capabilities of the advanced differential constitutive equations for branched LDPE melts // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 2006. – V. 135. – P. 58–67.
5. Rolón-Garrido V.H., Pivokonsky R., Filip P., Zatloukal M., Wagner M.N. Modelling elongational and shear rheology of two LDPE melts // Rheol. Acta. – 2009. – V. 48. – P. 691–697.

УДК 536.4

Исследование конвективных течений в сферическом слое жидкости при ступенчатом нагреве внешней среды

А.В. Закурдаева^{1,2}, О.Н. Гончарова^{1,2}

¹АлтГУ, г. Барнаул; ²ИТ СО РАН, г. Новосибирск

Исследование динамики и процесса переноса тепла в сферическом слое жидкости, содержащем внутри пузырек газа, связано с изучением свойств так называемых микробаллонов, составляющих основу таких материалов, как сенсibilизаторы эмульсионных взрывчатых веществ и сферопласт [1, 2]. Интерес к подобным проблемам в настоящий момент является достаточно высоким, так как успешное решение таких задач позволит специалистам прогнозировать поведение жидкостей, а соответственно, откроет возможность для улучшения характеристик конечных материалов.

Данная работа посвящена численному исследованию конвективных течений в сферическом слое вязкой несжимаемой жидкости, насыщенной газом [3–5]. Рассматривается сферически симметричная постановка, а описываемый слой, с заключенным внутри него пузырьком газа, имеет две свободные границы: внутренний радиус $r = R_1(t)$ и внешний радиус $r = R_2(t)$ (см. рисунок 1).

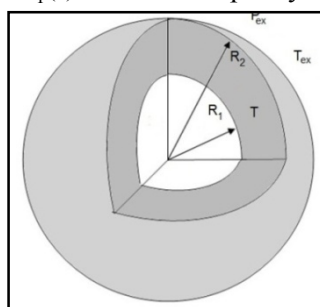


Рисунок 1 – Геометрия области течения

Математическая модель, принятая для описания процессов внутри сферического слоя и включающая в себя уравнения Навье-Стокса, переноса тепла и диффузии газа, подробно описана в [3–5] (см. также [6]). Глобальная разрешимость тепловой задачи доказана в [5].

Решение задачи о динамике жидкого слоя и процессах переноса тепла и диффузии газа в нем осуществлялось численно с использованием метода Рунге-Кутты четвертого порядка точности (для расчета скорости изменения объема сферического слоя, плотности газа в пузырьке и внутреннего радиуса слоя) и конечно-разностных схем второго порядка аппроксимации (для нахождения функций температуры и концентрации). На каждом временном слое вводится новая пространственная пере-

менная x для перехода из области с движущимися границами в фиксированную $(r,t) \rightarrow (x,t)$. Алгоритм численного расчета в деталях приведен в [7].

Проведены численные эксперименты по формированию микробаллонов жидкого стекла, насыщенного углекислым газом. Числовые значения характерных величин задачи и зависимости коэффициентов переноса от температуры указаны в [8]. В начальный момент времени состояние системы «жидкость – газ» характеризовалось следующими размерами жидкого слоя: внутренний радиус $R_{10} = 0.02$ см, внешний радиус $R_{20} = 0.05$ см. Температура предполагалась постоянной $T_0(r) = T_0(x) = 1171.1$ К, а концентрация газа в жидкости была распределена по параболическому закону ($C_0(r) = \alpha r^2 + \beta r + \gamma$, где α, β, γ – константы, зависящие от значений концентрации газа на границах области R_{10} и R_{20}). Внешняя атмосфера претерпевала нагрев от $T_{ex1} = 1171.1$ К до $T_{ex2} = 1673$ К по закону:

$$\begin{cases} T_{ex} = T_{ex1} + \frac{(T_{ex2} - T_{ex1})}{t_2 - t_1} (t - t_1), t_1 \leq t \leq t_2; \\ T_{ex} = T_{ex2}, t > t_2. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $t_1 = 0$ с, $t_2 = 0.3$ с, T_{ex} – внешняя температура.

На рисунке 2 приведены результаты численных расчетов для разных типов внешнего давления P_{ex} и значений плотности газа в пузырьке в начальный момент времени ρ_{g0} . Как правило, физическая величина P_{ex} задавалась постоянной, однако, в одном из случаев (штриховая линия с точкой на рисунке 2) давление внешней среды менялось со временем согласно формуле:

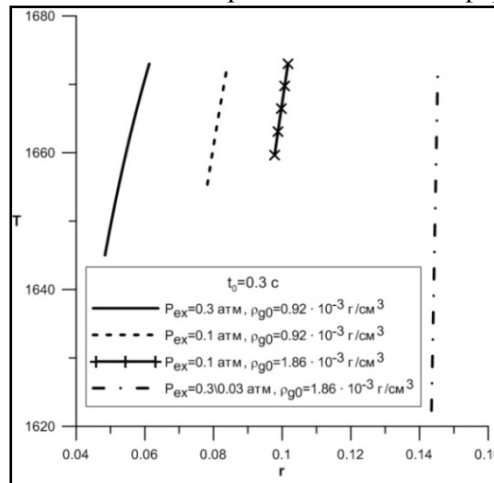


Рисунок 2 – Распределение температуры внутри жидкого слоя в момент времени $t_0 = 0.3$ для разных типов внешнего давления и значений плотности газа в пузырьке в начальный момент времени

$$\begin{cases} P_{ex} = P_{ex1} + \frac{(P_{ex2} - P_{ex1})}{t_2 - t_1} (t - t_1), t_1 \leq t \leq t_2; \\ P_{ex} = P_{ex2}, t > t_2. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $t_1 = 0$ с, $t_2 = 0.3$ с, $P_{ex1} = 0.3$ атм, $P_{ex2} = 0.03$ атм. Формула (2) аналогична ступенчатому закону (1) для температуры внешней среды с одной лишь разницей, что внешнее давление понижается с течением времени, а не повышается.

Заметим, что при более высоком давлении внешней среды сферический слой расширяется медленнее, чем в случае, когда давление внешней среды понижено. При этом внутри жидкости наблюдается более широкий диапазон изменения температуры. Увеличение плотности газа в пузырьке в начальный момент времени способствует расширению пузырька, однако на интервал температур фактически не влияет. Оригинальные результаты демонстрирует случай, когда, помимо ступенчатого нагрева внешней атмосферы, в численном эксперименте производилось десятикратное снижение внешнего давления. В данном случае расширение сферической оболочки происходит более интенсивно, и уже за 0.3 с толщина слоя существенно уменьшается. Вместе с тем, наблюдаемый диапазон изменения температуры намного превышает показатели, полученные в ходе других численных экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 14-08-00163).

Библиографический список

1. Аншиц А.Г., Аншиц Н. Н., Дерibas А.А., Караханов С.М., Касаткина Н.С., Пластинин А.В., Решетняк А.Ю., Сильвестров В.В. Скорость детонации эмульсионных взрывчатых веществ с ценосферами // Физика горения и взрыва. – 2005. – Т. 41, № 5. – С. 119–127.
2. Карпов Е.В. Деформирование и разрушение сферопласта в условиях малоциклового нагружения при различных температурах // Прикладная механика и техническая физика. – 2009. – Т. 50, № 1. – С. 197–204.
3. Гончарова О.Н. Математическая модель формирования сферических оболочек в условиях кратковременной невесомости // Динамика сплошной среды. – 1987. – № 82. – С. 66–79.
4. Гончарова О.Н., Пухначев В.В. Диффузионное приближение в задаче формирования сферических микробаллонов в условиях кратковременной невесомости // Моделирование в механике. – 1990. – № 5. – С. 83–95.
5. Гончарова О.Н. Глобальная разрешимость задачи о формировании сферических микробаллонов // Динамика сплошной среды. – 1993. – № 106. – С. 36–48.
6. Резанова Е.В. Численное исследование динамики сферической газосодержащей оболочки // Известия АлтГУ. – 2013. – №1/2 (77). – С. 42–47.
7. Zakurdaeva A.V. Numerical investigation of heat and mass transfer processes in a spherical layer of viscous incompressible liquid with free boundaries // MATEC Web of Conferences (сдана в печать).
8. Закурдаева А.В., Резанова Е.В. Численное исследование влияния давления внешней среды на динамику жидкой сферической оболочки // Омский научный вестник. – 2015. – №3 (143). – С. 312–315.

УДК 517.95+532.546

Двухфазная фильтрация в пороупругой среде

Ю.С. Зырянова, А.А. Папин

АлтГУ, г. Барнаул

Рассматривается фильтрация двух несмешивающихся несжимаемых жидкостей в пороупругой среде (например: $i=1$ – вода, $i=2$ – нефть, $i=3$ – твердый скелет). Для описания процесса используются уравнения сохранения массы для каждой фазы [1], система уравнений двухфазной фильтрации Маскета-Левретта для жидких фаз с учетом деформации пористого скелета [2, 3], реологическое уравнение для пористости и условие равновесия «системы в целом» [4, 5]

$$\frac{\partial \phi \rho_i^0 s_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i^0 \phi s_i \vec{u}_i) = 0, \quad i=1,2, \quad (1)$$

$$\frac{\partial (1-\phi) \rho_3^0}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_3^0 (1-\phi) \vec{u}_3) = 0, \quad (2)$$

$$s_i \phi (\vec{u}_i - \vec{u}_3) = -K_0 \frac{\overline{k_{0i}}}{\mu_i} (\nabla p_i + \rho_i^0 \vec{g}), \quad i=1,2, \quad (3)$$

$$p_2 - p_1 = p_c(x, s) = \overline{p_c}(\vec{x}) j(s), \quad s \equiv s_1, \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \vec{u}_3 = -\frac{1}{\xi(\phi)} p_e - \beta_i(\phi) \left(\frac{\partial p_e}{\partial t} + \vec{u}_3 \cdot \nabla p_e \right), \quad (5)$$

$$\nabla p_{tot} = \rho_{tot} \vec{g}, \quad (6)$$

где ϕ – пористость, ρ_i^0 – истинные плотности, \vec{u}_i , s_i – скорость и насыщенность фаз (доля пор, занятых i -й фазой, $i=1,2$), \vec{u}_3 – скорость твердого скелета, K_0 – тензор фильтрации (функция пористости), $\overline{k_{0i}}$ – относительные фазовые проницаемости (функции насыщенностей s_i), μ_i – коэффициенты динамической вязкости, p_i – давления фаз, \vec{g} – вектор ускорения силы тяжести, $\overline{p_c}(\vec{x})$ – заданная функция точки $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$, $j(s)$ – функция Левретта ($\frac{dj(s)}{ds} \leq 0$, $j(0) = \infty$, $j(1) = 0$), $p_e = p_{tot} - p_f$ – эффективное давление, $p_{tot} = \phi p_f + (1-\phi) p_s$ – общее давление, $p_f = s_1 p_1 + s_2 p_2$, p_s – соответственно давления жидкой и твердой фаз, $\rho_{tot} = (1-\phi) \rho_3^0 + \phi (s_1 \rho_1^0 + s_2 \rho_2^0)$ – общая плотность; $\xi(\phi)$ и $\beta_i(\phi)$ – коэффициенты объемной вязкости и объемной сжимаемости горной породы.

Система (1)–(6) записана в эйлеровых координатах $\vec{x} \in R^3$, $t \in [0, T]$. Истинные плотности ρ_i^0 принимаются постоянными. Поскольку $s_2 = 1 - s_1$, то неизвестными являются 14 скалярных величин: s_1 , ϕ , p_1 , p_2 , p_s , $3\vec{u}_1$, $3\vec{u}_2$, $3\vec{u}_3$. Для их определения служат также 14 скалярных уравнений.

Результаты о разрешимости начально-краевых задач для однофазного течения изложены в [6, 7]. Двухфазные модели обоснованы в [8, 9, 10, 11]. Близкие по структуре задачи изучались в [12].

В одномерном случае ($g = (-g, 0, 0)$) система (1)–(6) может быть приведена к виду [5]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{1-\phi} s \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left((1-\phi) K_0 a(s) \frac{\partial s}{\partial x} \right) + (1-\phi) K_1 \frac{\partial p}{\partial x} + f_0 = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{1-\phi} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(K(1-\phi) \frac{\partial p}{\partial x} + f \right) = 0, \quad (8)$$

$$\frac{1}{(1-\phi)} \frac{\partial(1-\phi)}{\partial t} = a_1(\phi) p_e + a_2(\phi) \frac{\partial p_e}{\partial t}, \quad (9)$$

$$(1-\phi) \frac{\partial p_{tot}}{\partial x} = -\rho_{tot} g. \quad (10)$$

Здесь (x, t) – переменные Лагранжа, $s = s_1$, $p = p_1 - \int_s^1 \frac{k_{02}}{k} \frac{\partial p_c}{\partial \xi} d\xi$, $f = -K_0 g (k_{01} \rho_1^0 + k_{02} \rho_2^0)$,

$$K_1 = K_0 k_{01}, \quad f_0 = -K_1 \rho_1^0 g, \quad K = K_0 k, \quad k = k_{01} + k_{02}.$$

Для системы (7)–(10) рассматривается автомодельное решение типа «бегущей волны». Предполагая все искомые функции зависящими только от переменной $\xi = x - ct$ (c – постоянный параметр), приходим к следующей системе уравнений ($g = 0$, $p_c = 0$) [13]:

$$-c \frac{d}{d\xi} \left(\frac{\phi}{1-\phi} s \right) + \frac{d}{d\xi} \left((1-\phi) K_1 \frac{dp}{d\xi} \right) = 0, \quad (11)$$

$$c \frac{d}{d\xi} \left(\frac{\phi}{1-\phi} \right) + \frac{d}{d\xi} \left(K(1-\phi) \frac{dp}{d\xi} \right) = 0, \quad (12)$$

$$-\frac{c}{1-\phi} \frac{d}{d\xi} (1-\phi) = a_1(\phi) p_e - c a_2(\phi) \frac{dp_e}{d\xi}, \quad (13)$$

$$p_{tot} = p^0 = \text{Const}, \quad p_f = p, \quad p_e = p^0 - p, \quad \xi \in (-\infty; 0). \quad (14)$$

Граничные условия:

$$\phi \Big|_{\xi \rightarrow -\infty} = \phi^-, \quad s \Big|_{\xi \rightarrow -\infty} = s^-, \quad \frac{dp}{d\xi} \Big|_{\xi \rightarrow -\infty} = 0,$$

$$\phi \Big|_{\xi=0} = \phi^+, \quad s \Big|_{\xi=0} = s^+, \quad \frac{dp}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = V^+. \quad (15)$$

Проинтегрировав (11), (12) получим

$$\frac{c\phi s}{1-\phi} + K_1(1-\phi) \frac{dp}{d\xi} = A_1, \quad (16)$$

$$\frac{c\phi}{1-\phi} + K(1-\phi) \frac{dp}{d\xi} = A_2,$$

Из (15) следует

$$A_1 = \frac{c\phi^- s^-}{1-\phi^-} = \frac{c\phi^+ s^+}{1-\phi^+} + (1-\phi^+) K_1^+ V^+, \quad (17)$$

$$A_2 = \frac{c\phi^-}{1-\phi^-} = \frac{c\phi^+}{1-\phi^+} + (1-\phi^+) K_1^+ V^+.$$

Предполагается, что параметры ϕ^-, ϕ^+, s^+, V^+ заданы, а c и s^- должны определяться из (17).

В частности при выполнении условий $1 > \phi^+ > \phi^- > 0$, $V^+ > 0$ имеем

$$c = -\frac{(1-\phi^+) K_1^+ V^+}{\phi^+ - \phi^-} < 0,$$

$$s^- = \frac{1-\phi^-}{\phi^-} \left(\frac{\phi^+ s^+}{1-\phi^+} - \frac{K_1^+}{K^+} (\phi^+ - \phi^-) \right).$$

Исключая в (16) давление приходим к соотношению

$$\frac{s\phi}{1-\phi} - \frac{s\phi^-}{1-\phi^-} = \frac{k_{01}}{k} \left(\frac{\phi}{1-\phi} - \frac{\phi^-}{1-\phi^-} \right), \quad (18)$$

в котором $k_{01} = \overline{k_{01}} s^{n_1}$, при $s \in [0; 1]$, $n_1 > 1$, $k_{01} = 0$ при $s < 0$ и $k_{01} = \overline{k_{01}} = \text{Const}$ при $s > 1$. Эти свойства k_{01} и представления (18) гарантируют неотрицательность функции $s(\xi)$ при $\phi \in (0; 1)$, $s^- > 0$ (доказательство от противного). Рассмотрим случай преобладания упругих свойств пористой среды.

Пусть в (13) $a_1 = 0$, $a_2 = \beta\phi$ и дополнительно $K_0(\phi) = \gamma \frac{\phi}{(1-\phi)^2}$, $\beta = \text{Const} > 0$, $\gamma = \text{Const} > 0$. Из (13)

выводим что

$$\frac{d}{d\xi} \ln \left(\frac{\phi}{1-\phi} \right) = -\beta \frac{dp_e}{d\xi} = \beta \frac{dp}{d\xi}, \quad (19)$$

а из (16) имеем

$$\frac{dp}{d\xi} = \frac{|c|}{\gamma k(s)} \frac{1-\phi}{\phi} \left(\frac{\phi}{1-\phi} - \frac{\phi^-}{1-\phi^-} \right).$$

С учетом (19) приходим к уравнению

$$\frac{d}{d\xi} \left(\frac{\phi}{1-\phi} \right) = \frac{\beta |c|}{\gamma k(s)} \left(\frac{\phi}{1-\phi} - \frac{\phi^-}{1-\phi^-} \right). \quad (20)$$

Решение последнего можно получить в квадратурах. Таким образом решение задачи (11)–(15) дается соотношениями (18), (20).

Работа выполнена при финансовой поддержке государственного задания Министерства №01201460959 и гранта РФФИ №13-08-01097.

Библиографический список

1. Коллинз Р. Течение жидкостей через пористые материалы. – М., 1964. – 350 с.
2. Muskat M. The flow of homogeneous fluids through porous media Edwards. Ann Arbor. – 1937. – 782 p.
3. Fowler A. Mathematical geoscience. Springer Verlag London Limited. – 2011. – 904 p.
4. Connolly J.A.D., Podladchikov Y.Y. Temperature-dependent viscoelastic compaction and compartmentalization in sedimentary basins // Tectonophysics. – 2000. – Vol. 324. – P. 137–168.
5. Папин А.А., Подладчиков Ю.Ю. Изотермическое движение двух несмешивающихся жидкостей в пороупругой среде // Известия АлтГУ. – 2015. – Вып. 1/2. – С. 131–135.
6. Папин А.А., Токарева М.А. Задача о движении сжимаемой жидкости в деформируемой пористой среде // Известия АлтГУ. – 2011. – Вып. 1/2 (72). – С. 36–43.
7. Ахмерова И.Г., Папин А.А., Токарева М.А. Математические модели механики неоднородных сред: учебное пособие. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2012. – 128 с.
8. Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. – Новосибирск: Наука, 1983. – 315 с.
9. Rudyak V.Ya., Bocharov O.B., Seryakov A.V. Hierarchical sequence of models and deformation peculiarities of porous media saturated with fluids Proceedings of the XLI Summer School-Conference Advanced Problems in Mechanics (APM-2013), July 1-6, St-Petersburg, 2013, pp. 183–190.
10. Антонцев С.Н., Папин А.А. О глобальной гладкости решений уравнений двухфазной фильтрации // Динамика сплошной среды. – Новосибирск, 1978. – Вып. 35. – С. 3–28.
11. Бочаров О.Б., Рудяк В.Я., Серяков А.В. Простейшие модели деформирования пороупругой среды, насыщенной флюидами // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 2014, №2. – С. 54–68.
12. Ведерников В.В., Николаевский В.Н. Уравнение механики пористых сред, насыщенных двухфазной жидкостью // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1978. – №5.

УДК 519.6

К методам численного расчета течений стратифицированной жидкости

С.С. Кузиков
АлтГУ, г. Барнаул

Исследование течений неоднородной жидкости представляет интерес как в теоретическом отношении, так и для решений многих практических задач гидроэнергетики, гидрологии, метеорологии и т.д. Наличие вертикального градиента плотности может существенно повлиять на характер течения

жидкости. Одним из проявлений указанного фактора является возможность выборочного изъятия определенных слоев водной массы из устойчиво стратифицированного водоема. Обзоры литературы по аналитическим и численным методам исследования стратифицированных течений приводятся в [1–4]. В работах [1, 4] построены решения стационарных уравнений в случае линейной зависимости плотности от функции тока, но они позволяют лишь качественно оценить картину течения. Показано, что при $Fr > \frac{1}{\pi}$ областей с возвратным течением нет, а для $Fr < \frac{1}{\pi}$ начинается образование таких течений. Авторы работы [7] подобную задачу решили посредством последовательного уточнения границы раздела области селективного отбора и области «возвратного» течения, в которой предполагалось отсутствие течения.

В данной работе предлагается метод численного расчета плоского течения идеальной неоднородной жидкости используя аналитическое представление решения для функции вихря. Указанные течения в поле силы тяжести описываются системой:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}; \quad (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - g; \quad (2)$$

$$u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

где $(x, y) \in \Omega$, Ω – ограниченная область в R^2 , $u(x, y), v(x, y)$ – компоненты вектора скорости $\vec{u} = (u, v)$, $\rho(x, y)$ – плотность, $p(x, y)$ – давление, g – величина ускорения силы тяжести.

Пусть ρ_0 – характерная для данной жидкости плотность. Введем новые переменные:

$$u' = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} u, \quad v' = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} v.$$

Функция ψ' и ω' определим следующими соотношениями:

$$\frac{\partial \psi'}{\partial y} = u', \quad \frac{\partial \psi'}{\partial x} = -v', \quad \omega' = \frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y}$$

и будем называть в дальнейшем функцией тока и вихрем.

С помощью известных преобразований и приведения переменных величин к безразмерному виду система уравнений (1)–(4) принимает следующий вид:

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = -\frac{1}{Fr^2} \frac{\partial \rho}{\partial x}; \quad (5)$$

$$u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} = 0; \quad (6)$$

$$\Delta \psi = -\omega; \quad (7)$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (8)$$

где $Fr = \frac{V_0}{\sqrt{gH \frac{\Delta \rho}{\rho_0}}}$ – плотностное число Фруда, V_0 – характерная скорость, H – характерный размер области течения, $\Delta \rho = \rho_{\max} - \rho_{\min}$, (штрихи у переменных опущены).

Решение системы (5)–(8) будем искать в области $\Omega = \{(x, y) \in R^2 / 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$, граница которой состоит из трех участков; Γ^0 – непроницаемая часть; Γ^1 – участок втекания; Γ^2 – участок вытекания, причем

$$\Gamma^0 = \{y = 0, 0 \leq x \leq 1\} \cup \{y = 1, 0 \leq x \leq 1\} \cup \{x = 1, 0 \leq y \leq y_1, y_2 \leq y \leq 1\};$$

$$\Gamma^1 = \{x = 0, 0 \leq y \leq 1\};$$

$$\Gamma^2 = \{x = 1, y_1 \leq y \leq y_2\}, \quad 0 \leq y_1 < y_2 \leq 1.$$

Для системы дифференциальных уравнений (5)–(8) поставим следующие краевые условия:

На Γ^1 :

$$\psi = \psi^1(y), \quad \left(\frac{\partial \psi^1}{\partial y} > 0\right), \psi^1(0) = 0, \psi^1(1) = \psi^0;$$

$$\omega = \omega^1(y);$$

$$\rho = \rho^1(y), \quad (0 \leq \rho^1 \leq 1);$$

На Γ^0 :

$$\psi = 0, \quad \{y = 0, 0 \leq x \leq 1\} \cup \{x = 1, 0 \leq y \leq y_1\};$$

$$\psi = \psi^0 = const, \quad \{y = 1, 0 \leq x \leq 1\} \cup \{x = 1, y_2 \leq y \leq 1\};$$

На Γ^2 :

$$\psi = \psi^2(y), \quad \left(\frac{\partial \psi^2}{\partial y} > 0\right), \psi^2(y_1) = \psi^1(0), \psi^2(y_2) = \psi^0.$$

В терминах вектора скорости граничные условия означают, что всюду на границе области Ω задана нормальная составляющая вектора скорости и, кроме того, на участке втекания дополнительно известны значения вихря ω и плотности ρ .

Приведем некоторые свойства гладких стационарных решений задачи (5)–(8), используемых при ее численном решении. Из уравнения (6) следует, что $\rho(x, y)$ сохраняет постоянное значение на линии тока $\psi = const$, т.е. $\rho = \rho(\psi)$. Умножая это уравнение на ψ^k , где k – произвольное натуральное число, и интегрируя результат по Ω с учетом краевых условий, получим, что

$$\int_0^{\psi^0} \rho(\psi) \psi^k |_{\Gamma^1} d\psi = \int_0^{\psi^0} \rho(\psi) \psi^k |_{\Gamma^2} d\psi.$$

Откуда следует, что

$$\rho(\psi) |_{\Gamma^1} = \rho(\psi) |_{\Gamma^2}. \quad (9)$$

Так как $\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{d\rho}{d\psi} \frac{d\psi}{dx} = -\frac{d\rho}{d\psi} v$, то уравнение (5) представимо в виде $u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Fr^2} \frac{d\rho}{d\psi} v$.

Это уравнение на линиях тока в силу равенств $u = \frac{dx}{dt}$, $v = \frac{dy}{dt}$, где t – время, имеет вид:

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{dy}{dt} = \frac{1}{Fr^2} \frac{d\rho}{d\psi} \frac{dy}{dt}$$

или

$$d\omega = \frac{1}{Fr^2} \frac{d\rho}{d\psi} dy.$$

Интегрируя это уравнение вдоль линии тока, получим:

$$\omega(\psi, y) = \omega^1(\psi) + \frac{1}{Fr^2} \frac{d\rho(\psi)}{d\psi} (y - y_0(\psi)) \quad (10)$$

где $\omega^1(y)$ и y_0 – значения вихря и ординаты y в точке входа данной линии тока $\psi = const$ в область Ω . Функцию $\rho = \rho(\psi)$ доопределим следующим образом:

$$\rho(\psi) = \rho(0) \text{ если } \psi \leq 0; \quad \rho(\psi) = \rho(\psi_1(1)) \text{ при } \psi \geq 1.$$

Для численного решения поставленной задачи в области Ω построим сетку

$$\Omega_h = \{(nh_1, mh_2), n = \overline{0, N}, m = \overline{0, M}, h_1 = \frac{1}{N}, h_2 = \frac{1}{M}\}.$$

Множество граничных узлов обозначим Γ_h .

Уравнение (7) аппроксимируем по обычной пятиточечной схеме

$$\begin{aligned} \Delta_h \psi_{n,m} &= \frac{\psi_{n+1,m} - 2\psi_{n,m} + \psi_{n-1,m}}{h_1^2} + \frac{\psi_{n,m+1} - 2\psi_{n,m} + \psi_{n,m-1}}{h_2^2} = \\ &= -\omega(\psi_{n,m}, y_m) \end{aligned} \quad (11)$$

$$n = \overline{1, N-1}, m = \overline{1, M-1}$$

Систему алгебраических уравнений (11) замыкаем заданием $\psi_{n,m}$ на Γ_h согласно краевым условиям дифференциальной задачи. Полученная система нелинейных алгебраических уравнений решается итерационным методом переменных направлений [5], при этом значение $\psi_{n,m}$ в правой части

уравнения (11) берется с предыдущей итерации. Результаты численных расчетов при $\omega^1(y) \equiv 0$ согласуются с ранее проделанными расчетами, приведенными в работе [6, 7], при этом время расчетов значительно сокращается из-за меньшего количества арифметических операций.

Библиографический список

1. Yih C.S. Stratified flows. – New-York: Academic Press, 1980.
2. Васильев О.Ф., Квон В.И., Лыткин Ю.М., Розовский И.Л. Стратифицированные течения // Гидромеханика. Т. 8. Итоги науки и техники. – М.: ВИНТИ, 1975. – С. 74–131.
3. Белолипецкий В.М., Генова С.Н., Туговиков В.Б., Шокин Ю.И. Численное моделирование задач гидродинамики водотоков. – Новосибирск, 1994.
4. Белолипецкий В.М., Костюк В.Ю., Шокин Ю.И. Математическое моделирование течений стратифицированной жидкости. – Новосибирск: Наука, Сиб. Отд-ние, 1991.
5. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М., 1989.
6. Кузиков С.С., Семенов С.П. Метод численного расчета задач протекания стратифицированной жидкости // Вычислительные технологии. – 1995. – Т.4, №12.
7. Ингберг М.С., Митра А.К. Расчет истечения стратифицированной жидкости через слив с целью определения условия селективного отбора // Теоретические основы инженерных расчетов, 1988, №3.

УДК 517.95, 532.51

Плоско-параллельное течение вязкоупругой жидкости Максвелла около критической точки

С.В. Мелешко¹, Н.П. Мошкин^{2,3}, В.В. Пухначев^{2,3}

¹ Технический университет Суранари, г. Накхон-Ратчасима, Таиланд; ² ИГ им. М.А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск, Россия;

³ НГУ, г. Новосибирск, Россия

В докладе рассматривается плоское движение несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла в полуплоскости $y > 0$, ограниченной твердой непроницаемой стенкой, на ней ставятся условия прилипания. Среда характеризуется постоянными временем релаксации τ , плотностью ρ и вязкостью μ . В качестве объективной производной в реологическом соотношении выбирается верхняя конвективная производная [1].

Система уравнений движения состоит из шести квазилинейных дифференциальных уравнений 1-го порядка, имеющей как вещественные, так и комплексные характеристики [2]. Неизвестными функциями являются горизонтальная u и вертикальная v компоненты скорости, давление p и элементы тензора вязкоупругих напряжений $S_{xx} = A$, $S_{yy} = C$, $S_{xy} = S_{yx} = B$.

$$\begin{aligned} u_x + v_y &= 0, \\ \rho(u_t + uu_x + vv_y) &= -p_x + A_x + B_y, \\ \rho(v_t + uv_x + vv_y) &= -p_y + B_x + C_y, \\ A_t + uA_x + vA_y - 2(Au_x + Bv_x) + \tau^{-1}A &= 2\mu\tau^{-1}u_x, \\ B_t + uB_x + vB_y - Au_y - Cv_x + \tau^{-1}B &= 2\mu\tau^{-1}(u_y + v_x), \\ C_t + uC_x + vC_y - 2(Bu_y + Cv_y) + \tau^{-1}C &= 2\mu\tau^{-1}v_y. \end{aligned} \quad (1)$$

На основе теоретико-группового анализа в работе [3] выписаны гиперболические подмодели несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла (1). С их помощью изучена задача о слоистом течении между параллельными пластинами (аналог классического течения Куэтта в динамике вязкой несжимаемой жидкости).

Решения системы (1), построенные в [2, 3], являются эффективно одномерными. Оказывается, что множество ее точных решений можно расширить, отказавшись от требования независимости напряжений от x . Основным является случай, когда функция A не зависит от x , функция B линейна по x , а функции p и C квадратичны по x ,

$$\begin{aligned} A &= a(y,t), \quad B = xb(y,t), \\ C &= x^2c(y,t) + d(y,t), \end{aligned} \quad (2)$$

$$p = x^2 P(y, t) + Q(y, t).$$

Система (1) допускает двухпараметрическую группу операторов переноса и галилеева переноса по оси x . Ей соответствует частично инвариантное решение ранга 2 с полем скоростей

$$u = x f_y(y, t), \quad v = -f(y, t). \quad (3)$$

Стационарное течение

Полностью рассмотрен подкласс решений данного вида, характеризующий стационарные движения. Положим $A = a(y)$, $B = xb(y)$, $C = x^2 c(y) + d(y)$, $p = x^2 P(y) + Q(y)$. Соответствующее решение описывает течение среды Максвелла вблизи критической точки $x = y = 0$. При $y \rightarrow \infty$ течение сопрягается с потенциальным потоком $u = kx$, $v = -ky$ ($k = \text{const} > 0$). Исключая давление, применяя аффинное преобразование и учитывая вид компонент поля скорости (3) получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений,

$$\begin{aligned} f'^2 - ff'' &= b' - 2c + 1, \\ \lambda(a'f + 2af') - a &= 2f', \\ \lambda(b'f - bf' + af'') - b &= -f'', \\ \lambda(c'f - 4bf'') - c &= 0. \end{aligned}$$

Штрих обозначает производную по y , $\lambda = k\tau$. Решение системы уравнений удовлетворяет краевым условиям:

$$f(0) = f'(0) = 0;$$

$$f' \rightarrow 1, \quad b \rightarrow 0, \quad c \rightarrow 0, \quad a \rightarrow -2 \cdot (2\lambda - 1)^{-1}, \quad y \rightarrow \infty.$$

При $\tau \rightarrow 0$ решение переходит в классическое решение К. Хименца, описывающее течение вязкой несжимаемой жидкости около критической точки. Выполнены расчеты полей скорости и напряжений в широком диапазоне значений параметра $\lambda = k\tau$. Значение $\lambda = 1/2$ является особым: $a \rightarrow \infty$ при $y \rightarrow \infty$.

Нестационарное течение

В нестационарной задаче найдены частные решения переопределенной системы уравнений, записанной в лагранжевых координатах. Переход к лагранжевым координатам является нелокальным преобразованием, поэтому при анализе, предложенном в [3], такое «двумерное» решение не удалось заметить. «Двумерность» характеризуется зависимостью от координаты X специального вида.

Система определяющих уравнений после перехода к лагранжевым координатам сводится к слабо нелинейной симметрической гиперболической системе и квадратуре. Этот переход выполняется с помощью решения задачи Коши $y_t = v(y, t)$, $t > 0$; $y = \xi$, $t = 0$. В системе появляется дополнительная искомая функция $y_\xi = z$, удовлетворяющая уравнению в вариациях $z_t = wz$, где обозначено $w(\xi, t) = v_{y_t}[y(\xi, t), t]$. Обозначим далее $a = f(\xi, t)$, $b = g(\xi, t)$, $c = h(\xi, t)$. Вместо f, g, h удобно ввести новые функции $r = f + \mu\tau^{-1}$, $j = (f + \mu\tau^{-1})h - g^2$, $k = z^{-1}$. В результате получается система пяти квазилинейных уравнений имеющая дивергентный вид,

$$\begin{aligned} (\rho zw)_t + g_\xi &= z[2\rho w^2 + 2(j + g^2)r^{-1} + \varphi(t)], \\ (r^{-1}zg)_t + w_\xi &= zgr^{-1}(4w - \mu\tau^{-2}r^{-1}), \\ j_t &= [2(w - \tau^{-1}) + \mu\tau^{-2}r^{-1}]j + \mu\tau^{-2}r^{-1}g^2, \\ r_t &= -(2w + \tau^{-1})r + \mu\tau^{-2}, \quad z_t = zk. \end{aligned} \quad (4)$$

После ее решения и возвращения к эйлеровым координатам функции p, q находятся в квадратурах, а функция d определяется из линейного уравнения первого порядка.

Отметим свойства полученной системы. Так как $z = 1$ при $t = 0$, то z остается положительной на всем интервале существования решения. Если в начальный момент $r > 0$ то это неравенство выполнено для $t > 0$. Данная система содержит две «звуковые» характеристики, которым соответствуют волны сдвига, и трехкратную контактную характеристику. Дивергентный вид системы позволяет получить интеграл энергии, содержащий в левой части сумму норм функций $w_i(\cdot, t)$, $g_i(\cdot, t)$ в пространстве L^2 . Эти нормы равномерно ограничены, как и нормы функций j_t, r_t, z_t . Этот факт означает, что в решениях начально краевых задач невозможна градиентная катастрофа, хотя слабые разрывы решения допускаются. В этом смысле указанная система близка к слабо нелинейной системе двух уравнений гиперболического типа, рассмотренной в работе Н.Н. Яненко [4].

Рассмотрены простейшие решения и слабые разрывы решений системы уравнений (4). Удобно переписать систему (4) в виде

$$\begin{aligned}
 \rho w_t + z^{-1} g_\xi &= \rho w^2 + 2h - \varphi(t), \\
 g_t + z^{-1} r w_\xi &= (w - \tau^{-1})g, \\
 h_t + 2z^{-1} g w_\xi &= (4w\tau^{-1})h, \\
 r_t &= -(2w + \tau^{-1})r + \mu\tau^{-2}, \quad z_t = wk.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Прямая проверка показывает, что система (5) имеет решения, в которых функции w, h, r, z не зависят от ξ а $g = \xi \cdot s(t)$. Система (5) допускает решения, в которых функция g является нечетной функцией переменной ξ , а остальные искомые – четными функциями этой переменной. Сформулируем задачу Коши для системы (5):

$$\begin{aligned}
 w = w_0, h = h_0, r = r_0, z = 1; \quad \xi \in \mathbb{R}, t = 0; \\
 g = \begin{cases} -g_0, & \xi < -1; \\ g_0 \xi, & |\xi| < 1; \\ g_0, & \xi > 1. \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

В точках $\xi = \pm 1$ на прямой $t = 0$ зарождаются слабые разрывы, которые распространяются вдоль звуковых характеристик $\xi = \pm X(t)$, выходящих из этих точек. Нелинейная система (5) решалась численно. На каждом шаге по времени достигалась сходимость итераций по нелинейности. Первые два уравнения переписывались с использованием «инвариантов» Римана и аппроксимировались с учетом направления характеристик. Функции h, r, z определялись как решение обыкновенных дифференциальных уравнений при известных значениях функций w, g . На рисунках представлены результаты численного решения системы (5) для следующих значений начальных условий $w_0 = -1, j = 1, r = 1, z = 1, g_0 = 1$. На рисунке 1 приведены значения функции $g(\xi, t)$ для нескольких моментов времени. Рисунок 2 показывает изменение функции $w(\xi, t)$ для четырех моментов времени.

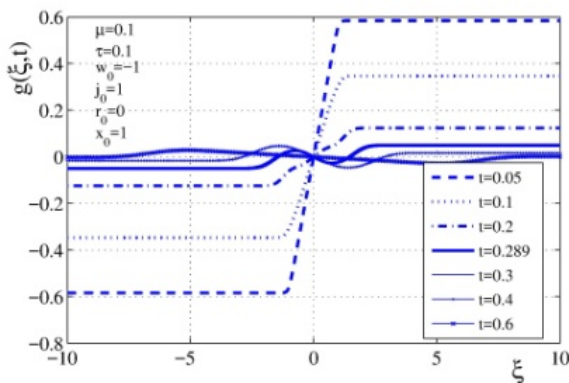


Рис. 1

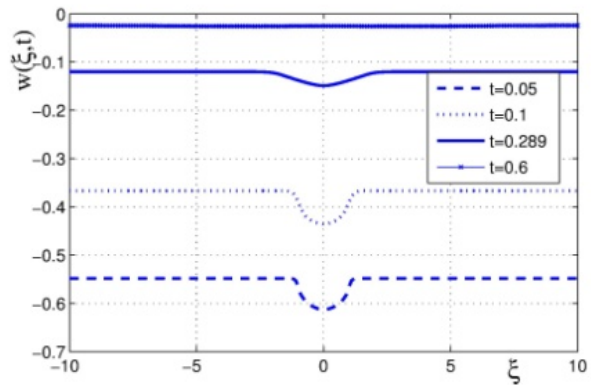


Рис. 2

Работа поддержана грантом Президента РФ для поддержки ведущих научных школ РФ НШ-8146.2016.1 и грантом РФФИ (проект 16-01-00127).

Библиографический список

1. Астарита Дж., Марручи Дж. Основы гидромеханики неьютоновских жидкостей. – М.: Мир, 1978. – 312 с.
2. Пухначев В.В. Математическая модель несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла // ПМТФ. – 2010. – Т. 51, – № 4. – С. 116–126.
3. Ляпидевский В.Ю., Пухначев В.В. Гиперболические подмодели несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла // Современные проблемы механики : сборник статей к 80-летию со дня рождения академика А.Г. Куликовского / тр. МИАН, 281, МАИК. – М., 2013. – С. 84–97.
4. Яненко Н.Н. О разрывах в решении квазилинейных уравнений // Успехи математических наук. – 1955. – Т. X, вып. 2 (64). – С. 195–202.

Математическая модель внутренней эрозии

А.А. Папин, Н.Н. Сибин

АлтГУ, г. Барнаул

Рассматриваются процессы фильтрации подземных вод и внутренней суффозии. Грунт моделируется как трехфазная сплошная пористая среда. Поры полностью заполнены смесью воды ($i = 1$) и подвижных твердых частиц ($i = 2$). Доля пор в грунте ($i = 3$) определяется пористостью $\phi = (V_1 + V_2) / V$, где $V = V_1 + V_2 + V_3$ - общий объем грунта, V_1, V_2, V_3 - соответственно объемы воды, подвижных твердых частиц и скелета грунта.

Уравнения сохранения массы для каждой из фаз с учетом фазового перехода имеют вид [1]

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_1 \vec{u}_1) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_2 \vec{u}_2) = \dot{m}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_3}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_3 \vec{u}_3) = -\dot{m}, \quad (3)$$

где \dot{m} - интенсивность фазового перехода (суффозионный поток); $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$ - соответственно истинные скорости воды, подвижных твердых частиц грунта и скелета грунта; $\rho_1 = \phi s_1 \rho_1^0$, $\rho_2 = \phi s_2 \rho_2^0$, $\rho_3 = (1 - \phi) \rho_3^0$ - приведенные плотности воды, подвижных твердых частиц грунта и скелета; $s_1 = V_1 / (V_1 + V_2)$, $s_2 = V_2 / (V_1 + V_2)$ - концентрации воды (насыщенность) и подвижных твердых частиц в порах; $\rho_1^0, \rho_2^0, \rho_3^0$ - истинные плотности воды, подвижных твердых частиц грунта и скелета грунта; $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right)$ - оператор градиента, $x = (x_1, x_2, x_3)$. В рассматриваемом

случае $\rho_3^0 = \rho_2^0$, так как подвижные частицы захватываются суффозионным потоком из грунта.

Уравнения сохранения импульса для воды и подвижных твердых частиц грунта берем в виде [1, 2, 3]

$$s_i \phi (\vec{u}_i - \vec{u}_3) = -K_0(\phi) \frac{\bar{k}_{0i}}{\mu_i} (\nabla p_i + \rho_i^0 \vec{g}), \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

Здесь $K_0(\phi)$ - симметрический тензор фильтрации пористой среды; \bar{k}_{0i} - относительные фазовые проницаемости ($k_{0i} = k_{0i}(s_i) \geq 0, k_{0i}|_{s_i=0} = 0, 0 \leq s_i \leq 1$); μ_i - коэффициенты динамической вязкости;

\vec{g} - ускорение силы тяжести; p_1, p_2 - соответственно давления первой и второй фаз.

Пусть $s = s_1$, тогда $1 - s = s_2$. Разность фазовых давлений удовлетворяет соотношению вида [1, 3]

$$p_2 - p_1 = p_c(s, x) \geq 0, \quad (5)$$

где p_c - заданная функция обладающая свойствами [4, 5]:

$$p_c(x, s) = p_0(x) j(s), \quad p_0(x) > 0, \\ j(s) \geq 0, \quad j(0) = \infty, \quad j(1) = 0, \quad \frac{\partial j}{\partial s} < 0.$$

В настоящей работе предлагается использовать следующее соотношение для определения суффозионного потока [6]

$$\dot{m} = \delta(s) R(\phi) \max\{|\vec{v}_1| - v_k, 0\}. \quad (6)$$

Здесь

$$\delta(s) = \begin{cases} 0, & s \geq 1; \\ 1-s, & 0 < s < 1; \\ 1, & s \leq 0. \end{cases} \quad R(\phi) = \begin{cases} 0, & \phi \geq 1; \\ \phi(1-\phi), & 0 < \phi < 1; \\ 0, & \phi \leq 0. \end{cases}$$

В [7] дан обзор работ по моделированию суффозионных процессов. В [8] показано, что в случае одной пространственной переменной система (1)–(6) сводится к системе двух уравнений:

$$\frac{\partial s \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (K_0(\phi) a(s) \nabla s - b(s) v(t) + F(s, \phi)), \quad (7)$$

$$\frac{\partial(1-\phi)}{\partial t} = -\dot{m}, \quad (8)$$

Здесь

$$a = -\frac{k_{01} k_{02}}{k} \frac{\partial p_c}{\partial s},$$

$$\vec{f}_0 = K_0 k_{01} \left(\int_s^1 \frac{k_{02}(\xi)}{k(\xi)} \nabla_x \frac{\partial p_c(\xi, x)}{\partial \xi} d\xi + \rho_1^0 \vec{g} \right),$$

$$\vec{F} = \vec{f}_0 - b \vec{f}, \quad b(s) = \frac{k_{01}}{k},$$

$$\vec{f} = K_0 (k_{02} \nabla_x p_c + k \int_s^1 \frac{k_{02}(\xi)}{k(\xi)} \nabla_x \frac{\partial p_c(\xi, x)}{\partial \xi} d\xi + (k_{01} \rho_1^0 + k_{02} \rho_2^0) \vec{g}). \text{ Для (7), (8) рассмотрена задача}$$

$$s(0, t) = s_0(t), \quad s(1, t) = s_1(t), \quad (9)$$

$$s(x, 0) = s^0(x), \quad \phi(x, 0) = \phi^0(x).$$

Особенностью данной задачи является необходимость обоснования физического принципа максимума для пористости ϕ и насыщенности s вида $0 \leq \phi \leq 1$, $0 \leq s \leq 1$. Кроме того коэффициент $a(s)$ в общем случае обладает свойствами $a(0) = a(1) = 0$, $a(s) > 0$ при $s \in (0, 1)$, то есть уравнение (7) является вырождающимся на решении, а переменная неизвестная пористость существенно усложняет структуру системы (7), (8).

Определение 1. Классическим решением задачи (7)–(9) в цилиндре Q_T будем называть пару функций $s(x, t), \phi(x, t) \in C^{2+\alpha, (2+\alpha)/2}(Q_T)$, удовлетворяющую уравнениям (7), (8) и условиям (9) в обычном смысле. Причем $0 \leq s \leq 1$, $0 < \phi \leq 1$.

Теорема. Пусть данные задачи (7)–(9) подчиняются условиям:

1. Функции $K_0(\phi), a(s), b(s), F(s, \phi)$ и их производные до второго порядка непрерывны для $s \in [0, 1]$, $\phi \in [0, 1]$ и удовлетворяют условиям

$$0 < m \leq K_0(\phi), a(s) \leq M < \infty,$$

$$F(s, \phi) = 0 \text{ при } s < 0, s > 1.$$

2. Функции $v(t), s_0(t), s_1(t), s^0(x), \phi^0(x)$ удовлетворяют следующим условиям гладкости

$$v(t), s_0(t), s_1(t) \in C^{2+\alpha}[0, T]; s^0(x), \phi^0(x) \in C^{2+\alpha}(\bar{Q})$$

и условиям согласования

$$s_0(0) = s^0(0), s_1(0) = s^0,$$

а также удовлетворяют неравенствам

$$|v(0)| > v_k, 0 \leq s^0(x) \leq 1, 0 < m_0 \leq \phi^0 \leq 1,$$

$$0 \leq s_0(t) \leq 1, 0 \leq s_1(t) \leq 1$$

где m_0, m, M, v_k – известные положительные постоянные.

Тогда для любого конечного интервала $(0, T]$ задача (7)–(9) имеет единственное классическое решение:

$$\phi(x, t), s(x, t) \in C^{2+\alpha, (2+\alpha)/2}(Q_T).$$

Более того

$$0 \leq s(x, t) \leq 1, 0 < \phi(x, t) \leq 1, (x, t) \in Q_T.$$

Близкие задачи рассматриваются в работах [9–12].

Автомодельное решение

Рассмотрим одномерное движение при условиях $\vec{g} = 0, \vec{u}_3 = 0$.

Решение системы (1)–(4) ищется в области $(-\infty, ct)$ в предположении, что все искомые функции зависят лишь от переменной $\xi = x - ct$ (c – неизвестная постоянная). Вместо (1)–(4) получим

$$-c \frac{d(s\phi)}{d\xi} + \frac{dv_1}{d\xi} = 0, \quad (10)$$

$$-c \frac{d(1-s)\phi}{d\xi} + \frac{dv_2}{d\xi} = \frac{\dot{m}}{\rho_2^0}, \quad (11)$$

$$-c \frac{d(1-\phi)}{d\xi} = -\frac{\dot{m}}{\rho_2^0}. \quad (12)$$

Краевые условия:

$$v_1|_{\xi=0} = v_1^+, \quad v_2|_{\xi=0} = v_2^+, \quad s|_{\xi=0} = s^+, \quad \phi|_{\xi=0} = \phi^+, \\ v_1|_{\xi \rightarrow -\infty} = v_1^-, \quad v_2|_{\xi \rightarrow -\infty} = v_2^-, \quad s|_{\xi \rightarrow -\infty} = s^-, \quad \phi|_{\xi \rightarrow -\infty} = \phi^-.$$

Следуя [11, 12] приводим к системе уравнений для s, ϕ

$$\frac{ds}{d\xi} = \frac{k_{01}c}{a(s)kK_0} - \frac{cs\phi}{a(s)K_0}, \quad (13)$$

$$\frac{d\phi}{d\xi} = -\frac{\lambda}{c}(1-s)\phi(1-\phi)(|c|s\phi - v_k). \quad (14)$$

Здесь

$$v_1^- = \frac{v_1^+ s^- \phi^-}{s^+ \phi^+}, \quad v_2^- = \frac{v_1^+ - v_1^-}{s^+ \phi^+}, \quad v_2^+ = \frac{v_1^+}{s^+ \phi^+} - v_1^+, \quad c = \frac{v_1^+}{s^+ \phi^+}.$$

Для получения численного решения системы (13), (14) с заданными краевыми условиями используется метод Рунге-Кутты 4 порядка точности. Численный алгоритм решения системы реализован на языке C++ с использованием библиотеки QT.

Симметрический тензор фильтрации пористой среды $K_0 = \phi^2$. Капиллярное давление $p_c = 1/(s^2 - 1)$.

Относительная фазовая проницаемость воды и подвижных твердых частиц

$$k_{01} = \begin{cases} 0, & s < 0; \\ s^{n_1}, & 0 < s < 1; \\ 1, & s > 1. \end{cases} \quad k_{02} = \begin{cases} 1, & s < 0; \\ (1-s)^{n_2}, & 0 < s < 1; \\ 0, & s > 1. \end{cases}$$

На рисунке 1 и рисунке 2 рассмотрен случай, когда $n_i = 2$,

$$s^- = 0.503, \quad s^+ = 0.99, \quad \phi^- = 0.9, \quad \phi^+ = 0.25, \quad v_1^+ = -0.007 \text{ м/с.}$$

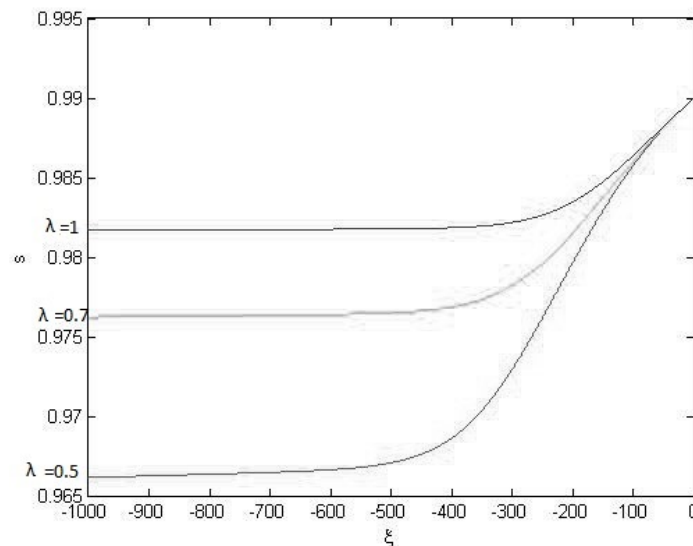


Рисунок 1 – Изменение концентрации воды

На рисунках 1, 2 видно выполнение физического принципа максимума для концентрации воды S и пористости грунта ϕ . Заметим, что при увеличении λ концентрация воды и пористость грунта увеличиваются.

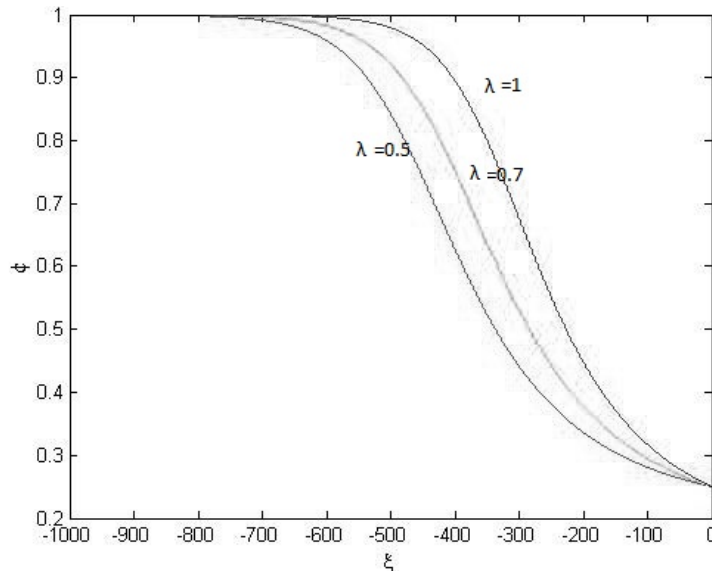


Рисунок 2 – Изменение пористости грунта

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №16-08-00291 и государственного задания Министерства №01201460959.

Библиографический список

1. Папин А.А., Вайгант В.А., Сибин А.Н. Математическая модель изотермической внутренней эрозии // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2015.
2. Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. – Новосибирск, 1983.
3. Gard S.K., Pritchett J.W. Dynamics of gas - fluidized beds. Journal of Applied Physics // Journal of Applied Physics, Vol. 46, № 10, 1975.
4. Wang J., Walters D.A., Settari A., Wan R.G. Simulation of cold heavy oil production using an integrated modular approach with emphasis on foamy oil flow and sand production effects // 1st Heavy Oil Conference 2006.
5. Vardoulakis I., Sulem J. Bifurcation Analysis in Geomechanics. – London, 2005. – P. 138–176.
6. Vardoulakis I. Sand – production and sand internal erosion: Continuum modeling // Alert School: Geomechanical and Structural Issues in Energy Production. – 2006.
7. Папин А.А. Проблемы математического моделирования внутренней суффозии грунта: препринт №1/15/ А.А. Папин, А.Н. Сибин. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015.
8. Папин А.А., Сибин А.Н. О разрешимости первой краевой задачи для одномерных уравнений внутренней эрозии // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2015.

9. Сибин А.Н. Математическая модель деформации мерзлого грунта вблизи термокарстовых озер // Анализ, геометрия и топология: сб. тр. Всерос. молодеж. школы-семинара. – Барнаул, 2013. – С. 132–142.

10. Папин А.А., Гагарин Л.А., Шепелев В.В., Сибин А.Н., Хворых Д.П. Математическая модель фильтрации грунтовых вод, контактирующих с многолетнемерзлыми породами // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2013. – Вып. 1/2 (77). – С. 38–41.

11. Сибин А.Н. Численное решение двумерной задачи фильтрации с учетом суффозионных процессов // Ломоносовские чтения на Алтае : сборник научных статей международной школы-семинара. – Барнаул АлтГПА, 2014. – Ч. II. – С. 389–393.

12. Bonelli S., Marot D. On the modelling of internal soil erosion // The 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG). – 2008.

УДК 532.546 + 544.344.015.4

Математические модели динамики снежного покрова¹

Папин А.А., Юст Е.С.

АлтГУ, г. Барнаул

Снег рассматривается как пористая среда, твердый каркас которой составляют подвижные частицы льда. В процессе таяния в пористой среде происходит совместное движение воды, воздуха и пара. Тающий снег является четырехфазной средой, состоящей из воды ($i=1$), воздуха ($i=2$), льда ($i=3$) и пара ($i=4$). Учет сублимации связан с тем обстоятельством, что значительные объемы снега испаряются и при отрицательных температурах, минуя жидкую фазу.

Уравнения неразрывности с учетом пористости принимают вид [1]

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \bar{u}_i) = \sum_{j=1}^4 I_{ji}, \quad i=1,2,3,4 \quad I_{ji} = -I_{ij}, \quad \sum_{i,j=1}^4 I_{ji} = 0. \quad (1)$$

Здесь ρ_i – приведенная плотность, связанная с истинной плотностью ρ_i^0 и объемной концентрацией α_i соотношением $\rho_i = \alpha_i \rho_i^0$ ($\alpha_i = \phi_i s_i$, $i=1,2,4$, $\alpha_3 = 1 - \phi$); ϕ – пористость; t – время; \bar{u}_i , s_i – скорости и насыщенности фаз (доля поры, занятой i -й фазой); I_{ij} – интенсивность перехода массы из i -ой в j -ю составляющую в единице объема в единицу времени; $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right)$, $(x_1 x_2 x_3)$ – переменные Эйлера.

По определению, насыщенности меняются в пределах $0 \leq s_i \leq 1$, и, более того,

$$s_1 + s_2 + s_4 = 1. \quad (2)$$

Вместо уравнений сохранения импульса в теории фильтрации используется обобщенный закон Дарси [2]:

$$s_i \phi (\bar{u}_i - \bar{u}_3) = -K_0 \frac{\bar{k}_{0i}}{\mu_i} \left(\frac{\partial p_i}{\partial x} + \rho_i^0 \bar{g} \right), \quad i=1,2,4, \quad (3)$$

где \bar{u}_3 – скорость твердого скелета (льда), K_0 – тензор фильтрации (функция пористости), \bar{k}_{0i} – относительные фазовые проницаемости, μ_i – коэффициенты динамической вязкости, p_i – давления фаз, \bar{g} – вектор ускорения силы тяжести.

В соответствии с законом Лапласа давления в фазах i и j различаются на величину капиллярного скачка ($i < j$) [3]

$$p_i - p_j = p_{cij} = \sigma_{ij} J(s_i, s_j) \sqrt{\frac{\phi}{|K_0|}} \cos \gamma_{ij}, \quad (4)$$

где σ_{ij} – коэффициент поверхностного натяжения, γ_{ij} – угол смачивания, $J(s_i, s_j)$ – функция Леверетта.

Уравнение сохранения энергии для тающего снега с учетом сублимации берется в виде [4]

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №16-08-00291 и государственного задания Министерства №01201460959

$$\left(\sum_{i=0}^4 \rho_i^0 c_i \alpha_i\right) \frac{\partial \theta}{\partial t} + \left(\sum_{i=0}^4 \rho_i^0 c_i \alpha_i \vec{u}_i\right) \nabla \theta = \operatorname{div}(\lambda_c \nabla \theta) + v \frac{\partial \rho_3}{\partial t} - \mu \frac{\partial \rho_4}{\partial t}, \quad (5)$$

где θ – температура среды ($\theta = \theta_i, i = 1, 2, 3, 4$); $c_i = \text{const} > 0$ – тепло-емкость i -й фазы при постоянном давлении; $v = \text{const} > 0$ – удельная теплота плавления льда; $\mu = \text{const} > 0$ – удельная теплота испарения воды; λ_c – коэффициент теплопроводности снега.

Следуя [5, 6, 7], дополним систему (1)–(5) реологическим уравнением для пористости и условием равновесия «системы в целом»:

$$\nabla \cdot \vec{u}_3 = -\frac{1}{\xi(\phi)} p_e - \beta_t(\phi) \left(\frac{\partial p_e}{\partial t} + \vec{u}_3 \cdot \nabla p_e \right), \quad (6)$$

$$\nabla p_{tot} = \rho_{tot} \vec{g}, \quad (7)$$

где $p_e = p_{tot} - p_f$ – эффективное давление, $p_{tot} = \phi p_f + (1 - \phi) p_s$ – общее давление, $p_f = s_1 p_1 + s_2 p_2$, p_s – соответственно давления жидкой и твердой фаз, $\rho_{tot} = (1 - \phi) \rho_3^0 + \phi (s_1 \rho_1^0 + s_2 \rho_2^0)$ – общая плотность; $\xi(\phi)$ и $\beta_t(\phi)$ – коэффициенты объемной вязкости и объемной сжимаемости пористой среды есть заданные функции (модельные зависимости: $\frac{1}{\xi(\phi)} = \phi^m / v$, $\beta_t(\phi) = \phi^b \beta_\phi$, где $b = 1/2, n = 3, m \in [0, 2], \mu, v, \beta_\phi$, – положительные параметры пороупругой среды [6, 7]).

Обзор моделей снежно-ледового покрова можно найти в [8, 9, 10]. В [11] доказана разрешимость автомодельной задачи в случае неподвижного пористого скелета. В работе [12] учтена сублимация. Близкие по структуре модели рассматривались в [13, 14, 15].

Модель тающего льда. Лед рассматривается как деформируемая пористая среда, в порах которой движется сжимаемая жидкость.

Для описания процесса используются уравнения сохранения масс для воды и льда с учетом фазовых переходов, закон Дарси, реологическое соотношение для случая механического сжатия и соотношение для динамического эффективного давления в случае полного насыщения среды:

$$\frac{\partial (1 - \phi) \rho_l}{\partial t} + \operatorname{div}((1 - \phi) \rho_l \vec{v}_l) = I_{wl}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho_w \phi}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_w \phi \vec{v}_w) = I_{iw}, \quad (9)$$

$$\phi (\vec{v}_w - \vec{v}_l) = -\frac{k(\phi)}{\mu} (\nabla p_w + \rho_w \vec{g}), \quad (10)$$

$$\frac{1}{1 - \phi} \frac{d\phi}{dt} = -\phi \beta \frac{dp_e}{dt}, \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}_l \cdot \nabla), \quad (11)$$

$$p_e = p_{tot} - p_w, \quad (12)$$

Здесь $\rho_l, \rho_w, \vec{v}_l, \vec{v}_w$ – соответственно истинные плотности и скорости фильтрации льда и воды, I_{iw} – интенсивность перехода массы из льда в воду в единице объема в единицу времени, ϕ – пористость, k – проницаемость, μ – динамическая вязкость, β – заданный параметр среды, p_l, p_w – давление льда и воды, p_e – эффективное давление, $p_{tot} = \phi p_w + (1 - \phi) p_l$ – общее давление, \vec{g} – вектор ускорения силы тяжести.

Система (8)–(12) в автомодельной переменной ($\xi = x_3 - ct$) в предположении, что лед неподвижен, вектор ускорения силы тяжести равен нулю ($\vec{v}_l = 0, \vec{g} = 0$) и $(\rho_l, \rho_w, p_{tot}) = \text{const}$, сводится к следующей системе уравнений относительно искомым функций ϕ, p_w, v_w :

$$\frac{d}{d\xi} (c(\rho_w \phi + (1 - \phi) \rho_l) - \phi \rho_w v_w) = 0, \quad (13)$$

$$v_w = -\frac{k(\phi)}{\phi \mu} \frac{dp_w}{d\xi}, \quad (14)$$

$$|c| \frac{d}{d\xi} \left(\ln \frac{\phi}{1 - \phi} \right) = -\beta \frac{d(p_{tot} - p_w)}{d\xi}. \quad (15)$$

Уравнения дополняются следующими условиями:

$$\phi(0) = \phi^0 \in (0, 1), \quad \phi|_{\xi=-\infty} = 0, \quad \left. \frac{d\phi}{d\xi} \right|_{\xi=-\infty} = 0. \quad (16)$$

Интегрируя (15), получим

$$p_w = \frac{|c|}{\beta} \ln \frac{\phi}{1-\phi} + A_1. \quad (17)$$

Из (17) и (14) получаем

$$v_w = -\frac{k(\phi)|c|}{\phi^2(1-\phi)\mu\beta} \frac{d\phi}{d\xi}. \quad (18)$$

Подставим (18) в (13) и проинтегрируем полученное выражение

$$c(\rho_w\phi + (1-\phi)\rho_i) + \frac{\rho_w k(\phi)|c|}{\phi(1-\phi)\mu\beta} \frac{d\phi}{d\xi} = A_2. \quad (19)$$

Используя условия (16), из равенства (19) получаем уравнение для пористости:

$$a(\phi) \frac{d\phi}{d\xi} = |c|\phi(\rho_w - \rho_i), \quad (20)$$

где $a(\phi) = \frac{\rho_w k(\phi)|c|}{\phi\mu\beta(1-\phi)} > 0$ при $\phi \in (0,1)$ и $a(\phi) = 0$ при $\phi \leq 0$ и $\phi \geq 1$.

Определение 1. Слабым решением задачи (13)–(16) в области $R^- = (-\infty; 0)$ называются функции $\phi(\xi)$, $p_w(\xi)$, $v_w(\xi)$, если:

- 1) $\phi(\xi)$ имеет непрерывную производную, удовлетворяет уравнению (20) и условиям (16);
- 2) $p_w(\xi)$ удовлетворяет равенству (17);
- 3) $v_w(\xi)$ удовлетворяет уравнению (18).

Теорема 1. При выполнении условия $\phi^0 \in [0,1]$ существует по крайней мере одно слабое решение задачи (13)–(16). Это решение обладает свойством $0 \leq \phi(\xi) \leq 1$. Кроме того, существует точка $\xi^* \in (-\infty; \xi_1]$ такая, что $\phi(\xi) = 0$ для всех $\xi \leq \xi^*$.

Для доказательства теоремы достаточно установить разрешимость задачи

$$a(\phi) \frac{d\phi}{d\xi} = |c|\phi(\rho_w - \rho_i), \quad \xi < 0, \quad \phi(0) = \phi^0 \quad (21)$$

и показать, что $\phi(\xi) \equiv 0$ при $\xi \leq \xi^*$.

Пусть $\varepsilon \in (0,1)$, $a_\varepsilon(\phi) \equiv a(\phi) + \varepsilon > 0$. Рассмотрим задачу

$$a_\varepsilon(\phi^\varepsilon) \frac{d\phi^\varepsilon}{d\xi} = |c|\phi^\varepsilon(\rho_w - \rho_i), \quad \xi < 0, \quad \phi^\varepsilon(0) = \phi^0. \quad (22)$$

Лемма 1. Если $\phi^\varepsilon(\xi)$ – решение задачи (22) и $\phi^0 \in [0,1]$, то $0 \leq \phi^\varepsilon(\xi) \leq 1$.

Положим $v^\varepsilon \equiv \int_0^{\phi^\varepsilon} a_\varepsilon(x) dx$. Тогда $\frac{dv^\varepsilon}{d\phi^\varepsilon} = a(\phi^\varepsilon) + \varepsilon > 0$ и $\phi^\varepsilon = \phi(v^\varepsilon)$.

Рассмотрим задачу

$$\frac{dv^\varepsilon}{d\xi} = |c|\phi^\varepsilon(\rho_w - \rho_i), \quad \xi < 0, \quad v^\varepsilon(0) = \int_0^{\phi^0} a_\varepsilon(x) dx \equiv v^0. \quad (23)$$

Согласно теореме Арцела, из последовательностей $\{v^\varepsilon(\xi)\}$, $\{\phi^\varepsilon(\xi)\}$ можно выбрать равномерно сходящиеся к $v(\xi)$, $\phi(\xi)$ подпоследовательности. В силу непрерывности правой части уравнения в (23), в равенстве

$$v^0 - v^\varepsilon(\xi) = \int_\xi^0 |c|\phi^\varepsilon(x)(\rho_w - \rho_i) dx$$

можно перейти к пределу при $\varepsilon \rightarrow +0$. В результате получим, что предельные функции удовлетворяют соответствующим интегральным уравнениям, т.е. являются решением задачи (21).

Функция $\phi(\xi)$ непрерывна на отрезке $[\xi_1, 0]$ и, следовательно, существует значение $\phi^1 \equiv \phi(\xi_1) \in [0, 1]$. Поэтому можно рассмотреть задачу

$$a(\phi) \frac{d\phi}{d\xi} = |c|(\rho_w - \rho_i), \quad \xi < \xi_1, \quad \phi(\xi_1) = \phi^1. \quad (24)$$

Лемма 2. Пусть $\phi(\xi)$ – решение задачи (24), $\phi \in [0, 1]$, $k(\phi) = \phi^{n_1} (1 - \phi)^{n_2}$. Тогда существует такая точка $\xi^* \leq \xi_1$, что $\phi(\xi) \equiv 0$ для всех $\xi \leq \xi^*$. Если $\phi^1 = 0$, то $\xi^* = \xi_1$.

Доказательство. Из (24) имеем:

$$\frac{du}{d\xi} = |c|(\rho_w - \rho_i) = A_3, \quad u(\phi) = \int_0^\phi \frac{a(x)}{x} dx. \quad (25)$$

Интегрируя уравнение (25) по ξ от произвольного значения ξ до ξ_1 , получаем

$$u(\phi(\xi_1)) - u(\phi(\xi)) = A_3(\xi_1 - \xi).$$

Поэтому $u(\phi(\xi)) \leq 0$ для всех $\xi \leq \xi^*$, где ξ^* удовлетворяет условию

$$A_3 \xi^* = A_3 \xi_1 - \int_0^1 \frac{a(x)}{x} dx.$$

Тогда из определения $u(\phi)$ следует, что $u(\phi(\xi)) \equiv 0$ при $\xi \leq \xi^*$.

Случай $\phi(\xi_1) = 0$ рассматривается также как в [11]. Лемма 2 доказана.

С учетом леммы 2 задача (24) рассматривается аналогично задаче (21).

Таким образом, существует функция $\phi(\xi)$, удовлетворяющая определению слабого решения задачи (13)–(16). Теорема доказана.

Библиографический список

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред / Часть 1. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 464 с.
2. Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С. Физико-математические основы фильтрации воды. – М., 1971. – 453 с.
3. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа // М.: Недра, 1972. – С. 288.
4. Кучмент Л.С., Демидов В.Н., Мотовилов Ю.Г. Формирование речного стока. Физико-математические модели. – М.: Наука, 1983. – 214 с.
5. Connolly J. A. D., Podladchikov Y. Y. Compaction-driven fluid flow in viscoelastic rock // Geodin. Acta. 1998. Vol. 11.
6. Connolly J. A. D., Podladchikov Y. Y. Temperature-dependen viscoelastic compaction and compartmentalization in sedimentary basins // Tectonophysics. 2000. Vol. 324.
7. Tantserev E., Christophe Y., Galerne, Podladchikov Y. Multiphase flow in multi-component porous visco-elastic media // The Fourth Biot Conference on Poromechanics 2009. – С. 1151.
8. Папин А.А., Гоман В.А. Проблемы математического моделирования снежно-ледового покрова. Препринт № 1/14. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – 40 с.
9. Папин А.А. Краевые задачи двухфазной фильтрации: монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2009. – 220 с.
10. Коробкин А.А., Папин А.А., Хабахпашева Т.И. Математические модели снежно-ледового покрова: монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2013. – С. 116.
11. Папин А.А. Разрешимость модельной задачи тепломассопереноса в тающем снеге // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Т.49. №4.
12. Юст Е.С. Модельная задача тепломассопереноса в тающем снеге с учетом сублимации // Ломоносовские чтения на Алтае- 2015 : материалы Межд. школы-семинара. Барнаул, 20-25 октября, 2015. – Барнаул, 2015. – С. 780–789.
13. Шишмарев К.А. Математические вопросы моделирования взаимодействия ледового покрова и гидроупругих волн // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2015. – Вып. 1/1 (85). – С. 126–132.
14. Шишмарев К.А. Тепломассоперенос в тающем снеге // Труды молодых ученых АлтГУ. – 2011. – №8. – С. 126–128.
15. Папин А.А. Корректность начально-краевых задач для одномерных уравнений движения двухфазной смеси: учебное пособие. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2007. – 126 с.

О характеристиках системы уравнений движения несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла

А.Г. Петрова, А.В. Пестова

АГУ, г. Барнаул

Модели поведения вязкоупругой среды Максвелла являются предметом многочисленных математических исследований (см., например, монографии [1–3], статьи [4, 5] и цитированную в них литературу). При естественных ограничениях термодинамического характера уравнения движения сжимаемой вязкоупругой среды имеют гиперболический тип [3]. Важное свойство гиперболичности теряется, если среда несжимаема. Материальными характеристиками вязкоупругой среды являются ее плотность ρ , динамическая вязкость μ и время релаксации τ . Эти величины далее предполагаются постоянными. Кроме того, считается, что на среду не действуют внешние объемные силы. В сделанных предположениях уравнения движения несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла имеют вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \\ \rho(\mathbf{v}_t + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}) &= -\nabla p + \operatorname{div} \mathbf{S}, \\ \tau(\mathbf{S}_t + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{S} - \mathbf{W} \cdot \mathbf{S} + \mathbf{S} \cdot \mathbf{W} + \mathbf{S}) &= 2\mu \mathbf{D}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь \mathbf{D} – тензор скоростей деформаций векторного поля \mathbf{v} , в последнем уравнении в качестве инвариантной производной вращательную использована производная Яуманна, где \mathbf{W} – антисимметричная часть тензора $\nabla \mathbf{v}$.

Эта система имеет составной тип. Данное обстоятельство является причиной того, что общая теория начально-краевых задач для указанной системы не построена даже в двумерном случае.

Характеристики системы (1) в двумерном случае, когда $\mathbf{S}_{xx} + \mathbf{S}_{yy} = 0$ приведены в [4, 5].

Настоящая работа посвящена нахождению характеристик системы (1) в трехмерном случае.

Обозначим через u, v, w проекции вектора скорости на оси декартовой системы координат x, y, z на плоскости и введем следующие обозначения для элементов симметричного тензора \mathbf{S} :

$$\mathbf{S}_{xx} = a, \mathbf{S}_{xy} = \mathbf{S}_{yx} = b, \mathbf{S}_{xz} = \mathbf{S}_{zx} = c, \mathbf{S}_{yy} = d, \mathbf{S}_{yz} = \mathbf{S}_{zy} = g, \mathbf{S}_{zz} = h.$$

Функции $u, v, w, p, a, b, c, d, g, h$ удовлетворяют следующей системе десяти уравнений:

$$\begin{aligned} u_x + v_y + w_z &= 0; \\ \rho(u_t + uu_x + vv_x + ww_x) + p_x - a_x - b_y - c_z &= 0, \\ \rho(v_t + uv_x + vv_y + ww_y) + p_y - b_x - d_y - g_z &= 0, \\ \rho(w_t + uw_x + vw_y + ww_z) + p_z - c_x - g_y - h_z &= 0; \\ \tau(a_t + ua_x + va_y + wa_z) - 2\mu u_x + b(v_x - u_y) + c(w_x - u_z) + a &= 0, \\ \tau(b_t + ub_x + vb_y + wb_z) - \mu(u_y + v_x) + \\ + \frac{a-d}{2}(u_y - v_x) + \frac{g}{2}(w_x - u_z) + \frac{c}{2}(w_y - v_z) + b &= 0, \\ \tau(c_t + uc_x + vc_y + wc_z) - \mu(v_z + w_x) + \\ + \frac{a-h}{2}(u_z - w_x) + \frac{g}{2}(v_x - u_y) + \frac{b}{2}(v_z - w_y) + c &= 0, \\ \tau(d_t + ud_x + vd_y + wd_z) - 2\mu v_y + b(u_y - v_x) + g(w_y - v_z) + d &= 0, \\ \tau(g_t + ug_x + vg_y + wg_z) - \mu(v_z + w_y) + \\ + \frac{d-h}{2}(v_z - w_y) + \frac{c}{2}(u_y - v_x) + \frac{b}{2}(u_z - w_x) + g &= 0, \\ \tau(h_t + uh_x + vh_y + wh_z) - 2\mu w_z + c(u_z - w_x) + g(v_z - w_y) + h &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Запишем систему в виде (2)

$$A \frac{\partial U}{\partial t} + B \frac{\partial U}{\partial x} + C \frac{\partial U}{\partial y} + D \frac{\partial U}{\partial z} = H,$$

где $U = (u, v, w, p, a, b, c, d, g, h)$ – вектор, A, B, C, D – матрицы коэффициентов размерности 10 на 10.

Пусть равенство $\varphi(t, x, y, z) = 0$ задает характеристическую поверхность системы. Тогда φ удовлетворяет уравнению

$$\det |A\varphi_t + B\varphi_x + C\varphi_y + D\varphi_z| = 0. \quad (3)$$

Рассмотрим сначала систему, полученную линеаризацией (2):

$$u_x + v_y + w_z = 0;$$

$$\begin{aligned}
\rho u_t + p_x - a_x - b_y - c_z &= 0, \\
\rho v_t + p_y - b_x - d_y - g_z &= 0, \\
\rho w_t + p_z - c_x - g_y - h_z &= 0; \\
\tau a_t - 2\mu u_x + a &= 0, \\
\tau b_t - \mu(u_y + v_x) + b &= 0, \\
\tau c_t - \mu(u_z + w_x) + c &= 0, \\
\tau d_t - 2\mu v_y + d &= 0, \\
\tau g_t - \mu(v_z + w_y) + g &= 0, \\
\tau h_t - 2\mu w_z + h &= 0.
\end{aligned} \tag{4}$$

Уравнение характеристик (3) для системы (4) без труда выписывается при помощи математических пакетов. Оно имеет вид:

$$\tau^3 (\varphi_t)^4 \left((\varphi_x)^2 + (\varphi_y)^2 + (\varphi_z)^2 \right) \times \left[\mu \left((\varphi_x)^2 + (\varphi_y)^2 + (\varphi_z)^2 \right) - \rho \tau (\varphi_t)^2 \right]^2 = 0.$$

Тем самым линейная система (4) имеет две комплексные характеристики

$$(\varphi_x)^2 + (\varphi_y)^2 + (\varphi_z)^2 = 0, \tag{5}$$

четырёхкратную траекторную характеристику

$$\varphi_t = 0$$

и две двукратные вещественные характеристики

$$\varphi_t = \pm \sqrt{\frac{\mu}{\rho \tau} \left((\varphi_x)^2 + (\varphi_y)^2 + (\varphi_z)^2 \right)}.$$

Характеристики нелинейной системы (2) также искались с использованием пакетов MATHCAD и MAPLE. Несмотря на высокий порядок определителя и существенную заполненность матрицы удалось выделить пару две комплексных характеристики (5), четырёхкратную траекторную характеристику

$$\varphi_t + u\varphi_x + v\varphi_y + w\varphi_z = 0,$$

а также четыре характеристики, удовлетворяющие уравнению

$$\begin{aligned}
&(\rho \tau)^2 (\varphi_t + u\varphi_x + v\varphi_y + w\varphi_z)^4 - 2\mu \rho \tau (\varphi_t + u\varphi_x + v\varphi_y + w\varphi_z)^2 \times \\
&\times \left(\mu \left((\varphi_x)^2 + (\varphi_y)^2 + (\varphi_z)^2 \right) + F \right) + \mu^2 \left((\varphi_x)^2 + (\varphi_y)^2 + (\varphi_z)^2 \right)^2 + G = 0,
\end{aligned}$$

где функции $F(a, b, c, d, g, h, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z)$ и $G(a, b, c, d, g, h, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z)$ не имеют определенного знака и обращаются в ноль при отбрасывании нелинейных членов.

Специфика системы (1) состоит в том, что она не является эволюционной по отношению к давлению. Поэтому для нее нельзя ставить задачу Коши с начальными данными при $t = 0$. Вопрос о разрешимости начально-краевых задач для этой системы в общем случае остается открытым даже в двумерном случае.

Работа выполнена при поддержке проекта РФФИ 16-01-00127.

Библиографический список

1. Астарита Дж., Марручи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. – М.: Мир, 1978.
2. Joseph D.D. Fluid dynamics of viscoelastic fluids. New York: Springer, 1990.
3. Годунов С.К., Роменский Е.И. Элементы механики сплошных сред и законы сохранения. – Новосибирск: Науч. кн., 1998.
4. Пухначев В.В. Математическая модель несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла // Прикл. мех. и техн. физ. 2010. Т. 51, № 4. С. 116–126.
5. Liapidevskii V.Yu., Pukhnachev V.V., Tani A. Nonlinear waves in incompressible viscoelastic Maxwell medium // Wave Motion. – 2011. – V. 48, № 8. – P. 727–737.

**Математическая модель поршневого вытеснения жидкости
в упругой пористой среде**

А.Н. Сибин

АлтГУ, г. Барнаул

Рассматривается движение двухфазной несжимаемой жидкости в неоднородном анизотропном грунте с пористостью ϕ . Пусть имеется прямолинейная цепочка близко расположенных относительно друг друга скважин, нагнетающих в бесконечный пласт с заданными постоянными давлениями p_1^0 жидкость (например воду) с вязкостью μ_1 . Горизонтальный пласт ($g = 0$) содержит другую жидкость, например нефть с вязкостью μ_2 , находящуюся под постоянным давлением p_2^0 . Выберем ось x направленной перпендикулярно по отношению к линии скважин и ввиду симметрии процесса рассмотрим полубесконечный интервал $x \in (0, \infty)$. Процесс вытеснения нефти водой описывается поршневой моделью [1]. Пусть жидкости несжимаемы (истинные плотности ρ_1^0 и ρ_2^0 постоянные), капиллярный скачек равен нулю и преобладают упругие свойства среды. Ключевым моментом является переменная пористость грунта. В области $x \in [0, l(t)] = \Omega_1$ концентрация воды $s_1 = 1$, а концентрация нефти $s_2 = 0$. В области $x \in (l, \infty) = \Omega_2$ концентрация воды $s_1 = 0$, а концентрация нефти $s_2 = 1$. Граница раздела воды и нефти $x = l(t)$ определяется в ходе решения задачи. С учетом сделанных предположений в областях Ω_i уравнения сохранения массы и импульса принимает вид [2]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varphi_i}{1 - \varphi_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (\varphi_i (u_i - u_{3i})) = 0, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

$$\varphi_i (u_i - u_{3i}) = -K_0 k_{0i} (1 - \varphi_i) \frac{\partial p_i}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial (1 - \varphi_i)}{\partial t} + (1 - \varphi_i)^2 \frac{\partial u_{3i}}{\partial x} = 0, \quad (3)$$

$$(1 - \varphi_i) \frac{\partial u_{3i}}{\partial x} = -a_2(\varphi_i) \frac{\partial p_{ei}}{\partial t}, \quad (4)$$

$$p_{tot} = p_{tot}^0(t), \quad p_1 = p_2,$$

Здесь (x, t) – переменные Лагранжа, \vec{u}_i – скорость i -й фазы, \vec{u}_3 – скорость твердого скелета, K_0 – коэффициент фильтрации (функция пористости), ρ_i^0 – истинные плотности фаз, p_e – эффективное давление, p_{tot} – общее давление, p_f , p_s – соответственно давления жидкой и твердой фаз, $\rho_{tot} = (1 - \varphi)\rho_3^0 + \varphi(s_1\rho_1^0 + s_2\rho_2^0)$ – общая плотность; $a_2(\varphi)$ – коэффициент объемной сжимаемости горной породы есть заданная функция (модельная зависимость: $a_2(\varphi) = \varphi^b \beta_\varphi$, где $b = 1/2$, β_φ – положительный параметр пороупругой среды, [3]); k_{0i} – относительные фазовые проницаемости, p_i – давления фаз. При этом k_{0i} должны зависеть от насыщенности S_i , поскольку часть порового пространства занята другой жидкостью. По определению, насыщенности S_i меняются в пределах $0 < s_i^0 \leq s_i \leq 1 - s_j^0 < 1$, $i \neq j$, $s_1 + s_2 = 1$, и при достижении значений $s_i = s_i^0$ движение i -й компоненты прекращается, что обеспечивается выполнением условий $k_{0i}(s_i^0) = 0$, $i = 1, 2$.

При заданной пористости уравнения (1), (2) образуют классическую модель Маскета-Левверетта, математическая теория для которой построена в [4]. Имеется ряд задач в которых необходимо учитывать деформацию пористой среды (геодинамика нефтегазовых коллекторов [5], внутренняя суффозия и т.д.). В работах дано обоснование некоторых моделей двухфазных течений в пороупругих средах [6–8]. Исследованию задач суффозии просвещены работы [9, 10].

Из соотношения $p_e = p_{tot}(t) - p_f$ следует

$$p_{ei} = p_{tot}^0(t) - p_i. \quad (5)$$

Здесь нижний индекс i обозначает, что рассматриваемые функции определены в областях $\Omega_i, i = 1, 2$. Заметим, что

$$\frac{1}{(1-\varphi)^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varphi}{1-\varphi} \right).$$

С учетом последнего равенства уравнения (3) принимают вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varphi_i}{1-\varphi_i} \right) = \frac{\partial u_{3i}}{\partial x}.$$

Используя (3) и (4) получим

$$\frac{1}{1-\varphi_i} \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} = -a_2(\varphi_i) \frac{\partial p_{ei}}{\partial t},$$

В дальнейшем предполагается, что $a_2(\varphi) = \beta_\varphi \varphi$ и без ограничения общности считаем $\beta_\varphi = 1$. Тогда из последнего равенства получим

$$\ln \left| \frac{\varphi_i}{1-\varphi_i} \right| + p_{ei} = \ln C_i, \quad (6)$$

где

$$C_i = \frac{\varphi_i^0 e^{p_{tot}^0(0)} - p_i^0}{1 - \varphi_i^0}, \quad \varphi_i|_{t=0} = \varphi_i^0, \quad p_i|_{t=0} = p_i^0.$$

Следует отметить, что равенства (6) приводятся к виду

$$\varphi_i = \frac{1}{1 + C_i e^{p_{tot}^0(t)} - p_i}.$$

Откуда следует выполнение физического принципа максимума для пористости: $0 \leq \varphi_i \leq 1$.

Сложив уравнения (3) и (1) получим

$$(1-\varphi_i)u_{3i} + \varphi_i u_i = D_i(t). \quad (7)$$

Используя (1) и (7) получим соотношение

$$u_{3i} = D_i + (1-\varphi_i)K_0 k_{0i} \frac{\partial p_i}{\partial x}. \quad (8)$$

Из (7) используя (8) выразим скорость i -той фазы

$$u_i = D_i - \frac{(1-\varphi_i)^2}{\varphi_i} K_0 k_{0i} \frac{\partial p_i}{\partial x}.$$

Подставив (8) в (3) и используя (5), (6) получим

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varphi_i}{1-\varphi_i} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\varphi_i} K_0(\varphi_i) k_{0i} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \right).$$

Пусть коэффициент фильтрации имеет специальный вид: $K_0(\varphi) = K \frac{\varphi}{(1-\varphi)^2}$, где $K = const$ – размерный коэффициент. Тогда предыдущее равенство принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varphi_i}{1-\varphi_i} \right) = \kappa_i \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\varphi_i}{1-\varphi_i} \right) \right). \quad (9)$$

Здесь $\kappa_i = K k_{0i} = const$. Положим $\phi_i = \frac{\varphi_i}{1-\varphi_i}$ и представим уравнение (9) в виде

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial t} = \kappa_i \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2}. \quad (10)$$

Предполагается, что в начальный момент времени $l(0) = 0$, $\phi_i(x, 0) = \phi_i^0 = const$, ($i = 1, 2$). На внешних границах областей заданы условия:

$$\phi_1(0, t) = \phi_1^0 = const, \quad \phi_2(\infty, t) = \phi_2^0, \quad (11)$$

которые согласующиеся с начальными данными. На подвижной свободной границе $x = l(t)$ должны быть обеспечены условия непрерывности пористости и расходов (скоростей фильтрации Дарси)

$$\phi_1(l, t) = \phi_2(l, t), \quad (12)$$

$$\kappa_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial x}(l, t) = \kappa_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial x}(l, t), \quad (13)$$

а так же кинематическое условие

$$\frac{dl}{dt} = -\kappa_1 \frac{1 + \phi_1}{\phi_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial x}(l, t). \quad (14)$$

Введем в каждой из областей Ω_1, Ω_2 автомодельные переменные

$$y_1 = \frac{x}{2\sqrt{\kappa_1 t}}, \quad y_2 = \frac{x}{2\sqrt{\kappa_2 t}}.$$

Будем искать функции $\phi_1(x, t), \phi_2(x, t), x = l(t)$ в виде $\phi_1(y_1), \phi_2(y_2)$ и $l = c\sqrt{t}$, где c – пока произвольная константа. Легко видеть, что

$$\frac{\partial}{\partial t} = -\frac{y_i}{2t} \frac{d}{dy_i}, \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{\kappa_i t}} \frac{d}{dy_i}, \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{1}{4\kappa_i t} \frac{d^2}{dy_i^2}$$

и уравнения (10) примут вид

$$\frac{d^2 \phi_i}{dy_i^2} + 2y_i \frac{d\phi_i}{dy_i} = 0, \quad (i=1, 2).$$

Проинтегрировав эти уравнения, получим

$$\phi_i = A_i \operatorname{erf} y_i + B_i,$$

где функция

$$\operatorname{erf} y = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-\zeta^2} d\zeta$$

есть интеграл вероятности, причем $\operatorname{erf}(0) = 0, \operatorname{erf}(\infty) = 1$. Заметим, что подвижная граница $l = c\sqrt{t}$ в автомодельных переменных y_i переходит в фиксированные границы $y_{1*} = c/(2\sqrt{\kappa_1})$ и $y_{2*} = c/(2\sqrt{\kappa_2})$, а фиксированные граничные точки $x = 0, x = \infty$ переходят соответственно в точки $y_1 = 0, y_2 = \infty$. Для определения пяти искомых постоянных A_i, B_i ($i=1, 2$) и константы c имеется пять условий: в точках $y_1 = 0, y_2 = \infty$ выполнены условия (11), два условия непрерывности (12), (13) и кинематическое условие (14). В результате приходим к следующим соотношениям:

$$B_1 = \phi_1^0, \quad A_2 + B_2 = \phi_2^0,$$

$$c = -\frac{1 + A_1 \operatorname{erf}\left(\frac{c}{2\sqrt{\kappa_1}}\right) + \phi_1^0}{A_1 \operatorname{erf}\left(\frac{c}{2\sqrt{\kappa_1}}\right) + \phi_1^0} A_1 \sqrt{\kappa_1} e^{-\frac{c^2}{4\kappa_1}}. \quad (15)$$

$$A_2 = \frac{\phi_2^0 - \phi_1^0}{1 + \sqrt{\frac{\kappa_2}{\kappa_1}} e^{-\frac{c^2(\kappa_2 - \kappa_1)}{4\kappa_1 \kappa_2}} \operatorname{erf}\left(\frac{c}{2\sqrt{\kappa_1}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{c}{2\sqrt{\kappa_2}}\right)}.$$

Заметим, что коэффициенты A_1, A_2 отрицательны и функции ϕ_i монотонно убывают. Так как $\phi_1^0 > \phi_2^0$, то

$$\phi_1^0 \geq \phi_1(y_1) \geq \phi_1(l) = \phi_2(l) \geq \phi_2(y_2) \geq \phi_2^0.$$

Из предыдущего неравенства получим оценку для пористости

$$0 < m_0 = \frac{\phi_1^0}{1 + \phi_1^0} \leq \phi_i \leq \frac{\phi_2^0}{1 + \phi_2^0} = M_0 < 1. \quad (16)$$

Из представления (15) следует, что коэффициент $c > 0$, так как для пористости справедлива оценка (16) и $A_1 < 0$.

Рассмотрим уравнение (15) для нахождения параметра c . Положим

$$F(c) \equiv ce^{\frac{c^2}{4\kappa_1}} + \frac{1 + A_1 \operatorname{erf}\left(\frac{c}{2\sqrt{\kappa_1}}\right) + \phi_1^0}{A_1 \operatorname{erf}\left(\frac{c}{2\sqrt{\kappa_1}}\right) + \phi_1^0} A_1 \sqrt{\kappa_1}.$$

Заметим, что при $1 > \phi_1^0 > \phi_2^0 > 0$

$$F(0) = \frac{1 + \phi_1^0}{\phi_1^0} (\phi_2^0 - \phi_1^0) \sqrt{\kappa_2} < 0, \quad F(+\infty) = +\infty,$$

т.е. функция $F(c)$ меняет знак. Поэтому на интервале $(0, \infty)$ имеется хотя бы один корень уравнения (15). Таким образом справедливо следующее утверждение

Теорема. Пусть выполнены следующие условия на начальные данные задачи (9)–(14):

$$l(0) = 0, \quad \phi_i(x, 0) = \phi_i^0 = \text{const}, \quad i = 1, 2,$$

$$\phi_1(0, t) = \phi_1^0 = \text{const}, \quad \phi_2(\infty, t) = \phi_2^0,$$

$$0 < \phi_2^0 < \phi_1^0 < 1.$$

Тогда существует хотя бы одно классическое автомодельное решение задачи (9)–(14), которое обладает свойством $0 < m_0 \leq \phi_i \leq M_0 < 1$, $i = 1, 2$.

Заключение. В работе получено точное автомодельное решение задачи поршневого вытеснения жидкостей в пороупругой среде. Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №16-08-00291.

Библиографический список

1. Веригин Н.Н. О фильтрации растворов и эмульсий в пористой среде // 2-й Всесоюзный съезд по теор. и прикл. мех.: Аннот. докл. – М.: Наука, 1964. – С. 50.
2. Папин А.А., Сибин А.Н. Автомодельное решение задачи поршневого вытеснения жидкостей в пороупругой среде // Известия АлтГУ. – 2016. – № 1 (89). – С. 152–156.
3. Connolly J.A.D., Podladchikov Y.Y. Compaction-driven fluid flow in viscoelastic rock // Geodin. Acta. 1998. Vol. 11.
4. Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. – Новосибирск, 1983.
5. Fowler A. Mathematical Geoscience. Springer-Verlag. London, 2011.
6. Ахмерова И.Г. Разрешимость краевой задачи для уравнений одномерного движения двухфазной смеси // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Математика и физика. – 2012. – Т. 5. – № 1. – С. 25–35.
7. Simpson G., Spiegelman M., Weinstein M.I. Degenerate dispersive equations arising in the study of magma dynamics // Nonlinearity. – 2007. – Vol. 20.
8. Шишмарев К.А. Тепломассоперенос в тающем снеге // Труды молодых ученых Алтайского государственного университета. – 2011. – № 8. – С. 126–128.
9. Кузиков С.С., Папин А.А., Сибин А.Н. Численное исследование профильной задачи внутренней эрозии в межмерзлотном водоносном слое // Известия АлтГУ, Барнаул, 2014, Вып. 1/2 (85).
10. Папин А.А., Сибин А.Н. Проблемы математического моделирования внутренней суффозии грунта : препринт №1/15. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 33 с.

УДК 517.95, 532.546

Аналитическое и численное исследование задачи фильтрации в пороупругой среде

М.А. Токарева, Р.А. Вириц

АлтГУ, г. Барнаул

В работе рассматривается математическая модель фильтрации жидкости в пороупругой среде. В основе математической модели лежит квазилинейная система уравнений составного типа, описывающая нестационарное движение сжимаемой жидкости в пороупругой среде при отсутствии фазовых переходов. Особенностью рассматриваемой в работе модели движения вязкой жидкости в сжимаемой твердой среде является использование закона Дарси вместо уравнения импульса для жидкой фазы, и реологическое соотношение, связывающее дивергенцию скорости твердой фазы и эффективное давление.

1. Введение

При моделировании процессов фильтрации в пористых средах естественной необходимостью является учет деформации твердого скелета. Некоторые аналитические и численные результаты для моделей, учитывающих движение твердой среды получены в работах [1–3]. Математическая модель, исследуемая в данной работе, позволяет учесть сжимаемость твердой среды и его пороупругие свойства. Для случая вязкоупругой среды доказана теорема существования и единственности автомодельного решения задачи. В случае преобладания упругих свойств система уравнений при переходе к переменным Лагранжа сводится к вырождающемуся на решении параболическому уравнению для пористости. Для установления свойства конечной скорости стабилизации решения при малом коэффициенте объемной сжимаемости твердой среды используется метод интегральных энергетических оценок. В частном случае, когда упругие свойства деформации являются преобладающими, получен интеграл решения и проведено численное исследование задачи в этом случае. Результаты вычислений представлены в виде графиков. Другой подход к моделированию деформации используется в работе [4].

2. Постановка задачи

В работе изучается следующая квазилинейная система уравнений составного типа [5–8]:

$$\frac{\partial(1-\phi)\rho_s}{\partial t} + \operatorname{div}((1-\phi)\rho_s\vec{v}_s) = 0, \quad \frac{\partial(\rho_f\phi)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_f\phi\vec{v}_f) = 0,$$

$$\phi(\vec{v}_f - \vec{v}_s) = -\frac{k\phi^n}{\mu}(\nabla p_f + \rho_f\vec{g}),$$

$$\nabla \cdot \vec{v}_s = -\frac{\phi^m}{\eta}p_e - \phi^b\beta_\phi \frac{dp_e}{dt}, \quad p_e = (1-\phi)(p_s - p_f),$$

$$\nabla p_{tot} = \rho_{tot}\vec{g}, \quad p_{tot} = \phi p_f + (1-\phi)p_s; \quad \rho_{tot} = \phi\rho_f + (1-\phi)\rho_s.$$

Данная квазилинейная система описывает нестационарное изотермическое движение жидкости в вязкоупругой среде. Здесь $\rho_f, \rho_s, \vec{v}_s, \vec{v}_f$ – соответственно истинные плотности и скорости фаз; ϕ – пористость; p_f, p_s – соответственно давления жидкой и твердой фаз, p_{tot} – общее давление, p_e – эффективное давление, ρ_{tot} – средняя плотность среды; $\vec{g} = (0, 0, -g)$ – плотность массовых сил; k – проницаемость, μ – динамическая вязкость жидкости; η, β_ϕ, b, m – параметры пороупругой среды; $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}_s \cdot \nabla$ – материальная производная, $(\vec{x}, t) \in Q_T = \Omega \times (0, T)$ – переменные Эйлера. Истинные плотности твердой и жидкой фаз (ρ_s и ρ_f) принимаются постоянными. Искомыми являются величины $\phi, \vec{v}_s, \vec{v}_f, p_f, p_s$.

Результаты разрешимости начально-краевых задач для данной системы уравнений в одномерном случае при заданном общем давлении изложены в [9]. В работах [10, 11] модель использовалась для описания процесса фильтрации в тонком пороупругом слое льда. Другие аналитические результаты для подобных моделей были получены в работах [12, 13].

3. Разрешимость автомодельной задачи

Для искомой системы рассматривается автомодельное решение типа «бегущей волны». Полагая, что все искомые функции зависят лишь от переменной $\xi = x - ct$ (c – постоянный параметр), приходим к следующей системе уравнений:

$$\frac{d}{d\xi}((-c + v_f)\phi) = 0, \quad \frac{d}{d\xi}((1-\phi)(v_s - c)) = 0, \quad (1)$$

$$\phi(v_f - v_s) = -\alpha\phi^n\left(\frac{dp_f}{d\xi} + \rho_f g\right), \quad (2)$$

$$\lambda \frac{dv_s}{d\xi} = -\phi^m(p_{tot} - p_f) - \phi^b(v_s - c) \frac{d(p_{tot} - p_f)}{d\xi}, \quad (3)$$

$$\frac{dp_{tot}}{d\xi} = -(\phi\rho_f + (1-\phi)\rho_s)g, \quad (4)$$

где $\alpha = \frac{kG\rho}{\mu\nu}$ и $\lambda = \frac{1}{P\beta_\phi}$ – безразмерные константы.

Система рассматривается при $\xi > 0$ и дополняется граничными условиями:

$$\begin{aligned} v_s(0) = v_s^0, v_f(0) = v_f^0, \phi(0) = \phi^0, \lim_{\xi \rightarrow \infty} v_s(\xi) = u^+; \\ \lim_{\xi \rightarrow \infty} v_f(\xi) = u^+, \lim_{\xi \rightarrow \infty} \phi(\xi) = \phi^+; \end{aligned} \quad (5)$$

где $v_s^0, v_f^0, \phi^0, \phi^+$ – заданные постоянные, удовлетворяющие условиям $\phi^0 \neq \phi^+, v_s^0 \neq v_f^0$.

Определение 1. Классическим автомодельным решением задачи (1)–(5) называется совокупность функции $(\phi(\xi), v_i(\xi), p_i(\xi))$, $i = s, f$, если они обладают непрерывными производными, входящими в уравнения (1)–(4), удовлетворяют этим уравнениям и граничным условиям (5) как непрерывные в \bar{Q}_T функции. Сформулируем основной результат настоящей работы.

Теорема 1 [13]. Пусть выполнены следующие условия: $g = 0, \phi^0 > \phi^+, (\phi^0, \phi^+) \in (0,1)$. Тогда существует единственное классическое автомодельное решение $(\phi(\xi), v_i(\xi), p_i(\xi)), i = s, f$ задачи (1)–(5) [13].

4. Локализация решений вырождающегося уравнения

В одномерном случае математическая модель фильтрации жидкости в пороупругой среде с преобладанием упругих свойств относительно свойств вязкости и малом коэффициенте объемной сжимаемости твердой среды, записанная в переменных Лагранжа, сводится к одному уравнению для

$$s = \frac{\phi}{1-\phi} :$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(d(s) \frac{\partial s}{\partial x} + f(s) \right), \quad (6)$$

причем предполагается, что существует постоянная $M > 0$ такая, что справедливы следующие оценки

$$0 \leq s \leq M < \infty, \quad \frac{k}{\mu\beta_\phi} s^{n-b} (1+M)^{b-n-2} \leq d(s) \leq \frac{k}{\mu\beta_\phi} s^{n-b}, \quad g \geq 0,$$

$$|f(s)| \leq \frac{k}{\mu} s^n g(\rho_s + (1+2M)\rho_f).$$

Определение 2. Неотрицательная ограниченная измеримая функция $s(x,t)$ ($0 \leq s(x,t) \leq M$), определенная в $\Omega \times (0, \infty)$, есть слабое решение уравнения (6) с начальным условием $s_0(x)$, если для $\forall T > 0$ и любого открытого подмножества $\Omega_1 \subset R^1$ выполняются следующие предположения:

$$s \in L_\infty(0, T, W_2^1(\Omega)), \quad \frac{\partial}{\partial x} (s^{n-b+1}) \in L_2[(0, T) \times \Omega_1], \quad (7) \lim_{t \rightarrow 0} \int_{\Omega} s dx = \int_{\Omega} s_0 dx \quad (8)$$

и для $\forall \varphi(x,t) \in \overset{\circ}{C}^\infty((0, T) \times \Omega_1)$

$$\int_0^\infty \int_{\Omega} [d(s) \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial f(s)}{\partial x} \varphi] dx dt = \int_0^\infty \int_{\Omega} s \frac{\partial \varphi}{\partial t} dx dt + \int_{\Omega} s(x,0) \varphi(x,0) dx. \quad (9)$$

Введем обозначения $A(\rho, t) \equiv \int_{K_\rho(x_0)} s^2(x,t) dx$, $B(\rho, t) \equiv \int_{K_\rho(x_0)} s^{n-b} \left(\frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 dx$, и без ограничения общности

будем считать $x_0 = 0$.

Теорема 2. Пусть выполнены условия (7)–(9) и дополнительно $t \in [0, T]$, $T \leq T^*$, где

$$T^* \leq \min(4M^{2-b-n} F_1^{-2} (\min(1, \frac{k}{\mu\beta_\phi} (1+M)^{b-n-2} - \frac{1}{2}))^2,$$

$$((\rho_0^{1+2\delta} - \rho^{1+2\delta}) \frac{(2\theta-1)\mu\beta_\phi}{(2\delta+1)4kK_i^2} w^{1-2\theta}(\rho_0, t))^{\frac{1}{1-\theta}}), i=1,2.$$

Если $s(x,t)$ – слабое решение (6) и $s_0(x) = 0$ в $K_{\rho_0}(x_0)$, $0 < \rho_0 < \text{dist}(x_0, \partial G)$, то $s(x,t) = 0$ почти

всюду в $K_{\rho_1(t)}(x_0)$ при $0 \leq t \leq T \leq T^*$. Причем $\rho_1(t) = (\rho_0^{1+2\delta} - Lt^{1-\theta} (w(\rho_0, t))^{2\theta-1})^{\frac{1}{1+2\delta}}$, где при $0 < n-b < 2$

$L = 4C_1^2 \cdot Q(r)$, $r \in (1,2)$, а при $n-b = 2$ $L = 4C_2^2 \cdot Q(r)$, $r = \frac{4}{n-b+2} = 1$.

В обоих случаях здесь

$$w(\rho_0, t) = \sup_{0 \leq \tau \leq t} \int_0^\tau B(\rho_0, s) ds, \quad Q(r) = \frac{2\delta+1}{2\theta-1} \left(\frac{1}{2} \rho_0^\delta + T^{\frac{1}{2}} M^{2(\delta-1)} \rho_0^{\delta-1} \right)^{2\theta} \left(\frac{k}{\mu\beta_\phi} \right)^2,$$

$$K_i = C_i \left[\frac{1}{2} \rho_0^\delta + T^{\frac{1}{2}} \rho_0^{\delta-1} M^{2(\delta-1)} \right]^\theta, \quad i=1,2, \quad F_1 = \frac{kng}{\mu} (\rho_s + (1+2M)\rho_f).$$

Теорема 3. Пусть дополнительно к условиям теоремы 1 выполнены следующие условия:

$$\int_0^t B(\rho, \tau) d\tau \leq C_0, \quad \int_{K_\rho(x_0)} s_0^2(x) dx \leq K_3 (\rho - \rho_0)^{\frac{2+r}{2-r}}, \quad \forall \rho \in (\rho_0, R).$$

Тогда существует T_0 , зависящее от данных задачи, такое, что $s(x,t) = 0$ при почти всех $x \in K_{\rho_0}(x_0)$, и $t \in [0, T_0]$.

5. Численные результаты

В качестве примера рассмотрим случай, когда твердая среда обладает преимущественно упругими свойствами относительно вязких. В этом случае порядок коэффициента вязкости среды η намного больше порядков остальных коэффициентов, входящих в уравнение типа Максвелла, и, следовательно, первым слагаемым в правой части уравнения (3) можно пренебречь. Реологическое соотношение в этом случае записывается в автомодельных переменных в виде

$$\lambda \frac{dv_s}{d\xi} = -\phi^b (v_s - c) \frac{d(p_{tot} - p_f)}{d\xi}.$$

Тогда система уравнений (1)–(4) сводится к следующему уравнению для ϕ :

$$\alpha \lambda \frac{d\phi}{d\xi} = \phi^{b-n} (A_2 \phi - A_1 (1 - \phi)).$$

При начальных условия $\phi^0 = 3/4$, $\phi^+ = 1/2$ получим уравнение:

$$\frac{d\phi}{d\xi} = \frac{3}{8} (1 - 2\phi) \phi^{-2.5}$$

Результаты вычислений для пористости представлены на рисунке 1.

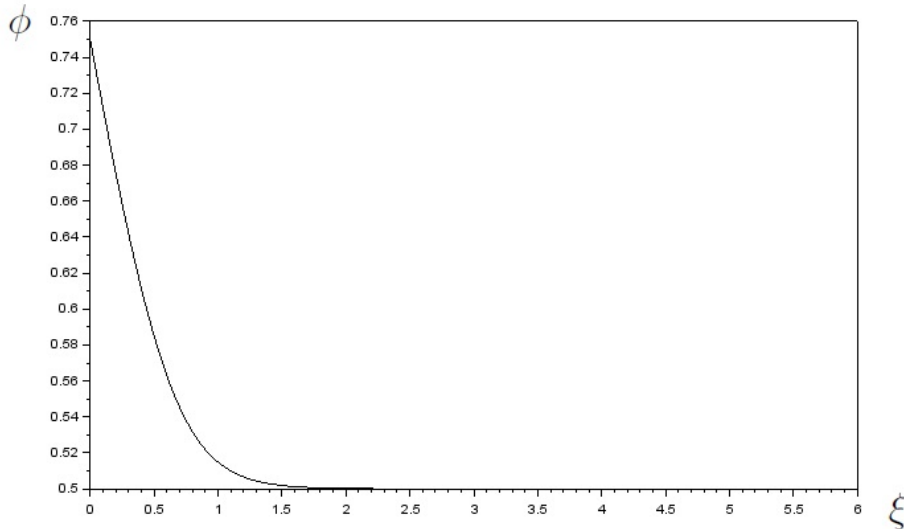


Рисунок 1 – График изменения пористости

Изменения скоростей и давлений представлены на рисунках 2 и 3 соответственно ($v_f(0) = 2$, $v_s(0) = 1$, $p_f(0) = 1$, $p_s(0) = 1$).

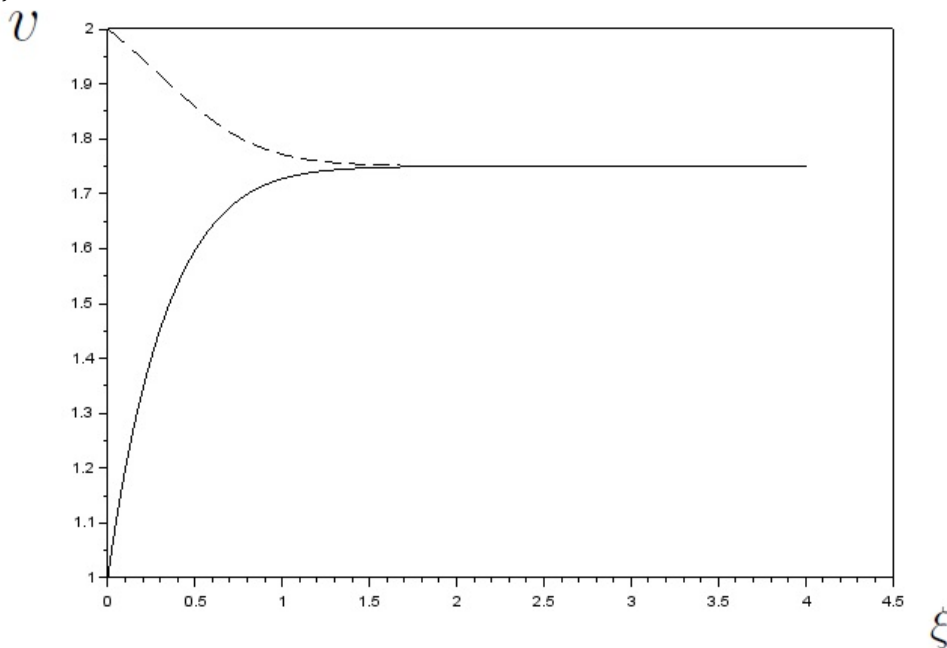


Рисунок 2 – График изменения скорости жидкой фазы – штриховая линия, и твердой среды – сплошная линия

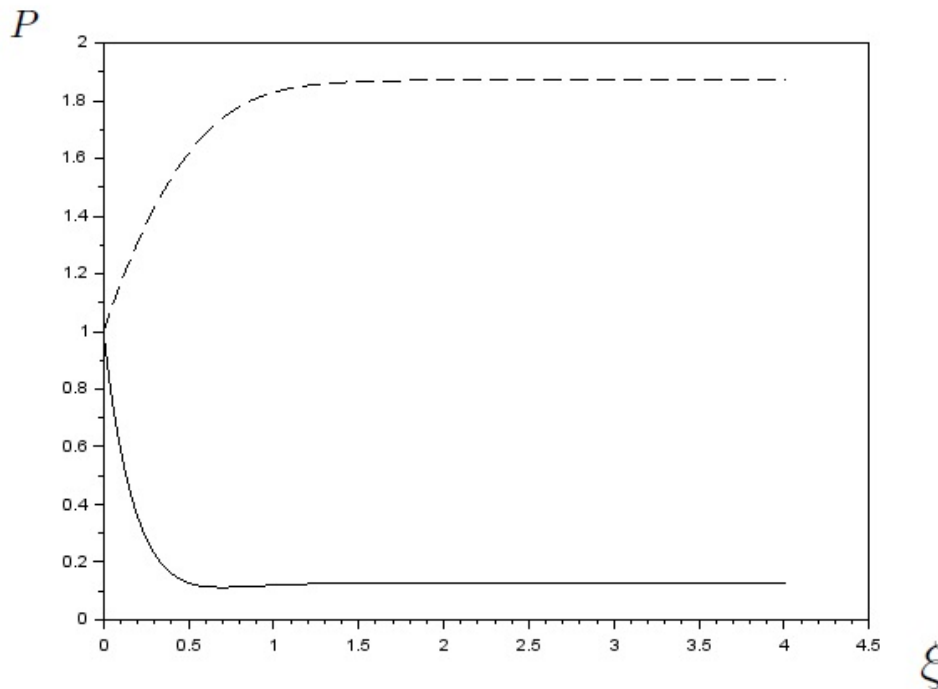


Рисунок 3 – график изменения давления жидкой фазы – штриховая линия, и твердой среды – сплошная линия

6. Выводы

В данной работе приведена теорема о существовании и единственности классического автомодельного решения задачи, установлены свойства локализации решений вырождающегося уравнения, проведено численное исследование частного случая автомодельной задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке государственного задания Министерства №01201460959 и гранта РФФИ №16-08-00291.

Библиографический список

1. Шишмарев К.А. Тепломассоперенос в тающем снеге // Труды молодых ученых АлтГУ. – 2011. – №8.
2. Папин А.А. Существование решения в «целом» уравнений одномерного неизотермического движения двухфазной смеси.
3. Результаты о разрешимости // Сиб. журн. индустр. математики. –Новосибирск, – 2006. – №3(27), т. 9. – С. 111–123.
3. Кузиков С.С., Папин А.А., Сибин А.Н. Численное исследование профильной задачи внутренней эрозии в межмерзлотном водоносном слое // Известия Алтайского государственного университета. – 2014. – № 1/2. – С. 41–44.
4. Коробкин А.А., Папин А.А., Шишмарев К.А. Поведение ледового покрова канала под действием поверхностных волн // Известия Алтайского государственного университета. 2012. № 1/2. – С. 55–59.
5. Connolly J.A.D., Podladchikov Y.Y. Compaction-driven fluid flow in viscoelastic rock // Geodin. Acta, 11, (1998), 55-84.
6. Fowler A. C., Yang X. Pressure solution and viscous compaction in sedimentary basins // Journal of Geophysical Research. Vol. 104, N. B6, 12,989-12,997, 1999.
7. Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С. Физико-математические основы фильтрации воды. – М., 1971.
8. Bear J. Dynamics of Fluids in Porous Media. Elsevier, New York, 1972.
9. Ахмерова И.Г., Папин А.А., Токарева М.А. Математические модели механики неоднородных сред: учебное пособие – Барнаул, 2012. – Ч. I.
10. Токарева М.А. Двумерная задача фильтрации в тонком пороупругом слое // Известия АГУ. – 2013. Вып. 1/1 (77).– С. 60–62.
11. Папин А.А., Токарева М.А., Шишмарев К.А. Математические вопросы динамики ледового покрова // Вестник алтайской науки. – 2015. – Вып. 1 (23). – С. 161–171.
12. Tokareva M.A. Localization of solutions of the equations of filtration in poroelastic medium // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Математика и физика. – 2015. –Т. 8, № 4. – С. 467–477.
13. Токарева М.А. Конечное время стабилизации решения уравнений фильтрации жидкости в пороупругой среде // Известия Алтайского государственного университета. – 2015. – Т. 2, № 1. – С. 153–157.
14. Токарева М.А., Вирец Р.А. Автомодельная задача фильтрации в пороупругой среде // Ломоносовские чтения на Алтае : материалы международной школы-семинара. – Барнаул, 2015.

Моделирование 3d течения полимерного расплава в сходящемся канале с прямоугольным сечением

М.Ю. Толстых

АлтГТУ, г. Барнаул

Известно, что расплавы линейных полимеров являются нелинейными вязкоупругими средами. Для описания их течений в настоящее время часто используются уравнения, учитывающие существенные особенности поведения полимерных жидкостей [1–6]. При этом предпочтение при выборе математической модели следует отдавать моделям, в которых учитывается, в той или иной мере, структура полимерных молекул. Так как подобный учет достаточно сложен, то наиболее востребованными являются модели, в основе которых лежит мезоскопический подход. В этом случае поведение полимерной макромолекулы заменяется поведением одного или нескольких релаксаторов, а переход к макроscopicкому описанию осуществляется методами статистической механики [4, 5].

В данной работе будет использована модифицированная реологическая модель Виноградова-Покровского [7].

$$\sigma_{ik} = -p\delta_{ik} + 3\frac{\eta_0}{\tau_0}a_{ik},$$

$$\frac{d}{dt}a_{ik} - v_{ij}a_{jk} - v_{kj}a_{ji} + \frac{1+(\kappa-\beta)I}{\tau_0}a_{ik} = \frac{2}{3}\gamma_{ik} - \frac{3\beta}{\tau_0}a_{ij}a_{jk}, \quad (1)$$

где σ_{ik} – тензор напряжений; p – гидростатическое давление; η_0 и τ_0 – начальные значения сдвиговой вязкости и времени релаксации; V_{ik} – тензор градиентов скорости; a_{ik} – симметричный тензор анизотропии второго ранга; $I = a_{jj}$ – первый инвариант тензора анизотропии; $\gamma_{ik} = \frac{1}{2}(v_{ik} + v_{ki})$ – симметризованный тензор градиентов скорости; κ, β – феноменологические параметры модели, учитывающие в уравнениях динамики макромолекулы размеры и форму молекулярного клубка.

Ранее попытки моделирования таких течений на основе уравнений (1) уже предпринимались [6, 8]. В работах [6, 8] рассматривались двух- и трехмерные напорные течения в каналах с прямоугольными сечениями. При этом градиент поля давлений был известен.

Для того чтобы на основе этой модели проводить расчеты реальных течений к (1) следует добавить уравнения сохранения импульса и массы:

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} v_i + v_k \frac{\partial}{\partial x_k} v_i \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \sigma_{ik}; \quad \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

Система уравнений (1,2) представляет собой замкнутую систему относительно переменных a_{ij} , v_i , P . Так уравнения этой системы являются уравнениями в частных производных, то они должны быть дополнены начальными и граничными условиями.

Расчетная область представляет собой два параллелепипеда. Первый резервуар – канал с квадратным сечением 14×14 мм, второй – щелевой канал, с сечением 14×1 мм. Длины параллелепипедов выбираются достаточно большими ($-80 \leq z \leq 80$), чтобы исключить влияние как входа в резервуар, так и выхода из щелевого канала.

Основными граничными условиями являются условия прилипания на твердой поверхности для скорости $v_i = 0$. Граничные условия для безразмерных напряжений получаются подстановкой этих условий в уравнения (1) и отбрасыванием соответствующих слагаемых. В качестве граничных условий при $x=0$ или $y=0$ были использованы условия симметрии или равенства нулю соответствующих частных производных. На входе в резервуар, при $z=-80$, для компонент скорости были использованы выражения $v_1(x, y, -80) = v_2(x, y, -80) = 0$ и $v_3(x, y, -80) = 9V(x-7)^2(y-7)^2 / 5488$. При этом V – объемный расход.

Для того чтобы выполнить расчеты необходимо определить численные значения параметров реологической модели κ , β , η_0 и τ_0 . Результаты сравнения этих зависимостей приведены на рисунке 1. При этом было получено, что для образца LLDPE $\eta_0 = 14500$ Па, $\tau_0 = 0,2$ сек, а для образца LDPE $\eta_0 = 18500$ Па, $\tau_0 = 2$ сек.

Значение параметров анизотропии $\beta = 0,1$ и $\kappa = 0,12$ оказались одинаковыми.

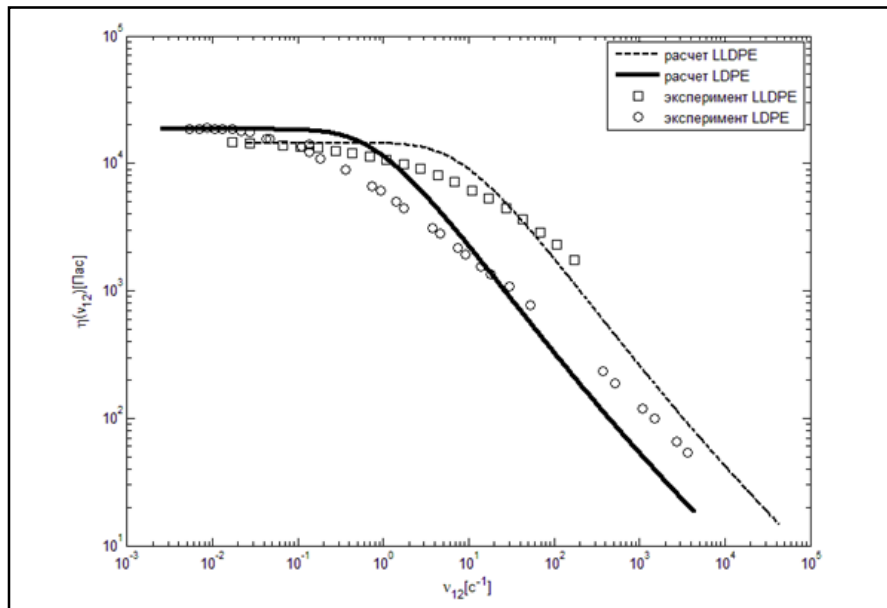


Рисунок 1 – Сравнение теоретических (линии) и экспериментальных (точки) зависимостей стационарной сдвиговой вязкости от скорости сдвига для линейного полиэтилена низкой плотности (LLDPE) и полиэтилена низкой плотности (LDPE)

Сравнивались течения расплавов двух образцов полиэтилена, линейный полиэтилен низкой плотности (LLDPE) и полиэтилен низкой плотности (LDPE). Различия между этими двумя образцами состоит в том, что у LLDPE сдвиговая вязкость изменяется меньше, чем у LDPE и время релаксации у LLDPE меньше, чем у LDPE. При этом было обнаружено, что для течений LDPE существует выраженный вторичный поток в углах проточного канала, который не наблюдается для LLDPE. Эти вихри изменяют свою форму, в сечениях параллельных оси канала, что характеризует трехмерный характер поля течения. Кроме того, было отмечено, что в исследуемом вихревом течении существует винтовой поток, который направлен к стенкам резервуара. Особое внимание было уделено распределению скорости вдоль оси симметрии канала. Было обнаружено, что у LDPE максимальное значение скорости наблюдается непосредственно за входом в щелевую часть канала. Этот эффект не появляется для течений LLDPE при тех же условиях. Все эти эффекты обнаруживаются при проведении численного эксперимента.

Библиографический список

1. Verbeeten W.M.H., Peters G.W.M., Baaijens F.P.T. Differential constitutive equations for polymer melts: The extended Pom–Pom model // *J. Rheol.* – 2001. – V. 45. – P. 823.
2. Leonov A.I., Prokunin A.N. *Nonlinear Phenomena in Flows of Viscoelastic Polymer Fluids* // Chapman and Hall, New York. – 1994. 1sted. – P. 356-395.
3. Пышнограй Г.В., Покровский В.Н., Яновский Ю.Г., Образцов И.Ф., Карнет Ю.А. Определяющее уравнение нелинейных вязкоупругих (полимерных) сред в нулевом приближении по параметрам молекулярной теории и следствия для сдвига и растяжения // *Доклады АН.* – 1994. – Т. 335. – № 9. – С. 612–615.
4. Gusev A.S., Pyshnograï G.V., Pokrovskii V.N. Constitutive Equations for Weakly Entangled Linear Polymers // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* – 2009. – V. 163. – № 1-3. – P. 17–28.
5. Pokrovskii V.N. *The Mesoscopic Theory of Polymer Dynamics*. 2nd Edition. Berlin: Springer, 2010. – P. 184.
6. Кузнецова Ю.Л., Скульский О.И., Пышнограй Г.В. Течение нелинейной вязкоупругой жидкости в плоском канале под действием заданного градиента давления // *Вычислительная механика сплошных сред.* – 2010. – Т. 3. № 2. – С. 55–69.
7. Гусев А.С., Макарова М.А., Пышнограй Г.В. Мезоскопическое уравнение состояния полимерных сред и описание динамических характеристик на его основе // *Инженерно-физический журнал.* – 2005. – Т. 78, № 5. – С. 55–61.
8. Алтухов Ю.А., Самойлов В.С., Пышнограй И.Г., Пышнограй Г.В. Моделирование 3D профиля скорости нелинейной вязкоупругой жидкости в канале с квадратным сечением // *Механика композиционных материалов и конструкций.* – 2012. – Т. 18, № 3. – С. 325–332.
9. Altukhov Y.A., Pyshnograï G.V., Pokrovskii V.N. On the difference between weakly and strongly entangled linear polymers // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* – 2004. – V. 121, № 2–3. – P. 73–86.

Численное исследование задачи о напряженно-деформированном состоянии упругой области с двумя круговыми отверстиями

А.В. Устюжанова
АлтГУ, г. Барнаул

В массивах горных пород, грунтах, сыпучих средах встречаются различные геологические нарушения, трещины и пустоты, которые влияют на формирование напряженно-деформированное состояние материала и могут привести к дальнейшему разрушению и обрушению. Исследования напряженно-деформированного состояния в окрестности систем отверстий аналитическими и численными методами достаточно широко представлены разными авторами [1–3]. Такие задачи являются актуальными и находят практическое применение для расчета прочности и безопасности строительных конструкций, а также для прогнозирования появления и распространения трещин в окрестности протяженных горных выработок, скважин, туннелей.

В данной работе рассматривается задача о напряженно-деформированном состоянии упругой плоской области, ослабленной двумя круговыми отверстиями, находящейся в условиях сжатия.

Исследуемая плоская область представляет собой прямоугольник со сторонами, расположенными вдоль осей координат x_1 , x_2 , и содержащий систему из двух круговых отверстий. В рамках плоской деформации требуется определить поля перемещений u_i ($i=1,2$) и напряжений σ_{ij} ($i, j=1,2$), которые при отсутствии массовых сил удовлетворяют уравнения равновесия

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} &= 0.\end{aligned}$$

Вне отверстий поведение упругого материала описывается законом Гука:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} (\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \varepsilon_{mm}),$$

где ν – коэффициент Пуассона, E – модуль упругости; по m проводится суммирование от 1 до 2.

Компоненты тензора деформаций ε_{ij} ($i, j=1,2$) записываются через перемещения u_i ($i=1,2$) с помощью соотношений:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j=1,2.$$

При реализации алгоритма численного решения поставленной задачи все величины считаются безразмерными. В качестве характерного линейного размера выбран горизонтальный размер прямоугольной области. Вертикальный размер области и радиусы круговых отверстий, отнесенные к горизонтальному размеру, равны соответственно H и a_k ($k=1,2$).

На внешней границе исследуемой области, то есть на сторонах прямоугольника, рассматриваются граничные условия для перемещений, обеспечивающие сжатие области:

$$\begin{aligned}u_1(0, x_2) &= \tilde{u}_1, \quad u_1(1, x_2) = -\tilde{u}_1, \\ u_2(x_1, 0) &= 0, \quad u_2(x_1, H) = -\tilde{u}_2,\end{aligned}$$

где $\tilde{u}_1 > 0$, $\tilde{u}_2 > 0$. При этом сами отверстия считаются свободными от напряжений:

$$\sigma_n = 0, \quad \sigma_\tau = 0,$$

где σ_n и σ_τ – нормальная и касательная составляющие векторов напряжений.

Алгоритм численного решения поставленной задачи основан на методе конечных элементов [4]. Прямоугольная область разбивается на треугольные конечные элементы. С учетом отверстий полученная сетка корректируется. На границах области задаются условия для перемещений. Применение метода конечных элементов к данной задаче сводится к решению системы алгебраических линейных уравнений $KU = F$, где K – глобальная матрица жесткости, U – вектор искомых узловых перемещений, а вектор правых частей F строится на основе известных данных. После определения узловых перемещений вычисляются деформации и напряжения в каждом конечном элементе. В результате полученных величин строятся изолинии полей напряжений в исследуемой области. Построен-

ный алгоритм численного решения позволяет получать результаты в зависимости от граничных условий, а также для разных форм отверстий и их взаимного расположения.

На рисунках 1–2 представлены изолинии максимального касательного напряжения

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2}.$$

При расчетах параметры задачи были следующими: $\nu = 0.3$, $H = 1.02$, $\tilde{u}_1 = 0.001$, $\tilde{u}_2 = 0.01$. Отверстия на рисунках 1, 2 имеют одинаковые радиусы: $a_1 = a_2 = 0.0714$, а на рисунке 3 радиус одного из отверстий меньше другого: $a_1 = 0.0428$, $a_2 = 0.0714$.

Полученные результаты численных расчетов согласуются с известными аналитическими решениями и экспериментальными данными [5]. В качестве критерия хрупкого разрушения можно рассматривать достижение максимальным касательным напряжением определенного значения (прочности при сдвиге).

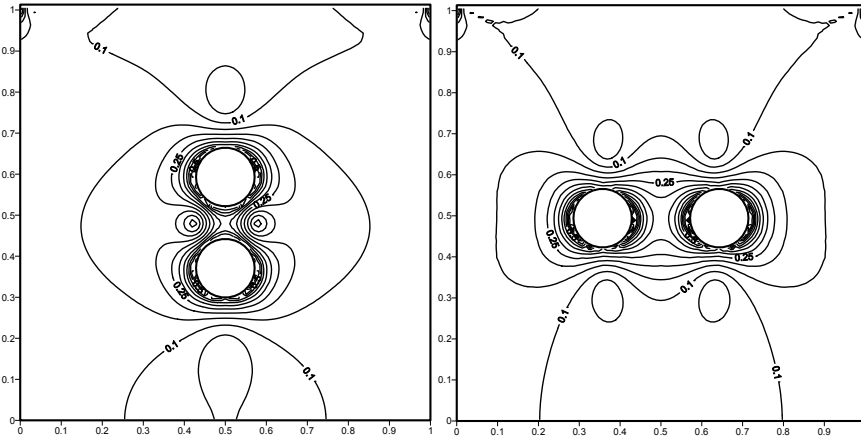


Рисунок 1 – Изолинии максимального касательного напряжения

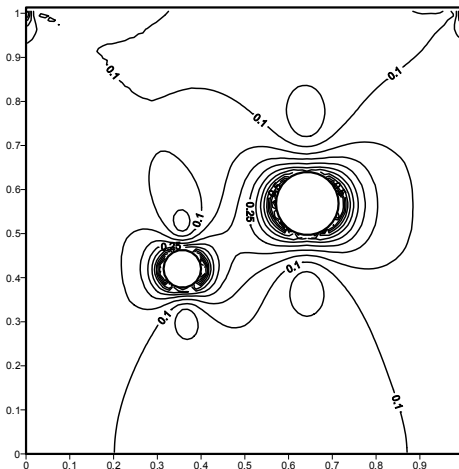


Рисунок 2 – Изолинии максимального касательного напряжения

В работах [6–7] при численном моделировании напряженно-деформированного состояния в окрестности систем круговых отверстий, предполагаемые трещины сдвига, рассмотрены в виде линий разреза. В частности, для области с двумя круговыми отверстиями, расположенными аналогично рисунку 2, но с одинаковыми диаметрами, продемонстрировано распространение трещин сдвига в направлении наибольшего изменения максимального касательного напряжения. При реализации численного решения для задач с возможными линиями сдвига используется конечно-элементная сетка с двойными узлами, которая позволяет описывать разрывы перемещений в исследуемой области. В процессе вычислений каждая расчетная точка может разделиться на два узла, перемещения в которых разные.

Реализованный алгоритм численного решения позволяет делать анализ напряженно-деформированного состояния в окрестности отверстий и прогнозировать возникновение пластических областей или хрупкое разрушение материала при разных условиях на границе.

Библиографический список

1. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. – Киев: Наукова думка, 1968. – 352 с.
2. Саврук М.П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. – Киев: Наукова думка, 1981. – 324 с.
3. Бушманова О.П., Ревуженко А.Ф. Напряженное состояние породного массива вокруг выработки в условиях локализации сдвигов // ФТПРПИ. – 2002. – № 2. – С. 18–26.
4. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 393 с.
5. Гольдштейн Р.В., Кулинич Ю.В. Осипенко Н.М. Разрушение горных пород вблизи отверстия при сжатии: препринт ИПМех РАН. – 2005. – № 778.
6. Бушманова О.П., Устюжанова А.В. О численном моделировании трещин сдвига вблизи отверстий // Математическое моделирование и краевые задачи: труды седьмой Всероссийской научной конференции с международным участием. Ч.1. – Самара: СамГТУ, 2010. – С. 81–83.
7. Бушманова О.П., Устюжанова А.В. О математическом моделировании сдвиговых трещин вблизи отверстий // Известия Алтайского госуд арственного университета. – Барнаул, 2010. – №1/2 (65). – С. 20–23.

УДК 532.135

Нахождение параметров реологической модели по результатам измерений соотношений нелинейной вязкоупругости

Н.А. Черпакова, О.А. Кондратьева
АлтГТУ, г. Барнаул

Модифицированная реологическая модель Виноградова – Покровского используется для описания вискозиметрических течений полимерных жидкостей [1–5]. Особенностью этой модели является учет тензорного характера коэффициента трения бусинок, который определен наведенной анизотропией сдвигового потока. Обобщение этой модели на многомодовый случай имеет вид [5]:

$$\sigma_{ik} = -p\delta_{ik} + 3\sum_{\alpha=1}^n \frac{\eta_{\alpha}}{\tau_{\alpha}} a_{ik}^{\alpha} \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} a_{ik}^{\alpha} - v_{ij} a_{jk}^{\alpha} + \frac{1 + (\kappa_{\alpha} - \beta_{\alpha}) a_{jj}^{\alpha}}{\tau_{\alpha}} a_{jk}^{\alpha} = \frac{2}{3} \gamma_{ik} - \frac{3\beta_{\alpha}}{\tau_{\alpha}} a_{ij}^{\alpha} a_{jk}^{\alpha}$$

Здесь – гидростатическое давление; σ_{ik} – тензор напряжений полимерной системы; v_{ik} – тензор градиентов скорости; $\gamma_{ik} = (v_{ik} + v_{ki})/2$ – симметризованный тензор градиентов скорости; α – порядковый номер моды; n – количество учитываемых релаксационных мод или процессов; a_{ik}^{α} – безразмерный тензор дополнительных напряжений, соответствующих вкладу с номером α ; η_{α} – коэффициент сдвиговой вязкости моды с номером α ; τ_{α} – время релаксации моды с номером α ; $\kappa_{\alpha} = \kappa_{\alpha}(a_{jj}^{\alpha})$ и $\beta_{\alpha} = \beta_{\alpha}(a_{jj}^{\alpha})$ – параметры наведенной анизотропии, определяемые выражениями

$$\beta_{\alpha}(a_{jj}^{\alpha}) = \frac{f_{\alpha} + p_{\alpha} a_{jj}^{\alpha}}{1 + p_{\alpha} a_{jj}^{\alpha}} \quad \kappa_{\alpha}(x) = 1,2\beta_{\alpha}(x) \quad (2)$$

При работе с выражениями (2) изначально было сделано предположение [5], что значения параметров наведенной анизотропии не зависят или зависят незначительно от номера моды, однако, сравнение с экспериментами показало некорректность данного предположения, поэтому необходимо учитывать зависимость значений параметров наведенной анизотропии от номера моды.

В связи с тем, что влияние параметров наведенной анизотропии для каждой конкретной моды неодинаково, нужно рассматривать каждую моду в отдельности, что отражено при записи выражений (2). Таким образом, система уравнений (1, 2) определена с точностью до параметров: η_{α} , τ_{α} , f_{α} , p_{α} , q_{α} , которые подлежат определению из экспериментов. Число этих параметров достаточно велико, особенно при большом числе мод.

Для того чтобы подобрать значения параметров анизотропии были рассмотрены четыре вида ограниченных зависимостей параметров g_{α} и p_{α} от номера моды α , принимающие наибольшее значение В:

$$g_{\alpha} = \frac{B}{1 + (\alpha - \alpha_0)^2}; p_{\alpha} = \frac{P}{1 + (\alpha - \alpha_0)^2} \quad (3)$$

Первой рассмотрена немонотонная зависимость (3). С начала параметры g_α и p_α возрастают с ростом α , а затем начинают убывать. При этом их максимумы приходятся на середину интервала изменения, которую обозначим α_0 .

$$g_\alpha = \frac{B(\alpha - \alpha_0)^2}{1 + (\alpha - \alpha_0)^2}; p_\alpha = \frac{P(\alpha - \alpha_0)^2}{1 + (\alpha - \alpha_0)^2} \quad (4)$$

Зависимость (4) так же является не монотонной, но в начале параметры g_α и p_α убывают, а затем возрастают проходя через минимум. При этом их минимумы приходятся на α_0 .

$$g_\alpha = B\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg(\alpha - \alpha_0)\right); p_\alpha = P\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg(\alpha - \alpha_0)\right) \quad (5)$$

Зависимость (5) является монотонно возрастающей, параметры g_α и p_α возрастают от 0 до B. На середину интервала изменения приходится точка перегиба.

$$g_\alpha = B\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arctg(\alpha - \alpha_0)\right); p_\alpha = P\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \arctg(\alpha - \alpha_0)\right) \quad (6)$$

Зависимость (6) является монотонно убывающей, параметры g_α и p_α убывают от B до 0. На середину интервала изменения α_0 приходится точка перегиба.

Зависимости (3) и (6) показали наилучший результат, при сравнении с экспериментальными данными стационарной вязкости при растяжении от скорости растяжения.

Используя выражения (3) рассмотрим, как влияют параметры B и P на вид зависимости стационарной сдвиговой вязкости от скорости сдвига.

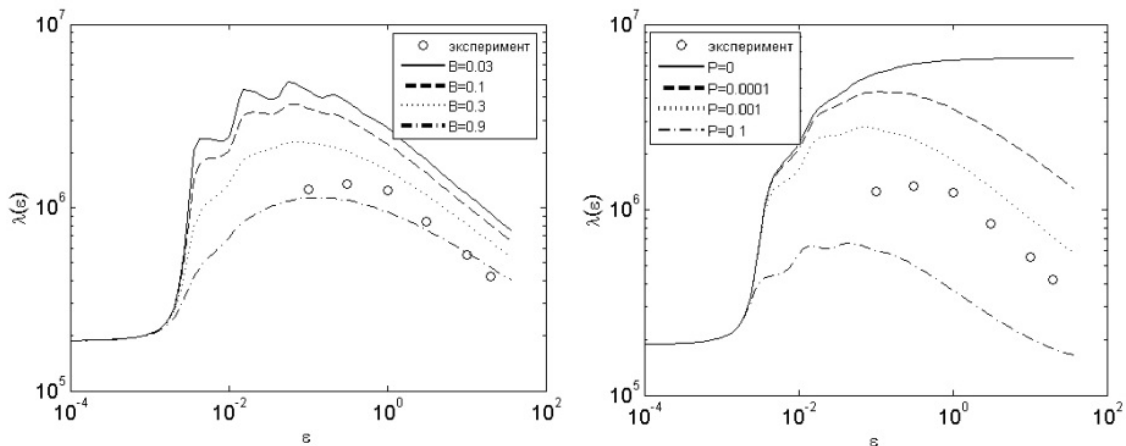


Рисунок 1 – Влияние параметра B и P на зависимость стационарной вязкости при растяжении от скорости растяжения

Из рисунка видно, что с увеличением параметра B величина максимума на этой зависимости уменьшается. При $P=0$ немонотонный характер зависимости изменяется на монотонный. Таким образом, видно, что подбором параметров B и P можно достаточно точно описать зависимость стационарной вязкости от скорости растяжения.

Таким образом, предложенный алгоритм определения параметров многомодовой реологической модели позволяет удовлетворительно описывать стационарные и нестационарные зависимости вискозиметрических функций расплавов разветвленных полимеров. При этом следует ожидать, что эта модель окажется пригодной и для концентрированных растворов и расплавов линейных полимеров. Также можно использовать эту модель и для моделирования более сложных течений текучих полимерных сред [4].

Библиографический список

1. Пышнограй Г.В. Начальное приближение в теории микровязкоупругости линейных полимеров и нелинейные эффекты на его основе // Прикладная механика и техническая физика. – 1996. – Т. 37, №1. – С. 145.
2. Гусев А.С., Пышнограй Г.В. Частотные зависимости динамических характеристик линейных полимеров при простом сдвиге // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2001. – Т. 7, №2. – С. 236–245.
3. Гусев А.С., Макарова М.А., Пышнограй Г.В. Мезоскопическое уравнение состояния полимерных сред и описание динамических характеристик на его основе // Инженерно-физический журнал. – 2005. – Т. 78, №5. – С. 55–61.
4. Кочелев К.Б., Пышнограй Г.В., Толстых М.Ю. Моделирование трехмерного течения полимерного расплава в сходящемся канале с прямоугольным сечением // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2015. – №3. – С. 3–11.

5. Мерзликина Д.А., Филип П., Пивоконский Р., Пышнограй Г.В. Многомодовая реологическая модель и следствия для простого сдвига и растяжения // *Механика композиционных материалов и конструкций*. – 2013. – Т. 19, №2. – С. 254–261.

УДК 534.1 + 532.5

Математическое моделирование гидроупругой реакции ледовой пластины¹

К.А. Шишмарев
АлтГУ, г. Барнаул

В работе исследуются вязкоупругие колебания ледовой пластины, закрепленной между двух стенок, вызванные внешней нагрузкой. Внешняя нагрузка моделируется как локализованное пятно давления, движущееся с постоянной скоростью вдоль центральной линии канала, или как гидродинамический диполь, расположенный в жидкости и описывающий внешнее воздействие удаленных источников на жидкость. Изучаются удлинения в ледовом покрове вызванные изгибными напряжениями. Прогибы льда и удлинения в ледовом покрове исследуются в зависимости от ширины канала, толщины ледового покрова и скорости источника внешнего воздействия. В частности, исследуется влияние стенок канала на получаемые прогибы и удлинения.

Теория линейных гидроупругих волн является основным подходом в моделировании колебаний ледового покрова [1, 2]. Известно, что для неограниченной ледовой пластины существует критическая скорость волны, вызванной внешними нагрузками, ниже которой в линейной теории не существует решения для установившихся волн. Для описания результатов исследований колебаний ледового покрова в канале под действием внешних нагрузок необходимо определить критические скорости волн, распространяющихся вдоль канала. Эта задача была исследована в [3, 4]. В линейной постановке исследовались бегущие периодические гидроупругие волны. Решение получено с помощью разложения профиля волны поперек канала на суперпозицию функций форм свободных колебаний. Показано, что в канале существует счетное множество соотношений между волновым числом и частотой, которые соответствуют формам распространяющихся волн. Были определены соответствующие фазовые, групповые скорости и профили волн поперек канала. Задача была исследована для модели взаимодействия жидкости и ледового покрова в рамках линейной теории, учитывающей гидростатическую и гидродинамическую компоненты давления жидкости. Близкие по структуре задачи изучались в [5–7].

В работе для описания вязкоупругих эффектов льда используется модель Кельвина-Фойгта. Данная модель является значительно упрощенной моделью вязкоупругого материала. Основное уравнение в данной модели имеет вид $\sigma = E(\varepsilon + \tau \partial \varepsilon / \partial t)$, где E – модуль Юнга, σ – напряжение в материале, ε – удлинение в материале и τ – время релаксации. Модель Кельвина-Фойгта использовалась в работах [8, 9] и [10, глава 5] для описания колебаний ледового покрова в задачах с движущейся нагрузкой. В численном анализе Жесткой В.Д. и Козина В.Н. диссипативные эффекты, которые характеризуют время релаксации в вязкоупругой модели ледовой пластины, считались очень сильными. Время релаксации варьировалось от 3 до 10 секунд в [9] с целью получить вычисленные значения прогибов льда в численном анализе сопоставимые со значениями экспериментальных данных. Экспериментальные и численные результаты в [9] показывают, что магнитуда напряжений зависит от значений коэффициента времени релаксации. Соотношение для напряжений и удлинений в модели Кельвина-Фойгта является сильно упрощенным (см., например, [1] для комплексных моделей вязкоупругого льда). Исследование в данной статье сфокусировано на эффектах стенок на удлинения в ледовом покрове, однако может быть повторено и для более точных моделей, чем модель Кельвина-Фойгта, в рамках предложенного подхода к решению.

Задача о колебаниях ледового покрова в канале рассматривается в рамках линейной теории гидроупругости [1, 11]. Прогиб ледового покрова $w(x, y, t)$ описывается уравнением колебаний вязкоупругой балки [2, 12]

$$Mw_{tt} + D\left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla^4 w = P(x, y, t) - \rho_l \varphi_t - \rho_l g w \quad (1)$$

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке государственного задания Министерства №2014/2 и гранта РФФИ №16-08-00291.

$$(-\infty < x < \infty, -L < y < L, z = 0),$$

где $\tau = \eta/E$ – время релаксации, η – вязкость льда, $\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$, $M = \rho_i h_i$ – масса ледового покрова на единицу площади, ρ_i – плотность льда, $p(x, y, 0, t)$ – гидродинамическое давление жидкости на границе лед-жидкость, $P(x, y, t)$ – внешнее давление, g – ускорение свободного падения и $\varphi(x, y, z, t)$ – потенциал скорости течения жидкости, t – время.

Пятно давления, описываемое функцией $P(x, y, t)$, движется вдоль центральной линии канала и имеет форму

$$P(x, y, t) = -P_0 P_1 \left(\frac{x - Ut}{L} \right) P_2 \left(\frac{y}{L} \right) \quad (2)$$

$$(-\infty < x < \infty, -L < y < L),$$

Потенциал скорости $\varphi(x, y, z, t)$ удовлетворяет уравнению Лапласа в области течения жидкости и граничным условиям непротекания

$$\varphi_z = w_t \quad (z = 0), \quad \varphi_y = 0 \quad (y = \pm L), \quad \varphi_z = 0 \quad (z = -H). \quad (4)$$

Условие примороженного ледового покрова к стенкам канала моделируется условиями жесткого закрепления

$$w = 0, \quad w_y = 0 \quad (-\infty < x < \infty, y = \pm L). \quad (5)$$

Оператор $\tau \partial / \partial t$ в уравнении вязкоупругой пластины (1) описывает эффект демпфирования колебаний ледовой пластины. Гидроупругие волны затухают в отдалении от движущейся нагрузки. Требуется определить W и распределение удлинений в ледовом покрове при заданных типовых значениях параметров задачи.

В работе также рассматривается задача о гидроупругой реакции пластины на движение под ее поверхностью трехмерного диполя. Гидродинамический диполь с интенсивностью M , расположенный в жидкости в точке (x_0, y_0, z_0) , описывает внешнее воздействие удаленной точечной нагрузки, достаточной для создания возмущений в жидкости в отдалении от нагрузки [13]. Потенциал трехмерного диполя в направлении оси x в безграничной жидкости описывается формулой

$$\phi(x, y, z) = \frac{Mx}{4\pi r^3}, \quad r(x, y, z, z_0) = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}.$$

Заметим, что x_0 , y_0 , z_0 и M могут быть функциями времени. В этом случае $\phi = \phi(x, y, z, t)$. Потенциал трехмерного диполя с учетом граничных условий непротекания на границах $y = \pm L$, $z = -H$, $z = 0$ получен с использованием метода зеркальных отображений. Сначала определяется потенциал ϕ_1 с учетом стенок $y = \pm L$, затем на основе ϕ_1 вычисляется потенциал ϕ с учетом стенок $z = -H$, $z = 0$

$$\begin{aligned} \phi_1(x, y, z, z_0) = & \frac{Mx}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{r^3(x, y_0 + 4(n-1)L, z, z_0)} + \right. \\ & + \frac{1}{r^3(x, 2L - y_0 + 4(n-1)L, z, z_0)} + \frac{1}{r^3(x, y_0 - 4nL, z, z_0)} + \\ & \left. + \frac{1}{r^3(x, -2L - y_0 - 4(n-1)L, z, z_0)} \right) \\ \phi(x, y, z, t) = & \sum_{m=1}^{\infty} (\phi_1(x, y, \tilde{z}, \tilde{z}_0 + 2(m-1)H) + \\ & \phi_1(x, y, \tilde{z}, H - \tilde{z}_0 + 2(m-1)H) + \phi_1(x, y, \tilde{z}, \tilde{z}_0 - 2mH) + \\ & + \phi_1(x, y, \tilde{z}, -H - \tilde{z}_0 + 2(m-1)H)), \quad \hat{z} = z + H/2. \end{aligned}$$

Суммарный потенциал φ имеет вид

$$\varphi(x, y, z, t) = \phi + \varphi_E(x, y, z, t), \quad (6)$$

где φ_E – потенциал течения жидкости, вызванного прогибом пластины w . Кинематическое условие (4) примет вид

$$w_t = \varphi_z = \varphi_{E,z}(x, y, 0, t)$$

и уравнение (1) с учетом тождества (6) запишется в виде

$$Mw_{tt} + D \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t} \right) \nabla^4 w = -\rho_l \phi_t - \rho_l \phi_{E,t} - \rho_l g w, \quad (7)$$

где $\phi_{E,t}$ удовлетворяет уравнению Лапласа в области течения жидкости и условиям (4), потенциал ϕ_t в частном случае может рассматриваться как внешняя нагрузка P и тогда уравнение (7) сводится к уравнению (1). Требуется определить w и распределение удлинений в ледовом покрове при заданных параметрах M, x_0, y_0, z_0 ($-L < y_0 < L, -H < z_0 < 0$).

В данной работе исследуются только положительные удлинения которые соответствуют растяжению ледового покрова. Масштаб удлинений принимается равным $h_i P_0 / (2\rho_l g L^2)$. Тензор удлинений вычисляется по формуле

$$E(x, y) = -\zeta \begin{pmatrix} w_{xx} & w_{xy} \\ w_{xy} & w_{yy} \end{pmatrix},$$

где ζ – безразмерный параметр, изменяющийся по толщине канала, $-1 \leq \zeta \leq 1$. Для определения максимальных удлинений в ледовом покрове необходимо найти собственные значения тензора в каждой точке ледового покрова. Вычисленные удлинения пропорциональны величине амплитуды P_0 внешней нагрузки в рамках линейной теории.

Максимальные удлинения в ледовой пластине зависят от времени релаксации τ и увеличиваются с уменьшением τ . Данный параметр показывает насколько быстро возмущения в ледовом покрове затухнут в отдалении от источника возмущений. Значение этого параметра может быть вычислено с помощью полевых экспериментов. Напряжения в ледовом покрове лимитированы для любой скорости движения нагрузки, включая случаи критической скорости. Данный факт объясняется вязкоупругими свойствами льда и нелинейным взаимодействием между ледовым покровом и жидкостью в канале. Эффекты демпфирования являются наиболее важными когда источник возмущений движется со скоростью, большей чем первая критическая скорость $U_{crit}^{(1)}$ в данном канале. Что касается самой первой критической скорости, и нелинейное взаимодействие, и демпфирование могут вносить определяющий вклад в распределение напряжений, когда нагрузка или диполь двигаются со скоростью, близкой к первой критической $U_{crit}^{(1)}$. Для определения условий когда нелинейные эффекты должны быть включены в исследование задачи, необходимо оценить порядки слагаемого с демпфированием и нелинейных слагаемых. Слагаемое в уравнении пластины (1) с τ оценивается как $O(D\tau U_{crit}^{(1)} w_{sc} / L^5)$, где $w_{sc} = P_0 / (\rho_l g)$ – масштаб удлинений. Нелинейные эффекты, в частности, определяются из гидродинамического давления $p(x, y, w(x, y, t), t)$. Интеграл Бернулли с нелинейными эффектами записывается в виде

$$p(x, y, w(x, y, t), t) = -\rho_l \phi_t - \rho_l g w - \rho_l |\nabla \phi|^2 / 2.$$

Из интеграла Бернулли определяется оценка нелинейного слагаемого $O(\rho_l w_t^2) = O(\rho_l (U_{crit}^{(1)})^2 w_{sc}^2 / L^2)$. Из полученных оценок легко выводится, что диссипативный эффект является определяющим и можно пренебречь нелинейными слагаемыми если

$$\tau E h_i^3 g \gg U_{crit}^{(1)} P_0 L^3.$$

Данное неравенство означает, что нелинейные эффекты могут быть определяющими для широких каналов (большое L), нагрузкой с большой массой (большое P_0), глубоких каналов (большое значение $U_{crit}^{(1)}$), ледовые покровы с малой толщиной льда h_i , лед с малым значением параметра модуля Юнга E и малым временем релаксации τ . В заключении заметим, что несмотря на важность нелинейных эффектов для бесконечной пластины с движущейся по льду нагрузкой, учетом этих эффектов можно пренебречь для колебаний ледового покрова в канале с нагрузкой таких же размеров, где вязкоупругие эффекты могут вносить определяющий вклад в распределение прогибов и удлинений.

Библиографический список

1. Squire V., Hosking R., Kerr A., Langhorne P. Moving loads on ice. Kluwer Academic Publishers, 1996.
2. Hydroelasticity in marine technology. Edited by S. Malenica, N. Vladimir and I. Senjanovic. VIDICI d.o.o., 2015.
3. Korobkin A., Khabakhpasheva T., Papin A. Waves propagating along a channel with ice cover // European Journal of Mechanics B / Fluids, 2014. V. 47.

4. Козин В. М. Резонансный метод разрушения ледяного покрова. Изобретения и эксперименты. – М.: Академия Естествознания, 2007. – С. 355.
5. Ахмерова И.Г., Папин А.А. Разрешимость в «целом» уравнений одномерного движения газожидкостного слоя // Известия Алтайского государственного университета. – 2007. – № 1. – С. 34–38.
6. Кузиков С.С., Папин А.А., Сибин А.Н. Численное исследование профильной задачи внутренней эрозии в межмерзлотном водоносном слое // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2014. – Вып. 1/2 (81). – С. 38–41.
7. Шишмарев К.А. Тепломассоперенос в тающем снеге // Труды молодых ученых АлтГУ. – 2011. – №8.
8. Zhestkaya V.D. Numerical solution of the problem of an ice sheet under a moving load // J App Mech Tech Phys 1999;40(4):770–75.
9. Zhestkaya V.D., Kozin V.M. Ice Breaking with Air-Cushion Vessels Using a Resonant Method. Dalnauka. – Vladivostok; 2003; 160 pp.
10. Brocklehurst P. Hydroelastic waves and their interaction with fixed structures : PhD thesis, University of East Anglia, UK; 2012.
11. Папин А.А., Токарева М.А., Шишмарев К.А. Математические вопросы динамики ледового покрова // Вестник алтайской науки. –2015. – Вып.1(23). – С. 161–171.
12. Шишмарев К.А. Математические вопросы моделирования взаимодействия ледового покрова и гидроупругих волн // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2015. – Вып. 1/1 (85). – С. 126–132.
13. Miloh T. Mathematical Approaches in Hydrodynamics. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1991. – 540 p.

УДК 532.546+536.415

Моделирование протаивания в процессе дождевания

В.В. Янцен

АлтГУ, г. Барнаул

Рассматривается процесс протаивания мёрзлого насыщенного грунта представляющего собой пористую сплошную среду [1, 2], с порами заполненными льдом и скелетом состоящим из гальки и супеси. Работа посвящена исследованию протаивания мёрзлого насыщенного грунта в процессе дождевания. Данный технологический процесс широко используется в рудодобывающей промышленности. В естественных условиях влияние атмосферных осадков на промерзание и протаивание мёрзлых грунтов весьма существенна. Изучению автомодельных режимов протаивания мёрзлого грунта были посвящены работы [1], где исследованы режимы протаивания почвы, замерзания выпавшей воды а так же стационарного положения фронта.

В данной работе численно исследуется задача оценки скорости протаивания грунта в зависимости от температуры мёрзлого грунта и интенсивности дождевания в рамках автомодельной постановки, предложенной в [1].

Ключевые слова: фазовый переход, насыщенный грунт, задача Стефана, автомодельное решение.

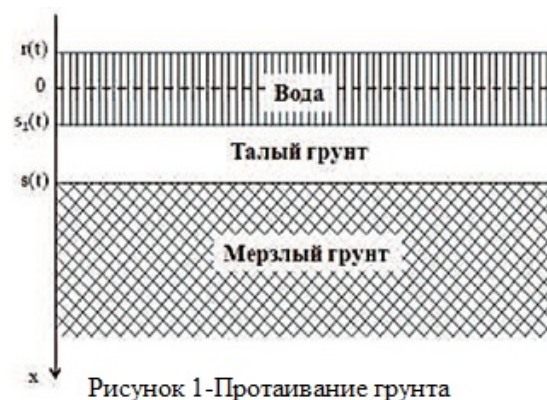


Рисунок 1-Протаивание грунта

Автомодельный вариант задачи. Рассмотрим процесс протаивания мерзлого грунта, при котором температура фазового перехода T^* равна постоянной величине. Будем рассматривать массу мерзлого грунта, занимающего в начальный момент область $x \geq 0$ и находящегося при атмосферном давлении и температуре $T = T_\infty < T^*$, где T^* температура фазового перехода.

Будем искать распределение температуры в трех рассматриваемых областях в виде

$$T = T(\xi), \quad \xi = xt^{-1/2},$$

закон движения фронта протаивания – в виде

$$s(t) = \beta t^{1/2}.$$

Вследствии усадки граница талый грунт – дождевая вода находится в виде

$$s_1(t) = k\beta t^{1/2},$$

где $k = \left(1 - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right)$ – коэффициент усадки.

Считаем также, что верхняя граница «лужи» изменяется по автомодельному закону

$$r(t) = \alpha t^{\frac{1}{2}}.$$

Имеет место следующие представления для искомых функций во всех рассматриваемых зонах, в которых участвует неизвестный заранее параметр β [1]:

$$\begin{aligned} \beta < \xi < \infty: \quad T &= T_\infty + (T^* - T_\infty) \frac{\int_\xi^\infty e^{-\frac{\tau^2}{4a_m^2}} d\tau}{\int_\beta^\infty e^{-\frac{\tau^2}{4a_m^2}} d\tau}, \\ k\beta < \xi < \beta: \quad T &= A_t \int_{k\beta}^\xi e^{-\frac{\tau^2}{4a_l}} d\tau + B_t, \\ \alpha < \xi < k\beta: \quad T &= A_r \int_\alpha^\xi e^{-\frac{\tau^2}{4a_r}} d\tau + T_r. \end{aligned}$$

Коэффициенты A_l, A_r, B_l , входящие в формулы для температуры в растаявшей почве и в дождевой воде, находятся из следующей системы уравнений [1]:

$$\begin{aligned} A_d \int_\alpha^{k\beta} e^{-\frac{\eta^2}{4a_r}} d\eta + T_d - B_t &= 0, \quad A_t \int_{k\beta}^\beta e^{-\frac{\eta^2}{4a_l}} d\eta + B_l = T^*, \\ \lambda_r A_r e^{-\frac{k^2\beta^2}{4a_r}} &= \lambda_l A_l e^{-\frac{k^2\beta^2}{4a_l}}. \end{aligned}$$

В частности,

$$A_l = \frac{T^* - T_r}{\left(\int_{k\beta}^\beta e^{-\frac{\tau^2}{4a_l}} d\tau + \frac{\lambda_l}{\lambda_r} e^{-\frac{k^2\beta^2}{4a_l}} e^{-\frac{k^2\beta^2}{4a_r}} \int_\alpha^{k\beta} e^{-\frac{\tau^2}{4a_r}} d\tau \right)}.$$

Параметр β находится как корень трансцендентного уравнения, являющегося следствием условия Стефана [4].

$$\lambda_m (T^* - T_\infty) \frac{e^{-\frac{\beta^2}{4a_m}}}{\int_\beta^\infty e^{-\frac{\tau^2}{4a_m}} d\tau} + \lambda_l A_l e^{-\frac{\beta^2}{4a_l}} + m q \rho_m \frac{\beta}{2} = 0, \quad (1)$$

где

$$A_l = \frac{T^* - T_r}{\int_{k\beta}^\beta e^{-\frac{\tau^2}{4a_l}} d\tau + \frac{\lambda_l}{\lambda_r} e^{-\frac{k^2\beta^2}{4a_l}} e^{-\frac{k^2\beta^2}{4a_r}} \int_\alpha^{k\beta} e^{-\frac{\tau^2}{4a_r}} d\tau}. \quad (2)$$

Исследование влияния усадки на скорость движения фронта плавления. Выясним зависимость автомодельной скорости протаивания, определяемой параметром β от автомодельной скорости дождя, задаваемой отрицательным параметром α . Из уравнений (1), (2) следует, что $d\beta / d\alpha > 0$. Таким образом, скорость протаивания возрастает с уменьшением «лужи».

Для численного исследования используются значения теплофизических характеристик, приведенные в таблице:

Физические величины	Талый грунт	Мёрзлый грунт
Плотность (кг/м ³)	$\rho_t = 1650$	$\rho_m = 1632$
Теплоемкость (Дж/(кг*С ⁰))	$c_t = 1517.1$	$c_m = 1124.5$
Удельная теплота фазового перехода (кал/г)	$\lambda_t = 79,3924104$	$\lambda_m = 79,3924104$
Коэф. теплопроводности (Вт/(м*С ⁰))	$k_t = 1.704$	$k_m = 2.05$
Коэф. температуропровод. (м ² /с)	$a_t = 0.0008251$	$a_m = 0.0010569$

Численное исследование проведено при помощи пакета математических программ Mathcad 15 при следующих входных данных. Поры составляет 20% от объема, галька 20%, супесь 60%; температура проливаемой воды равна 10°C; температуру мёрзлого грунта $T_{\infty} = -8^{\circ}\text{C}$. Температура фазового перехода T^* принималась равной 0°C.

Изменение значения параметра β , характеризующего автомодельную скорость протаивания от абсолютной величины параметра α , характеризующего автомодельную скорость дождевания, представлено на рисунке 2. Здесь по горизонтальной оси откладывается величина $|\alpha|$, по вертикальной – величина β .

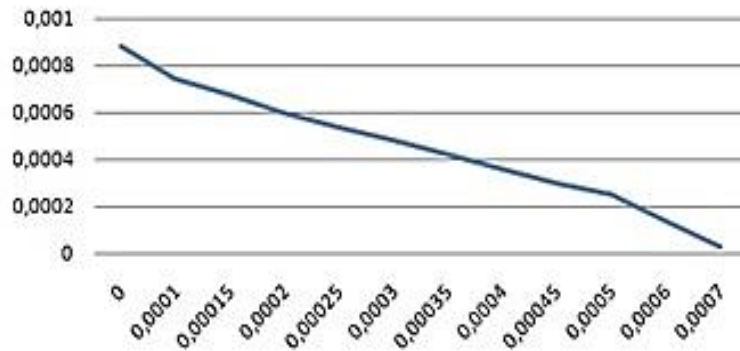


Рисунок 2 – Зависимость β от $|\alpha|$

В результате численного исследования влияния α на величину β показало, что при $\alpha = -0,00018$ (α отрицательно т.к. ось x направлена вниз) значение $\beta = 0,000634$. При таком значении β и физических данных 0,5 м. мёрзлого грунта протает за 7 дней.

Таким образом, для достижения наибольшей скорости протаивания насыщенного мерзлого грунта способом искусственного дождевания, применяемого в ряде технологических процессов, рекомендуется как можно чаще удалять оттаявший слой.

Библиографический список

1. Петрова А.Г., Железняк М.Н., Янцен В.В. Автомодельные режимы протаивания насыщенного мёрзлого грунта при выпадении дождя // Известия Алтайского государственного университета. – 2014. – № 1/1 (81). – С. 109–113.
2. Васильев В.И., Максимов А.М., Петров Е.Е., Цыпкин Г.Г. Тепломассоперенос в промерзающих и протаивающих грунтах. – М.: Наука. Физматлит, 1996. – 224 с.
3. Авдонин Н.А. Математическое описание процессов кристаллизации. – Рига: Зинатне, 1980. – 180 с.

Секция 4. ИНФОРМАЦИОННЫЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 57.087

Применение метода проекции на латентные структуры в задачах классификации на примере данных пептидных микрочипов

Д.С. Анисимов, М.А. Рязанов, А.И. Шаповал

АлтГУ, Барнаул

В работе рассматривается применение метода избавления от мультиколлинеарности многомерных данных путём проецирования в пространство меньшей размерности. Классическим и математически обоснованным инструментом уменьшения размерности многомерных данных является метод главных компонент (МГК), позволяющий отделить информационную составляющую данных от шума. Но нами был выбран метод проекции на латентные структуры (ПЛС), который в отличие от МГК, при разложении матрицы данных использует информацию о классах объектов [1].

Для экспериментов использовались данные пептидных микрочипов двух поколений (10К и 330К) имеющих на своей поверхности 10 тысяч и 330 тысяч пептидов, соответственно. Микрочипы 10К использовались в задаче классификации доноров с диагнозом рак молочной железы и контрольных доноров [2].

В качестве предварительной обработки использовались исследованные ранее методы [2, 3]. В частности, данные предварительно логарифмировались по основанию 2, затем подвергались медианной нормализации для подавления различий фонового свечения различных чипов. Дальнейший анализ с использованием ПЛС проходил в двух режимах: с предварительным отбором относительно небольшого числа (1-10%) информативных переменных (на основании критерия Уилкоксона-Манна-Уитни [4]), и без отбора информативных переменных. Такой подход позволил впоследствии оценить степень влияние шумов при избытке переменных и недостаток информации при малом количестве переменных.

Результаты перекрёстной проверки, в ходе которой на каждой итерации в качестве тестовой выборки использовались все технические повторы одного из доноров, а все остальные данные образовывали обучающую выборку, оценивались на основании кривой мощности критерия (ROC-кривой). Для 10К-чипов наименьшая ошибка классификации (6%) достигалась при использовании 6-и латентных структур построенных по всему множеству переменных. При этом чувствительность (Se) и специфичность (Sp) равнялись 92.5% и 94% соответственно. Для 330К-чипов на всём множестве переменных ошибка классификации равнялась 22% (Se=70%, Sp=87.8%) при 3-х латентных структурах, но в случае выделения 30000 информативных переменных (примерно 10%), минимальная ошибка увеличивалась до 38% (Se=55%, Sp=69.5%) и достигалась на 5-и латентных структурах. Более полные результаты будут представлены в докладе.

Использованный проекционный метод сокращения размерности позволил уменьшить размерность данных до 2-6 переменных, которые в отличие от МГК упорядочены по ковариации с метками классов объектов [1]. Дальнейшие исследования будут направлены на анализ возможностей совместного использования ПЛС и более мощных классификаторов, таких как SVM и нейронные сети.

Библиографический список

1. Эсбенсен К. Анализ многомерных данных. Избранные главы / пер. с англ. С.В. Кучерявского; под ред. О.Е. Родионовой. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2003. – 157 с.
2. Анисимов Д.С. О некоторых алгоритмах обработки пептидных микрочипов // Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования», Барнаул, 20-24 октября, 2015. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 619–624.
3. Анисимов Д.С., Рязанов М.А. Шаповал А.И. Подход к обработке многомерных данных пептидных микрочипов // Известия АлтГУ. – 2015. – №1/2(85). – С. 77–80.
4. Mann H. B., Whitney D. R. On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other // Annals of Mathematical Statistics. – 1947. – № 18. – P. 50–60.

Помехоустойчивое кодирование как метод обеспечения высокого уровня надежности передачи дискретной информации

Т.В. Волкова, А.Н. Гамова

НИУ СГУ им. Н.Г. Чернышевского, г. Саратов

“...каждый децибел снижения энергетики канала связи оценивается в миллион долларов” Э. Берлекэмп

Развитие помехоустойчивого кодирования насчитывает полвека. Если сначала оно опиралось на алгебраические методы, в дальнейшем сменилось методами мажоритарного кодирования и, как более эффективным, переборным алгоритмом Витерби. Недостатком последнего является экспоненциальный рост сложности для длинных кодов. Следующим этапом были каскадные коды на базе сверточных кодов и кодов Рида-Соломона. Каскадные коды обеспечивали более высокие характеристики помехоустойчивости при меньшей сложности декодирования, но были далеки от теоретически возможных пределов (теорема Шеннона для каналов).

Открытые в 1993 году турбо-коды позволили почти полностью использовать емкость цифровых каналов связи и приблизились к кодам, со скоростями, близкими к пропускной способности каналов, что особенно актуально в наши дни с увеличением дальности связи (космические коммуникации, микроволновые системы связи, цифровое спутниковое телевидение). Схема турбо-кодера [1] состоит из двух одинаковых блоков *RSC1* и *RSC2*, которые называют рекурсивными систематическими кодирующими (Recursive Systematic Codes – *RSC*) устройствами. Между ними блок чередования *INT* (Interleaver) (см. рисунок 1). Интерливер является устройством, которое изменяет порядок передачи последовательности символов некоторым взаимно однозначным детерминированным способом и делает закодированные последовательности данных статистически независимыми друг от друга. Для того, чтобы осуществить перемежение, выделяется некоторый блок из k информационных битов, который предварительно перед операцией кодирования записывается в матричную память, например, последовательно по строкам, а считывается из нее на вход нижнего кодера по некоторому псевдослучайному закону. Тогда к информационной последовательности $\{X_k\}$ добавляют две проверочные группы $\{Y_{1k}\}$, $\{Y_{2k}\}$ и, игнорируя задержки для каждого блока, мы принимаем данные с обеих кодирующих устройств одновременно. то получаем следующую выходную последовательность $\{(X_1, Y_{11}), (X_2, Y_{22}), \dots\}$. При этом несколько снижаются корректирующие способности кода, однако кодовая скорость возрастает до 1/2. Без переключателя степень кодирования кода будет 1/3. Ограничений на количество соединяемых кодеров нет.

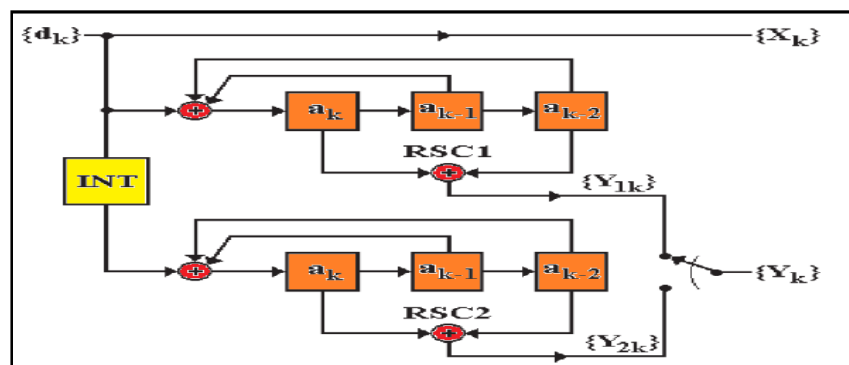


Рисунок 1 – Схема параллельного соединения двух RSC-кодеров

Турбо-коды, однако, не решили проблему сложности декодирования, а их скорость оказалась недостаточной для современных высокоскоростных каналов.

Итеративные мажоритарные декодеры привлекли внимание исследователей тем, что выполняли требования эффективности к алгоритму декодера. Хотя эти процедуры не являлись оптимальными, но существенно проще оптимальных и мало отличались от них по эффективности. Однако все они оказались малоэффективными из-за сильного группирования ошибок на выходе декодеров. Выход был найден после создания декодера многопорогового кодирования МПД [2].

Главные особенности новых декодеров:

– малое число операций на пороговом элементе такого декодера требовало небольшого объема вычислений.

– способность самого мажоритарного алгоритма исправлять во многих случаях даже больше ошибок, чем это гарантируется кодовым расстоянием;

– рост правдоподобия решений в течение всего процесса исправления ошибок, а при достижении МПД декодером самого правдоподобного решения оно оказывается оптимальным;

– сложность МПД в отличие, например, от декодера Витерби остается линейно растущей функцией независимо от длины кодового вектора.

На рисунке 2 представлена схема многопорогового декодера, производящего две итерации. Верна теорема.

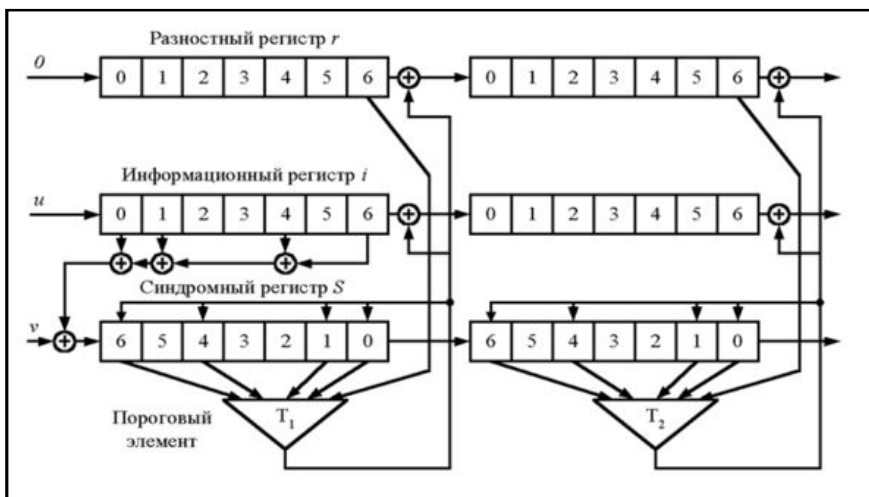


Рисунок 2 – Декодер типа МПД для сверточного кода с $R = 1/2$, $nA = 14$, $d = 5$, при $I = 2$ итерациях

Теорема [2]. Если на j -ом шаге декодирования МПД изменяет информационный символ i_j , то

1) МПД находит новое кодовое слово A_2 , более близкое к принятому Q , чем то кодовое слово A_1 , которому соответствовало значение i_j .

Перед j -ым шагом декодирования:

$$|B_1| = |A_1 + Q| > |A_2 + Q| = |B_2|;$$

2) После окончания j -го шага возможно декодирование любого очередного символа i_k , $k \neq j$, так что при его изменении будет осуществлено дальнейшее приближение к принятому сообщению.

Из теоремы следует, что МПД при каждом изменении декодируемых символов приближается к принятому вектору Q , отыскивая все более правдоподобные векторы-гипотезы A_i . При этом просматривается не экспоненциальное количество кодовых слов, а лишь пары, отличающиеся между собой лишь в одном информационном символе, причем одно из сравниваемых слов находится в декодере. В случае, если второе кодовое слово окажется ближе к вектору Q , чем то, информационные символы которого находятся в соответствующих регистрах памяти МПД, сравнения производятся уже с новым промежуточным вектором A_i и т.д. Тем самым осуществляется движение МПД к решению оптимального декодера ОД.

Следствие [2]. МПД не изменит решения ОД.

Доказательство. Если бы МПД изменил на некотором шаге хотя бы один информационный символ в векторе A , то нашелся бы другой кодовый вектор A^* , который был ближе к Q , чем A , что невозможно, поскольку A , по определению, ближайший к Q .

В заключении можно сказать, что эффективное решение проблемы сложности декодирования при сохранении высокой энергетической эффективности систем кодирования было найдено на основе многопороговых декодеров МПД. Предложенные алгоритмы работают также для двоичных кодов более эффективно, чем коды Рида-Соломона, для кодов со стираниями, сжатия данных, при программной и аппаратной реализациях.

Библиографический список

1. Васильев В.И., Хоанг Тху Ха. Турбокод – основные характеристики, особенности применения и моделирования // Вестник ВГУ. – 2004. – № 2. – С. 9–10.
2. Золотарев В.В. Теория и алгоритмы многопорогового декодирования. – М.: Радио и связь, 2006. – 262 с.

Сложность в криптографических системах

А.Н. Гамова

НИУ СГУ им. Н.Г. Чернышевского, г. Саратов

Теория сложности играет ведущую роль в криптосистемах, как с секретным, так и с открытым ключом. В теоретико-числовой теории сложности различают два класса – P и NP, содержащие проблемы, решаемые за полиномиальное время, соответственно, детерминированными и недетерминированными машинами Тьюринга.

В криптографических приложениях нам потребуется еще понятие вероятностной (рандомизированной) машины Тьюринга, следующий шаг которой зависит не только от состояния и обозреваемого символа, а также от случайной величины, принимающей значения 0 и 1 с вероятностью 1/2. Криптосистема (с секретным ключом K) считается стойкой, если для любой полиномиальной вероятностной машины Тьюринга M , для любого полинома $p(n)$, для достаточно больших n , имеем вероятность для криптограммы d

$$\Pr\{M(d) = (i, \sigma) \& \sigma = m_i; K \in_R \{0,1\}^n \& m \in_R \{0,1\}^{q(n)}\} < 1/2 + 1/p(n),$$

определяемую случайным выбором секретного ключа K , случайным выбором открытого текста m из множества всех двоичных строк длины $q(n)$, случайными величинами, используемыми машиной M .

Криптографическая стойкость системы складывается из

– *вычислительной сложности задачи, положенной в основание криптосистемы, которая должна быть массовой;*

– *объема вычислений, который можно считать практически неосуществимым;*

– *вероятности, которую можно считать пренебрежительно малой (в криптографии, это $\Pr < 1/p(n)$ для всех полиномов $p(n)$ и всех достаточно больших n , где n – длина входа).*

Теоретико-сложностной подход к сложности в криптографии

Гипотеза $P \neq NP$. Первый вопрос, возникающий при построении криптосистемы, является ли гипотеза $P \neq NP$ необходимым и достаточным условием для существования стойких криптосистем. Пусть имеется стойкая криптосистема, заданная как язык

$L = \{(K, d, i) : \exists m \text{ – сообщение (открытый текст)} E_K(m) = d \& m_i = 1\}$, где K – (секретный) ключ, E_K – полиномиальный детерминированный алгоритм шифрования, m_i – i -ый бит сообщения.

В предположении, что $P = NP$, перебирая слова длины n , равной длине сообщения, можно проверить условие $E_K(m) = d \& m_i = 1$ за полиномиальное время. Что доказывает, что криптосистема нестойкая. Таким образом, гипотеза $P \neq NP$ есть необходимое условие стойкости криптосистем.

При допущении, что $P \neq NP$, очевидно, что для построения криптосистем надо брать труднорешаемые проблемы из класса NP (NP-полные). Но поскольку в оценках сложности классов заложен наихудший вариант и они носят асимптотический характер, содержащиеся в них константы могут быть столь велики, что для менее сложных систем для некоторых входов могут быть хуже, чем для более сложных. Для криптографической стойкости нужна сложность «почти всюду». Таким образом, условие $P \neq NP$ не является достаточным для криптографической стойкости систем и необходимо искать другие дополнительные условия.

Односторонняя функция. Определим односторонние функции $f_n : \Sigma^n \rightarrow \Sigma^m$, где $m = m(n)$, как полиномиально вычислимые функции, для инвертирования которых не существует полиномиальных алгоритмов: $\forall M \forall x \forall p(n) \Pr \{f(M(f(x))) = f(x)\} < 1/p(n)$, где M – полиномиальная вероятностная машина Тьюринга, x – случайно выбранная величина (вход длины n), $p(n)$ – полином.

Из предположения о существовании односторонних функций следует гипотеза $P \neq NP$. Однако из условия $P \neq NP$ не следует, что односторонние функции существуют.

Теорема. Существование односторонних функций есть н.и.д. условие криптографической стойкости симметричных криптосистем, а также некоторых типов асимметричных криптосистем.

Для стойкости других криптосистем с открытым ключом требуются более сильные условия.

Псевдослучайные генераторы. Псевдослучайным генератором называется функция $g : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^{q(n)}$, такая, что вырабатываемая ею последовательность неотличима никаким полиномиальным вероятностным алгоритмом от случайных последовательностей той же длины.

Теорема. Псевдослучайные генераторы существуют тогда и только тогда, когда существуют односторонние функции.

При анализе стойкости криптосистемы приходится использовать два подхода: теоретико-сложностной и теоретико-числовой. Последний исходит из сложности конкретной числовой задачи.

Теоретико-числовой подход к сложности в криптографии

Построение публичных ключей требует быстрого нахождения больших простых чисел. Вероятность, что n -битовое число простое, равна $1/n$. Имея полиномиальный по времени алгоритм проверки простоты числа n , мы могли бы, выбирая числа случайно, проверять их и останавливаться, обнаружив простое число. Это давало бы нам полиномиальный алгоритм типа Лас-Вегас(ZPP). К сожалению, такого алгоритма проверки на простоту нет, хотя и существует полиномиальный алгоритм типа Монте-Карло (RP).

Безопасность шифрования многих криптосистем зависит от невозможности разложить произвольное целое число на простые множители за полиномиальное время. Если бы оказалось, что множество простых или множество составных чисел образует NP-полный класс, тогда полиномиальный алгоритм разложения числа на простые множители доказывал бы равенство $P = NP$, что маловероятно. С другой стороны, будет доказано, что оба языка (простых и составных чисел) принадлежат NP. Они дополняют друг друга, поэтому, если бы какой-то из них был NP-полным, то $NP = \text{co-NP}$, что также вызывает сомнение. Кроме того, ввиду принадлежности языка простых чисел классу RP, NP-полнота последнего влекла бы равенство $RP = NP$, которое также маловероятно.

Рандомизированная полиномиальная проверка простоты. Определим, как применять рандомизированные алгоритмы для поиска больших простых чисел. Полиномиальная рандомизированная машина Тьюринга типа Монте-Карло имеет не менее 50% шансов на допускание своего входа, если вход принадлежит языку LeRP . Покажем, что язык составных чисел принадлежит RP. Метод генерации n -битовых простых чисел состоит в следующем: случайно выбирается n -битовое число и много раз применяется алгоритм Монте-Карло для распознавания составных чисел. Если некоторая проверка показала, что число составное, то число точно не простое. Если все проверки не показывают, что число составное, то вероятность, что оно составное, не больше 2^{-k} , где k – число проверок. Т.е. с большой долей уверенности можно сказать, что число простое, и этим обосновать безопасность криптографических операций.

Идея рандомизированного алгоритма базируется на теореме Ферма: если p – простое число, то для любого x , $x^{p-1} = 1 \pmod{p}$.

Рандомизированный алгоритм типа Монте-Карло для составных чисел. Если p – простое, то $x^{p-1} = 1 \pmod{p}$, машина Тьюринга остановится без допускания. Это одна ветвь работы машины типа Монте-Карло: если вход принадлежит языку, то он никогда не допускается и при повторном запуске на этом входе. Для составных чисел p не менее половины чисел x из интервала $[1, p]$ удовлетворяют неравенству $x^{p-1} \neq 1 \pmod{p}$, здесь машина допускает. Есть однако небольшое количество нечетных составных чисел n , для которых теорема Ферма выполняется для всех x из интервала $[1, n-1]$, взаимно простых с n , они требуют еще одной, более сложной проверки на непростоту. Два условия для языков из класса RP выполнены.

Однако здесь не говорится о том, как разложить составное число на множители за полиномиальное время, по-видимому, такого, даже рандомизированного, алгоритма нет. В противном случае, криптографические методы защиты, основанные на невозможности разложить очень большие числа на простые множители за полиномиальное время оказались бы небезопасными.

Недетерминированная проверка простоты. Здесь будет доказано, что языки простых и составных чисел принадлежат $NP \cap \text{co-NP}$. Отсюда следует, что вероятность NP-полноты этих языков ничтожна, иначе $NP = \text{co-NP}$, что совершенно невероятно.

Теорема. Множество составных чисел принадлежит NP.

Доказательство. Строим недетерминированный полиномиальный алгоритм распознавания составных чисел: 1) Имея n -битовое число p , угадываем сомножитель $q \neq 1, p$. 2) Если это так, то эта часть детерминирована и может быть выполнена за время $O(n^2)$ на многоленточной МТ. Эта ветвь недетерминированной МТ ведет к допусанию. 3) Наоборот, допускание НМТ означает, что найден делитель числа p , $q \neq 1, p$. Язык описанной НМТ содержит все составные числа.

Теорема. Множество простых чисел принадлежит NP.

Доказательство. Пусть p n -битовое число, не равное 1, 2, 3.

1. Угадываем список сомножителей $\{q_1, q_2, \dots, q_k\}$, двоичные представления которых вместе занимают не более $2n$ битов, и ни одно из них не имеет более $n-1$ битов. На каждой ветви НМТ время работы $O(n)$.

2. Перемножаем все сомножители и проверяем, равно ли их произведение $p-1$. Это потребует времени не более $O(n^2)$.

3. Если произведение совпало с $p-1$, то рекурсивно проверим, что каждый сомножитель является простым. 4) Если не все сомножители q являются простыми, угадаем значение x и проверим неравенство $x^{(p-1)/q} \neq 1$ для каждого q , делящего $p-1$. Тем самым устанавливается, что $\text{ord } x$ равен $p-1$, иначе $\text{ord } x$ должен делиться на один из множителей $(p-1)/q$, что противоречит полученному выше неравенству. Возведение в степень осуществляется эффективным алгоритмом, сделав не более k умножений ($k < n$), затратив времени $O(n^3)$, так что общее время – $O(n^4)$. Построенный недетерминированный алгоритм полиномиален вдоль каждой ветви, кроме шага 3. Рекурсивное вычисление на шаге 3, представим в виде дерева, в корне которого находится n -битовое число p , сыновьями являются угаданные сомножители числа $p-1$, под каждым q_i – угаданные сомножители числа q_i-1 и т.д. Таким образом, время работы на каждой ветке $O(n^5)$.

УДК 519.6

О точных решениях линейных уравнений в комплексных круговых интервалах

В.С. Дронов, Н.А. Кузнецов

АлтГУ, г. Барнаул

Несмотря на то, что расширение подхода интервального анализа с действительного случая на комплексный является давней идеей (см., например, [1]), и существует достаточно обширный класс задач, приводящих к появлению интервальной неопределённости в комплексных данных (см. в [2] примеры задач, растущих из практики, и в [3] примеры теоретических), в целом комплексные интервальные методы развиты ощутимо хуже действительных.

Одной из проблем переноса интервальных методов на комплексный случай являются свойства операций над комплексными числами, во многих случаях «ломающие» простоту действительных подходов. Во многом из-за разных взглядов на то, что в комплексных данных заслуживает интервализации, не существует и единого подхода к определению комплексного интервала. Двумя имеющими давнюю историю вариантами являются прямоугольные и круговые комплексные интервалы (естественным образом связанные с алгебраической и тригонометрической формой записи комплексного числа). Не менее естественной в этом смысле, но менее известной формой являются секторные интервалы в терминах [2]:

$$\{x \in \mathbb{C} : x = \rho e^{i\theta}, \rho \in \rho, \theta \in \theta\}$$

Классическим результатом для так называемого объединённого множества решений систем линейных уравнений в действительном интервальном случае является теорема Бека-Никеля, обеспечивающая возможность оценки объединённого множества решений по крайним точкам исходных интервальных данных. Из-за свойств операций над комплексными числами, прямой перенос этой теоремы на комплексный случай или прямо неверен (для прямоугольных и секторных интервалов), или существенно менее полезен из-за отсутствия порядка на комплексных числах (для круговых интервалов). В действительном случае объединённое множество решений интервальной системы линейных уравнений представляет собой «звёздчатое» множество – пересечение которого с каждым ортантом представляет собой выпуклое многогранное множество. Для комплексного случая это неверно. На рисунке 1 приводится пример из [4], где рассмотрено устройство объединённого множества решений для прямоугольных комплексных интервалов.

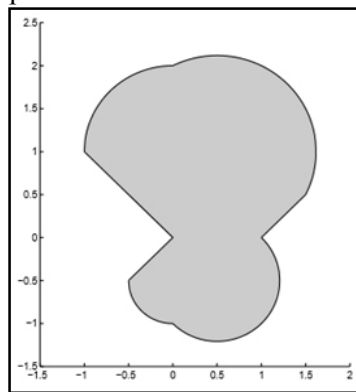


Рисунок 1 – объединённое множество решений уравнения $[1-i, 5+i]z = [-i, 1+2i]$ в прямоугольных интервалах

Стандартной проблемой, вызывающей расширение интервалов при использовании интервальных операций является «эффект обёртывания», вызванный несовпадением интервальной оболочки результата операции и точного множества. Рисунок 2 показывает множества представителей результатов умножения и деления в прямоугольной комплексной арифметике (для умножения тускло-серым показана интервальная оболочка).

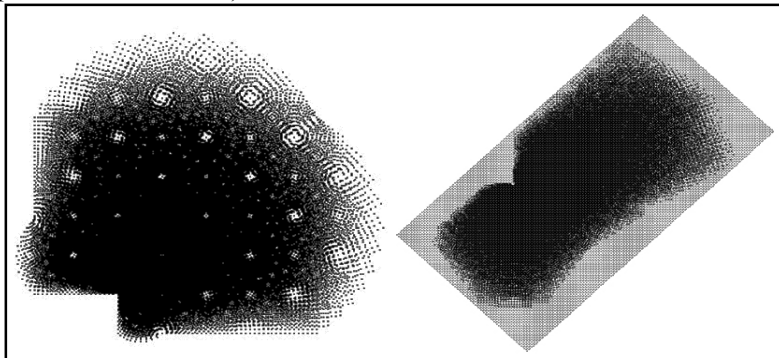


Рисунок 2 – результаты деления (слева) и умножения (справа) прямоугольных интервалов

Операции в круговых интервалах также подвержены «эффекту обёртывания», что видно на рисунке 3.

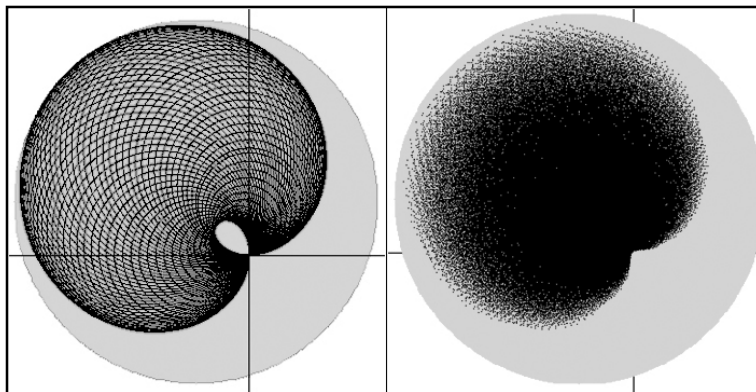


Рисунок 3 – интервальная оболочка (серая) и границы точного произведения для круговых интервалов радиуса 1 с центрами в 1 и $-1+i$

Рисунок 3 можно считать изображением точного множества решения для системы в круговых интервалах из единственного уравнения (наглядная визуализация случаев большей размерности не столь удобна). Левая часть лучше показывает границы, однако внутренняя петля множества – артефакт подхода; рисунок получен перемножением границ круговых интервалов. Свойства операций над круговыми интервалами обеспечивают в этом случае надёжность внешней границы множества, но не захват внутренних точек, что видно по правой части рисунка, полученного перемножением представителей: границы здесь более размыты, но видно отсутствие пустоты на месте петли.

Можно утверждать, что границы множеств точных решений линейных уравнений в круговых интервалах представляют собой кривые четвёртого порядка, что выгодно отличает их от прямоугольных. При этом, в отличие от тривиальных операций сложения и вычитания, умножение и деление на нольнесодержащий интервал приводит ко множеству, граница которого описывается улиткой Паскаля. При этом при удалении от нуля происходит улучшение оценки результата секторным интервалом на фоне кругового, что может говорить о перспективности смешанных секторно-круговых оценок.

Библиографический список

1. Boche. R. Complex interval arithmetic with some applications. – Lockheed Missiles and Space company, Sunnyvale, California, 1966. – 34 с.
2. Candau Y., Raissi T., Ramdani N., Ibos L. Complex interval arithmetic using polar form //Reliable Computing. – 2006. – №1 – С. 1–20.
3. Petcovic M., Petcovic L., Complex interval arithmetic and its applications. – Mathematical Research, Vol. 105 – Berlin, VILEY-VCH, 1998.
4. Hladík M. Solution sets of complex linear interval systems of equations. //Reliable Computing – 2010 – №14 – С. 78–87.

Автоматизация процессов инвентаризации

М.И. Злобина
АлтГУ, г. Барнаул

Инвентаризация очень однообразный, трудоемкий процесс, требующий больших временных затрат. Для упрощения задачи инвентаризации предприятия автоматизируют процесс управления имуществом.

Существует большое количество разнообразных технологий, позволяющих упростить процесс инвентаризации: штрих-кодирование, RFID-технологии и т.д. [1].

В результате проведенного сравнительного анализа RFID-технологий и штрихового кодирования выявляется явное преимущество первого для использования в системах инвентаризации [2].

Таким образом, создаваемая автоматизированная логистическая система инвентаризационного учета должна быть основана на RFID-технологиях и специально проектируемом программном обеспечении. На рисунке 1 представлена структура проектируемой системы.

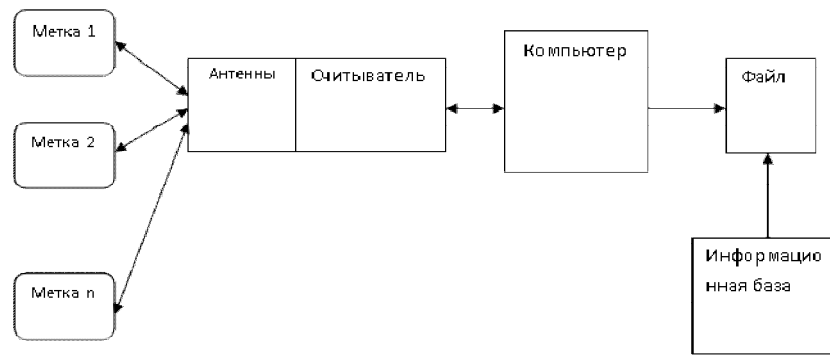


Рисунок 1 – Структура автоматизированной логистической системы инвентаризационного учета

Система инвентаризации ориентирована на четыре основные задачи:

1. Создание отчета об инвентаризации на основании данных полученных от RFID – системы данных.
2. Обнаружение отсутствующих подотчетных единиц.
3. Обнаружение единиц инвентаризации, не стоящих на учете.
4. Хранение информации о всех поставках и актах списания.

Так же, система обладает возможностью подключения дополнительного функционала:

- определение местоположения объектов инвентаризации в текущий момент времени;
- автоматическое оповещение при пропаже оборудования в форме СМС или сообщения на электронную почту.

Спроектированная автоматизированная логистическая система инвентаризационного учета состоит из:

1. RFID-меток, которые крепятся к объектам инвентаризации и хранят идентификационные номера.
2. Считывателей с антеннами, которые считывают информацию с меток и передают ее на компьютер.
3. Программного обеспечения, которое обеспечивает прием информации со считывателя и обрабатывает её.
4. Информационная система, в которой хранится и обрабатывается вся информация об объектах инвентаризации.

Программа для получения информации со считывателя работает следующим образом. При запуске программы выбирается COM-порт, к которому подключен считыватель. После этого считыватель начинает свою работу. При попадании метки в область работы считывателя, с неё передается 26 бит информации, которыми кодируется ID метки, т.е. её уникальный номер. Программа фильтрует данные полученные считывателем с метки, чтобы отсеять шум и получить точный ID. Полученный в ходе фильтрации, ID преобразуются в десятичную систему исчисления для удобства пользователей.

Преобразованные данные записываются в текстовый файл, который затем поступает на вход информационной системы.

Существует несколько способов реализации информационной системы. Один из вариантов – это создание прикладного решения на базе платформы «1С: Предприятие 8.2.».

Прикладное решение включает в себя подсистему «Инвентаризация», которая содержит в себе объекты, хранящие первичную информацию, дает возможность отслеживать движение объектов инвентаризации (приход, перемещение, списание), формирует отчетную документацию. Для этого созданы следующие объекты:

1. Справочники «Номенклатура», «Метки», «Местоположение», «Сотрудники», «Обнаруженные метки». Они хранят в себе первичную информацию объектах инвентаризации (наименование номенклатуры, ID меток, основные данные по сотрудникам, информацию по помещениям).

2. Документы «Поставка» и «Списание» позволяют отслеживать и документировать перемещение номенклатуры по территории предприятия.

3. Периодический регистр сведений «Номенклатура на подотчете», который хранит в себе информацию об объектах, поставленных на учет и о списанной номенклатуре.

4. Отчеты «Инвентаризация», «Недостача» и «Излишки», предназначены для формирования отчетной документации об итогах инвентаризации, обнаруженных излишках и недостатке.

5. Схема связи объектов информационной базы, перечисленных выше, представлена на рисунке 2.

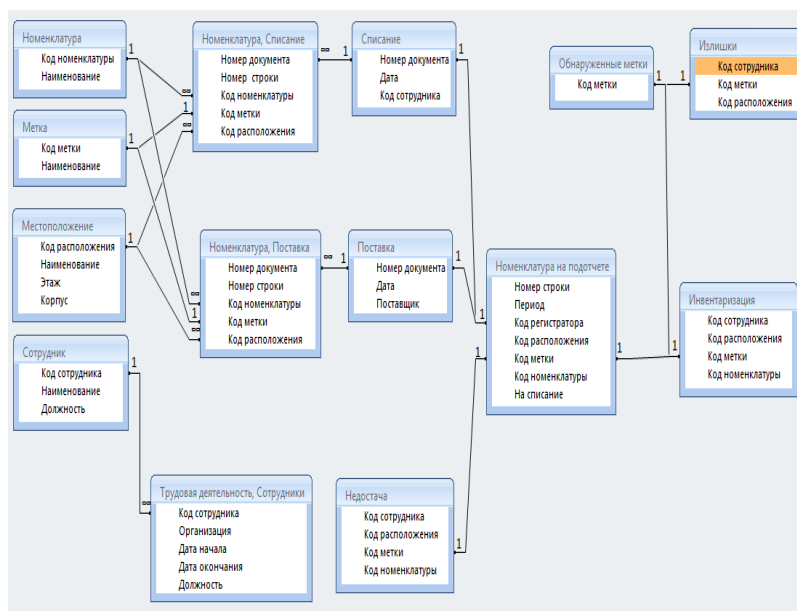


Рисунок 2 – Схема связи объектов информационной базы

Разработанная автоматизированная логистическая система инвентаризационного учета охватывает все аспекты процесса управления имуществом и значительно упрощает процесс инвентаризации, сокращая временные затраты, что экономически рентабельно как для больших, так и для малых предприятий. [3, 4]

Библиографический список

1. Ассоциация автоматической идентификации «ЮНИСКАН / GS1 РУС». [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.gs1ru.org/technologies/codes/>, свободный. – Загл. с экрана – Яз. Рус. Дата доступа – 22.04.2014.
2. ID-Expert [Электронный ресурс] – Режим доступа: свободный. – Загл. с экрана – Яз. Рус. Дата доступа – 22.04.2014.
3. Шайдуров А.А. Оперативное планирование объемов затрат и выпуска продукции // Вестник Алтайской академии экономики и права. 2009. № 13. С. 191–192.
4. Шайдуров А.А. Оперативное планирование объемов затрат и выпуска продукции // Вестник Алтайской академии экономики и права. – 2010. – № 2. – С. 78–80.

Разработка программного адаптера для системы поливариантного анализа динамических моделей продукционного процесса культурных растений

В.О. Казанцев

АлтГУ, г. Барнаул

Динамические модели продукционного процесса сельскохозяйственных растений активно внедряются в традиционную практику растениеводства. В рамках развития подходов устойчивого и точного земледелия возрастает их роль как интеллектуальной основы компьютерных систем поддержки агротехнологических решений. Динамическая модель агроэкосистемы представляет собой алгоритм, позволяющий по исходным данным о внешних факторах (погода и агротехника) просчитать динамику сельскохозяйственного посева в течение всего сезона вегетации – от сева до уборки, и интерпретировать полученные результаты в терминах содержательных показателей – урожая, сроков наступления фаз и других индикаторов роста и развития растений. Использование модельных расчетов (мониторинг поведения растения под воздействием тех или иных управляющих воздействий в компьютерном эксперименте) даёт возможность существенно упростить анализ множества альтернативных решений и выбор оптимальных агротехнологий по сравнению с традиционным подходом, основанном на многолетних полевых опытах. Пожалуй, самой известной и «продвинутой» динамической моделью агроэкосистемы на территории бывшего СССР является модель AGROTOOL, разработанная в лаборатории математического моделирования агроэкосистем Агрофизического НИИ.

Система поливариантного анализа в агроэкологии APEX. Необходимо отметить, что типичный прецедент использования модели в любой системе поддержки решений чаще всего предполагает не единичный, а множественный расчет одной и той же модели с разными наборами входных параметров с целью анализа и сравнения получаемых результатов. Для автоматизации поливариантного расчета динамических моделей агроэкосистем предназначена компьютерная система APEX. Она может быть использована в качестве имитационного полигона при анализе и прогнозе последствий применения альтернативных вариантов агротехнических мероприятий при оперативном и стратегическом планировании в масштабе хозяйства. На данный момент в системе APEX разработан адаптер для работы с моделью продукционного процесса растений AGROTOOL, в то время как универсальный характер оболочки позволяет подключить к ней любую внешнюю модель агроэкосистемы.

На данный момент в мире существуют различные универсальные оболочки имитационного моделирования в агроэкологии. Самые развитые из них это: GUICS, DSSAT, OpenMI, DLES. Основным отличием системы APEX от представленных продуктов является механизм поливариантного анализа, то есть возможность планирования и проведения многофакторных вычислительных компьютерных экспериментов. Подключение к среде APEX внешней модели выполняется с помощью специального программного модуля, называемого адаптером.

Понятие адаптера в системе поливариантного расчёта. Понятие адаптера в системе поливариантного расчёта взято из такого класса программных продуктов, как шлюзы. Это программы, которые предназначены для интеграции информационных систем посредством обмена данными. Архитектура типичного шлюза основывается на том, что способы обработки данных при передаче их от одной системы к другой являются типовыми и реализуются в основной функциональности программы, а способы доступа к данным могут быть очень разными. Например, одна система предоставляет данные посредством генерации xml-файла, другая – через web-сервис, а третья требует использования специального API. Разделение алгоритмов обработки данных и способов доступа к ним осуществляется посредством специальных интерфейсов, предоставляющих методы чтения и записи данных. Каждая из систем, подлежащих интеграции, должна иметь модуль, реализующий эти интерфейсы для того, чтобы шлюз мог быть к ней подключен. Именно этот модуль называется адаптером.

В соответствии с рисунком 1 представлена программная архитектура системы автоматизации компьютерного эксперимента с моделью продукционного процесса, на которой, в частности, показано взаимодействие системы APEX с альтернативными моделями посредством специфических адаптеров.

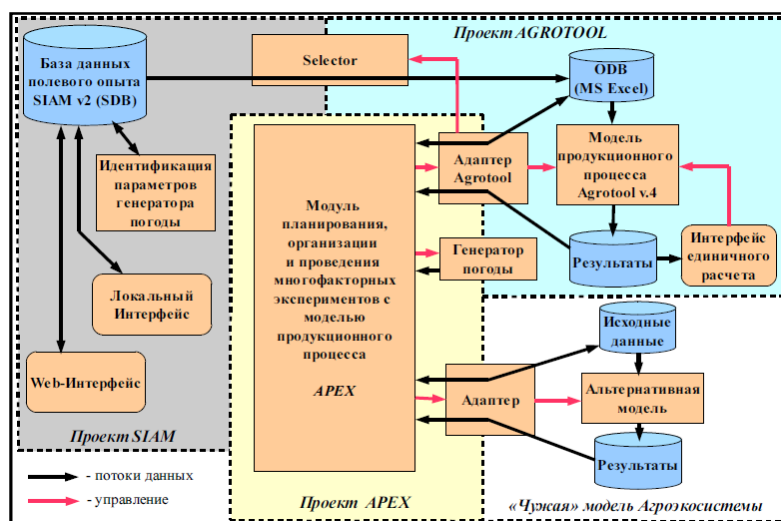


Рисунок 1 – Схема многофакторного компьютерного эксперимента с моделью продукционного процесса

На данный момент автором разрабатывается и подключается к системе APEX адаптер для среды имитационного моделирования GUICS. Выполнена основная часть работы с данными модели, а именно запуск модели с входными данными и загрузчик результатов. Реализуется автоматическое формирование и добавление наборов факторов в систему APEX по структуре данных модели. Конечной целью данной работы является расширение функциональности и востребованности среды APEX за счет увеличения списка поддерживаемых «внешних» моделей с возможностью их поливариантного анализа.

Библиографический список

1. Полуэктов Р.А. Динамические модели агроэкосистемы. – Л.: Гидрометеиздат, 1991.
2. Полуэктов Р.А., Смоляр Э.И., Терлеев В.В., Топаж А.Г. Модели продукционного процесса сельскохозяйственных культур. – СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2006.
3. Badenko V., Terleev V., Topaj A. AGROTOOL software as an intellectual core of decision support systems in computer aided agriculture. Applied Mechanics and Materials. – 2014. – V. 635-637. – P. 1688–1691.
4. Medvedev S., Topaj A. Crop simulation model registrar and polyvariant analysis. IFIP Advances in Information and Communication Technology. – 2011. – Т. 359 AICT. – С. 295-301.
5. Гамма Э., Хелм Р., Джонсон Р., Влиссидес Дж. Приемы объектно-ориентированного проектирования. – СПб., 2005.
6. Acock, B., Pachepsky, Y.A., Mironenko, E.V., Whisler, F.D., Reddy, V.R., GUICS: A Generic User Interface for On-Farm Crop Simulations. // Agronomy Journal. – 1999. – V. 91. – P. 657–665.

УДК 004.93

Распознавание видов зерен по их изображениям

Д.А. Капустин
АлтГУ. г. Барнаул

Производители хлебобулочных изделий в своем техпроцессе стремятся использовать сырье максимально высокого качества. Среди прочих, к таким показателям качества относятся сорная и зерновая примесь. С целью отделения засорителя от годного продукта переработки зерна и крестьянские (фермерские) хозяйства используют различные сортировочные механизмы. Контроль засоренности продукта осуществляется в лабораториях зерноприемных пунктов ручным способом по методике, описанной в ГОСТ [1]. Автоматизация процесса распознавания видов зерна является актуальной задачей, решение которой позволит увеличить пропускную способность зерноприемных пунктов, а также повысить точность проводимых анализов. Для решения данной задачи перспективными являются методы анализа изображений и машинного обучения [2].

Задачу распознавания видов зерна предлагается ставить как задачу классификации изображений зерновок по цветовым, текстурным, геометрическим признакам (площадь, средняя яркость, степень выпуклости объектов, кривизна и др.).

В настоящем экспериментальном исследовании в качестве признаков использовались:

1. Средняя интенсивность в каждом из цветовых каналов R, G, B.
2. Стандартное отклонение интенсивности в каждом из цветовых каналов R, G, B.
3. Площадь объекта.
4. Длина объекта.
5. Толщина объекта.
6. Эксцентриситет объекта.

В качестве метода классификации использовался линейный дискриминантный анализ с прямым выбором признаков на основе критерия Фишера.

Для проведения эксперимента были отобраны зерна ячменя – 271 шт. (в том числе шелушеного – 151 шт.), овса – 261 шт. (в том числе шелушеного – 103 шт.), пшеницы мягкой – 105 шт., пшеницы твердой – 44 шт., гречки бурой – 236 шт., гречки белой – 422 шт. Цветные изображения были отсняты на планшетном сканере, с разрешением 800 dpi, глубиной цвета 24 bit. Для ячменя овса и пшеницы были получены два вида изображений зерновки, в том числе и с обратной стороны, где расположена бороздка. Примеры изображений представлены на рисунке.

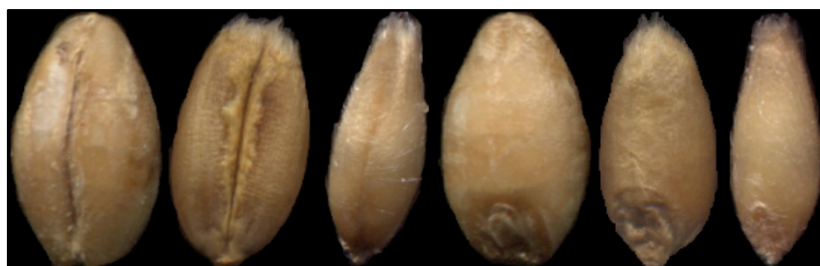


Рисунок – Изображения слева направо зерен ячменя, пшеницы и овса со стороны расположения бороздки и противоположной стороны

Для всех возможных пар продуктов была проведена классификация, точность которой при 10-сегментной кросс-валидации представлена в таблице.

Таблица – Результаты попарной классификации зерновых

Продукт	Точность классификации, %							
	Ячмень	Ячмень шелушенный	Гречка бурая	Гречка белая	Пшеница твердая	Овес	Овес шелушенный	Пшеница мягкая
Ячмень		99,6	100	100	99,7	99,2	100	96,9
Ячмень шелушенный			100	100	100	98,9	95,4	100
Гречка бурая				99,8	100	100	100	99
Гречка белая					100	100	100	98,9
Пшеница твердая						99,5	99,4	100
Овес							99,2	100
Овес шелушенный								99,7

Таким образом, задача распознавания решена с качеством классификации достаточно высоким для применения, например, в сортировочных аппаратах и оказывается приемлемым для аналитических задач. Качество может быть повышено благодаря расширению набора используемых признаков.

Библиографический список

1. ГОСТ 30483-97. Зерно. Методы определения общего и фракционного содержания сорной и зерновой примесей. – М.: Стандартинформ, 2009.
2. Гонсалес Р., Вудс Р., Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2006. – 1072 с.

УДК 519.85

О некоторых рандомизированных алгоритмах для глобальной оптимизации функций

В.А. Мисюра, А.А. Шабанов
 НГУ, г. Новосибирск

Интервалом называется замкнутый отрезок вещественной оси.

Брусом (или *интервальным вектором*) будем называть декартово произведение интервалов.

Мы рассматриваем задачу глобальной оптимизации функций. Имеется целевая функция $f: \mathbb{R}^n \supset X \rightarrow \mathbb{R}$, где X – некоторый прямоугольный брусок из \mathbb{R}^n со сторонами, параллельными осям координат.

Совместное использование методик стохастических и интервальных алгоритмов уже показало свою целесообразность (смотрите [2, 4–6]). В данной работе продолжены исследования этих алгоритмов. В качестве основы для разработки интервальных алгоритмов были взяты два традиционных (точечных) алгоритма: искусственной иммунной системы (ИИС) и муравьиной колонии.

Алгоритм муравьиной колонии [7] предназначен для нахождения приближённых решений задачи коммивояжёра и оптимальных путей на графах. В качестве таких «путей» интервального алгоритма муравьиной колонии (ИАМК) на каждом шаге алгоритма рассматривается множество имеющихся подбрусков. Для подбрусков вычисляется их «длина» – нижняя граница интервальной оценки, и «количество феромонов» на нём. Все бруски, их нижние границы интервальной оценки и количества феромонов хранятся в рабочем списке, упорядоченном по возрастанию нижней границы интервальной оценки.

Множество шагов предлагаемого интервального алгоритма искусственной иммунной системы (ИИСИ) содержит все шаги алгоритма ИИС [1, 8] за исключением тех, которые направлены на работу с так называемыми клетками памяти. Вместо последних также используется рабочий список.

Использование рабочих списков позволяет нам воспользоваться базовой конструкцией метода, идентичной стандартным детерминированным интервальным алгоритмам [3]. Однако в случае ИИСИ производится квазиравномерное дробление бруска (на случайное число приблизительно равных по размерам подбрусков). А в случае ИАМК брусок для дробления выбирается случайным образом в зависимости от его местоположения в рабочем списке и количества феромонов на нём. В качестве феромонов здесь будет использоваться некоторый коэффициент, показывающий насколько часто и эффективно мы производили дробление в данной области.

Значительные трудности представляла реализация описанных выше алгоритмов. Результаты проверки алгоритма на различных тестовых функциях [9] показали, что на некоторых из них алгоритмам для достижения необходимой оценки требуется сделать меньшее число шагов, нежели стандартному детерминированному. В то же время вычисление на каждом шаге ИАМК значения феромонов для полученных подбрусков оказывает большее влияние на общее время работы. Однако если учитывать лишь местоположения брусков в рабочем списке и не учитывать количества феромонов, то алгоритму требуется меньшее количество времени в сравнении с детерминированным на функциях, имеющих на области определения несколько точек глобального минимума. Что же касается алгоритма ИИСИ, то он показал обнадеживающие результаты на двумерных целевых функциях со сложным рельефом. Перспективным направлением улучшения новых алгоритмов является параллелизация вычислений, использование которой позволит ускорить алгоритмы. К примеру, можно будет организовать одновременную обработку сразу нескольких брусков рабочего списка на параллельно работающих процессорах.

Библиографический список

1. Дасгупта Д. Искусственные иммунные системы и их применение / пер. с англ. под ред. А.А. Романюхи. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 344 с.
2. Панов Н.В. Разработка рандомизированных алгоритмов в интервальной глобальной оптимизации: дис. канд. ф.-м. наук. НГУ, Новосибирск, 2012.
3. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ – Электронная книга, доступная на сайте <http://www.nsc.ru/interval/?page=Library/InteBooks>. – Новосибирск, 2016, ИВТ СО РАН.
4. Шарый С.П. Рандомизированные алгоритмы в интервальной глобальной оптимизации // Сибирский Журнал Вычислительной математики. – 2008. – Том 11, № 4. – С. 457–474.
5. Шарый С.П. Стохастические подходы в интервальной глобальной оптимизации // Труды XIII Байкальской международной школы-семинара «Методы оптимизации и их приложения», Иркутск-Северобайкальск, 2-8 июля 2005 года. – Том 4 «Интервальный анализ». – Иркутск, ИСЭМ СО РАН, 2005. – С. 85-105.
6. Шарый С.П., Колдаков В.В., Панов Н.В. Интервальный симулированный отжиг для глобальной оптимизации функций // Материалы конф. ХLI Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс». – Новосибирск, НГУ, 2003. – С. 76.
7. Штовба С.Д. Муравьиные алгоритмы // Exponenta Pro. Математика в приложениях. – 2003. – № 4. – С. 70–75.
8. Шуров Д.Л., Карпенко А.П., Шуров Д.Л. Гибридный метод глобальной оптимизации на основе искусственной иммунной системы // Наука и образование. ФГБОУ ВПО «МГТУ им. Н.Э. Баумана». Эл. № ФС 77-48211. ISSN 1994-0408, №8. 2012. – С. 339–378.

9. Jansson C., Knuppel O. Numerical results for a self-validating global optimization method – Technical University of Hamburg-Harburg: 1994, Technical Report 94.1.

УДК 004.43

Применимость Акторного Пролога для SemanticWeb

О.Н. Половикова

АлтГУ, г. Барнаул

Если попытаться проследить за реализацией идеи по модернизации глобальной сети Интернет из совокупности несвязанных информационных источников и программ по их предоставлению, обработке в семантическую сеть с едиными принципами и механизмами работы, как с ресурсами, так и с сервисами, то можно сделать вывод об осязаемом развитии в этом направлении. В 1998 Тим Бернерс-Ли публикует план семантического Веба (SemanticWebRoadmap). Конечно, глобальная сеть за прошедшие 17 лет не реконструировалась в интеллектуальный инструмент пользователя, который учитывает возможности и отвечает потребностям каждого индивида-пользователя, но за это время развитие получили как уже существующие технологии по семантической обработке информации, так и новые. Кроме этого, широкое применение получили универсальные механизмы (подходы, технологии, языки), которые применяются и к самим знаниям, моделям знаний, и к сервисам, которые с этими моделями знаний работают.

Среди подобных подходов следует выделить технологии на основе логических языков программирования, которые позволяют по одинаковым принципам обрабатывать хранимые знания, выполнять проверку на их целостность и непротиворечивость, реализовывать логику обработки знаний и поиска решения, создавать и программировать модели по выводу нового знания. Одним из востребованных логических языков является Акторный Пролог. Целью данного исследования является анализ возможностей данного языка, как для обработки отдельных модулей в рамках концепции SemanticWeb, так и полноценных прикладных сервисов.

Функциональные возможности декларативных языков показали полноценность их использования для реализации идей семантической паутины, наряду с другими языками и инструментами. Функциональные и логические языки могут быть использованы в различных направлениях: как языки описания онтологий, языки описания веб-сервисов, инструменты построения и обработки ресурсов с учётом их семантики и т.д.

Каждый инструмент предназначен для решения определенных задач, а если рассматривать решение задачи, как многоэтапный процесс, то и на своём уровне решения этих задач. Для того чтобы принять решение о применимости Акторного Пролога к конкретным процессам, связанных с обработкой данных и знаний, следует рассмотреть и проанализировать примеры использования этого языка. Анализ источников определил следующие основные направления применимости данного логического языка:

1. Разработка инструментария для хранения и интеллектуального анализа данных – создание интеллектуальных информационных систем (ИИС).
2. Создание программных агентов для реализации сервисов глобальной сети различной направленности.

С точки зрения преимуществ Акторного Пролога для построения ИИС, необходимо выделить следующие возможности:

Построение вопросов базе знаний со стороны пользователей на предикатном языке близком к естественному языку. Таким образом, сама процедура перестройки вопроса в программно-интерпретируемый запрос минимально искажает его смысловую нагрузку (описанные в вопросе потребности на поиск знаний). Кроме этого, как уже подчеркивалось, модель хранимых знаний и логика поиска решения относятся к предикатной модели представления знаний, подчиняются общим принципам, поэтому не требует дополнительных преобразований для вывода и интерпретации.

В рамках решения задач по созданию естественно-языковых интерфейсов для интеллектуальных баз данных и знаний необходимо акцентировать на возможностях по трансляции пролог-кода в код Java3D (транслирование в Java-код с использованием графических библиотек). Графические образы предоставляемых пользователям знаний могут быть использованы в качестве базы к системам когнитивной графики. Системы когнитивной графики могут рассматриваться как самостоятельные интеллектуальные системы, или как подсистемы-интерфейсы прикладных программ.

В экспертные системы (разновидность интеллектуальных информационных систем), созданные на Акторном Прологе, могут быть заложены инструменты по обучению на прецедентах. Предикатные формы хранения знаний и логики их обработки с поддержкой объектно-ориентированного и обобщенного подходов программирования предоставляют возможность формировать информацию (знания) по запросу, которая может явно не храниться в базе знаний. Описанная возможность была реализована ещё в ранних диалектах логического языка Пролог (и не только в нём). А вот дополнительные функции, которые предоставляют недоопределенные множества, появились в современном диалекте – Акторном Прологе. Недоопределенные множества имитируют логику второго порядка, это дает возможность закладывать в программу аппарат по построению новых алгоритмов анализа и интерпретации данных и знаний. Пролог-система способна выводить новые знания и синтезировать алгоритмы по их обработке.

Без использования понимающих друг друга программных агентов невозможно в полном объеме реализовать идеи Semantic Web. Технологические возможности Акторного Пролога позволяют найти прикладные решения по их созданию таких агентов. Поиск решения на Акторном Прологе представляется совокупностью параллельных процессов. Конечно, важным преимуществом для некоторого круга задач является их решение в параллельном режиме, но не менее важным выступает возможность динамической корректировки хода логики решения, либо под управлением пользователя, либо по инициативе самой программы. Параллельные процессы, отвечающие поиску решения, не синхронизируются. Если сравнить ход вычислительного процесса, который осуществляется кодом многих параллельных языков программирования с поиском решения пролог-программы (Акторный Пролог), то следует выделить их отличительные особенности, которые и определяют динамическую корректировку хода логики решения пролог-программ. В языках параллельного программирования каждая ветвь процесса переходит в режим ожидания, если необходимые для её выполнения данные ещё не готовы. В Акторном Прологе, отсутствие необходимых данных не прерывает выполнение процесса, поиск решения продолжается с уже имеющимися данными, но как только неизвестные ранее данные поступят, составляющие акторы (предикаты) будут вычисляться заново. На каждом шаге дополнения имеющихся данных для вычислительного процесса акторы (предикаты), определяющие поиск решения, будут повторно передоказываться. Таким образом поддерживается динамическая связь между результатами работы пролог-программы и параметрами, свойствами внешней среды.

Такая реализация параллельного вычислительного процесса, наделяет программных агентов на базе Акторного Пролога преимуществами перед модулями, разработанными на других языках и в других средах. Так как поиск решения подобных агентов может поэтапно модифицироваться в зависимости от других вычислительных процессов, сторонних программ, а неполнота данных и знаний не влияет на способность формировать результат.

Библиографический список

1. Морозов А.А. Об одном подходе к логическому программированию интеллектуальных агентов для поиска и распознавания информации в Интернет [Электронный ресурс] // Журнал радиоэлектроники. № 10, 2003. – Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/iso/nov03/1/text.html>.
2. Морозов А. А., Обухов Ю. В. Акторный Пролог [Электронный ресурс] // электронная книга (версия от 23.01 2004). – Режим доступа: <http://www.cplire.ru/Lab144/aprolog.pdf>.
3. Alexei A. Morozov. Development of logic programming approach to intelligent monitoring of anomalous human activities. Пролог [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://fullvision.ru/actor_prolog_2014/bib0001.html.

УДК 613.95/.96(470+571) (082)

Информационные технологии в оценке и контроле физического развития детей и подростков

Е.В. Понькина¹, А.И. Пиянзин^{1,2}
¹ АлтГУ, г. Барнаул; ² АлтГМУ, г. Барнаул

Физическое развитие детей и подростков важный показатель здоровья нации. В настоящее время существует несколько критериев и нормативов в оценке антропометрических данных детей. При этом врач-педиатр должен учитывать региональные, межрегиональные национальные и международные нормативы физического развития. Важно отметить то, что врач-педиатр, определяя физическое развитие ребенка, тратит много времени на эту процедуру. Для улучшения работы врача-педиатра при оценке индивидуальных параметров детей и подростков создана специальная программа, которая призвана, ускорить и улучшить этот процесс.

Рост и развитие детского организма является циклическим процессом и протекает во времени. Индивидуальная оценка физического развития независимо от выбранных методов требует учета не только абсолютных величин основных весоростовых показателей, но и их динамику. Возрастные показатели физического развития детей и подростков можно рассматривать как временной ряд. Использование методов прогнозирования временных рядов позволяет выполнить анализ траектории физического развития ребенка и оценить перспективы на краткосрочный период. В качестве базового метода анализа и прогнозирования траектории физического развития ребенка рассматривается метод эмпирической спецификации и идентификации трендов с последующей экстраполяцией тренда на краткосрочный и среднесрочный периоды.

Созданная программа учитывает основные разделы электронной медицинской карты, рекомендации по обеспечению функциональных возможностей медицинских информационных систем медицинских организаций (утверждены министром здравоохранения РФ 01.02.2016 г.). Программа автоматически оценивает параметры физического развития по нескольким шкалам с учетом следующих методов: метод индексов (весоростовые соотношения), процентильный (центильный) метод – вероятностное распределение в процентных интервалах), метод регрессионного анализа (расчет коэффициента регрессии массы тела по длине тела). Учитываются данные по физическому развитию детей Российской Федерации (референтные таблицы) и Сибирского Федерального округа, референтные ростовые таблицы Всемирной организации здравоохранения. Использование методов прогнозирования временных рядов позволяет оценить индивидуальный и возможный тренд в развитии физического развития ребенка или подростка. После проведения оценки заключение о физическом развитии ребенка или подростка программа выдает в обобщенном виде - физическое развитие высокое или низкое, гармоничное или дисгармоничное (за счет роста или массы тела), среднее, пропорциональное или непропорциональное, гипотрофия, трофологический статус и др. Таким образом, программа комплексно оценивает физическое развитие детей. Программа предусматривает использование облачных технологий. Данная программа может быть использована врачами-педиатрами, тренерами спортивных школ и родителями.

Библиографический список

1. Баранов А.А., Щеплягина Л.А. Физиология роста и развития детей и подростков (теоретические и клинические вопросы): руководство для врачей: В 2 т. – М.: ГЕОТАР-Медиа, 2006. – 464 с.
2. Баранов А.А., В.Р. Кучма. Физическое развитие детей и подростков Российской Федерации. Ф50 Сб. матлов (выпуск VI). – М.: Изд-во «ПедиатрЪ». 2013. –192 с.
3. Методические рекомендации по обеспечению функциональных возможностей медицинских информационных систем медицинских организаций (МИС МО). Утверждены Министром здравоохранения РФ Скворцовой В.И. 01.02.2016 г. // <http://portal.egisz.rosminzdrav.ru/materials/351>.

УДК 539.186.2 + 519.254

Интервальный подход к построению полуэмпирической формулы для средней энергии возбуждения вещества

В.А. Смоляр¹, И.И. Маглеванный², С.И. Жилин^{3,4}

¹ВолГТУ, г. Волгоград; ²ВГСПУ, г. Волгоград;

³ООО «СиСорт», г. Барнаул; ⁴АлтГУ, г. Барнаул

Оценка средней энергии возбуждения вещества I в зависимости от его атомного номера Z является важной составляющей при описании процессов взаимодействия частиц с веществом. Средняя энергия возбуждения вещества $I(Z)$, в частности, входит в известную формулу Бете-Блоха, позволяющую с высокой точностью вычислять тормозную способность вещества для энергий электронов, превышающих энергию связи электронов K -оболочки. Экспериментально установленные значения средней энергии возбуждения для элементов с атомными номерами от 1 до 100 приведены в [1] и доступны в архиве NIST [2] (см. рисунок).

Для оценивания средней энергии возбуждения I как функции атомного номера Z известны [3] полуэмпирические формулы Штернхеймера (1963)

$$\frac{I_S}{Z} = \begin{cases} 12 + 7/ZeV, & Z < 13; \\ 9.76 + 58.8Z^{-1.19}eV, & Z \geq 13, \end{cases} \quad (1)$$

и Далтона – Тёрнера (1968, [4])

$$I_{DT} = \begin{cases} 11.2 + 11.7ZeV, & Z \leq 13; \\ 52.8 + 8.71ZeV, & Z > 13. \end{cases} \quad (2)$$

Однако эти формулы не отражают периодического характера зависимости $I(Z)/Z$ от Z , очевидно проявляющегося в экспериментальных данных (рисунок).

В настоящей работе предлагается новая полуэмпирическая формула средней энергии возбуждения для атомных номеров от $Z = 4$ до $Z = 126$, с более высокой точностью аппроксимирующая экспериментальные данные и пригодная для прогнозирования значений средней энергии возбуждения для ещё неоткрытых, но предсказанных нестабильных тяжелых элементов.

Согласно теории Томаса – Ферми средняя энергия возбуждения пропорциональна атомному номеру в степени $4/3$, т.е. $I = CZ^{4/3}$, с коэффициентом пропорциональности порядка нескольких эВ [5]. При использовании для функции экранирования аппроксимации Мольера [6], значение константы C оценивается величиной 1.58 эВ. Сопоставление значений этой степенной зависимости с экспериментальными данными, позволяет говорить об их согласованности лишь на интервалах быстрого роста средней энергии возбуждения I , когда с увеличением Z происходит заполнение глубоких электронных оболочек в блоках s, g, f, d .

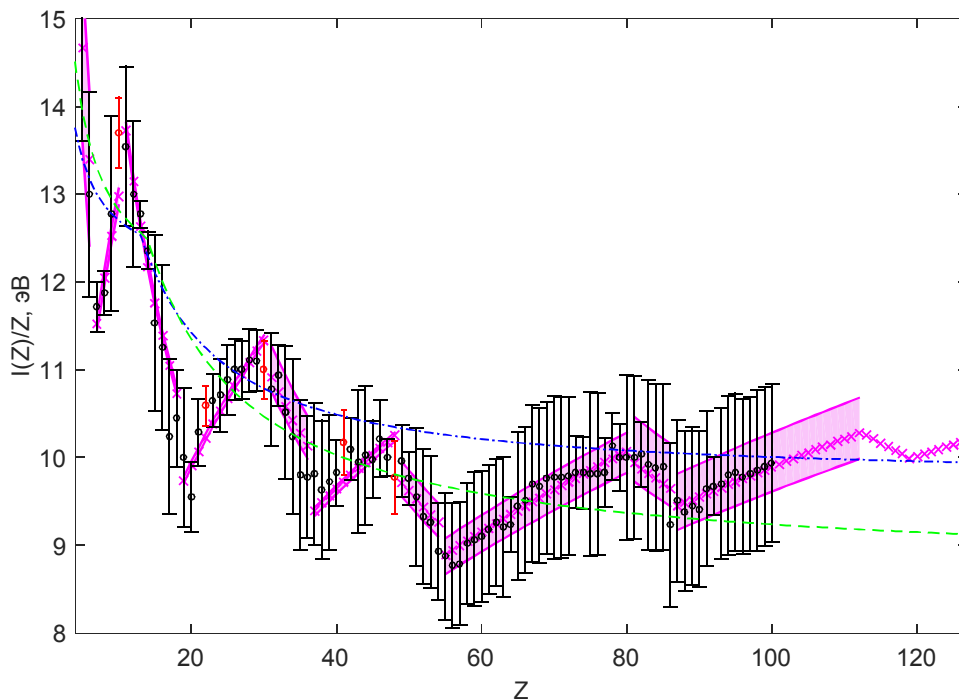


Рисунок 1 – Нормированные экспериментальные значения средней энергии возбуждения в зависимости от атомного номера. Закрашенные области – области моделей, соответствующих интервальным оценкам C .

Крестики – точечные оценки значений $I(Z)/Z$. Штрих-пунктирная линия – значения формулы Штернхеймера $I_S(Z)$. Пунктирная линия – нормированные значения формулы Далтона – Тёрнера $I_{DT}(Z)/Z$

Каждый из периодов, начиная с третьего, заканчивается p -блоком с шестью атомами, в которых рост I с увеличением Z замедляется, а для отношения $\frac{I(Z)}{Z}$ рост сменяется убыванием. Таким образом, модель Томаса – Ферми некорректно описывает поведение средней энергии возбуждения на атомных номерах в этих p -блоках.

В новой формуле средней энергии возбуждения предлагается, сохранив общую структуру

$$I = CZ^\alpha, \quad (3)$$

вытекающую из теории Томаса – Ферми, на участках возрастания отношения $\frac{I(Z)}{Z}$ полагать значение показателя степени α равным $4/3$, в то время как на участках убывания – $1/2$. Значение коэффициента пропорциональности C при этом подлежит оцениванию по имеющимся экспериментальным данным в отдельности на каждом из участков возрастания/убывания $I(Z)/Z$. Учитывая наличие в составе экспериментальных данных информации о неопределённости измерений, представляется целесообразным для оценивания значений коэффициента C использовать методы интервального анализа [7], позволяющие явным образом задействовать эту информацию.

Построение оценок коэффициента C для различных участков зависимости предварялось устранением выбросов с помощью метода, описанного в [7]. К выбросам были отнесены наблюдения при $Z = 10, 22, 30, 41, 48$. При этом три из пяти выбросов оказались граничными на своих участках. Следует отметить, что удаление наблюдений, нарушающих совместность данных и модели, не является единст-

венной возможной тактикой работы с выбросами, и, в зависимости от использованного подхода, целевые оценки коэффициентов C могут несколько различаться. Однако в данном конкретном случае эти различия не приводят к качественным изменениям в основных результатах и выводах.

Значения интервальных оценок коэффициентов C для различных участков зависимости, а также их точечные оценки, полученные стягиванием множества допустимых значений параметров при равномерном сужении интервалов неопределённости (т.н. центры Оскорбина) приведены в таблице. Соответствующие интервальным оценкам «трубки» зависимостей, а также зависимость, задаваемая точечной оценкой, графически представлены на рисунке. Подходящим образом экстраполируя последовательности значений оценок коэффициентов C , соответствующие а) участкам роста и б) участкам убывания значений $I(Z)/Z$, возможно построить оценки C , для диапазонов $Z = 113 \dots 118$ и $Z = 119 \dots 126$ соответственно (см. две последние строки таблицы и рисунок).

Таблица – Оценки коэффициентов в формуле средней энергии возбуждения

Период	Блок	Электронная конфигурация	Интервалы Z	α	Оценки	
					$[C, \bar{C}]$	C^*
1	s	H, He	1(H) – 2(He)			
2	s	[He]2s ¹ –2s ²	3(Li) – 4(Be)	1/2	[30.4, 34.7]	32.8
	p	[He]2s ² 2p ¹⁻²	5(B) – 6(C)	4/3	[5.97, 6.06]	6.02
	p	[He]2s ² 2p ³⁻⁶	7(N) – 10(Ne)			
3	s-p	[Ne]3s ¹⁻² 3p ¹⁻⁶	11(Na) – 18(Ar)	1/2	[45.5, 45.8]	45.5
4	s-d	[Ar]3d ¹⁻¹⁰ 4s ¹⁻²	19(K) – 30(Zn)	4/3	[3.64, 3.67]	3.65
	p	[Zn]4p ¹⁻⁶	31(Ga) – 36(Kr)	1/2	[59.9, 62.8]	60.8
5	s-d	[Kr]4d ¹⁻¹⁰ 5s ¹⁻²	37(K) – 48(Zn)	4/3	[2.80, 2.83]	2.82
	p	[Cd]5p ¹⁻⁶	49(Ga) – 54(Kr)	1/2	[66.9, 69.7]	68.0
6	s-f-d	[Xe]4f ¹⁻¹⁴ 5d ¹⁻¹⁰ 6s	55(Cs) – 80(Hg)	4/3	[2.28, 2.39]	2.34
	p	[Hg]6p ¹⁻⁶	81(Tl) – 86(Rn)	1/2	[87.6, 94.2]	89.4
7	s-f-d	[Rn]5f ¹⁻¹⁴ 6d ¹⁻¹⁰ 6s	87(Fr) – 112(Cn)	4/3	[2.07, 2.22]	2.13
	p	[Cn]7p ¹⁻⁶	113(Uut) – 118(Uuo)	1/2		≈109
8	s-g-f-d	[Uuo]5g ¹⁻¹⁸ 6f ¹⁻¹⁴ 7d ¹⁻¹⁴ 8s	119(Uue) – 162(Uhb)	4/3		≈2.03

Нетрудно заметить, что остаточные отклонения, обеспечиваемые формулой (3) с коэффициентами, приведенными в таблице существенно ниже, отклонений, соответствующих формулам (1) и (2), за счет более адекватного описания периодического характера поведения средней энергии возбуждения в зависимости от атомного номера. К вопросам, требующим отдельного внимания и выходящим за рамки настоящей работы, стоит отнести сравнительный анализ зависимостей, получаемых оцениванием параметров формулы (3) иными методами, а также обоснованный выбор способа экстраполяции коэффициентов C для качественного предсказания значений средней энергии возбуждения при $Z > 113$.

Библиографический список

1. Seltzer S.M., Berger M. J. Evaluation of the collision stopping power of elements and compounds for electrons and positrons // The International Journal of Applied Radiation and Isotopes 33(11), 1982, P. 1189. DOI:10.1016/0020-708X(82)90244-7.
2. Berger, M.J., Coursey, J.S., Zucker, M.A., and Chang, J. ESTAR, PSTAR, and ASTAR: Computer Programs for Calculating Stopping-Power and Range Tables for Electrons, Protons, and Helium Ions (version 1.2.3). – Режим доступа: <http://physics.nist.gov/Star.NIST>, 2005.
3. Ahlen S.P. Theoretical and experimental aspects of the energy loss of relativistic heavily ionizing particles // Reviews of Modern Physics 52 (1), 1980, P. 121. DOI:10.1103/RevModPhys.52.121.
4. Dalton P., Turner J.E. New evaluation of mean excitation energies for use in radiation dosimetry // Health Physics 15(3), 1968, P. 257–262.
5. Смоляр В.А., Чан Х.К. Аналитическая аппроксимация средней энергии возбуждения в формуле Бете для тормозной способности вещества на основе модели атома Томаса–Ферми // Известия Волгоградского государственного технического университета 11(3), 2015. С. 24-28. http://vstu.ru/files/vstu_periodical/1789/upload/no_3_161_-2015.pdf.
6. Moliere G. Theorie der Streuung schnell geladener Teilchen I. Einzelstreuung am abgeschirmten Coulomb-Feld, Zeitschrift für Naturforschung – Section A Journal of Physical Sciences 2(3), 1947. – P. 133–145.
7. Zhilin S.I. Simple method for outlier detection in fitting experimental data under interval error // Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems 88 (1), 2007. – P. 60-68. DOI:10.1016/j.chemolab.2006.10.004.

Выявление группы риска несовершеннолетних для профилактики правонарушений с использованием информационно-рейтинговой системы LevelPride

С.Н. Соколова, О.С. Терновой
АлтГУ, г. Барнаул

В настоящее время мероприятия, направленные на профилактику правонарушений среди несовершеннолетних, в основном предполагают массовую работу, как правило, в рамках класса. Эти мероприятия обычно неэффективны, так как сводятся к профилактическим беседам и лекциям. В результате таких мероприятий не оказывается профессиональная помощь, например работа с психологом, а если и оказывается, то эффективность такой работы в рамках коллектива значительно ниже по сравнению с индивидуальной работой.

Индивидуальные мероприятия по профилактике правонарушений начинаются, как правило, уже после того, как несовершеннолетний обозначил свое «предрасположение» к группе риска, например низкой успеваемостью, прогулами и т.д. То есть работа, которая должна быть направлена на предотвращение, начинается уже по факту пусть пока незначительных, но, тем не менее, уже совершенных правонарушений.

В данной работе предлагается способ раннего выявления группы риска среди несовершеннолетних, потенциально склонных к правонарушениям. В основе способа – методы статистического и кластерного анализа. В качестве анализируемых данных выступают данные информационно-рейтинговой системы Level Pride [1]. В данную систему пользователи самостоятельно загружают данные о своих достижениях: победах в соревнованиях, участии в олимпиадах, текущей успеваемости, занятиях в творческих кружках. Таким образом можно предположить, что у группы риска достижения и различные характеристики, внесённые в данную систему, будут отличаться, например у ребенка, который имеет хорошую посещаемость, занимается в различных секциях, участвует в олимпиадах и т.д. Вероятность совершения правонарушения будет меньше.

Для подтверждения нашей гипотезы к указанным данным была применена одна из модификаций метода кластеризации k-means [2]. Этот метод позволяет проводить кластеризацию при заранее известном числе кластеров. В этом случае требуется выполнить кластеризацию по двум кластерам. Первый соответствует группе риска, второй – «благополучной группе».

По результатам кластеризации и дальнейшего наблюдения школьников точность выявления группы риска составила: ошибка первого рода – менее 1% процента, ошибка второго рода – 2%.

На основании полученных данных можно предложить следующий способ выявления группы риска:

1. Регистрация школьников в системе LevelPride;
2. Организация постоянного внесения в систему различных достижений;
3. Выявление группы риска путем анализа данных внесенных в систему.

В дальнейшем такой подход позволяет вести индивидуальные занятия, направленные на профилактику правонарушений, причем ещё до совершения правонарушения. Также следует обратить внимание, что индивидуальный подход позволяет значительно расширить спектр мероприятий, направленных на профилактику правонарушений. Например, рекомендовать ребенка для занятий в тот или иной кружок или провести с ним работу индивидуального плана с психологом.

Библиографический список

1. Информационно-рейтинговая система LevelPride [Электронный ресурс] / URL: <http://www.levelpride.com>.
2. Алгоритмы кластерного анализа [Электронный ресурс] / URL: <http://www.dea-analysis.ru/clustering-5.htm>.

Разработка информационно-аналитической системы скрининга тромбогенного риска

К.П. Стародубцев
АлтГУ, г. Барнаул

В современном мире все с большим темпом во все сферы деятельности человечества проникают компьютерные технологии. Лидирующие области по внедрению компьютерных технологий в

быт человека являются бухгалтерия, различные складско-учетные программы, а также в здравоохранении [1].

Внедрение информационных систем в медицинские учреждения позволяет создавать сеть с распределенным хранением данных о пациентах, что частично решает проблему получения информации о больном и упрощает информационное взаимодействие между медицинскими учреждениями. Современные информационные системы так же подталкивает медицинские учреждения к сотрудничеству, не говоря уже о помощи врачам в диагностике и лечении пациентов.

Потому в рамках исследовательской работы, была поставлена цель – разработать программный продукт – Информационную скрининговую систему. Разрабатываемая система должна предоставлять помощь медицинским сотрудникам в диагностике заболеваний пациента. Основной возможностью информационной системы является предоставление скрининговых форм, для заполнения данных о пациентах. Разрабатываемые скрининговые формы должны на основании анамнестических данных осуществлять первичную диагностику авциентов. Также система должна иметь функцию вывода полного списка пациентов, экспорта и импорта данных, а также функцию планирования даты ближайшего анкетирования.

Программный продукт было решено реализовывать на WEB-платформе, для обеспечения распределенного доступа к функционалу системы. Данная платформа так же была выбрана, из-за ее гибкости по отношению к большому объему информации, который необходимо получать, обрабатывать и хранить соответственно [2, 3].

Информационная система имеет 3 уровня доступа к функционалу, каждый из которых имеет собственный набор функций.

На всех трех уровнях доступен основной функционал. Такой как:

- добавление нового пациента в базу;
- поиск пациента в имеющейся базе;
- мониторинг ближайшего посещения пациентов.

После выбора пациента, открывается доступ к различным видам опросников для пациентов.

Во всех из них имеются поля для заполнения, как самими пациентами, так и их лечащими врачами.

Наиболее значимой на данный момент является скрининговая форма – «учет факторов тромбогенного риска». В ней собран большой объем вводимых данных, на основе которых происходит подсчет риска, и выдаются соответствующие рекомендации. Данные, вводимые в систему, сохраняются в соответствующей базе данных на сервере. Связь между данными происходит по двум идентификаторам: «Серия и номер страхового свидетельства» и «Дата заполнения формы».

Весь программный код разбит на модули – слабо связанные программные единицы. Каждый модуль отвечает за определенный функционал в системе.

Модуль администрирования представляет собой систему управления контентом. Вся информация в системе администрирования формируется динамически из элементов, расположенных в служебной базе данных. Система работает со следующей структурой данных. Интерфейсные формы делятся на параграфы. В свою очередь параграфы содержат в себе список параметров, отображаемых пользователю. Также имеется содержимое списков вариантов ответа для качественных параметров. Функционал системы администрирование позволяет управлять всеми перечисленными элементами (создание нового, изменение, удаление) а также контролировать видимость тех или иных элементов системы.

Модуль аутентификации пользователя необходим для авторизации и корректной работы пользователей в системе. Для его реализации был выбран метод сессий.

Модуль работы с файлами необходим для синхронизации локальных версий. Для работы с системой экспорта и импорта было выбрано расширение «csv», т.к. оно универсально как для текстовых редакторов и систем со схожей архитектурой, так и для табличных процессоров (и программ на их основе).

Модуль основного интерфейса содержит в себе несколько функций:

Первая глобальная функция модуля – это добавление нового пациента в базу данных. Данная функция включает в себя не только внесение данных о новом пациенте в базу, используя расширение PHP Data Objects, но и подфункции определения возраста и пола пациента, что необходимо для включения или отключения некоторых опциональных опросников.

Вторая глобальная функция модуля – поиск пациента в базе данных. Поиск может осуществляться по нескольким критериям с использованием оптимизированный SQL-запросов.

Кроме того, в системе реализована функция отслеживания пациентов по дате посещения, которая предоставляет информацию и том, кто должен прийти на прием в определенный день и кто пропустил день своего приема.

Модуль работы с пациентами, в зависимости от введенных данных, определяет корректные для данного возраста и пола опросники и предлагает их для заполнения.

Так же реализована функция просмотра и изменения уже имеющихся данных в опросниках. Так как, анамнестические данные постоянно обновляются, ввиду улучшения или ухудшения состояния пациента, то имеется функция добавления новой записи о пациенте, для отслеживания динамики лечения.

Также системе необходим контроль за последующими обращениями пациентов. Поэтому, создана функция подсчета даты следующего обращения пациента, благодаря которой легко отслеживать, в какой день пациенту следует обратиться на прием в следующий раз.

Еще одной важной функцией, реализованной в системе можно назвать функцию автоматического формирования заключения. В зависимости от введенной информации о пациенте происходит подсчет баллов по каждому критерию, в результате которого система предоставляет результирующее значение и предлагает наиболее подходящий вариант развития событий для пациента (например, необходимость обратиться к тому или иному врачу).

В рамках оптимизации кода были реализованы специализированные классы и библиотека функций:

- класс SQL-запросов к базе данных, основанный на технологии PHP Data Object;
- класс работы с csv-файлами;
- библиотека служебных функций (динамическое формирование интерфейсных форм, интерфейсные функции, алгоритмические функции расчета заключений).

В силу того, что разрабатываемая система предназначена для хранения медицинских данных, предназначенных в том числе для дальнейшего анализа, то в ней были реализованы следующие особенности:

- шифрование данных пользователей;
- проверка на корректность ввода данных;
- защита от повторного введения информации;
- защита от SQL-инъекций.

Таким образом, разработанная система должна позволить обеспечить снижение уровня «запущенных» заболеваний населения, без привлечения специализированного и высокотехнологичного медицинского оборудования. Благодаря своей структуре, в будущем система может получить поддержку методов искусственного интеллекта, а также математического анализа [4].

Библиографический список

1. Цхай А.А., Рыков Д.А., Сибиряков А.В., Шайдуров А.А. Информационно-моделирующая система мониторинга деятельности сельхозпроизводителей региона // Известия Алтайского государственного университета. – 2011. – №1/2. – С. 126–130.
2. Гарбуз С.С., Шайдуров А.А. WEB-интерфейс сбора и распределенной обработки данных для нейросетевого моделирования // Многоядерные процессоры, параллельное программирование, ПЛИС, системы обработки сигналов. – 2015. – №5. – С. 156–158.
3. Шайдуров А.А., Зацепин П.М. // Информационно-поисковые системы для INTRANET-сетей Известия Алтайского государственного университета. – 2000. – №1. – С. 061–062.
4. Шайдуров А.А., Шатохин А.С., Пиянзин А.И. и др. Нейросетевой диагностический комплекс с элементами автоматической модификации // Нейроинформатика и ее приложения: материалы XII всероссийского семинара. – Красноярск, 2004. – С. 171–172.

УДК 519.115

Генерация лабиринта с заданными позициями входа и выходов

Т.М. Тушкина, Н.В. Павлова
БТИ (филиал) АлтГТУ, г. Бийск

Авторы разрабатывают модель сборного лабиринта с одним входом и несколькими выходами. Лабиринт будет служить элементом технопарка для детей дошкольного и младшего школьного возраста. Для эффективности функционирования лабиринта необходимо обеспечивать его вариативность. Положим, что лабиринт реализуется на сетке размерности $m \times n$, узлам сетки соответствуют

опоры. На опорах крепятся стенки. Форма лабиринта меняется в зависимости от того, как установлены стенки на опорах. По периметру сетки выбирается 1 позиция входа и k позиций выходов. Положим, что внутри лабиринта расположено l стенок. В работе рассматриваются две взаимосвязанные задачи. Пересчет: сколько существует способов установить l стенок внутри лабиринта? Генерация: в рамках указанных допущений перебрать все возможные формы лабиринтов.

Общее количество стенок лабиринта размерности $m \times n$ определяется посредством выражения $2mn+m+n$, при этом внешних (ограничивающих) стенок будет $2(m+n)$, остальные $2mn-m-n$ будут внутренними. Пронумеруем все элементарные стенки сетки числами от 1 до $2mn+m+n$. Выберем позиции входа и выходов. Их будет $1+k$.

Введем обозначения: 0 – стенка есть, 1 – стенки нет. Тогда каждому лабиринту будет ставиться в соответствие число, записанное $2mn+m+n$ символами из множества $\{0, 1\}$, причем в разрядах, соответствующих выбранным позициям входа и выходов, будут записаны 1, а в разрядах, соответствующих остальным ограничивающим стенкам – 0. Разряды двух указанных видов будем называть зарезервированными. Далее нужно расставить в оставшихся незарезервированных $2mn-m-n$ разрядах символы таким образом, чтобы было l символов 0, а остальные 1. Переход от одного из возможных вариантов к другому получается путем перестановки 0 и 1 в незарезервированных разрядах. Число всевозможных вариантов расстановки стенок на опорах будет определяться числом перестановок с повторением $(2mn-m-n)$ элементов, где l элементов первого класса (число 0) и $(2mn-m-n-l)$ элементов второго класса (число 1), т.е. определяется отношением:

$$\frac{(2mn - m - n)!}{l!(2mn - m - n - l)!}$$

Например, используя сетку 4×5 , положив, что выходов будет 4 (в фиксированных позициях), а стенок внутри лабиринта 12, получим, что стенки внутри лабиринта можно расставить:

$$\frac{(2 \cdot 4 \cdot 5 - 4 - 5)!}{12!(2 \cdot 4 \cdot 5 - 4 - 5 - 12)!} = \frac{31!}{12!19!} = 141120525 \text{ способами.}$$

Задача перечисления лабиринтов решается алгоритмически. На начальном этапе вводятся данные: количество строк (m) и столбцов лабиринта (n), количество выходов из лабиринта (k), количество стенок внутри лабиринта (l). В результате определяется число $2mn+m+n$ разрядов числа с цифрами 0 и 1, строится каркас лабиринта с пронумерованными стенками. Далее из предложенного перечня выбираются позиции входа и выходов. Символам в соответствующих разрядах присваиваются значения 1.

На следующем этапе происходит генерация лабиринта. Для этого в незарезервированных позициях записывается число i в двоичной системе счисления ($i = 0 \dots 2^{2mn-m-n} - 1$). Если арифметическая сумма символов во всех разрядах числа i равна $2mn-m-n-l+k+1$, то код лабиринта выводится на экран, в противном случае $i := i+1$, переход к началу цикла. В результате этих действий определяются двоичные числа (коды лабиринтов), удовлетворяющие всем поставленным условиям. Для каждого кода лабиринта на экране появляется соответствующая ему схема. Предполагается демонстрировать посетителям технопарка работу программы генерации лабиринта, а также снабжать их схемой реализованного в настоящий момент лабиринта для обучения в игровой форме ориентированию на местности по карте.

УДК 519.23

Сильная согласованность в задачах восстановления зависимостей по данным с интервальной неопределённостью

С.П. Шарый

Институт вычислительных технологий СО РАН,

г. Новосибирск

Предметом нашей работы является развитие методов анализа данных, имеющих интервальную неопределённость.

Мы рассматриваем задачу восстановления линейной зависимости вида

$$b = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n,$$

в которой неизвестные коэффициенты x_1, x_2, \dots, x_n должны быть определены на основе ряда измерений значений a_1, a_2, \dots, a_n (входных переменных) и b (выхода). Измерения неточны, и мы

предполагаем, что неопределённость носит интервальный характер, т. е. нам известны лишь интервалы возможных значений измеренных величин. Таким образом, в результате i -го измерения получаем такие $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}, b_i$, что истинное значение a_1 лежит в a_{i1} , истинное значение a_2 лежит в a_{i2} и т.д. вплоть до b , истинное значение которого лежит в b_i . Всего имеется m измерений, так что индекс i принимает значения из множества $\{1, 2, \dots, m\}$. В целом можно полагать, что заданы интервальная $m \times n$ -матрица $A = (a_{ij})$ и интервальный m -вектор $b = (b_i)$, которые представляют, соответственно, измеренные входные воздействия и выходной отклик рассматриваемой модели. Нам необходимо найти или оценить коэффициенты $x_j, j = 1, 2, \dots, n$, для которых выписанная выше линейная функция «наилучшим образом» приближала бы данные.

Будем говорить, что семейство значений параметров x_j *согласуется* с интервальными данными $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}, b_i, i = 1, 2, \dots, m$, если для каждого индекса i существуют такие a_{i1} из a_{i1}, a_{i2} из a_{i2}, \dots, a_{in} из a_{in} и b_i из b_i , что имеет место равенство $b_i = a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_{in} x_n$ (см., к примеру, [1, 2]). Иллюстрацию этого понятия можно увидеть на рисунке 1, где каждая из изображённых прямых определяется параметрами, которые согласуются с интервальными данными.

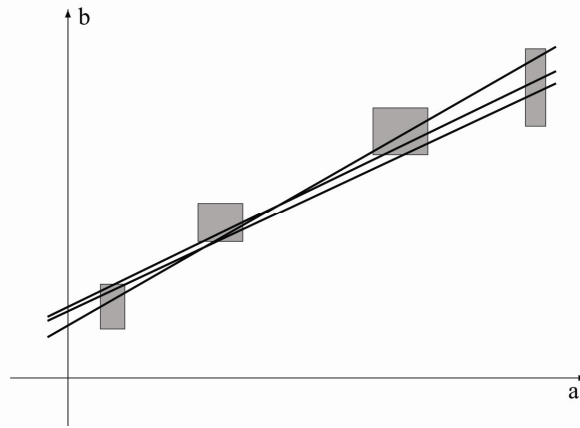


Рисунок 1 – Иллюстрация согласования параметров модели и интервальных данных измерений

Множество всех параметров, согласующихся с данными, образует множество, которое называют *множеством допустимых значений параметров, информационным множеством задачи* и т.п. В интервальном анализе оно также известно как *объединённое множество решений* $\Xi_{uni}(A, b)$ для интервальной системы линейных алгебраических уравнений $Ax = b$, построенной по данным измерений. Формально оно определяется как

$$\Xi_{uni}(A, b) = \{ x \mid (\text{существует } A \text{ из } A)(\text{существует } b \text{ из } b)(Ax = b) \}.$$

В то же время, в некоторых практических задачах сформулированное выше понимание «решения» не вполне адекватно рассматриваемым ситуациям. Тогда желательны другие условия на согласование параметров модели и интервальных данных задачи, на что впервые было обращено внимание, по видимому, в работе [3].

Рассмотрим, к примеру, ситуацию, когда измерение выходного отклика модели выполняется после того, как зафиксированы значения на входе. Если в результате i -го измерения выхода мы получаем некоторый интервал b_i , то естественно ожидать, что действительное значение b на выходе принадлежит b_i вне зависимости от того, каковы входные значения a_1, a_2, \dots, a_n в пределах соответствующих интервалов $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$. Но приведённое выше определение согласования параметров и данных допускает такие семейства коэффициентов x_1, x_2, \dots, x_n , что значения восстанавливаемой функции $b = a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_{in} x_n$ могут не лежать в пределах b_i для некоторых a_{i1} из a_{i1}, a_{i2} из a_{i2}, \dots, a_{in} из a_{in} .

Будем говорить, что семейство значений параметров модели x_j *сильно согласуется* с интервальными данными $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}, b_i, i = 1, 2, \dots, m$, если для каждого индекса i и для любых точечных представителей a_{i1} из a_{i1}, a_{i2} из a_{i2}, \dots, a_{in} из a_{in} существует такое b_i из b_i , что имеет место равенство $b_i = a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_{in} x_n$. Иллюстрация этого понятия дана на рисунке 2, где прямая восстанавливаемой зависимости проходит через боковые грани прямоугольников неопределённости. Множество параметров модели, удовлетворяющих условию сильного согласования, является ни чем иным, как *допусковым множеством решений* $\Xi_{toi}(A, b)$ для интервальной системы линейных алгебраических уравнений $Ax = b$. Формально оно определяется как

$$\Xi_{toi}(A, b) = \{ x \mid (\text{для любого } A \text{ из } A)(\text{существует } b \text{ из } b)(Ax = b) \}.$$

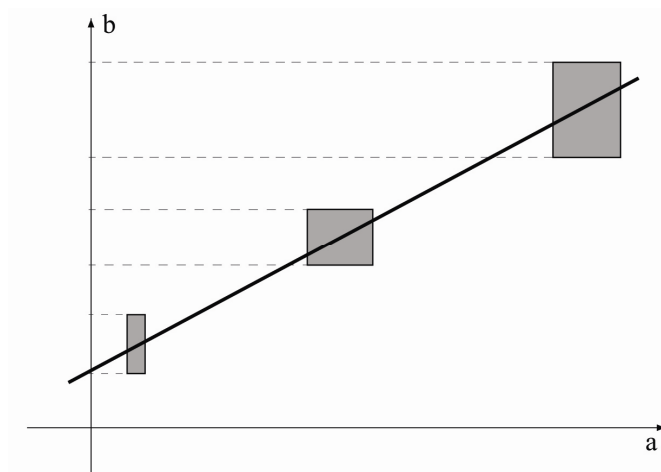


Рисунок 2 – Иллюстрация сильной согласованности параметров модели и интервальных данных измерений

Допусковое множество решений для интервальных систем линейных алгебраических уравнений сравнительно хорошо изучено (см., в частности, работы [4, 5, 6]). Оно всегда является выпуклым полиэдральным множеством. Существуют практические методы для распознавания пустоты или непустоты допускового множества решений, а также для его внутреннего и внешнего оценивания. Интересно отметить, что распознавание допускового множества решений является полиномиально сложной задачей, тогда как распознавание объединённого множества решений NP-трудно.

В нашей работе обсуждаются практические методы нахождения оценок параметров зависимостей, удовлетворяющих условию сильной согласованности с данными, рассматриваются их свойства и приложения.

Задача восстановления зависимостей становится ещё более сложной, когда некоторые измерения, требующие сильной согласованности, сочетаются с измерениями, где достаточна согласованность в обычном смысле (которую можно назвать *слабой*). Тогда решение задачи восстановления зависимостей приводит к необходимости рассмотрения так называемых АЕ-решений и множеств АЕ-решений для интервальных систем уравнений [7].

Библиографический список

1. Оскорбин Н.М., Максимов А.В., Жилин С.И. Построение и анализ эмпирических зависимостей методом центра неопределённости // Известия Алтайского государственного университета. – 1998. – № 1. – С. 37–40.
2. Шарый С.П. Разрешимость интервальных линейных уравнений и анализ данных с неопределённостями // Автоматика и Телемеханика. – 2012. – №2. – С. 111–125.
3. Gutowski M.W. Interval experimental data fitting // Focus on Numerical Analysis / J.P. Liu, editor. – New York: Nova Science Publishers, 2006. – P. 27–70.
4. Shary S.P. Solving the linear interval tolerance problem // Mathematics and Computers in Simulation. – 1995. – Vol. 39. – P. 53–85.
5. Шарая И.А. Строение допустимого множества решений интервальной линейной системы // Вычислительные Технологии. – 2005. – Т. 10, №5. – С. 103–119.
6. Шарый С.П. Решение интервальной линейной задачи о допусках // Автоматика и Телемеханика. – 2004. – №10. – С. 147–162.
7. Shary S.P. A new technique in systems analysis under interval uncertainty and ambiguity // Reliable Computing. – 2002. – Vol. 8, No. 5. – P. 321–418.

УДК 004.5

Система трехмерного представления объектов социальной инфраструктуры

А.Р. Шугуров, С.П. Семенов, В.В. Славский, Д.И. Вуколов
ЮГУ, г. Ханты-Мансийск

Во многих развитых странах мира значительное внимание уделяется проблеме создания безбарьерной среды. Существуют две основные проблемы в перемещении маломобильных граждан: первая связана с физической недоступностью объектов социальной инфраструктуры (далее ОСИ), а вторая – с недоступностью информации о каждой из локаций. Первая проблема решается установкой

новых конструкций на существующие объекты застройки и проектированием новых зданий с учетом интересов маломобильных граждан.

Одним из возможных решений второй проблемы являются разработки в области геоинформационных технологий. Обеспечение людей с ограниченными возможностями сведениями о доступности ОСИ удобно реализовать через информационный ресурс, размещенный в глобальной сети интернет. Магазины, поликлиники, театры и другие социальные объекты, которые оборудованы с учетом интересов и возможностей маломобильных граждан предлагается отметить на карте и для каждого объекта дать подробное описание с фотографиями, а так же классифицировать доступность локаций и социальных объектов. Ресурс должен иметь возможность добавления данных пользователями данной системы, а также иметь инструмент информационного обмена между пользователями. Помимо этого сведения из системы должны удовлетворять потребностям, например, муниципалитета в принятии решений о формировании безбарьерной среды.

Система Geowheel – одна из возможных методик проектирования и реализации информационного ресурса на базе ГИС-технологий, отражающего комплексную оценку современного фонда городской застройки с точки зрения доступности для маломобильных граждан. Ресурс реализуется на базе Югорского Государственного Университета.

Система отображает ОСИ, классифицируя их по степени доступности для маломобильных граждан. Основопологающим «критерием» для этого является наличие специально оборудованных конструкций (пандусов, поручней, дверей и др.) на входе в здания. Как правило, именно вход является одним из основных барьеров для человека с ограниченными возможностями, так как зачастую имеет лестницу или иные конструкции. Существуют федеральные и региональные регламенты, отвечающие за требования к оформлению подобных картографических проектов, которые так же должны быть учтены. В приложении к приказу Минтруда России №627 от 25 декабря 2012 г. [1], а так же в методическом пособии Министерства труда и социальной защиты РФ [2] подробно описана методика классификации ОСИ по степени их доступности, руководствуясь которой все ОСИ предлагается разделить на три категории доступности:

1. Свободный доступ.
2. Затрудненный доступ
3. Доступ невозможен.

На данный момент, существует потребность в трехмерном представлении объектов социальной инфраструктуры. Разработка системы трехмерного представления объектов социальной инфраструктуры в системе Geowheel позволит обеспечить доступ граждан (в том числе маломобильных групп населения), организаций и органов местного самоуправления к пространственным данным, эффективно использовать их в целях удовлетворения потребности в получении информации относительно объектов социальной инфраструктуры г. Ханты-Мансийска, а также путей перемещения к ним.

Цель работы – удовлетворение информационной потребности маломобильных групп граждан через разработку и реализацию системы трехмерного представления объектов социальной инфраструктуры.

Процесс интегрирования виртуальных 3D панорам в информационные системы для маломобильных групп населения можно разделить на три основных этапа:

- съемка местности;
- обработка фотографий;
- загрузка на web-сервер.

Для начала были выбраны точки для съемки. Их выбор производился по принципу наибольшей информативности для маломобильных граждан (особое внимание уделялось пандусам, дверным проемам и т.д.).

Точки съемки составляют 3 группы: точки общего плана, промежуточные точки и специализированные.

В общей сложности были выбраны 52 точки для съемки. В связи с тем, что разрабатываемая система направлена на удовлетворение потребностей, в первую очередь, маломобильных групп граждан, большая часть позиций для съемки – специализированные.

После определения контрольных точек, следует этап фотографирования ОСИ.

Съемка территории и сооружений осуществлялась посредством фотоаппарата и наземного сенсора определения местоположения.

Для получения наиболее качественных результатов были выполнены испытания на полигоне. Определение координат центров фотографирования при съемке с помощью спутниковых приемников позволило выполнить калибровку оборудования.

Далее следует этап создания 3d панорамы, который состоит в том, чтобы изготовить эти сопрягающиеся картинки-текстуры. После чего «склеить» их в изображение специального формата, так называемую «Кубическую проекцию».

Склейка панорам производилась в программе PanoramaStudio.

Объединение панорам в единый тур производилось в программе Pano2VR. На каждой панораме были отмечены точки перехода и наложены ссылки на панорамы, снятые с соседних позиций. Для лучшей ориентации пользователя в системе, все переходы подписывались. А для большей информативности с точки зрения маломобильных граждан – были добавлены подсказки, информирующие о ширине дверных проемов и «крутизне» пандусов.

После создания тура, модуль визуализации ОСИ был интегрирован на веб-сервер системы Geowheel.

Полученные в результате исследований и создания системы трехмерные модели зданий, сооружений, парковок, парков и улиц г. Ханты-Мансийска могут быть применены:

- в качестве готового программного средства для визуализации пространственных данных;
- для накопления, ведения, обработки и представления пространственных данных в сети Интернет;
- для интеграции в ресурсы, содержащие пространственные данные по объектам социальной инфраструктуры, организациям и иным объектам;
- для интеграции в порталы и сайты органов власти различного уровня.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам РФФИ 15-41-00092 р-урал-а.

Библиографический список

1. Об утверждении методики, позволяющей объективизировать и систематизировать доступность объектов и услуг в приоритетных сферах жизнедеятельности для инвалидов и других маломобильных групп населения, с возможностью учета региональной специфики: приказ Минтруда России №627 от 25 декабря 2012 г.
2. Министерство труда и социальной защиты Российской Федерации. Методика паспортизации и классификации объектов и услуг с целью их объективной оценки для разработки мер, обеспечивающих их доступность: методическое пособие. – Москва, 2012. – 188 с.
3. Семенов С.П., Ташкин А.О. Интерактивная геоинформационная система для маломобильных граждан // Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования», Барнаул, 20-24 октября, 2015. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 1007–1010.
4. Семенов С.П., Славский В.В., Ташкин А.О. Анализ информационных ресурсов, направленных на удовлетворение информационных потребностей людей с ограниченными возможностями // Вестник НГУ. Серия: (в печати).

Секция 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ, ЭКОНОМИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

УДК 519

Валовой региональный продукт Алтайского края. Прогнозирование динамики

*Н.С. Бабкина, Р.Н.О. Ибрагимов**АлтГУ, г. Барнаул*

Экономика Алтайского края – это сложившийся многоотраслевой комплекс. В структуре валового регионального продукта существенно преобладают промышленность, сельское хозяйство, торговля. Данные виды деятельности формируют 53,6% общего объема ВРП.

Современная структура промышленного комплекса края характеризуется высокой долей обрабатывающих производств (свыше 80% в объеме отгруженных товаров), ведущими из них являются производство пищевых продуктов, производство машиностроительной продукции (вагоно-, котло-, дизелестроение, электрооборудование), производство кокса, а также химическое производство, фармацевтическое производство, производство резиновых и пластмассовых изделий.

Валовой региональный продукт Алтайского края в 2013 году увеличился на 10% 439,6 млрд. рублей. Основной вклад в прирост ВРП внесли промышленность (обрабатывающие производства и добыча полезных ископаемых), строительство, торговля, транспорт и связь. Также усилилась роль потребительского спроса на услуги со стороны населения. При этом росту ВРП поспособствовала развитие особой экономической зоны туристско-рекреационного типа «Бирюзовая Катунь» и игорной зоны «Сибирская монета», которые расположены в регионе.

Рост валового регионального продукта по итогам 2015 года в Алтайском крае 100,4%. Объем – 495 млрд рублей. По расчетам Минэкономразвития, в целом по России оценка ВВП имеет отрицательное значение – на 3,9%. По стоимости отгруженных промышленных товаров прирост в 14%, который объясняется, с одной стороны, реализованной со складов продукцией, произведенной в предшествующие период, и, с другой стороны, инфляционными процессами, сохранение уровня промышленного производства в регионе в 2015 году в объемах 2014 года одним из главных позитивных результатов. В стране наблюдалось сокращение промышленного производства. На этом фоне индекс промышленного производства в натуральных сравнениях – одна единица продукции к единице продукции – уменьшился.

В регионе также был обеспечен хороший уровень производства в сельском хозяйстве, строительстве. Все это обеспечило хоть и небольшой, но рост ВРП, что дает определенные преимущества при выходе из кризиса. На восстановительном этапе есть все основания рассчитывать на более быстрый экономический рост.

Основные параметры прогноза экономического развития Алтайского края разработаны с учетом трех основных сценариев развития:

- форсированного, предполагающего интенсификацию всех факторов экономического роста на основе существующего наращивания инвестиций;
- инновационного, характеризующегося устойчивыми темпами роста на основе улучшения инвестиционного климата, усиления тенденции к импорту замещению;
- консервативного, предполагающего сохранение низкой конкурентоспособности экономики и умеренных темпов экономического роста.

Параметры утвержденной госпрограммы сформированы преимущественно на основе сценария инновационного развития. В конце прогнозного периода возможен переход к форсированному сценарию развития, который обеспечит значительное продвижение к целевым показателям и приоритетам.

В ближайшем прогнозируемом периоде до 2017 года среднегодовой прирост ВРП (в сопоставимых ценах) будет находиться в пределах 4,5–5 процентов, в последующие годы – не менее 7 процентов в год. По мнению краевых властей, рост будет обусловлен дальнейшей реализацией крупных инвестиционных проектов на территории Алтайского края, ростом производительности труда, что позволит увеличить добавленную стоимость производимой продукции.

УДК 519.711.3:331.5

Оценка достоверности математической модели прогноза востребованности выпускников высшего профессионального образования в Алтайском крае

Н.С. Бабкина
АлтГУ, г. Барнаул

Рассматривается задача оценки достоверности прогнозной модели востребованности выпускников высшего профессионального образования на развивающемся рынке труда Алтайского края в среднесрочной и долгосрочной перспективе.

Разработка математической модели в этой предметной области проведена в работе [1] и базируется на балансовых соотношениях при описании интенсивности потоков абитуриентов вузов края, выпуска специалистов ВПО, трудоустройства по полученной специальности в составе 25 укрупненных групп, которые учитывают миграционные поправки, отсеб студентов, призыв в армию и др.

Востребованность специалистов ВПО в условиях региональной экономики определяется двумя факторами: общей потребностью в данной категории работников экономики и количеством работающих специалистов на предприятиях и организациях. Уровень предложения специалистов ВПО в рассматриваемый годовой период времени, определяется структурой и количеством студентов, подготовленных всеми вузами региона.

В работе [1] параметры прогнозной модели определялись по фактическим данным рассмотренных процессов за ограниченный период 2002-2009 гг. в силу того, что статистика по структуре валового регионального продукта (ВРП) по новой классификации видов экономической деятельности – ОКВЭД – принята в РФ в начале этого периода. Оценка прогнозных показателей востребованности специалистов ВПО рассматриваемой математической модели выполнена на период 2010-2019 гг. В настоящее время с использованием фактических данных появляется возможность оценки достоверности математической модели и внесение изменений по ее структуре и значениям параметров. Методический инструментарий этих исследований представлен в работе [2].

В докладе рассмотрены подходы к оценке достоверности выделенных групп факторов и к информационному обеспечению рассматриваемой задачи прогноза в условиях Алтайского края.

Программная реализация методики оценки достоверности прикладной модели выполнена в среде в среде электронных таблиц Excel.

Результаты исследования уточненной динамики расчетных показателей позволяют сделать вывод о том, что управление выпуском специалистов вузов приведет к положительному эффекту – к снижению рассогласования спроса и предложения специалистов ВПО на рынке труда Алтайского края.

Библиографический список

1. Панюкова А.Б. Математическое моделирование востребованности выпускников высшего профессионального образования в Алтайском крае: дис. ... канд. техн. наук. – Барнаул: АлтГУ, 2011.
2. Оскорбин Н.М. Журавлева В.В. Аналитические методы и модели в экономике: учебное пособие. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015.

УДК 519.688+614.84

Интервальная оценка пожарного риска пролива легковоспламеняющихся жидкостей

Р.И. Бабков, Д.В. Герасименко
НГУ, г. Новосибирск

Зачастую при проектировании пожароопасных объектов проектировщики предлагают несколько альтернативных вариантов его планировки. Согласно действующему законодательству для любого проектируемого объекта должен быть оценен пожарный риск. Из ряда альтернатив будет выбрана та, при которой величина риска наименьшая.

Пожар пролива – это один из возможных сценариев аварии, который может возникнуть на производственном объекте. Он был подробно рассмотрен, в частности, в работе [1]. Целевой метрикой риска пожара пролива является величина интенсивности теплового излучения, отражающая ущерб, наносимый человеку, находящемуся на расстоянии X от пламени пожара.

Основными особенностями задачи являются параметрическая неопределённость и сложный вид целевой функции. Любые математические модели, используемые для описания аварийных процессов, имеют большое количество параметров. Величины каждого из них зачастую неточны, т.е. обладают неопределённостью. При анализе задачи, в большинстве случаев, известны нижняя и верхняя границы изменения каждого параметра, т.е. все параметры представлены в интервальной форме, следовательно, естественно решать данную задачу с помощью интервальных методов. В то же время, использование простейших инструментов интервального анализа даёт грубую оценку целевой функции. Таким образом, необходимо решить задачу нахождения области её значений.

Задача нахождения области значений целевой функции $f: \mathbf{D} \rightarrow \mathbb{R}$, $\mathbf{D} \subset \mathbb{R}^n$ сводится к решению двух задач глобальной оптимизации:

$$\text{ran}(f, \mathbf{D}) = \left[\min_{x \in \mathbf{D}} f(x), \max_{x \in \mathbf{D}} f(x) \right].$$

Для решения данной задачи были использованы интервальные методы глобальной оптимизации.

В ходе экспериментов было установлено, что простейший интервальный алгоритм глобальной оптимизации, псевдокод которого можно найти в [2], не справляется с данной практической задачей. Были реализованы различные его модификации. Ключевыми улучшениями алгоритма являются:

- использование автоматического дифференцирования для построения интервальных оценок первых и вторых частных производных;
- использование дифференциальной центрированной формы для оценки области значений целевой функции и её частных производных;
- использование информации о монотонности целевой функции;
- изменение правила выбора дробимой компоненты ведущего бруса в алгоритме глобальной оптимизации;
- сужение области определения при помощи оператора Кравчика, применённого к градиенту целевой функции.

Алгоритм, реализующий данные модификации, успешно справился с поставленной практической задачей. В ходе работы был реализован программный комплекс на языке Java, позволяющий находить оценку глобального минимума целевой функции. Для данного языка существует библиотека интервальных вычислений «JInterval» [3], которая была использована при решении задачи.

В целом можно сделать вывод, что методы интервального анализа, в частности, развитые в настоящей работе, могут быть успешно применены к решению практических задач оценки рисков, которые имеют параметрические неопределённости в интервальной форме.

Библиографический список

1. Колесников Е.Ю. Количественная оценка неопределённости пожарного риска. Сценарий аварии «Пожар пролива ЛВЖ» // Проблемы анализа риска. – 2014. – Т. 11, №4. – С. 52–66.
2. Шарый С. П. Конечномерный интервальный анализ. – [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.sbras.ru/interval/Library/InteBooks/SharyBook.pdf>.
3. Nadezhin D.Yu., Zhilin S.I. JInterval Library: Principles, Development, and Perspectives // Reliable Computing. – 2014. – vol. 19, pp. 229–247.

УДК 51-74

Принятие управленческих решений врачом медицины катастроф при транспортировке новорожденных

Н.А. Банушкина, И.А. Гладченко
АлтГУ, г. Барнаул

По данным литературных источников примерно 5% (от 2%–7% по данным разных авторов) новорожденных нуждаются в высокотехнологичной, дорогостоящей помощи [1].

Все медицинские учреждения имеют утвержденный протокол консультирования и транспортировки новорожденных. На базе Алтайского центра медицины катастроф создан реанимационно-консультативный блок с выездной реанимационной бригадой. Работа бригады определена приказом Министерства здравоохранения Российской Федерации от 15 ноября 2012 г. N 921н «Об утверждении Порядка оказания медицинской помощи по профилю «неонатология».

Принятие решений основано на анализе информации большого объема: данных о течении беременности, родов и состоянии ребенка до начала транспортировки. В реанимобиле с аппаратуры снимаются показатели артериального давления и частоты сердечных сокращений, температура тела,

температуры обогревателя, вентиляции легких, проведения кислородно-воздушной терапии. Но этой информации не достаточно.

Бригаде необходимо оперативно использовать в работе приказы, методические рекомендации, схемы лечения, данные о лекарственных средствах [2]. Данный блок информации частично формализован, оперативный анализ данных затруднен.

В настоящее время, проблема эффективного обеспечения информацией врача медицины катастроф при транспортировке новорожденных не решена.

В Алтайском центре медицины катастроф проводятся исследования в этом направлении. На основе искусственных нейронных сетей создана система анализа данных и диагностики перинатального поражения центральной нервной системы. Зарегистрирована программа «Диагностика перинатального поражения центральной нервной системы (диагностика)» [3].

Проводится работа по интеллектуальному анализу данных полученных с аппаратуры. Используются следующие математические методы: искусственные нейронные сети, дискриминантный анализ, факторный анализ, кластерный анализ. Методы классической статистики: непараметрический метод χ^2 , однопараметрический метод Стьюдента, метод Манна-Уитни. Хранение и обработка информации реализуется с помощью облачных технологий. Разрабатываются технологии распределенной обработки данных и распределенных вычислений с использованием многопроцессорных вычислительных систем (многоядерных рабочих станций, персональных суперкомпьютеров и кластерных систем) [4].

Министерством здравоохранения утверждена концепция создания единой государственной информационной системы в сфере здравоохранения [5].

Концепция определяет цель, принципы, общую архитектуру, основные этапы создания информационной системы, механизм управления и ресурсного обеспечения, сопровождение системы, а также ожидаемый социально-экономический эффект.

Основной целью создания системы является обеспечение эффективной информационной поддержки процесса управления системой медицинской помощи, а также процесса оказания медицинской помощи, информационной поддержки врача.

Основным элементом этой системы является «электронная медицинская карта», разделы которой содержат метрику и карту пациента, врачебные осмотры, наблюдение за новорожденным (подраздел), состояние пациента [5, 6].

Создание электронной медицинской карты, позволит сформировать полную историю болезни, сохраняя все данные в федеральную базу. Это позволяет получить доступ к карте любому медицинскому учреждению в любое время. Управление и интеграция электронной медицинской информации осуществляется с использованием стандарта обмена HealthLevelSeven.

Стандартизация и профилирование ускорят процесс обмена информацией между медицинскими учреждениями как одного, так и разных профилей направленности, а единая система позволит максимально эффективно использовать все доступные информационные ресурсы.

Создание информационно-аналитической системы поддержки принятия управленческих решений поможет врачу ЛПУ оперативно принять решение лечебного характера.

Использование в практической работе интеллектуальных информационных систем особенно важно в тех областях медицины, где жизнь и здоровье пациента зависит от того, насколько быстро и безошибочно принято врачом решение.

Основные принципы создания системы поддержки принятия решений, формирования базы знаний (БЗ) и алгоритмов анализа изложены в работах [7, 8].

Целью настоящей работы является создание методики принятия решения врачом при транспортировке новорожденных силами центра медицины катастроф.

Выделен класс задач, для которого применение данной методики эффективно. Определены условия и ограничения применения.

Для принятия решений необходим анализ информации большого объема, а, как сказано выше, блок данных (методические указания, схемы лечения, лекарственные средства) не достаточно формализован.

Поэтому, в первую очередь, необходимо разработать структуру базы данных (BD) и базы знаний (BZ), предназначенных для интеллектуального анализа и принятия решений.

Пусть X – множество параметров, характеризующих состояние новорожденного, и принимающих не благоприятные значения. Не благоприятными являются количественные показатели, значение которых отклоняется от нормы в нежелательную сторону, а также качественные признаки, характеризующиеся наличием/отсутствием, не соответствуют норме. Значения данных факторов и их соче-

тание определяют оперативное принятие решения. Под решением понимается необходимость совершения определенных действий, их последовательность, набор лекарственных препаратов, схема лечения.

Пусть Y – множество решений, $X, Y \in BZ$.

Задача решается в предположении, что существует набор параметров влияния $(x_{h1}, \dots, x_{hg}) \in X$, для которого однозначно поставлено в соответствие решение $y_j \in Y$, и это решение единственное.

j – порядковый номер решения в множестве $Y \in BZ$; $1 \leq h_i \leq g$, где h_i – порядковый номер «неблагоприятного» параметра в BD ; g – количество «неблагоприятных» параметров; $g \leq k$, k – общее количество параметров в BD .

Статистические данные, накопленные в центре медицины катастроф, опыт специалистов реанимационно-консультативной блока, схемы лечения, методические указания, приказы министерства здравоохранения являются основой для создания базы знаний требуемой структуры.

Важным условием предлагаемой методики является поддержка базы знаний в актуальном состоянии. С одной стороны, методический блок постоянно обновляется. С другой стороны, в BZ должна накапливаться информация об эффективных решениях, при которых достигнут положительный результат. Для этого в BZ формируется множество результатов – R , в состав которого входит информация о применении рекомендованного решения, результате, оценке эффективности принятых мер. Анализ множества R , может привести к уточнению набора рекомендаций, входящих в решение $y_j \in Y$, где $j = (1 \dots m)$, m – общее количество решений. То есть множество решений должно постоянно совершенствоваться, что приведет к повышению эффективности оказания медицинской помощи при транспортировке новорожденных.

Условия и ограничения определяются сутью задачи – реанимационная транспортировка новорожденных. Решение должно быть принято оперативно, максимально верно, время принятия решения минимально, интерфейс системы поддержки принятия решений максимально простой для понимания, ввода информации и получения результата.

Алгоритм принятия решений

Для каждого $x_i \in BD$, осуществляется сравнение с нормативами по данному показателю $n_i \in N$, $i = (1 \dots k)$, i – номер параметра в базе данных, k – количество параметров. База данных формируется на основании электронной медицинской карты, показателей, снятых в реанимобиле с аппаратуры, дополнительной информации о состоянии ребенка.

На основании анализа формируется подмножество параметров $(x_{h1}, \dots, x_{hg}) \in BD$, значение которых отклоняется от нормы в нежелательную сторону, а качественные признаки, характеризующиеся наличием/отсутствием, не соответствуют норме.

В результате формируется набор параметров влияния (x_{h1}, \dots, x_{hg}) , которому ищется соответствие в подмножестве $X \in BZ$. Соответствие должно быть однозначным. Если данное условие выполняется, то из множества решений $Y \in BZ$, выбирается рекомендованное решение $y_j \in Y$, где $j = (1 \dots m)$, m – общее количество решений.

Следует отметить, что все перечисленные выше действия, могут выполняться аналитической информационной системой без участия реанимационной бригады, которая получает рекомендации от системы в виде методических указаний, рекомендованной схемы лечения и лекарственных препаратов.

Система предполагает возможность ввода врачом дополнительных параметров о состоянии новорожденного. Эти параметры учитываются системой при анализе.

Так как в процессе реанимации и транспортировки новорожденных ситуация может многократно меняться, предусмотрены дополнительные рекомендации, изменение схемы лечения при изменении показателей датчиков аппаратуры или ввода врачом других значений параметров.

В системе предусмотрено ранжирование отклонений от нормативов. Поэтому фактически рекомендованное решение $y_j \in Y$ основывается не только на наборе параметров влияния (x_{h1}, \dots, x_{hg}) , но и на степени отклонения этих параметров от норматива. То есть подмножеству параметров $(x_{h1}, \dots, x_{hg}) \in BD$ ищется соответствие в подмножестве $X \in BZ$ с учетом величины отклонения. Одному и тому же набору параметров в базе знаний соответствует несколько решений, но для конкретной степени отклонения от нормы такое решение одно.

Если соответствие набору параметров влияния в базе знаний не найдено, то анализ проводится по другому алгоритму.

В связи с работой с персональными данными в системе должно быть обеспечение информационной безопасности и защиты персональных данных в соответствии с требованиями законодательства Российской Федерации.

Библиографический список

1. Пальчик А.Б., Шабалов Н.П., Шумилина А.П. Современные представления о перинатальной энцефалопатии // Рос. педиатр. журн. – 2001. – № 1. – С. 31–34.
2. Методические рекомендации по обеспечению функциональных возможностей медицинских информационных систем медицинских организаций [Электронный ресурс]. – URL: – 25.05.2016.
3. Шайдуров А.А., Пиянзин А.И., Шатохин А.С. и др. Диагностика перинатального поражения центральной нервной системы (диагностика). Рег. номер 2003610100 (04.01.2003) // Официальный бюллетень российского агентства по патентам и товарным знакам. – 2003. – №2(43). – С. 23.
4. Шайдуров А.А. Нейросетевая система анализа данных и диагностики перинатального поражения центральной нервной системы: автореферат диссертации на соискание ученой степени канд. техн. наук. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2005.
5. Приказ Минздравсоцразвития России от 12.04.2012 N 348 «Об утверждении концепции создания единой государственной информационной системы в сфере здравоохранения». – Загл. с экрана. – URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_129014/ – 27.05.2016.
6. Минздравом России утверждена структура электронной медицинской карты [Электронный ресурс]. – Загл. с экрана. – URL: <https://www.rosminzdrav.ru/news/2013/11/20/1314-minzdravom-rossii-tverzhdena-struktura-elektronnoy-meditsinskoj-karty>. – 25.05.2016.
7. Банушкина Н.А. База знаний экспертной системы «Анализ эффективности управленческих решений» // Известия АГУ. – Барнаул, 2011. – №1.
8. Банушкина Н.А. Информационные системы принятия управленческих решений в классе формализованных задач // МАК–2015 : материалы XVIII региональной конференции по математике. – Барнаул, 2015. –С. 124–128.

УДК 330.131.7

Имитационное моделирование финансовых потоков фонда капитального ремонта МКД с использованием данных по Алтайскому краю на 2014–2043 гг. в среде AnyLogic

Е.В. Богарова, С.П. Пронь

АлтГУ, г. Барнаул

Капитальный ремонт (КР) многоквартирного дома (МКД) – это проведение работ по устранению неисправностей изношенных конструктивных элементов общего имущества (ОИ) собственников помещений в многоквартирном доме, в том числе по их восстановлению или замене, в целях улучшения эксплуатационных характеристик общего имущества в многоквартирном доме и повышения безопасности проживания в нём [1]. В настоящее время проблема решения многих вопросов правового и организационного характера, связанных с КР ОИ МКД приобретает все большую остроту, т.к. финансирование КР перекладывается в основном на собственников, а степень износа жилого фонда растёт. При этом обязательства государства по КР на момент приватизации собственности не выполняются, что усложняет управление потоками средств, собираемых и направляемых на КР. Все это увеличивает риски по невыполнению необходимого объёма ремонтных работ в заданные сроки.

Представленная в [2–4] математическая модель «взаимного финансирования КР ОИ МКД», т.е. накопления средств на счете регионального оператора, позволяет провести имитационный эксперимент на примере данных краевой программы «Капитальный ремонт общего имущества в многоквартирных домах, расположенных на территории Алтайского края» на 2014–2043 годы [1]. Такой длительный период определен программой в связи с учетом межремонтных сроков проведения работ по отдельным конструктивным элементам МКД и сроков, необходимых для накопления средств, достаточных для проведения работ по КР МКД.

В [2] предполагается, что источниками финансирования при недостаточности средств на счете регионального оператора могут быть средства федерального бюджета, средства бюджета субъекта РФ, местного бюджета, а также, при принятии общим собранием собственников соответствующего решения, кредитные средства или дополнительные взносы. При этом в случае отсутствия дополнительных источников для покрытия недостатка средств на запланированный капитальный ремонт общего имущества МКД такой ремонт производится, исходя из накопленных на счете средств фонда капитального ремонта, при достаточном их количестве или проводится меньшее количество выбо-

рочных КР. Минимальный размер взноса на капитальный ремонт определяется нормативным правовым актом субъекта РФ и в каждом субъекте РФ может быть разным.

В соответствии со статьей 185 ЖК РФ требования к обеспечению финансовой устойчивости деятельности регионального оператора устанавливаются ЖК РФ и законом субъекта РФ. Объем средств, которые региональный оператор ежегодно вправе израсходовать на финансирование региональной программы капитального ремонта, определяется нормативным правовым актом субъекта РФ в зависимости от объема взносов на капитальный ремонт, поступивших региональному оператору за предшествующий год, и (или) прогнозируемого объема поступлений взносов на капитальный ремонт в текущем году. При этом размер указанной доли устанавливается законом субъекта РФ с учетом остатка средств, не использованных региональным оператором в предыдущем периоде.

Объектом КР служит не МКД в целом с единым комплексом работ, а отдельные конструктивные элементы и инженерные системы МКД, на которых выполняются определенные виды работ (выборочные КР). В реестре МКД, включенных в региональную программу КР МКД на 2014–2043 годы, так и описаны определённые виды работ (таблица 1).

Таким образом, МКД может быть включен в региональную программу неоднократно. По законодательству программа подлежит ежегодной актуализации. Цель программы при проведении капитальных ремонтов охватить наибольший объем жилого фонда. Однако, динамика суммарных объемов реальных выборочных ремонтов в силу множества причин может быть неравномерной. Имитационное моделирование позволяет на основе сформированных планов и с учетом факторов реальности оценить вероятность достижения цели.

Будем рассматривать имитационное моделирование как языковое описание действительности. Есть разные точки зрения на имитационное моделирование. В данной работе представлены агентная парадигма и парадигма системной динамики (также существует дискретно-событийное моделирование и моделирование динамических систем – прообраз системной динамики) [5].

Таблица 1 – Типичный план выборочных ремонтов (на примере одного из МКД г. Барнаула)

Планируемый перечень работ по капитальному ремонту	Пятилетка
<i>Ремонт крыши; ремонт фасада; ремонт фундамента; ремонт подъездов; ремонт систем электроснабжения; ремонт систем отопления и теплоснабжения, ремонт систем газоснабжения, ремонт систем холодного водоснабжения, ремонт систем горячего водоснабжения, ремонт систем канализации и водоотведения; ремонт подвала; проведение энергетического обследования</i>	2019-2023
<i>Ремонт подъездов; проведение энергетического обследования</i>	2024-2028
<i>Ремонт подъездов; проведение энергетического обследования</i>	2029-2033
<i>Ремонт подъездов; проведение энергетического обследования</i>	2034-2038
<i>Ремонт крыши; ремонт подъездов; ремонт систем электроснабжения; ремонт систем газоснабжения; проведение энергетического обследования</i>	2039-2043

Для построения модели системной динамики необходимо определиться с границами модели. Таким образом, будет построена локальная модель денежных потоков взаимного финансирования КР, которая дает качественное, а также количественное отражение состояния системы. Локальных моделей можно построить несколько. Но нельзя их просто объединить в глобальную структуру, это возможно лишь в рамках единой информационной базы и композиционной модели [2, 4]. Срок региональной программы КР составляет 30 лет, и принимать решения по управлению системой КР на протяжении такого периода времени даже в имитационной игре непростая задача.

Процессы, происходящие в реальном мире, в системной динамике представляются в терминах накопителей (например, материальных объектов, людей, денег), потоков между этими накопителями и информации, которая определяет величину этих потоков. В представляемой модели выделены следующие накопители:

- общая копилка (состояние счета Регионального оператора);
- расходы на ремонт (состояние абстрактного агрегированного счёта всех подрядных организаций, принимающих участие в работах по КР ОИ МКД).

Между накопителями циркулируют следующие денежные потоки:

- ежемесячные взносы собственников помещений в многоквартирных домах (суммарные, по всем домам региональной программы);

- ежемесячно выделяемые Региональным оператором средства на КР МКД согласно краткосрочным планам;
- кредитные средства, привлечённые Региональным оператором на КР МКД согласно краткосрочным планам по типу кредитной линии;
- выплаты по кредитам из общей копилки;
- фактически потраченные средства на КР ОИ МКД.

Накопители и потоки – главные элементы создаваемой модели, определяющие общий контур решения. Остальные элементы модели (главным образом, параметры, переменные и функции) можно вначале отобразить фрагментарно, и в дальнейшем осуществить их привязку к главным элементам на основе выбора локальной модели.

Системная динамика это язык близкий языку теории категорий, где главные отношения между математическими объектами, а не внутренняя структура объектов. Системная динамика абстрагируется от отдельных объектов и подразумевает комплексный взгляд на процессы, происходящие в системе.

В общей теории категорий вместо слова «функция» используют слова «стрелка» и «морфизм». В системной динамике такими «стрелками» (преобразователями накопителей) служат потоки. Потоки представляют собой скорость изменения состояния системы. Накопители – состояние системы, своеобразный «резервуар», который накапливает определенный ресурс с течением времени. Они и есть объекты в категории «Системная динамика». И главным фактором является то, как ведут себя соответствующие стрелки. Динамическое поведение возникает, когда потоки аккумулируются в накопителях. Простейшая потоковая диаграмма представлена на рисунке 1 «Счёт» – накопитель, «приход» – входящий поток, «расход» – исходящий поток.

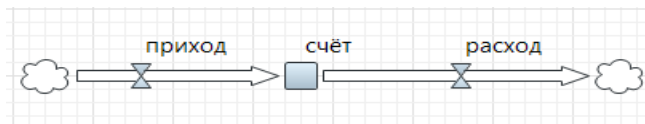


Рисунок 1 – Пример простейшей потоковой диаграммы

Потоки (и только потоки) обеспечивают изменение накопителей. Представленная на рисунке 1 структура имеет следующее математическое обоснование в виде дифференциального уравнения:

$$d(\text{Накопитель})/dt = \text{Входящий поток} - \text{Исходящий поток} \quad (1)$$

Все входящие потоки суммируются, все исходящие потоки суммируются и вычитаются из входящих. Тогда формулы для накопителей модели системы КР будут следующими (2)–(3) (обозначения представлены в таблице 2):

$$d(\text{Receptacle})/dt = \text{inpayments} + \text{lending} - \text{on_a_plan} - \text{payments}, \quad (2)$$

$$d(\text{Repair_expences})/dt = \text{on_a_plan} - \text{in_fact}, \quad (3)$$

Таблица 2 – Накопители и потоки модели системной динамики

№	Обозначение	Описание
1	<i>Receptacle</i>	Общая копилка
2	<i>Repair_expences</i>	Счёт «расходы на ремонт»
3	<i>inpayments</i>	Взносы собственников помещений в многоквартирных домах
4	<i>on_a_plan</i>	Выделенные средства на КР МКД согласно краткосрочным планам
5	<i>lending</i>	Привлечённые кредитные средства
6	<i>payments</i>	Выплаты по кредитам
7	<i>in_fact</i>	Фактически потрачено на КР

Название – простейший способ описания и в качестве обозначений выбраны переводы ключевых слов на английский язык.

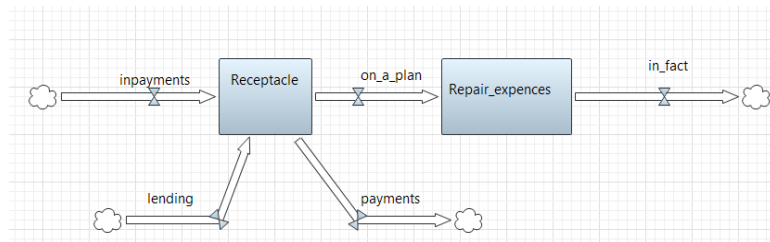


Рисунок 2 – Начальная потоковая диаграмма системы КР ОИ МКД

При моделировании потоков и накопителей:

- накопители выражаются в единицах модели (руб.);
- потоки выражаются в единицах размерности модели (в данной модели – в рублях) за единицу времени (руб. в месяц).

При этом как входящий поток, так и исходящий измеряется в единицах «руб. в месяц» (нельзя «руб. в год», «млн. руб. в месяц» и т.п.).

На потоки влияет следующая информация (принято так, что накопители в свою очередь всегда изменяются только посредством потоков на входе и потоков на выходе):

- включение МКД в краткосрочный план КР;
- величина ежемесячного взноса на капитальный ремонт на 1 кв.м жилых (нежилых) помещений, находящихся в собственности;
- величина дополнительного взноса на капитальный ремонт на 1 кв.м жилых (нежилых) помещений, находящихся в собственности;
- площадь жилых (нежилых) помещений, находящихся в собственности граждан;
- ежемесячная собираемость взносов на КР;
- условия предоставления кредитной линии (лимит выдачи или лимит задолженности);
- общая площадь помещений каждого МКД;
- удельная стоимость КР 1 кв.м общей площади помещений для каждого МКД;
- предельная стоимость КР 1 кв.м общей площади помещений для каждого МКД;
- условия предоставления бюджетной поддержки программе КР ОИ МКД;
- критерии финансовой устойчивости организации «Региональный оператор»;
- коэффициенты инфляции;
- индексация и страхование фондов КР.

Добавление новых переменных и параметров – появление новых подробностей модели на диаграмме потоков. Переменную используют, если соответствующая информация может меняться во время моделирования, а константу (параметр) – при задании статических характеристик модели. Примем, что по ходу моделирования не меняются только площади: общая площадь помещений МКД и помещений в собственности. Хотя, конечно, в реальности состояние по собственности помещений может измениться: переход помещения некоторой площади в частную собственность.

При принятии решения, какую информацию (переменную, константу) добавлять в диаграмму, а какую нет, решается дилемма: модель должна представлять некоторые наиболее характерные свойства в абстрактной форме или как можно больше свойств с различной степенью точности.

В соответствии с этим включим в модель возможность получение кредитных средств для проведения КР. Эта возможность явным образом в законодательстве не определена, т.е. прописанных норм нет, но в модель её необходимо включить, т.к. элементарные подсчёты показывают, что для реализации программы КР необходимо больше средств, чем можно получить за счёт обязательных ежемесячных взносов собственниками помещений и бюджетной поддержки. Кроме этого, для повышения финансовой устойчивости регионального оператора в модели необходимо учесть возможность применения в долгосрочной перспективе стратегий перестрахования [6–9] как для получаемых кредитов, так и для накапливаемых сумм. Опустить переменные, связанные с получением кредитов и дальнейших выплат по ним, значит сказать, что они имеют нулевой эффект в модели. Так можно сделать с процентами на средства, которые аккумулируются на счете регионального оператора. Проценты относятся к средствам ФКР (иным источникам формирования его имущества), но обязательное их использование для финансирования расходов на капитальный ремонт ЖК не установлено – как и с кредитными средствами. Однако, субъект РФ вправе установить порядок расходования процентов на счете регионального оператора. Так в некоторых субъектах установлено, что региональный оператор обязан тратить проценты только на основные цели ФКР - организацию и обеспечение своевременного проведения КР в многоквартирных домах. Но в других субъектах таких норм нет, и проценты расходуются на изготовление и доставку платёжных документов и другие внутрисубъектные цели

ФКР, на которые запрещено тратить собранные средства собственников. Возникающая неоднозначность влечет за собой снижение собираемости взносов, рост задолженности и связанную с этим социальную напряженность. Следовательно, необходимо реализовать в модели два варианта:

- проценты идут только на КР ОИ МКД, а на другие сопутствующие расходы по формированию платёжных документов средства выделяет субъект РФ (они вне границ модели);
- проценты не учитываются в расходах на КР ОИ МКД (рисунок 3), т.к. идут на другие цели (в т.ч. формирование платёжных документов), но при этом на собираемость взносов это не влияет.

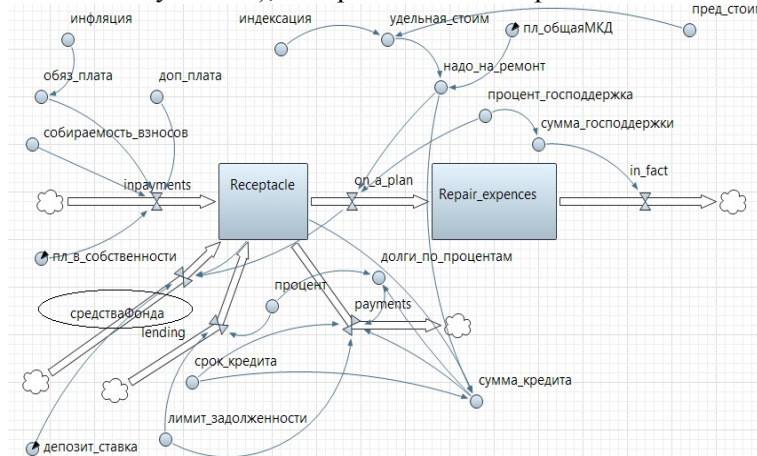


Рисунок 3 – Поточковая диаграмма без учета процентов в расходах

Таким образом, построена имитационная модель мониторинга накопления и расходования средств фонда КР с учетом перечисленных в [2–4] показателей и с учетом распределения параметров финансового потока при формировании фонда КР МКД. Модель позволяет оценить чувствительность к собираемости средств собственниками и к возможному снижению бюджетной поддержки, а так же определить допустимое изменение сроков ремонта в зависимости от размеров бюджетных и внебюджетных средств. Использование системы AnyLogic - инструмента имитационного моделирования нового поколения, позволяет:

- оценить эффективность различных подходов к перестрахованию фонда КР [6];
- доработать имитационную модель до инструмента поддержки принятия решений в управлении региональными фондами;
- реализовать возможности активного участия экспертов финансово-экономических отделов фонда КР в проведении имитационного эксперимента и неформальном анализе ситуаций, возникающих в процессе моделирования, на основе объединения подходов системной динамики, дискретно-событийного и агентного моделирования.

Библиографический список

1. Постановление Администрации Алтайского края от 27.03.2014 г. № 146 «Об утверждении краевой программы «Капитальный ремонт общего имущества в многоквартирных домах, расположенных на территории Алтайского края» на 2014–2043 годы».
2. Богарова Е.В., Пронь С.П. Задача оценки параметров формирования фонда КР МКЖД на специальном счете для обеспечения первоначальных затрат // Мой выбор – наука! : сборник статей по результатам региональной конференции. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 72–76.
3. Богарова Е.В., Пронь С.П. Разработка имитационной модели финансового потока для формирования фонда КР МКЖД в среде AnyLogic // МАК-2015: Математики – Алтайскому краю: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 128–132.
4. Богарова Е.В., Пронь С.П. Структура данных имитационной модели финансового потока для формирования фонда КР МКЖД в среде AnyLogic // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции, Барнаул, 20-24 ноября, 2015. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 526–530.
5. Семенов С.П., Кононенко С.П., Ташкин А.О. Создание социально-ориентированных геоинформационных систем с применением возможностей фолксномического подхода. Шестой технологический уклад: механизмы и перспективы развития. 13–14 ноября 2015 г. – С. 48–71.
6. Пронь С.П., Сидун Л.В. О подходах к моделированию стратегий перестрахования в пенсионных системах // МАК-2013: Математики – Алтайскому краю: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2013. – С. 165–167.
7. Пронь С.П., Сидун Л.В., Сидун Д.Ю. О влиянии модели перестрахования накопительной части пенсии на эффективность УК и НПФ // Ломоносовские чтения на Алтае : сб. научных статей международной школы-семинара, Барнаул, 5–8 ноября, 2013: в 6 ч. – 2013. – Ч. I. – С. 233–235.

8. Пронь С.П., Сидун Л.В., Сидун Д.Ю. Имитационное моделирование перестрахования накопительной части пенсии // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции, Барнаул, 11–14 ноября, 2014. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 527–529.

9. Пронь С.П., Сидун Л.В. Имитационное моделирование перестрахования в кредитных операциях // МАК-2015: Математики – Алтайскому краю : сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во: Алт. ун-та, 2015. – С. 165–167.

УДК 519.7

Линейная математическая модель обучения с учетом междисциплинарных связей

М.В. Досымова¹, Н.М. Оскорбин²

¹РИИ (филиал) АлтГТУ, г. Рубцовск; ²АлтГУ г. Барнаул

Современные особенности образовательной системы России предполагают необходимость анализа состояния и прогнозирования уровня обученности студентов высших и средних образовательных учреждений. Это обусловлено многими причинами, в частности стремлением контролирующих органов в качестве результата образовательного процесса рассматривать уровень компетентности студентов и выпускников вузов и ссузов.

Целью данного исследования является развитие линейной модели обучения [1, 2] с учетом междисциплинарных связей и адаптация ее к компетентностной модели, используемой в настоящее время в образовательном процессе.

Для описания динамики уровня знаний одного учащегося с учетом факторов обучения и тренировки по 2 предметам можно составить следующую систему:

$$\begin{cases} x_1(t+1) = \alpha x_1(t) + \beta V_1(t) + \gamma Z_1(t) + \delta_1 x_2(t), \\ x_2(t+1) = \alpha x_2(t) + \beta V_2(t) + \gamma Z_2(t) + \delta_2 x_1(t) \end{cases} \quad (1)$$

где $x_i(t+1)$ – уровень знаний по предмету i , по которому осуществляется, обучение в момент времени $(t+1)$; $x_i(t)$ – уровень знаний по предмету (комплексу предметов), по которым осуществляется подготовка в момент времени t ; $V_i(t)$ – фактор тренировки (контрольные работы, курсовые работы, практики и т.п.) учащегося по i -тому предмету (комплексу предметов); $Z_i(t)$ – фактор обучения (базовые знания) учащегося по i -тому предмету (комплексу предметов); α, β, γ – индивидуальные коэффициенты потенциала обучающегося; δ_1, δ_2 – коэффициенты взаимовлияния уровней знаний между двумя предметами.

Если, например, $\delta_1 > 0, \delta_2 = 0$, то знания по предмету 2 положительно влияют на уровень знаний по предмету 1. Но уровень знаний по предмету 1 не влияет на динамику обученности по предмету 2. Далее мы считаем, что $\delta_1 \geq 0, \delta_2 \geq 0$. При исследовании динамики обучения полагаем известными все параметры рассматриваемой системы уравнений.

Интересным является вопрос о величине параметров взаимовлияния. Можно предположить, что при больших положительных значениях этих параметров (δ_1, δ_2) решение системы уравнений будет неустойчивым, т.е. при любых начальных условиях уровни обученности будут стремиться к бесконечности. Это обстоятельство противоречит закономерностям процесса обучения, поэтому при идентификации параметров исходной системы уравнений необходимо учитывать это свойство, т.е. обеспечивать условие устойчивости решения.

Приведем общее решение системы уравнений (1) в момент времени k :

$$\begin{cases} x_1(k) = \alpha^k \cdot x_{01} + \beta \cdot \sum_{j=0}^{k-1} V_{1j} \cdot \alpha^{k-1-j} + \gamma \cdot \sum_{j=0}^{k-1} Z_{1j} \cdot \alpha^{k-1-j} + \delta_1 \cdot \sum_{j=0}^{k-1} x_{2j} \cdot \alpha^{k-1-j} \\ x_2(k) = \alpha^k \cdot x_{02} + \beta \cdot \sum_{j=0}^{k-1} V_{2j} \cdot \alpha^{k-1-j} + \gamma \cdot \sum_{j=0}^{k-1} Z_{2j} \cdot \alpha^{k-1-j} + \delta_2 \cdot \sum_{j=0}^{k-1} x_{1j} \cdot \alpha^{k-1-j} \end{cases} \quad (2)$$

$$k = 1, 2, 3, \dots$$

Для одного ученика в случае n предметов (с учетом их взаимовлияния друг на друга) мы получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1(t+1) = \alpha \cdot x_1(t) + \beta \cdot V_1(t) + \gamma \cdot Z_1(t) + \delta_{12} \cdot x_2(t) + \dots + \delta_{1n} \cdot x_n(t) \\ x_2(t+1) = \alpha \cdot x_2(t) + \beta \cdot V_2(t) + \gamma \cdot Z_2(t) + \delta_{21} \cdot x_1(t) + \dots + \delta_{2n} \cdot x_n(t) \\ \dots \\ x_n(t+1) = \alpha \cdot x_n(t) + \beta \cdot V_n(t) + \gamma \cdot Z_n(t) + \delta_{n1} \cdot x_1(t) + \dots + \delta_{n,n-1} \cdot x_{n-1}(t) \end{cases} \quad (3)$$

где $x_i(t+1)$ – уровень знаний по i -тому предмету (комплексу предметов), по которому осуществляется подготовка в момент времени $(t+1)$; $x_i(t)$ – уровень знаний по i -тому предмету (комплексу предметов), по которым осуществляется подготовка в момент времени t ; $V_i(t)$ – фактор тренировки

по i -тому предмету (комплексу предметов) (контрольные работы, курсовые работы, практики и т.п.) учащегося; $Z_i(t)$ – фактор обучения (базовые знания) учащегося по i -тому предмету (комплексу предметов); α, β, γ – индивидуальные коэффициенты потенциала обучающегося;

$$\Delta = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \dots & \delta_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \dots & \delta_{nn} \end{pmatrix} - \text{матрица коэффициентов взаимовлияния уровней знаний между предметами}$$

(комплексами предметов), $\delta_{ij}(i \neq j) \geq 0, \delta_{ij}(i = j) = 0$.

Решение системы уравнений (3) в момент времени k примет вид:

$$x_i(k) = \alpha^k \cdot x_{0i} + \beta \cdot \sum_{j=0}^{k-1} V_{ij} \cdot \alpha^{k-1-j} + \gamma \cdot \sum_{j=0}^{k-1} Z_{ij} \cdot \alpha^{k-1-j} + \Delta \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{k-1} x_{ij} \cdot \alpha^{k-1-j}, i = 1, 2, 3, \dots, n; k = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

Дополнительно стоит рассмотреть случай, когда индивидуальные коэффициенты потенциала обучающегося отличаются по различным дисциплинам (например, учащийся хорошо успевает по естественнонаучным дисциплинам, но плохо успевает по гуманитарным предметам). В этом случае рассматриваемая нами модель обучения (3) может быть изменена следующим образом:

$$\begin{cases} x_1(t+1) = \alpha_1 \cdot x_1(t) + \beta_1 \cdot V_1(t) + \gamma_1 \cdot Z_1(t) + \delta_{12} \cdot x_2(t) + \dots + \delta_{1n} \cdot x_n(t) \\ x_2(t+1) = \alpha_2 \cdot x_2(t) + \beta_2 \cdot V_2(t) + \gamma_2 \cdot Z_2(t) + \delta_{21} \cdot x_1(t) + \dots + \delta_{2n} \cdot x_n(t) \\ \dots \\ x_n(t+1) = \alpha_n \cdot x_n(t) + \beta_n \cdot V_n(t) + \gamma_n \cdot Z_n(t) + \delta_{n1} \cdot x_1(t) + \dots + \delta_{n,n-1} \cdot x_{n-1}(t) \end{cases}, \quad (5)$$

где $x_i(t+1)$ – уровень знаний по i -тому предмету (комплексу предметов), по которому осуществляется подготовка в момент времени $(t+1)$; $x_i(t)$ – уровень знаний по i -тому предмету (комплексу предметов), по которым осуществляется подготовка в момент времени t ; $V_i(t)$ – фактор тренировки по i -тому предмету (комплексу предметов) (контрольные работы, курсовые работы, практики и т.п.) учащегося; $Z_i(t)$ – фактор обучения (базовые знания) учащегося по предмету i (комплексу предметов); $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ – индивидуальные коэффициенты потенциала обучающегося по i -тому предмету (комплексу предметов).

Решение системы уравнений (5) в момент времени k примет вид:

$$x_i(k) = \alpha_i^k \cdot x_{0i} + \beta_i \cdot \sum_{j=0}^{k-1} V_{ij} \cdot \alpha_i^{k-1-j} + \gamma_i \cdot \sum_{j=0}^{k-1} Z_{ij} \cdot \alpha_i^{k-1-j} + \Delta \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{k-1} x_{ij} \cdot \alpha_i^{k-1-j}, i = 1, 2, 3, \dots, n; k = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

Данную модель можно применить для оценивания уровня компетентности студентов образовательных учреждений следующим образом.

Уровень обученности $x_i(k)$ привязываем к i -той компетенции ФГОС ВО или СПО. Каждая компетенция формируется определенным набором дисциплин, эти дисциплины предполагают обязательное прохождение промежуточной аттестации и текущего контроля, при которой мы измеряем уровень обученности студента в момент времени t .

Тогда для модели (5) получим: $x_i(k)$ – уровень компетентности студента по i -той компетенции в момент времени k ; x_{0i} – уровень компетентности студента, определенный по результатам входного контроля на первой дисциплине в учебном плане, формирующей выбранную для эксперимента i -тую компетенцию; $V_i(k)$ – фактор тренировки (семинары, практические задания, ИДЗ, курсовые работы, междисциплинарные программные комплексы и т.п.); $Z_i(k)$ – фактор обучения (лекции, чтение литературы по предмету и т.п.).

Библиографический список

1. Досымова М.В. Исследование математической модели динамики знаний обучающихся в процессе подготовки к ЕГЭ по математике // Молодой ученый. – 2015. – №21. – С. 4–9.
2. Оскорбин Н.М. Математическое моделирование социальных и экономических систем по произведениям А.С. Пушкина // Ломоносовские чтения на Алтае : сборник научных статей международной школы-семинара, Барнаул, 20–23 ноября, 2012: в 4 ч. – Барнаул: АлтГПА, 2012. – Ч.II. – С. 280–285.

О критериях оценки качества кластеризации

В.В. Журавлева, К.Е. Аюпов

АлтГУ, г. Барнаул

Методы кластерного анализа являются мощнейшими средствами в области анализа данных. Уже несколько десятилетий множество различных алгоритмов кластеризации с успехом используются в самых различных научных областях, начиная от экономики и заканчивая биологией и психологией. Кластеризацию используют и как самостоятельный инструмент анализа данных, и как предварительный этап для других методов анализа [1, 2].

Общая схема процесса кластеризации данных включает пять основных этапов:

- выделение существенных характеристик исследуемых объектов;
- определение меры сходства;
- разбиение множества объектов на кластеры;
- оценка качества кластеризации;
- представление и интерпретация результатов.

На каждом из первых трех этапов мы можем допустить существенные ошибки, которые могут исказить результат. По этой причине следующий этап – оценка качества кластеризации – является не менее значимым.

Очевидно, что «абсолютно объективной» кластеризации не существует. Все реальные объекты имеют бесконечное число свойств, и выделение некоторого конечного подмножества этих свойств субъективно. Меры близости также выбираются субъективно. Если известна цель, для достижения которой строится разбиение, то качество проверяется тем, хорошо ли кластеризация способствует достижению этой цели. Эта проверка носит объективный характер, но выбор суперцели опять-таки субъективен [1].

Основная задача кластеризации формулируется так: разделить объекты на группы таким образом, чтобы объекты одной группы имели большое сходство, а сходство между объектами разных групп было малым. Согласно приведенного определения формулируются основные критерии качества кластеризации: компактность, отделимость и, редко используемый, концентрация.

Компактность означает, что элементы одного кластера должны быть как можно ближе друг к другу (обладать высокой степенью сходства). Это свойство можно выразить через расстояния между элементами в кластере, плотностью внутри кластера или же объемом, занимаемым кластером в пространстве [2].

Свойство **отделимости** значит, что элементы разных кластеров должны быть как можно дальше друг от друга (обладать низкой степенью сходства) [2]. Расстояние между кластерами обычно измеряется одним из трех способов:

- расстояние между ближайшими элементами кластеров;
- расстояние между наиболее удаленными элементами кластеров;
- расстояние между кластерными центрами.

Концентрация означает, что элементы кластера должны быть сконцентрированы вокруг центра кластера. Этот пункт используется гораздо реже, потому что далеко не во всех алгоритмах кластеризации используется понятие центра кластера [2].

Для самих показателей качества кластеризации обычно вводят следующую классификацию: внешние, внутренние и относительные. К внутренним показателям относятся те, которые учитывают априорную информацию о структуре кластеров в рассматриваемом множестве данных. К внешним относят показатели, которые не имеют априори знаний о структуре классов и при оценке опираются только на ту информацию, которую можно получить из самого разбиения. Относительные показатели оценивают качество, сравнивая несколько кластерных структур между собой, не имея априорной информации. Обзор основных подходов к оценке качества кластеризации проведен в работе Сивоголовко Е.В. [2].

В среде электронных таблиц Microsoft Excel (на VBA) реализован алгоритм кластеризации, позволяющий строить классы «необычной» формы (путем объединения малых «сфер»-кластеров) [3]. Данный алгоритм применялся авторами для построения кластерной структуры данных по количеству вызовов скорой помощи и комплексу геофизических факторов [4, 5]. Для этого алгоритма возникает

проблема оценки качества кластеризации (а также при выборе оптимального количества кластеров). В общем случае описанные выше критерии качества не применимы.

Используем в качестве показателя компактности кластеров среднее расстояние между соседними вершинами минимального остовного дерева (МОД), построенного на всех объектах-точках кластера [5].

Для построения МОД взвешенного связного неориентированного графа можно использовать алгоритм Прима. Построение МОД начинается с произвольной вершины. Рост дерева происходит до тех пор, пока не будут исчерпаны все вершины графа. Данная стратегия является «жадной», то есть на каждом шаге к дереву добавляется ребро, которое вносит минимально возможный вклад в общий вес. Результатом алгоритма является остовное дерево с минимальным суммарным весом [5].

Вернемся к проблеме оценки качества кластеризации. Для кластеров произвольной формы (например, ленточных) удобно сравнивать степень компактности кластеров через среднее значение длины ребер в МОД кластера. Наиболее компактными будем считать кластеры с наименьшим значением данного показателя.

Критерий качества кластеризации будем вычислять как среднее значение показателей компактности для построенной кластеризации. Наиболее качественной будем считать кластерную структуру с наименьшим значением выбранного критерия.

Итак, оценка качества кластеризации заслуженно считается сложной областью анализа данных. Проблему качества сложно выразить семантически и также сложно подогнать ее под математическую модель. Как правило, для любого показателя качества кластеризации существует такое множество, на котором его оценка является верной. Но даже лучший показатель ошибается на определенных тестовых множествах. Универсального решения в этом вопросе не существует, однако отказ от оценки качества кластеризации неприемлем. В целом, для повышения эффективности в оценке качества кластеризации и получения объективного результата лучше пользоваться не одним показателем, а их совокупностью [2].

Библиографический список

1. Загоруйко Н.Г. Прикладные методы анализа данных и знаний. – Новосибирск: ИМ СО РАН, 1999. – 270 с.
2. Сивоголовко Е.В. Методы оценки качества четкой кластеризации. // Компьютерные инструменты в образовании. – Тверь, 2011 – Вып. 4 (96) – С. 14–31.
3. Журавлева В.В., Бондарева А.А. Описание одного алгоритма кластеризации типа Forel // МАК-2015 : сборник трудов восемнадцатой всероссийской конференции по математике. Барнаул, 1-5 июля, 2015. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 142–144.
4. Журавлева В.В. Исследование связи между состоянием геомагнитного поля и обострением сердечно-сосудистых заболеваний // Известия АГУ. – Барнаул, 2011. – №1-1(69). – С. 98–100.
5. Журавлева В.В., Аюпов К.Е. Применение метода кластерного анализа для обнаружения зависимости обострений сердечно-сосудистых заболеваний от геофизических факторов // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции. Барнаул, 20-24 октября, 2015. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 831–834.

УДК 532.135

Исследование течения расплава полимера в канале с внезапным сужением

А.Е. Кузнецов
АлтГТУ, г. Барнаул

Изучению течений полимерных расплавов и растворов в различных сходящихся каналах посвящено большое число работ. В этих работах часто отмечают возникновение вторичных течений (или вихрей) во входной области щелевого канала. Размеры вторичных течений могут зависеть от таких факторов как температура расплава, скорость течения и некоторых других [1–3]. Кроме того, такие течения могут показывать трехмерный характер течения, когда размеры вихря зависят от положения секущей плоскости [1].

В настоящее время для описания течений расплавов линейных и разветвленных полимеров часто используются уравнения, учитывающие в той или иной мере существенные особенности строения полимерных жидкостей [4, 5]. Учет этих особенностей может вызывать затруднения, поэтому наиболее востребованными являются модели, в основе которых лежит мезоскопический подход. В этом случае поведение полимерной макромолекулы заменяется поведением одного или нескольких релаксаторов, а переход к макроскопическому описанию осуществляется методами статистической меха-

ники [6, 7]. Одной из таких моделей является модифицированная реологическая модель Виноградова-Покровского [8], дополненная уравнениями сохранения импульса и массы:

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} v_i + v_k \frac{\partial}{\partial x_k} v_i \right) = \frac{\partial}{\partial x_k} \sigma_{ik}, \quad \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0,$$

$$\sigma_{ik} = -p \delta_{ik} + 2\eta_1 \gamma_{ik} + 3 \frac{\eta_0}{\tau_0} a_{ik}, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} a_{ik} - v_{ij} a_{jk} - v_{kj} a_{ji} + \frac{1 + (\kappa - \beta)I}{\tau_0} a_{ik} = \frac{2}{3} \gamma_{ik} - \frac{3\beta}{\tau_0} a_{ij} a_{jk}.$$

где σ_{ik} – тензор напряжений; p – гидростатическое давление; η_0 и τ_0 – значения сдвиговой вязкости и времени релаксации для вязкоупругой составляющей; η_1 – остаточная сдвиговая вязкость ($\eta_1 \ll \eta_0$); v_{ij} – тензор градиентов скорости; a_{ik} – симметричный тензор дополнительных напряжений второго ранга; $I = a_{11} + a_{22} + a_{33}$ – первый инвариант тензора дополнительных напряжений; $\gamma_{ik} = (v_{ik} + v_{ki})/2$ – симметризованный тензор градиентов скорости; $\kappa = 1, 2\beta$ и $\beta = \beta(I) = (\beta_0 + p_0 I)/(1 + p_0 I)$ – феноменологические параметры модели, учитывающие в уравнениях динамики макромолекулы размеры и форму молекулярного клубка; ρ – плотность полимера; v_i – i -я компонента скорости. Таким образом, параметрами этой модели являются: ρ , p_0 , β_0 , η_1 , η_0 и τ_0 .

Так как модель (1) дает хорошие результаты для простых течений [6, 7, 8, 9], то можно предположить, что она окажется подходящей для численного исследования поведения полимеров в сложных условиях деформирования, характерных для технологических процессов переработки полимеров.

Ранее, в работе [9] уже обсуждались начальные и граничные условия, там же приведены детали построения разностной схемы и организации вычислений и поэтому здесь не приводятся.

Для сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными обратимся к [1]. В этой работе было исследовано влияние температуры и удельного расхода расплава разветвленного полиэтилена низкой плотности на размеры вихревой зоны при входе в щелевой канал.

Обратимся теперь к результатам численного эксперимента. В первую очередь заметим, что в расчетах так же, как и в экспериментах, не удается достигнуть стационарных значений, так как рассчитанные профили скорости, напряжений и давлений колеблются около стационарных значений. Как в эксперименте, так и в расчете обнаружено наличие вихревой зоны перед входом в щелевой канал.

Таким образом, одной из существенных характеристик таких течений являются размеры вихря или его площадь. В работе [1] предложено рассчитывать площадь вихря по следующей методике.

Вначале ищем значения $f(x)$, для которых $\int_{-7}^{f(x)} u(y) dy = 0$, а затем находим площадь под кривой $f(x)$. Заметим, что эта методика будет давать хороший результат только в случае, когда составляющая вектора скорости в направлении нейтрального потока много меньше, чем в двух других направлениях.

На рисунке 1 изображены поле скоростей и границы вихря для сечения $z = -2,2$ мм.

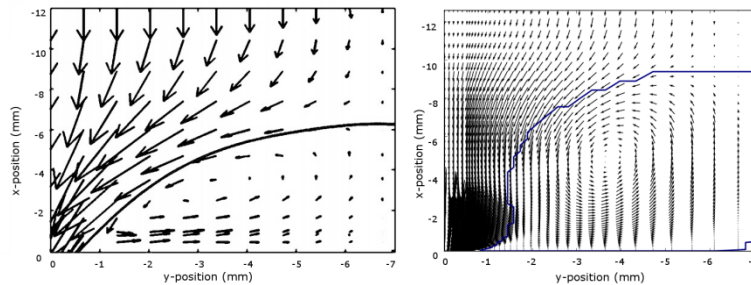


Рисунок 1 – Поле скоростей и границы вихря в сечении $z = -2,2$ мм. Слева – экспериментальные данные, справа – расчет по модели (1)

Будем теперь вычислять площади вихревых зон при сечении потока плоскостями $z = \text{const}$. Сравнивая приведенные на рисунке 2 экспериментальные и расчетные зависимости размеров вихря от расстояния до оси канала можно сделать вывод об увеличении интенсивности вихревых течений при удалении от оси канала. Этот факт можно объяснить эффектом Вайсенберга. Из приведенного сравнения можно сделать вывод о качественном соответствии экспериментальных и расчетных данных.

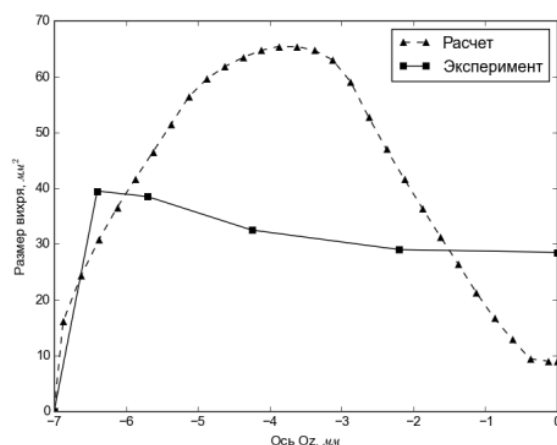


Рисунок 2 – Размеры вихря в различных сечениях при $T = 180^{\circ}\text{C}$

Таким образом, показана возможность применения модифицированной реологической модели Виноградова-Покровского для описания течений полимерных расплавов в областях со сложной геометрией. Также полученные в работе результаты служат доказательством эффективности применения технологии параллельных вычислений CUDA при нестационарных расчетах трехмерных течений нелинейных вязкоупругих сред с реологическим законом поведения в дифференциальной форме.

Библиографический список

1. Hertel D., Valette R., Munstedt H. Three-dimensional entrance flow of a low-density polyethylene (LDPE) and a linear low-density polyethylene (LLDPE) into a slit die // *J. NonNewtonian Fluid Mech.* – 2008. – V. 153. – P. 82–94.
2. Hertel D., Munstedt H. Dependence of the secondary flow of a low-density polyethylene on processing parameters as investigated by laser-Doppler velocimetry // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* – 2008. – V. 153. – P. 73–81.
3. Munstedt, H., Schmidt, M., Wassner, E. Stick and slip phenomena during extrusion of polyethylene melts as investigated by laser-Doppler velocimetry // *Journal of Rheology.* – March 2000. – Vol. 44, No. 2. – P. 413–427.
4. Papanastasiou A.C., Scriven L.E., Macosko C.W. An Integral Constitutive Equation for Mixed Flows: Viscoelastic Characterization // *J. Rheol.* – 1983. – V. 27. – P. 387.
5. Olley P. An adaptation of the separable KBKZ equation for comparable response in planar and axisymmetric flow // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* – 2000. – V. 95. – P. 35–53.
6. Pyshnograi G.V., Gusev A.S., Pokrovskii V.N. Constitutive Equations for Weakly Entangled Linear Polymers // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* – 2009. – V. 163, № 1–3. – P. 17–28.
7. Pokrovskii V.N. *The Mesoscopic Theory of Polymer Dynamics*. 2nd Edition // Berlin: Springer, 2010. – P. 184.
8. Пышнограй Г.В., Покровский В.Н., Яновский Ю.Г., Образцов И.Ф., Карнет Ю.А. Определяющее уравнение нелинейных вязкоупругих (полимерных) сред в нулевом приближении по параметрам молекулярной теории и следствия для сдвига и растяжения // *Доклады АН.* – 1994. – Т. 335, № 9. – С. 612–615.
9. Кошелев К.Б., Пышнограй Г.В., Толстых М.Ю. Моделирование трехмерного течения полимерного расплава в сходящемся канале с прямоугольным сечением // *Известия РАН. МЖГ.* – 2015. – №3. – С. 16–24.

УДК 519.8

Исследование факторов миграции сельской молодежи на основе байесовских сетей доверия

А.А. Кузнецова¹, Е.В. Понькина¹, З. Беднарикова², М. Боварова³

¹АлтГУ, г. Барнаул, Россия;

²Институт сельскохозяйственной экономики и информации, г. Прага, Чехия; ³Галле-Виттенбергский университет им. Мартина-Лютера, г. Халле, Германия

Процессы урбанизации и миграции сельского населения наблюдаются в большинстве стран мира. Эти процессы активно проявляются как в странах Европы, Азии, так и большей части регионов РФ. Сохранение сельского сообщества во многом связано с решением проблемы укоренения молодежи на селе [1]. Наблюдаемое старение сельского населения затрудняет проведение политики социально-экономического развития села. Эта проблема актуальна и для Алтайского края, в котором по данным Росстат доля сельского населения составляет 44% от общей численности (что в 1,7 раза выше, чем в среднем по РФ). От развития сельских территорий существенно зависит развитие экономики края в целом. Процессы миграции негативно отражаются на заселенности территории. Так, при

общей численности 1,6 тысяч населенных пунктов в крае, 965 из них имеют общую численность населения менее 500 человек. Наблюдается тенденция сокращения численности жилых населенных пунктов. Так, за последние 15 лет количество сельских населенных пунктов сократилось на 2,5% [2]. В крае средний размер сельского поселения колеблется в зависимости от природных условий и удобства транспортного положения, развитости социальной инфраструктуры. Плотность населения в муниципальных районах края колеблется от 1,8 до 18,3 чел./кв. км [3]. Различия в людности сельских поселений влияют на доступность базовых услуг, развитие экономики и предпринимательства, объемах бюджетного финансирования и возможностях участия в программах развития сельских территорий.

Миграционное поведение молодежи находится во взаимосвязи с учебной и трудовой мотивацией [4]. Учитывая то, что основным видом занятости в селе является сельскохозяйственное производство важно исследование миграционного поведения сельской молодежи во взаимосвязи с оценками перспектив профессиональной реализации в сфере АПК. Кроме того, важная составляющей миграционного оттока сельской молодежи является будущие специалисты АПК. Остро стоит вопрос в крае обеспечения специалистами сельскохозяйственного производства. В связи с этим, в работе делается акцент на исследование миграционных настроений студентов, обучающихся по аграрной специальности, представляющих будущий кадровый потенциал АПК Алтайского края и выявлении характера влияния различных социально-экономических факторов на ожидаемое решение о миграции.

В качестве методологии исследования характера влияния разнородных факторов на выбор решения о миграции рассматриваются байесовские сети доверия (БСД).

Исследование базируется на результатах анкетирования студентов АГАУ, очной формы обучения, выполненного в мае-октябре 2014 г. Анкета содержит 36 вопросов, группированных по разделам: персональные данные, бытовые факторы, факторы субъективного удовлетворения и благополучия, условия и качество жизни, ожидания в области профессионального развития, факторы мотивации в получении аграрного образования. В результате стратифицированного отбора было опрошено 473 студента, 26 из которых приехали на обучение из других регионов, 108 студентов из Барнаула, 20 – Рубцовска, 9 – Новоалтайска, 2 – Бийска, 1 – Заринска. Общее число студентов, приехавших на обучение из сельских населенных пунктов, составило 308 чел. В целом опрос охватил студентов 48 районных центров и 178 населенных пунктов Алтайского края. Средний возраст студентов 20 лет. Распределение респондентов по факультетам следующее (рисунок 1): 18,3% – агрономический факультет; 17,7% – факультет биотехнологий; 22,2% – экономический факультет; инженерный факультет – 16,1%, ветеринарной медицины – 15,4%, факультет природообустройства – 10,3%.

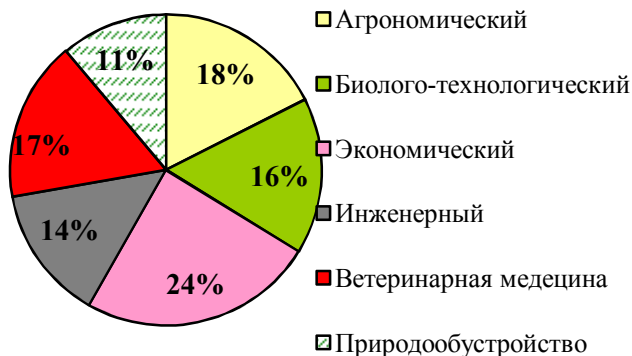


Рисунок 1 – Распределение респондентов по факультетам ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный аграрный университет»

Предварительный анализ результатов анкетирования позволил сделать следующие выводы:

1. Утвердительно ответили на вопрос о возможном возвращении в родное село 16,8% студентов, приехавших из сельской местности. При этом 23,3% общего числа респондентов желали бы трудоустроиться по аграрной специальности. Этот факт, с одной стороны, характеризует то, что желающих работать в АПК (но необязательно в родном селе) больше, с другой стороны, очевидно, есть некоторые факторы, обуславливающие решение 6,5% респондентов выехать из родного села, но работать по аграрной специальности.

2. При ответе на вопрос «Привлекает ли Вас вообще сельский образ жизни?» позицию «нет» выбрало лишь 21,8% респондентов, остальные – в принципе готовы жить и работать в селе при удовлетворительном уровне развития социальной инфраструктуры и экономики. Таким образом, основная масса респондентов приняли решение о миграции не связанное в непривлекательностью сельского образа жизни как такового.

3. 90 студентов (29,2% от общей численности респондентов) хотели бы организовать собственное сельскохозяйственное предприятие, из них только 19 человек планируют вернуться в родное село (21,1%). Соответственно, можно сделать вывод о том, что желание заниматься аграрным бизнесом существенно повышает вероятность решения респондента о возвращении в родное село и его профессиональную реализацию на этой территории.

4. Анализ значимости факторов развития социальной инфраструктуры (таблица 1) в принятии решения о миграции показал следующие результаты: первым по значимости фактором в этой группе является уровень заработной платы (68% опрошенных считают это фактор очень важным), второй по значимости фактор – возможности трудоустройства (64%), третий – возможности карьерного роста (57%). Т.е. факторы профессиональной реализации и трудоустройства играют важнейшую роль в формировании миграционных потоков из сельской местности. Не значимыми факторами являются, по мнению респондентов: время проезда до работы, качество медицинской помощи оказываемой на селе; наличие в селе культурно-развлекательных мест, качество дорог, а так же наличие друзей или родственников в селе.

Очевидно, что факторы, обуславливающие выбор респондентом решения о миграции действуют во взаимосвязи, соответственно качественный анализ причинности бинарного выбора можно выполнить, используя инструментарий байесовских сетей доверия. При этом в качестве бинарной, целевой переменной (целевой узел) рассматривается результат ответа на вопрос «Планируете ли Вы в ближайшие пять лет мигрировать из родного села?» – ответ «Нет» можно считать положительным исходом ($y=1$), ответ «Да» – отрицательным ($y=0$).

Таблица 1 – Распределение ответов респондентов при ответе на вопрос «Оцените важность факторов развития социальной инфраструктуры села и экономики, влияющих на принятие решения о миграции» (в %)

	Не важно	Мало важно	Важно	Очень важно
Возможности трудоустройства	1	2	33	64
Уровень безработицы	6	15	53	26
Уровень заработной платы	1	2	29	68
Возможности карьерного роста	1	5	37	57
Время проезда до работы	8	34	39	19
Стоимость проживания	3	7	59	31
Стоимость содержания собственного жилья	2	8	55	35
Стоимость аренды жилья	4	12	53	31
Торговые сети / магазины	2	20	61	16
Уровень преступности (с применением насилия)	3	10	33	53
Загрязнение окружающей среды	2	18	51	30

Примечание: Жирным шрифтом в таблице выделены значения (более 50%) по столбцу, соответствующие наиболее важным факторам, по мнению большинства респондентов.

В результате статистического анализа причинно-следственных связей в пакете Hugin выявлены факторы, оказывающие влияние на распределение в целевом узле и наиболее значимые взаимосвязи между факторами (при уровне доверительной вероятности $p\text{-value} = 0.05$). Полученная в результате обучения структура сети представлена на рисунке 2 и включает 10 факторов. Обучение таблицы условных вероятностей (EM-алгоритм) и моделирование самой сети выполнено в свободно распространяемом пакете Netica. Средняя ошибка классификации на основе полученной сети 11,3%.

В результате анализа чувствительности целевого узла к изменению уровней причинных блоков были выявлены факторы, наиболее сильно влияющие на ожидаемое решение респондентов остаться в родном селе. Наиболее значимыми факторами миграции сельской молодежи являются: желаемая область профессиональной деятельности и половая принадлежность респондента.

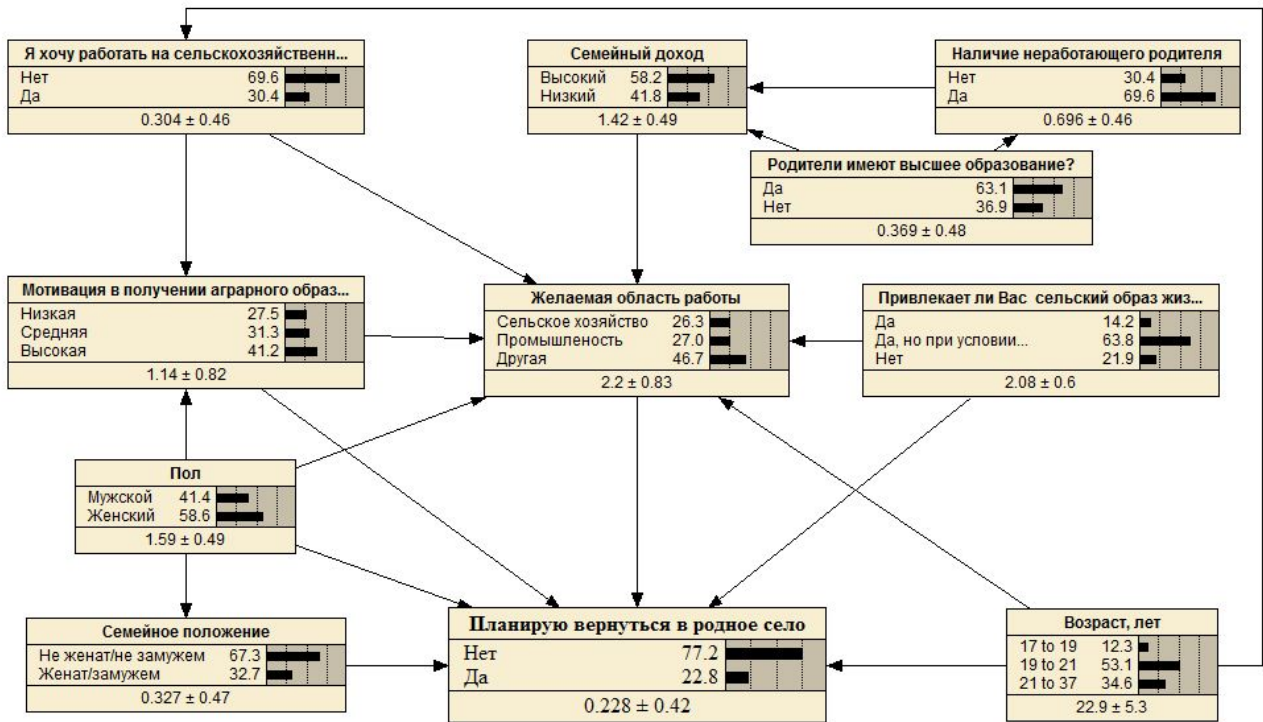


Рисунок 2 – Структура байесовской сети доверия

Обучающиеся, которые желают реализовать себя в сфере сельского хозяйства (рисунок 3), с вероятностью большей на 0,164 вернуться в родное село, чем те, которых привлекает другая сфера деятельности.

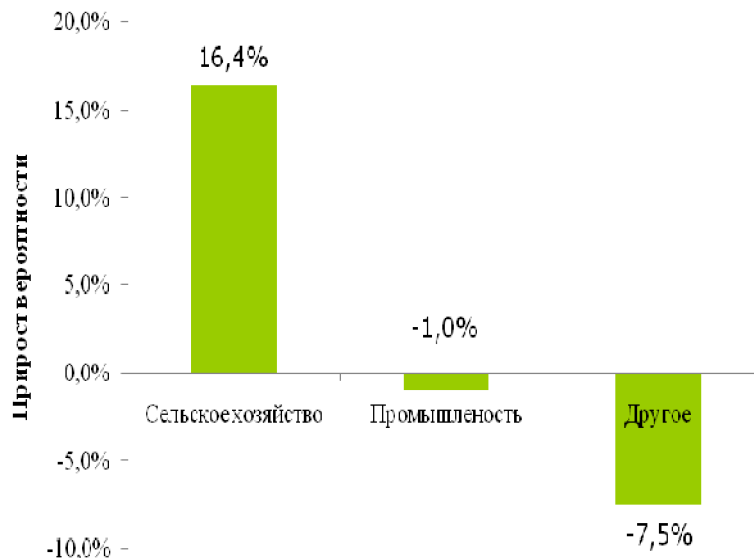


Рисунок 3 – Изменение вероятности выбора решения остаться в родном селе при изменении желаемой области профессиональной деятельности

Половой признак является вторым по значимости фактором в большей степени различающий шансы вернуться в родное село для случайно выбранного респондента (рисунок 4). Девушки в целом менее мотивированы в возвращении в сельскую местность. Положение женщины на селе, проблемы профессиональной реализации, требования к уровню жизни и возможности его обеспечения различаются среди респондентов разного пола. Исследование положения и возможностей к самореализации сельских женщин является важной составляющей мотивации их миграционного оттока, кроме того, порой инициатива миграции из села исходит именно от женщины. Этот вопрос требует отдельного исследования, значимость факторов мотивации к миграции сельских девушек высока, т.к. миграционный отток существенно влияет на рождаемость.

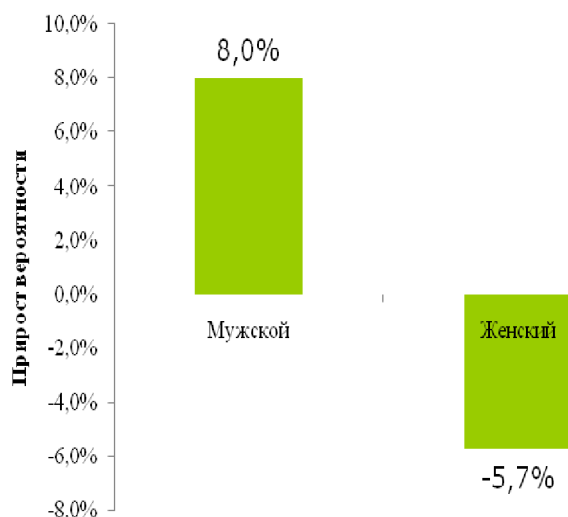


Рисунок 4 – Изменение вероятности выбора решения остаться в родном селе при изменении полового признака

Сценарный анализ на основе комплекса факторов показал, что наличие или отсутствие мотивации в получении аграрной специальности наиболее сильно влияет только в комплексе с наиболее значимыми факторами, увеличивая вероятность вернуться в родное село на 9,3%, при высокой мотивации (т.е. желании работать в сельском хозяйстве, заняться собственным бизнесом, наличии земельных паев у родителей и т.д.).

Вероятность остаться в родном селе увеличивается на 35,6% при следующем наборе факторов: респондент мужчина, у которого была высокая мотивация в получении аграрного образования и желаемой областью деятельности является сельское хозяйство.

Библиографический список

1. Иванова О.А. Будущее социального статуса сельской молодежи в регионе аграрной специализации (на примере Алтайского края) // Известия АлтГУ. – 2001. – № 2/2 (70). – С. 223–227.
2. Лукьянов А.Н. Основные направления развития сельских территорий Алтайского края: проблемы и перспективы // http://www.econ.asu.ru/inet_conf_kaf.Menedgmenta_2012/lukyanov.pdf.
3. Стратегия социально-экономического развития Алтайского края до 2015 года // http://www.econom22.ru/upload/iblock/f3c/Zakon86-zs_121121.pdf.
4. Худавердян В.Ц. Молодежная миграция в современном мире: причины и следствия // Знание, Понимание, Умение. – 2012. – № 2. – С. 142–148.

УДК 004.65

Создание интеллектуальной модели прогнозирования котировок акций на фондовом рынке

О.И. Левина
АлтГУ, г. Барнаул

В настоящее время интеллектуальные модели все активнее используются при решении сложных и не имеющих алгоритмического решения задач. В частности, применяются искусственные нейронные сети. Нейросетевые модели обладают возможностью обнаруживать скрытые закономерности. Таким образом, при помощи нейросетевого моделирования можно предсказывать развитие любого нелинейного процесса, что является идеальной основой для построения различных типов прогнозов [1].

По мнению экспертов-финансистов, фондовые рынки пережили за последние двадцать лет этап интенсивного развития [2]. Тем не менее, около 99% сделок на фондовых и финансовых рынках носят спекулятивный характер, для получения прибыли. Технологию таких сделок можно кратко охарактеризовать следующей фразой: «покупать дешевле, продавать больше». В то же время, экономико-математические методы гораздо реже используются для их эффективного анализа. Однако, с каждым годом все больше трейдеров работают в области разработки методов и моделей для прогнозирования поведения котировок акций на фондовом рынке. [3, 4].

В ходе проведенных исследований, были спроектированы интеллектуальные системы, основанные на искусственных нейронных сетях. Используемые слоистые нейронные сети способны ра-

ботать с зашумленными данными, что позволяет достаточно гибко решать поставленную задачу. Естественно, что задача не решается с абсолютной точностью, но, тем не менее, применение интеллектуальных алгоритмов может принести значительную прибыль в финансовой сфере. Анализ других, более традиционных подходов к решению этой проблемы, таких как классический технический анализ, регрессионный и корреляционный анализ и т.д., показал, что они не обладают необходимой гибкостью за пределами граничных условий. Искусственные нейронные сети обеспечивают перспективные альтернативные решения [5].

Соответственно, для построения модели прогнозирования котировок акций на фондовом рынке, было решено использовать слоистые нейронные сети. В качестве исходной информации были взяты данные с официального сайта «ФИНАМ». Котировки акций брались за период с 2008 года до настоящего времени.

На первом этапе исследования методом экспертных оценок были определены факторы, которые наиболее сильно влияют на котировки акций. В соответствии с заявлениями наиболее авторитетных трейдеров и экономистов, динамика российского рынка в значительной степени зависит от характера мирового фондового рынка и его основной площадки – фондовый рынок США. Это обусловлено значительной долей иностранных инвесторов на российском рынке сырья и, следовательно, определяет подчиненный характер российской экономики, слабость рубля в качестве расчетной и резервной валюты и т.д. Поэтому, на основе эмпирического анализа были выбраны следующие факторы, влияющие на развитие фондового рынка России:

- Индекс Мировой Экономики – CSI200(Китай).
- Индекс Мировой Экономики – World Technology.
- Индекс Мировой Экономики – World Telecommunications.
- Индекс Мировой Экономики – World Consumer Goods.
- Индекс Мировой Экономики – World Financials.
- Индекс Мировой Экономики – World Industrials.
- Курс рубля по отношению к доллару.

На основе этих показателей были построены прогностические модели для следующих курсов акций Московской биржи:

- Компания «М-Видео».
- Компания «Газпром нефть».
- ПАО «Сбербанк».

На следующем этапе анализа данных, осуществлялась предварительная обработка данных с помощью приложения Microsoft Excel. На данном этапе, исходные данные были синхронизированы по времени и осуществлена фильтрация неполных (некорректных) записей, на основе применения базовых статистик [6, 7].

После предварительного анализа данных, полученные данные анализировались при помощи искусственных нейронных сетей, работающих на основе нейропарадигмы «Back Propagation». Так как, при работе, нейронная сеть принимает значения входных переменных и выдает значения выходных переменных, то количество входных и выходных нейронов однозначно определялось размерностью входных и выходных векторов.

Количество скрытых нейронов, в проводимом численном эксперименте, варьировалось с малым шагом в допустимом интервале. Границы данного интервала определялись на основе оценки числа синаптических связей [8].

Для приблизительной оценки числа синаптических связей использовалась формула:

$$\frac{N_y N_p}{1 + \log_2(N_p)} \leq N_w \leq N_y \left(\frac{N_p}{N_x} + 1 \right) (N_x + N_y + 1) + N_y, \quad (1)$$

где N_y – выходной размер; N_p – число элементов в обучающей выборки; N_x – входной размер.

Для оценки числа нейронов в скрытом слое использовалась формула:

$$N = \frac{N_w}{N_x + N_y}, \quad (2)$$

где N_y – выходной размер; N_x – входной диапазон; N_w – число синаптических весов; N – размерность выходного сигнала (число нейронов в выходном слое).

Для обучения нейронной сети были сформированы обучающие выборки, содержащие данные за период с 2008 года по 2014 год (25000 записей). Для тестирования нейронных сетей использовались тестовые выборки, содержащие данные за 2015 год (350 записей).

В процессе анализа использовались различные архитектуры искусственных нейронных сетей, с количеством скрытых слоев от 1 до 3, и количеством скрытых нейронов от 5 до 30.

Наиболее адекватный прогноз был получен для котировок акций ПАО Сбербанк (рисунок).



Рисунок – Ошибка прогнозирования котировок акций ПАО Сбербанк

Данные результаты были получены искусственной нейронной сетью с 10 скрытыми нейронами.

Прогноз котировок акций для компаний «М-Видео» и «Газпромнефть» при различных архитектурах нейронных сетей варьировался от 15% до 25% при прогнозировании на 1 день. В результате чего был сделан вывод о необходимости использования дополнительного комплекса параметров.

Библиографический список

1. Интеллектуальные информационные системы: учебное пособие / А. А. Смагин, С. В. Липатова, А. С. Мельниченко. – Ульяновск : УлГУ, 2010. – 136 с.
2. Ивасенко А.Г. Рынок ценных бумаг. Инструменты и механизмы функционирования: учеб. пособие. 2-е изд., перераб. М.: КНОРУС, 2005.
3. Рынок облигаций: анализ и стратегии. 2-е изд., испр.и доп./ Френк Дж. Фабоцци. Пер с англ.-М.: Альпина Бизнес Букс, 2007.
4. Фондовый рынок. 4-е изд., учебное пособие для вузов/ Н.И Берзон., А.Ю. Аршавский, Е.А Буянова. Вита-пресс, 2009.
5. Нейроинформатика / А. Н. Горбань, В. Л. Дунин-Барковский, А. Н. Кирдин и др. — Новосибирск: Наука. Сибирское предприятие РАН, 1998. — 296 с.
6. Шайдунов А.А. Финансовое моделирование при помощи многокритериальной оптимизации // Вестник Алтайской академии экономики и права. 2008. № 12. С. 110-111.
7. Шайдунов А.А., Харитонов А.А., Зацепин П.М., Шатохин А.С., Пиянзин А.И. Применение нечеткой логики в нейросетевом моделировании // Нейроинформатика и ее приложения XII Всероссийский семинар. Редакторы: А.Н.Горбань, Е.М.Миркес; Ответственный за выпуск: Г.М.Садовская. 2004. С. 173-174.
8. Шайдунов А.А. Нейроинформационные технологии: учебное пособие. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – 138 с.

УДК 532.135

Моделирование течения полимерных расплавов в щелевых каналах

Н.А. Макарова¹, Г.В. Пышнограй², К.Б. Кошелев³

¹АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул,

²АлтГПУ, г. Барнаул, ³ИВЭП СО РАН, г. Барнаул

Трехмерное моделирование течения в щелевых и сходящихся каналах является важной задачей в реологии полимерных растворов и расплавов. Это обусловлено тем, что промышленность работает с полимерами в их вязкоупругом состоянии в областях со сложной геометрией [1].

Расчетная область представлена на рисунке 1. Она представляет собой узкий прямоугольный канал. Полимер течет вдоль оси X, подается на вход в виде параболического профиля в плоскости XOY. Таким образом, исследуется движение жидкого полимера по щелевому каналу.

Математически течение полимера описывается модифицированной моделью Виноградова-Покровского [2].

Расчет проводился на графическом процессоре NVIDIA, модель Tesla C2075 (512 потоков). Программа расчета написана на языке C++, поддерживает архитектуру CUDA.

Была просчитана 1 секунда движения полимера. Начальные установки следующие:

- шаг по времени равен $1e-7$ с.;
- количество шагов для одного этапа равно $1e-6$ (для достижения времени в 1 с. было проведено десять последовательных расчетов);
- коэффициент сжимаемости равен $1e-4$;
- расход жидкости равен $0,000000185$ л.

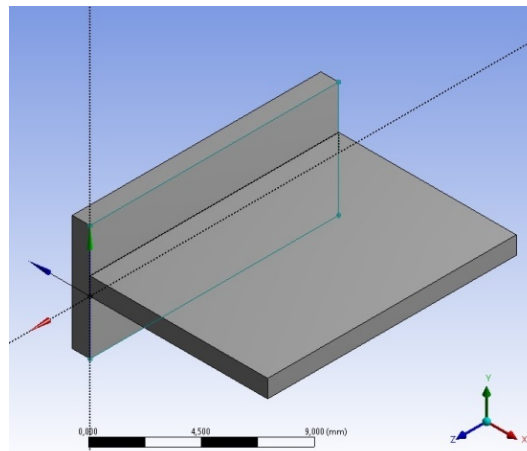


Рисунок 1 – Геометрия расчетной области

Следует сделать замечание по поводу коэффициента сжимаемости. Реальный коэффициент сжимаемости для данного полимера в жидком виде равен примерно $1e-9$. Существенное увеличение значения данного коэффициента на начальном этапе (течение полимера в первые 1-2 секунды) вызвано необходимостью достичь сходимости расчета при сильной нелинейности самой математической модели. Изучаемая система уравнений крайне неустойчива, что приводит к трудностям со сходимостью численного решения.

На рисунке 2 представлены результаты расчета: зависимость скорости полимера от координаты y . График строился в плоскости XOY , выделенной в середине расчетной области по координате Z . Далее, X также брался из середины расчетной области. График строился через каждые $0,1$ с.

Как видно из графиков, профиль скоростей с течением времени претерпевает изменения. В частности, выпуклость в центральной части постепенно снижается, в то время как прогибы по краям движутся к стенкам. Такие результаты можно объяснить постепенной деформацией первоначальной параболы, испытывающей вязкоупругие напряжения.

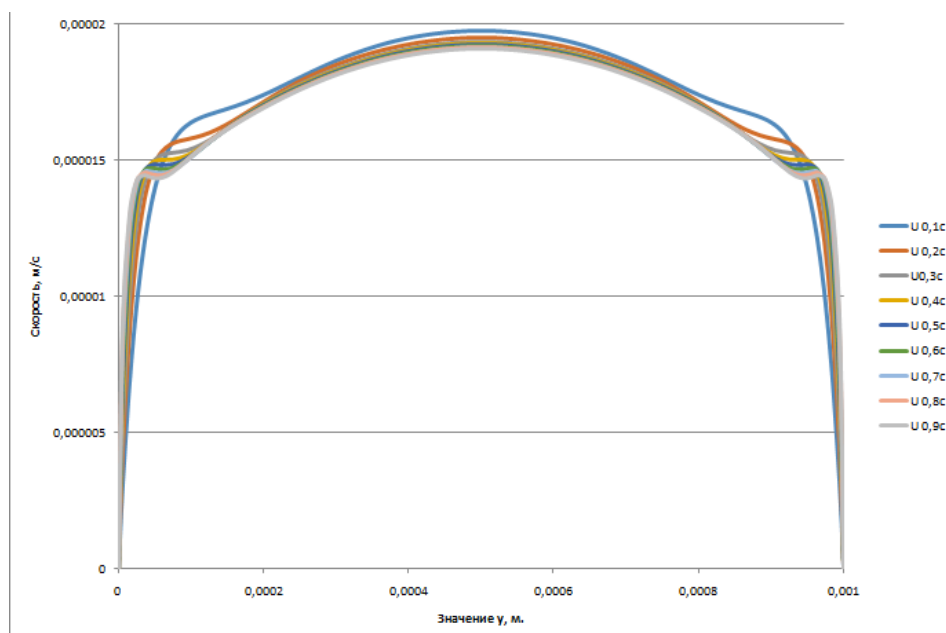


Рисунок 2 – Графики зависимости скорости о координаты y при значениях времени $0,1-0,9$ с.

Таким образом, было проведено моделирование одной секунды течения расплава полимера, представляющего собой вязкоупругую жидкость, по щелевому каналу.

Библиографический список

1. Кошелев К.Б., Пышнограй Г.В., Толстых М.Ю. Моделирование трехмерного течения полимерного расплава в сходящемся канале с прямоугольным сечением // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 2015. – №3. – С. 3–9.
2. Пышнограй Г.В., Покровский В.Н., Яновский Ю.Г., Образцов И.Ф., Карнет Ю.А. Определяющее уравнение нелинейных вязкоупругих (полимерных) сред в нулевом приближении по параметрам молекулярной теории и следствия для сдвига и растяжения // Докл. РАН. – 1994. – Т. 339, № 5. – С. 612–615.

УДК 621.313.333

К вопросу прогнозирования эксплуатационной надёжности электродвигателей в АПК с использованием вероятностной модели их состояния

Е.О. Мартко

АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

Агропромышленный комплекс (АПК) в целом и его базовая отрасль – сельское хозяйство – являются ведущими системообразующими сферами экономики страны, формирующими продовольственный рынок, продовольственную и экономическую безопасность, трудовой и поселенческий потенциал сельских территорий [1]. Наличие на предприятиях всего около 30% новых электроустановок наряду с устаревшим оборудованием отрицательно сказывается на развитии всей отрасли, именно поэтому так значительно возрастают требования к эксплуатации, призванные решать проблемы его надёжности.

Низкий уровень эксплуатационной надёжности электродвигателей (ЭД), основного электрооборудование в АПК, отрицательно сказывается на общей экономической эффективности сельхозпредприятий. Рекомендуемые меры плановой профилактики электроприводов зачастую не приводят к желаемым результатам и поэтому имеют достаточно ограниченное применение. Проблема эксплуатационной надёжности ЭД системна и не поддаётся решению с помощью отдельных технических средств. Только разработка и внедрение систем автоматизированного расчёта остаточного ресурса ЭД позволяет перейти на качественно новую основу организации обслуживания и ремонта за счёт оценки фактического состояния оборудования. Такой подход наиболее рационален, так как позволяет снизить эксплуатационные расходы и расходы на проведение ремонтных работ.

Большинству существующих в настоящее время методик расчёта остаточного ресурса ЭД присущ основной недостаток – низкая достоверность полученных результатов из-за отсутствия учёта вероятностных параметров внешней среды эксплуатации, имеющих место в реальном мире. Рассматриваемая проблема многогранна, решается довольно медленно, поскольку ситуация осложнена тем, что в рабочем режиме, как правило, возникают либо организационные и технические трудности, обусловленные необходимостью внедрения соответствующей измерительной техники, либо требуется ресурсоёмкая разработка программного обеспечения реализации избранной методики.

В отношении прогнозирования общей чертой исследований [3–7] является то, что в них рассматривался детерминированный подход к получению моделей прогноза и практически не уделено внимание вероятностному подходу. В работах рассмотрены как краткосрочные прогнозы (до нескольких месяцев, динамические модели прогноза, применимые к изменяющимся условиям эксплуатации), так и среднесрочные (до выхода электроизоляционной системы из строя). Однако мало внимания уделялось влиянию на результаты прогноза такому показателю эксплуатации ЭД в сельском хозяйстве, как остаточный ресурс.

Поэтому необходимо создание нового метода определения периодичности промежутка времени надёжной работы ЭД до понижения его работоспособности до уровня необходимости проведения ремонта.

На сопротивление изоляции ЭД оказывают влияние нагрузка и режим его работы. В связи с тем, что они зависят от времени, т.е. имеют явный характер временного ряда, наилучшим методом для прогнозирования является метод анализа сингулярного спектра, который достаточно подробно рассмотрен в [8, 9].

В ходе решения поставленных задач была разработана модель прогноза остаточного ресурса ЭД [10]. При построении было введено понятие нормы вероятности – рассматривалась вероятность

выхода электродвигателя из строя, заданная априорно, которая может быть изменена в зависимости от степени занятости электродвигателя в технологическом процессе.

В основу модели прогноза положены сопротивления, полученные в зависимости от показаний агрессивности среды (влажности, температуры), а также с учётом изменения параметров от времени и аналитических зависимостей. Она имеет вид:

$$R = R_{20} \left[1 + \alpha \left(A_0 + \sum_{i=1}^n (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t) + \psi(t) + \tau_y \right) \right] \cdot \exp \left(-t \cdot \left[A \cdot \exp \left(E_a \cdot C^{-m} \cdot \left(C_0 + \sum_{j=1}^n (C_j \cos \omega_j t + D_j \sin \omega_j t) + \phi(t) \right)^{-n} \cdot \left[R_r \cdot \left(A_0 + \sum_{i=1}^n (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t) + \psi(t) \right) \right]^{-1} \right] \right)^{-1} \right]$$

где R_{20} – начальное сопротивление изоляции ЭД, замеренное непосредственно перед вводом в эксплуатацию ЭД при температуре 20°C ; α – температурный коэффициент сопротивления изоляции; A_0 – коэффициент, численно равный математическому ожиданию средней годовой температуры, $^\circ\text{C}$; A_i , B_i – амплитуды колебаний математического ожидания температуры, соответствующие частоте ω_i ; $\psi(t)$ – случайная составляющая температуры, соответствующая времени t , $^\circ\text{C}$; τ_y – установившееся превышение температуры; C – концентрация агрессивного агента, г/м^3 или %; A , m , n – постоянные коэффициенты, зависящие от природы материала и режима работы двигателя. Они определяются экспериментально для конкретного материала или оборудования, приведены в диссертации О.Д. Гольдберга [5, 10]; E_a – эффективная энергия активации процесса, вызывающего отказ, определяемая для конкретного материала, Дж/моль; $R_r = 8,32$ Дж/град·моль – универсальная газовая постоянная; C_0 – коэффициент, численно равный математическому ожиданию средней годовой влажности, %; C_j , D_j – амплитуды колебаний математического ожидания влажности, соответствующие частоте ω_j ; $\phi(t)$ – случайная составляющая влажности, соответствующая времени t , $^\circ\text{C}$.

Для проверки работоспособности разработанного метода прогнозирования использованы более 200 ЭД мощностью от 2,2 до 7,5 кВт. Подконтрольная эксплуатация показала, что точность разработанной математической модели, позволяющей прогнозировать остаточный ресурс ЭД с заранее оговоренной вероятностью выхода из строя p , составила 8%. Тот факт, что разработанная математическая модель учитывает индивидуальные особенности эксплуатируемого на предприятии ЭД (тип, характер работы и наименование технологического процесса), позволяет судить об её гибкости (адаптивности) к прогнозу остаточного ресурса.

Наилучшим краткосрочным интервалом прогнозирования, при котором достигается наименьшая погрешность, является 24 ч.

Разработанный метод прогнозирования эксплуатационной надёжности ЭД на практике позволяет снизить количество выходов электродвигателей из строя, простоев оборудования на предприятии, и, как следствие, сократить материальные затраты на ремонт и от простоев производственного процесса.

Библиографический список

1. Стратегия социально-экономического развития агропромышленного комплекса Российской Федерации на период до 2020 года (научные основы) / отв. за подготовку Стратегии И.Г. Ушачев, А.Ф. Серков, В.С. Чекалин. – М. : РАСХН, 2011. – 101 с.
2. Калачев Ю.Н. Управляемый асинхронный электропривод. [Электронный ресурс]. – Заглавие с экрана. Режим доступа : http://www.privod.ru/stat_kalchev.htm.
3. Рыбаков В.А. Разработка методики планирования ремонта электродвигателей в сельском хозяйстве на основе математического моделирования их жизненного цикла : дис. ... канд. техн. наук. – Барнаул, 2007. – 204 с.
4. Похолков Ю.П. Разработка методов исследования, расчета и обеспечения показателей надежности и долговечности изоляции обмоток асинхронных двигателей : дис. ... доктора технических наук. – Томск, 1977. – 482 с.
5. Гольдберг О.Д. Теоретическая и экспериментальная разработка методов расчета показателей надежности, ускоренных испытаний и контроля качества асинхронных двигателей : дис. ... доктора технических наук. – Все-союз. заочный политехн. ин-т. – 1971. – 292 с.
6. Дудкин А.Н., Матялис А.П., Муравлев О.П. Обеспечение качества и надежности электрических машин // Известия Томского политехнического университета. – Томск : Изд-во НТЛ, 2000. – Т. 303, вып. 1. – С. 266–269.
7. Гутов И.А. Прогнозирование состояния электродвигателей на основе использования многофакторных моделей старения изоляции: дис. ... канд. техн. наук: 05.20.02. – Защищена 26.12.97: Утв. – Барнаул, 1997. – 259 с.
8. Голяндина Н.Э. Метод «Гусеница»-SSA: прогноз временных рядов: учеб. пособие. – СПб., 2004. – 52 с.

9. Голяндина Н.Э. Метод «Гусеница»-SSA: анализ временных рядов: учеб. пособие. – СПб., 2004. – 76 с.

10. Мартко Е.О. Прогнозирование эксплуатационной надежности электродвигателя на основе вероятностной модели его технического состояния в АПК : дис ... канд. техн. наук: 05.20.02. – Защищена 30.06.15: Утв. – Барнаул, 2015. – 129 с.

УДК 519.81

Асимметрия информированности в иерархических системах

Е. В. Матюнин¹, Н. М. Оскорбин²
¹ООО «МЕМ», г. Барнаул; ²АлтГУ, г. Барнаул

Изучение взаимодействия участников иерархических систем проводилось во многих работах отечественных и зарубежных авторов, например, [1–4], в том числе, в условиях асимметрии информированности относительно случайных параметров системы [5, 6]. Прикладная направленность этих исследований отмечена, например, в [7].

В данной статье иерархическое взаимодействие участников рассматривается в рамках ситуации равновесия по Штакельбергу, в том числе на примере модели контроля [2].

Иерархические игры в условиях асимметрии информированности участников

Исследуется функционирование системы с очередностью ходов. В основе данного взаимодействия рассматривается игра 2-х лиц: $G = \{N, \Theta, X, U, P\}$, где $N = \{1, 2\}$ – множество игроков; $X = \prod_{i \in N} X_i$ – множество допустимых стратегий; $\Theta = \prod_{i \in N} \Theta_i$ – множество всех типов игроков (типы игроков описываются случайными параметрами системы); $U: X \times \Theta \rightarrow R$ – множество всех функций выигрышей игроков; $P = \prod_{i \in N} P_i$ – множество функций распределения типов.

Стратегия i -го игрока задается следующим образом: $x_i(\theta^i): \Theta_i \rightarrow X_i$, θ^i – вектор случайных параметров, определяющих тип i -го игрока.

В работе рассматривается взаимодействие, где асимметрия информированности задается «знанием» (на момент реализации решения) значений случайных параметров $\theta^1 = (\theta_1, \dots, \theta_h)$, $\theta^1 \in \Theta^1$ для первого игрока, $\theta^2 = (\theta_{h+1}, \dots, \theta_r)$, $\theta^2 \in \Theta^2$ – для второго игрока. Вектор $\theta \in \Theta$ имеет следующую структуру: $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_h, \theta_{h+1}, \dots, \theta_r)$, $\Theta = \Theta^1 \cup \Theta^2$; I_1, I_2 – множество индексов параметров, значения которых будут известны 1-му игроку и 2-му игроку соответственно ($I_1 = \{1, \dots, h\}$, $I_2 = \{h+1, \dots, r\}$, $I_1 \cap I_2 = \emptyset$).

Условия асимметрии информированности будем вводить равенством нулю производной от стратегии игрока по параметру, точное значение которого на момент реализации решения не будет известно конкретному участнику [8]: $\frac{\partial x_i(\theta^i)}{\partial \theta_j} = 0$, $i \in N$, $j \in I \setminus I_i$.

Формализация иерархических взаимодействий с асимметрией информированности проведена по аналогии формализации байесовых игр в работе [9].

Функции ожидаемой полезности участников рассмотрим в общем виде: $U_1 = E_{[\theta]} f_1(x_1(\cdot), x_2(\cdot), \theta^1, \theta^2)$, $U_2 = E_{[\theta]} f_2(x_1(\cdot), x_1(\cdot), \theta^1, \theta^2)$, где $U_1, U_2 \in U$; $E_{[\theta]}$ – операция вычисления математического ожидания.

Принятие решений в задачах с иерархическим взаимодействием сторон в рамках ситуации равновесия по Штакельбергу

Пусть «игроком-лидером» является первый участник, а второй доброжелателен к целям первого, тогда ситуацией равновесия по Штакельбергу называется ситуация $(x_1^S(\cdot), x_2^S(\cdot))$, если:

$$x_1^S(\cdot) = \arg \max_{x_1(\cdot) \in X_1} \max_{x_2(\cdot) \in R(x_1(\cdot), \theta)} \int_{\Theta} f_1(x_1(\cdot), x_2(\cdot), \theta) dP(\theta); x_2^S(\cdot) \in R(x_1(\cdot), \theta),$$

где $\int_{\Theta} f_1(x_1(\cdot), x_2(\cdot), \theta) d\theta = \int_{\underline{\theta}_1}^{\bar{\theta}_1} \dots \int_{\underline{\theta}_r}^{\bar{\theta}_r} f_1(x_1(\cdot), x_2(\cdot), \theta^1, \theta^2) p(\theta_1, \dots, \theta_r) d\theta_1 \dots d\theta_r$, $x_1(\cdot)$, $x_2(\cdot)$ – стратегии-функции

первого и второго участников соответственно, $x_1(\cdot) \in \tilde{X}_1 \subset C^1(\Theta)$, $x_2(\cdot) \in \tilde{X}_2 \subset C^1(\Theta)$, \tilde{X}_1 , \tilde{X}_2 – пространства стратегий-функций игроков;

$R(x_1^S(\cdot), \theta) \in \text{Arg max}_{x_2(\cdot) \in \tilde{X}_2} E_{[\theta]} f_2(x_1(\cdot), x_2(\cdot), \theta)$ – множество оптимальных стратегий второго игрока (откликов на различные значения стратегий первого игрока, далее предполагается, что это множество является одноэлементным).

На этапе планирования «игрок-лидер» сообщает оппоненту, что принимает решение первым и выбирает стратегию $x_1(\cdot)$ из множества допустимых решающих функций $\tilde{X}_1(\cdot)$. Первый участник предполагает, что сообщает свою стратегию второму участнику и отыскивает его оптимальный отклик в виде:

$$R(x_1^S(\cdot), \theta) \in \text{Arg max}_{x_2(\cdot) \in \tilde{X}_2} \int_{\Theta} f_2(x_1(\cdot), x_2(\cdot), \theta) d\theta.$$

Нахождение оптимальной реакции второго игрока на действия первого игрока в условиях асимметрии информированности приводит к решению следующей вариационной задачи:

$$\int_{\Theta} \dots \int_{\underline{\theta}_1}^{\bar{\theta}_1} \dots \int_{\underline{\theta}_r}^{\bar{\theta}_r} f_2(x_1(\cdot), x_2(\cdot), \theta^1, \theta^2) d\theta_1 \dots d\theta_r \rightarrow \max_{x_2(\cdot)} \frac{\partial x_2(\theta^2)}{\partial \theta_j} = 0, \quad j \in I_1. \quad (1)$$

Функция Лагранжа для задачи (1) имеет вид:

$$\int_{\Theta} \lambda_2 f_2(x_1(\cdot), x_2(\cdot), \theta) p(\theta) + \sum_{j \in I_1} \mu_j(\cdot) \frac{\partial x_2(\theta^2)}{\partial \theta_j} d\theta,$$

где λ_2 , $\mu_j(\cdot)$ – множители Лагранжа.

Получаем необходимые условия экстремума в виде:

$$\sum_{j \in I_1} \frac{\partial \mu_j(\cdot)}{\partial \theta_j} = \frac{\partial (\lambda_2 f_2(x_1(\cdot), x_2(\cdot), \theta) p(\theta))}{\partial x_2}.$$

Положим, $\lambda_2 = 1$, условия трансверсальности для свободных границ записываются в виде: $\mu_j(\theta_j) |_{\theta_j \in [\underline{\theta}_j, \bar{\theta}_j]} = 0, j \in I_1$.

$$\sum_{j \in I_1} \mu_j(\cdot) |_{\theta_j \in [\underline{\theta}_j, \bar{\theta}_j]} = \int_{\Theta_1} \frac{\partial (\lambda_2 f_2(x_1(\cdot), x_2(\cdot), \theta) p(\theta))}{\partial x_2} d\theta^1$$

Получаем:

Необходимые условия оптимальности принимают вид:

$$\int_{\Theta_1} \frac{\partial (\lambda_2 f_2(x_1(\cdot), x_2(\cdot), \theta) p(\theta))}{\partial x_2} d\theta^1 = 0. \quad (2)$$

Порядок определения оптимальной стратегии $x_2^S(\cdot)$ с помощью необходимых условий оптимальности (2) зависит от вида функций $f_2(x_1(\cdot), x_2(\cdot), \theta)$ и $p(\theta)$.

Решая уравнение (2), «игрок-лидер» получает оптимальный отклик $x_2^S(\cdot)$ на сообщение оппоненту стратегии $x_1(\cdot)$ и переходит к нахождению собственной оптимальной стратегии, рассматривая вариационную задачу:

$$\int_{\Theta_1} \dots \int_{\underline{\theta}_1}^{\bar{\theta}_1} \dots \int_{\underline{\theta}_r}^{\bar{\theta}_r} f_1(x_1(\cdot), x_2^S(\cdot), \theta^1, \theta^2) d\theta_1 \dots d\theta_r \rightarrow \max_{x_1(\cdot)} \frac{\partial x_1(\theta^1)}{\partial \theta_i} = 0, \quad i \in I_2. \quad (3)$$

Функция Лагранжа для задачи (3) имеет вид:

$$\int_{\Theta} \lambda_1 f_1(x_1(\cdot), x_2^S(\cdot), \theta) p(\theta) + \sum_{i \in I_2} \mu_i(\cdot) \frac{\partial x_1(\theta^1)}{\partial \theta_i} d\theta,$$

где λ_1 , $\mu_i(\cdot)$ – множители Лагранжа. Получаем необходимые условия экстремума:

$$\sum_{i \in I_2} \mu_i(\cdot) |_{\theta_i \in [\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i]} = \int_{\Theta_2} \frac{\partial (\lambda_1 f_1(x_1(\cdot), x_2^S(\cdot), \theta) p(\theta))}{\partial x_1} d\theta^2.$$

Необходимые условия оптимальности имеют вид:

$$\int_{\Theta_2} \frac{\partial (\lambda_2 f_2(x_1(\cdot), x_2^S(\cdot), \theta) p(\theta))}{\partial x_1} d\theta^2 = 0. \quad (4)$$

Таким образом, «игрок-лидер» в процессе планирования решения находит свою оптимальную ожидаемую стратегию $x_1^S(\cdot)$ и стратегию оппонента $x_2^S(\cdot)$ в ходе решения уравнений (2) и (4) соответственно.

Далее участники взаимодействия переходят к реализации решения.

Первый участник на основе расчетов, проведенных при планировании решения, сообщает свою стратегию-функцию $x_1^S(\cdot)$ второму участнику, который выбирает решение $x_2^S(\cdot) \in \text{Arg max}_{x_2(\cdot) \in \tilde{X}_2} E_{[\theta]} f_2(x_1(\cdot), x_2(\cdot), \theta)$. Первый участник в рамках своей информированности о значении $x_2^S(\cdot)$ выбирает решение $x_1^S(\cdot)$ и реализует его.

Влияние асимметрии информированности на выбор оптимальных стратегий и величину ожидаемых выигрышей участников рассмотрим далее на примере модели контроля [2, 10, 11].

Модель контроля в условиях асимметрии информированности участников

В модели контроля участниками взаимодействия выступают контрольный орган (C) и исполнитель (P). Стратегией игрока P является величина неисполнения $\varepsilon \geq 0$ предлагаемых контрольным органом регламентов. Стратегией игрока C является частота (вероятность) контроля исполнителя $q \in [0, 1]$. В рассматриваемой системе игроки заинтересованы уменьшить свои затраты, в том числе системные, ответственность за которые несет игрок C . Исследуемая модель контроля имеет следующий вид:

$$f_C(q, \varepsilon) = (c \cdot q + m \cdot \varepsilon^2) \rightarrow \min_q;$$

$$f_P(q, \varepsilon) = (a \cdot q \cdot \varepsilon + \frac{b}{\varepsilon}) \rightarrow \min_\varepsilon.$$

В данной модели: f_C , f_P – целевые функции игроков; a – коэффициент линейной функции штрафа; b – коэффициент функции трудозатрат ($b > 0$); c – коэффициент функции затрат на контроль; m – коэффициент функции системных потерь ($m > 0$).

Для формализации асимметрии информированности в данной модели предположим, что параметры a , c являются независимыми случайными величинами.

В рамках иерархического взаимодействия сторон исследовано влияние изменения структуры информированности на выбор стратегий участников. Далее рассмотрим 3 варианта информированности участников.

1. Двусторонняя асимметрия информированности сторон о существенных параметрах друг друга.

2. Односторонняя асимметрия информированности контрольного органа относительно существенных параметров исполнителя.

3. Неполная, но совпадающая информированность игроков.

Вариант информированности 1

Контрольный орган на момент реализации решения будет информирован о значении параметра c , но не будет информирован о точном значении, которое примет параметр a . Исполнитель на момент реализации решения будет иметь точную информацию и о параметре a , и о параметре c . И контрольный орган и исполнитель информированы о том, узнает ли оппонент точные значения каких-либо параметров на момент принятия решения.

Контрольный орган планирует решение, рассматривая оптимизационную задачу исполнителя:

$$\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \int_{\underline{a}}^{\bar{a}} \left(a \cdot q(c) \varepsilon(a, c) + \frac{b}{\varepsilon(a, c)} \right) dP(a) dP(c) \rightarrow \min_{\varepsilon(a, c)}.$$

Оптимальная стратегия исполнителя имеет вид:

$$\varepsilon^S(a, c) = \sqrt{\frac{b}{a \cdot q(c)}}.$$

Контрольный орган решает оптимизационную задачу:

$$\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \int_{\underline{a}}^{\bar{a}} (c \cdot q(c) + m \cdot \varepsilon^S(a, c)^2) dP(a) dP(c) \rightarrow \min_{q(c)}, \frac{\partial q}{\partial a} = 0.$$

Равновесные стратегии-функции контрольного органа и исполнителя имеют вид:

$$q^S(c) = \sqrt{\frac{m \cdot b}{c} \int_{\underline{a}}^{\bar{a}} \frac{p(a)}{a} da}, \quad \varepsilon^S(a, c) = \sqrt{b/a \cdot \sqrt{\frac{m \cdot b}{c} \int_{\underline{a}}^{\bar{a}} \frac{p(a)}{a} da}}.$$

Вариант информированности 2

Контрольный орган и исполнитель на момент реализации решения не будут информированы о точных значениях коэффициента линейной функции штрафа и коэффициента функции затрат на контроль.

Контрольный орган планирует решение, рассматривая оптимизационную задачу исполнителя:

$$q \cdot \varepsilon \cdot \int_{\underline{a}}^{\bar{a}} a dP(a) + \frac{b}{\varepsilon} \rightarrow \min_{\varepsilon}.$$

Оптимальная стратегия исполнителя имеет вид:

$$\varepsilon^S = \sqrt{b/q \cdot \int_{\underline{a}}^{\bar{a}} a \cdot p(a) da}.$$

Контрольный орган решает оптимизационную задачу:

$$\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \left(c \cdot q + m \cdot (\varepsilon^S)^2 \right) dP(c) \rightarrow \min_q.$$

Оптимальная стратегия контрольного органа и исполнителя имеют вид:

$$q^S = \sqrt{\frac{m \cdot b}{c} \int_{\underline{a}}^{\bar{a}} \frac{p(a)}{a} da}; \quad \varepsilon^S = \sqrt{b/q^S \cdot \int_{\underline{a}}^{\bar{a}} a \cdot p(a) da}.$$

Вариант информированности 3

Контрольный орган на момент реализации решения будет информирован о точных значениях коэффициента линейной функции штрафа и не будет информирован о точном значении коэффициента функции затрат на контроль. Исполнитель на момент реализации решения не будет информирован о точном значении коэффициента линейной функции штрафа и не будет информирован о точном значении коэффициента функции затрат на контроль.

Контрольный орган планирует решение, рассматривая оптимизационную задачу исполнителя:

$$\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \int_{\underline{a}}^{\bar{a}} \left(a \cdot q \cdot \varepsilon(a) + \frac{b}{\varepsilon(a)} \right) dP(a) dP(c) \rightarrow \min_{\varepsilon(a)}, \frac{\partial \varepsilon}{\partial c} = 0.$$

Оптимальная стратегия исполнителя имеет вид: $\varepsilon^S(a) = \sqrt{b/a \cdot q \cdot \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} p(c) dc}$.

Контрольный орган решает задачу: $\int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \int_{\underline{a}}^{\bar{a}} (c \cdot q + m \cdot \varepsilon^S(a)^2) dP(a) dP(c) \rightarrow \min_q$.

Оптимальные стратегии контрольного органа и исполнителя имеют вид: $q^S = \sqrt{\frac{m \cdot b}{a} \int_{\underline{a}}^{\bar{a}} a \cdot p(a) da \cdot \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} c \cdot p(c) dc}$,

$$\varepsilon^S(a) = \sqrt{\frac{b}{a \cdot q^S}}.$$

Таким образом, найдены оптимальные стратегии участников для предложенных вариантов информированности в рамках ситуации равновесия по Штакельбергу.

Предположим, в данной модели: $a \in [50, 150]$, $c \in [1/2, 3/2]$, $b=1$, $m=7$, $p(a) = \frac{1}{a-a}$, $p(c) = \frac{1}{c-c}$

[10]. В таблице представлены стратегии и значения функций ожидаемых потерь контрольного органа и исполнителя для различных вариантов информированности.

Таблица – Оптимальные стратегии и ожидаемые потери игрока C и игрока P для вариантов информированности

Вариант информированности	Стратегия игрока C	Стратегия игрока P	Ожидаемые затраты игрока C	Ожидаемые затраты игрока P
1	$\frac{0,2773}{\sqrt{c}}$	$1,8990\sqrt{\frac{\sqrt{c}}{a}}$	0,5485	10,5667
2	0,2646	0,1944	0,5291	10,2876
3	0,2775	$\sqrt{\frac{1}{a \cdot 0,2775}}$	0,5546	10,4202

Заключение

Данные таблицы 1 показывают, что каждый участник заинтересован либо в реализации ситуации, где только он получит дополнительную информацию, либо в реализации той ситуации, в которой ни он, ни оппонент не получит дополнительной информации.

Кроме того, по результатам расчета выявлен парадоксальный случай, в котором оба участника, не получая дополнительной информации, имеют более высокие выигрыши по сравнению с ситуацией, в которой оба участника будут информированы о значениях существенных параметров системы. Анализ этого случая на модели контроля показывает, что одному из игроков при выборе решения не следует учитывать эту дополнительную информацию. Такие случаи известны на практике, поэтому предлагается использовать термин «умный игрок» в том случае если он знает значение параметра, но не воспользуется информированностью, если она принесет ему убыток, в противном случае рекомендуется использовать термин «информированный игрок».

Полученные результаты можно использовать при анализе и проектировании оптимальных механизмов функционирования иерархических систем. В том случае, если управляющий системой субъект может контролировать доступность информации для одной и другой стороны, то возможно регулирование рассмотренного взаимодействия с целью повышения эффективности механизма функционирования системы в целом.

Таким образом, принцип проектирования оптимальных экономических механизмов с помощью введения асимметрии информированности участников является важным инструментом анализа информационного взаимодействия в социальных и экономических системах.

Библиографический список

1. Бурков В.Н., Коргин Н.А., Новиков Д.А. Введение в теорию управления организационными системами. – М.: Либроком, 2009. – 264 с.
2. Мамченко О.П., Оскорбин Н.. Моделирование иерархических систем: учебник для вузов. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2007. – 317 с.
3. Tirole J. The theory of industrial organization. – MA.: MIT Press, 1988. – 479 p.
4. Wu H., Parlar M. Games with incomplete information: A simplified exposition with inventory management applications // International journal of production economics. – 2011. – Volume 133. Issue 2. – P. 562–577.
5. Жариков А. В. Модели стимулирования агентов промышленной корпорации в условиях асимметрии информированности // Известия Алтайского государственного университета. – 2010. – №1. – С. 110–113.
6. Myerson R.B. Probability Models for Economic Decisions. – CA.: Duxbury Press, 2005. – 354 p.
7. Hurwicz L., Reiter S. Designing Economic Mechanisms. Cambridge: Cambridge University Press. 2006. – 341 p.
8. Максимов А.В., Оскорбин Н.М. Многопользовательские информационные системы: основы теории и методы исследования: монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2005. – 250 с.
9. Алгазин Г. И., Матюнин Е. В. Об оптимальных стратегиях асимметрично информированных участников игровых взаимодействий // Управление большими системами: сборник трудов. – Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН. – М., 2015. – №58. – С. 6–39.
10. Dubina I.N., Oskorbin N.M. Game-theoretic models of incentive and control strategies in social and economic systems // Cybernetics and Systems: An International Journal, 2015. – Vol 46, Iss 5. – P. 303–319.
11. Жариков А.В., Максимов А.В. О решении частной задачи управления в случае разной информированности субъектов // Известия Алтайского государственного университета. – 2006. – № 1. – С. 55–58.

Инструментарий формирования инвестиционной программы ресурсного мегапроекта

Н.И. Пляскина

ИЭиОПП СО РАН, НГУ, Новосибирск

Приоритетами российского правительства в области недропользования являются инновационные проекты освоения перспективных нефтегазовых провинций с принципиально новыми геологическими и природными условиями (Ямал, Восточная Сибирь и республика Саха (Якутия), шельфы Арктических морей и Северных территорий). В докладе предлагается подход к формированию инвестиционной программы мегапроекта Восточно-Сибирского нефтегазового комплекса (ВСНГК) на основе использования системы экономико-математические модели.

Мегапроект ВСНГК представляет собой единый системно организованный комплекс проектов взаимосвязанных отраслей, размещаемых на обширных территориях, охватывающих несколько субъектов Федерации (Иркутская область, Красноярский край, Саха-Якутия, Амурская область, Хабаровский и Приморский края).

На основе изучения нефтегазовых провинций как объекта недропользования нами разработан и реализован методический подход к прогнозированию освоения ресурсов, особенностями которого являются:

- комплексность рассмотрения проблемы, что предполагает учет всей системы взаимосвязанных мероприятий по освоению углеводородных ресурсов (включая геологоразведку, проведение научно-исследовательских и проектно-изыскательских работ, добычу, транспортировку, создание объектов смежных и инфраструктурных отраслей), а также социальных, экологических и экономических факторов, влияющих на формирование программы и выбор эффективного варианта;

- возможность исследования альтернативных сценариев освоения ресурсов провинции, различающихся добычей углеводородных ресурсов, развитием инфраструктурных отраслей и изменением социально-экономических факторов, обеспечивающих их реализацию;

- этапность формирования программы посредством разработки определенной последовательности процедур и методов, отражающих специфические особенности решаемой проблемы, возможность количественного описания целей, альтернатив их достижения, необходимость учета ресурсных ограничений на каждом этапе разработки программы;

- использование моделей на отдельных этапах формирования программы позволяет сформировать сценарии добычи углеводородных ресурсов, генерировать варианты разработки месторождений в динамике, учесть ограниченность и вероятностный характер запасов, условия недропользования, оценить эффективность альтернативных сценариев и выработать стратегию, направленную на достижение сбалансированного развития.

В работе предложена организационно-технологическая схема разработки и управления инвестиционной программой мегапроекта, в которой отражены поэтапная последовательность решения задач и адекватный им модельный инструментарий [1]. Инструментарий представлен моделями разных классов: оптимизационных макроэкономических моделей, имитационных моделей формирования портфеля инвестиционных проектов, сетевой модели инвестиционной программы и имитационной модели оценки эффективности мегапроекта при различных сценариях его реализации. Модельный комплекс адаптирован к изменяющимся условиям хозяйствования, которые представлены блоком входных параметров в систему моделей. Выделено пять последовательных стадий прогноза, для каждой приведены экономико-математические модели.

Первая стадия – определяются объемы добычи углеводородных ресурсов по нефтегазодобывающим провинциям (НГП), а также объемы их транспортировки за пределы района на основе решения оптимизационной межрегиональной межотраслевой модели. Количественные оценки уровней добычи углеводородных ресурсов в НГП находятся в прямой зависимости от долгосрочной стратегии развития государства и являются основой при формировании сценариев предстоящего развития.

Вторая стадия – формируются варианты разработки месторождений с использованием имитационной модели разработки месторождения, учитывающей условия недропользования и экономические зависимости [1]. По каждому варианту определяются годовые объемы добычи углеводородных ресурсов, объемы и сроки потребляемых ресурсов, а также интегральные затраты в целом по варианту.

Третья стадия – выбираются месторождения, подлежащие освоению, и варианты их разработки, определяемые разведанными запасами, геолого-промысловыми характеристиками, экологически-

ми факторами и экономическими показателями, при которых потребность в углеводородных ресурсах по рассматриваемому сценарию обеспечивается с минимальными интегральными затратами. Используется оптимизационная производственная модель в вариантной постановке.

Четвертая стадия – разработка альтернативных сценариев освоения мегапроекта на базе сетевой модели, позволяющей адекватно описать процесс вовлечения в хозяйственный оборот углеводородных ресурсов [2]. В качестве критериев оптимизации могут рассматриваться: срок реализации программы, затраты ресурсов, дисконтированные во времени, сумма отклонений от заданных ограничений по ресурсам. Определенный на третьей стадии вариант развития района, характеризуемый сроками ввода месторождений в эксплуатацию, объемами выпускаемой продукции и затрачиваемых ресурсов по каждому месторождению, рассматривается как директивная часть сетевой модели. Модель позволяет оценить общую нагрузку программы на окружающую среду, социальную сферу, строительную базу, транспортную и энергетическую системы региона, осуществлять оперативное управление ходом выполнения программы.

Пятая стадия – выбор эффективной стратегии реализации мегапроекта и формирование инвестиционной программы на основе методов анализа инвестиционных проектов. Сравнение различных вариантов программы и выбор наилучшего проводятся по показателям чистого дисконтированного дохода, внутренней нормы доходности и срока окупаемости инвестиций. Формирование варианта программы достигается путем проведения одного или нескольких циклов расчетов по указанному комплексу моделей.

Ядром системы моделей являются имитационная модель разработки отдельного месторождения и сетевая модель вовлечения в хозяйственный оборот углеводородных ресурсов НПП.

Имитационная модель месторождения является генератором вариантов добычи и экономических показателей по этапам развития с учетом особенностей недропользования, охраны природной среды, ограниченности и неопределенности запасов и дебитов скважин, блок-схема алгоритма расчетов представлена в работе [1].

Сетевая модель программы осуществляет согласование во времени по ресурсам и мощностям процесс функционирования месторождений с проведением геологоразведочных работ, строительством трубопроводов, созданием объектов инфраструктуры и других обеспечивающих отраслей и формируется как инструмент координации инвестиционной деятельности различных участников программы государственными органами управления [2]. Для решения многономенклатурной задачи сетевого планирования в условиях ограниченных ресурсов складываемого типа используется разработанный в ИМ СО РАН им. С.Л. Соболева асимптотически точный малотрудоемкий алгоритм в предположении, что длительности работ – вещественные неотрицательные числа [3].

Допустимое расписание всех работ и событий, описанных в сетевой модели, можно интерпретировать как скоординированную во времени совокупность инвестиционных проектов добывающих и сервисных компаний, а сам календарный план может использоваться в двух режимах:

– как условный прогноз реализации инвестиционной программы при благоприятных режимах инвестирования,

– как организационный механизм реализации программы освоения для координации деятельности различных компаний со стороны администрации программы.

Данный подход позволяет рассмотреть во взаимосвязи весь комплекс работ по освоению ресурсов НПП, оценить гипотетические сценарии и выработать рациональную стратегию, направленную на достижение сбалансированного развития по срокам выполнения событий, потребляемым ресурсам и мощностям, а также осуществлять оперативное управление ходом реализации программы. На основе полученных решений формируется стратегия освоения ресурсов мегапроекта и вырабатываются рекомендации к изменению системы государственного регулирования недропользования.

Нами проведена серия модельных расчетов для различных сценариев развития Ямала и ВСНГК с использованием сетевой модели Программы на период до 2030 г. [1, 4]. Детерминированная сетевая модель инвестиционной программы освоения нефтегазовых ресурсов мегапроекта ВСНГК имеет 370 работ, описывающих инвестиционные процессы в компаниях и регионах и 90 фиктивных работ, отражающих межотраслевые связи между ними.

Предлагаемый инструментарий может быть положен в основу разработки долгосрочной инвестиционной Программы крупномасштабных мегапроектов освоения углеводородных ресурсов и использован государственными межведомственными комиссиями при Правительстве РФ, Минпромэнерго РФ, Минрегионразвития РФ и Федеральных округов как организационно-экономический механизм координации инвестиционных проектов-участников Программы.

Библиографический список

1. Пляскина Н.И. Прогнозирование комплексного освоения недр перспективных нефтегазодобывающих районов (методология и инструментарий) // Проблемы прогнозирования. – 2008. – №2. – С. 72–93.
2. Пляскина Н.И., Харитонова В.Н., Гимади Э.Х., Гончарова Е.Н. Сетевые модели принятия решений в межотраслевых мегапроектах освоения нефтегазовых регионов // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Социально-экономические науки. – 2012. – Т. 12, вып. 3. – С. 97–109. <http://www.nsu.ru/exp/ref/Media:5109e44083ec39dd2b0dc95e11.pdf>.
3. Гимади Э.Х., Гончаров Е.Н., Залюбовский В.В., Пляскина Н.И., Харитонова В.Н. О программно-математическом обеспечении для задачи ресурсно-календарного планирования Восточно-Сибирского нефтегазового комплекса // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Математика, механика, информатика. – 2010. – Т. 10, вып. 4. – С. 52–67.
4. Пляскина Н.И., Харитонова В.Н., Вижина И.А. Ресурсный мегапроект Восточно-Сибирского нефтегазового комплекса. Оценка реализуемости государственного плана развития газо-нефтехимии в Восточной Сибири и Республике Саха (Якутия) // Бурение и нефть. – 2014. – №2. – С. 14–18, №3. – С. 3–9, №4. – С. 24–27.

УДК 51-77

Нечеткое моделирование рынка труда Алтайского края

И.В. Пономарев
АлтГУ, г. Барнаул

Прогнозирование играет важную роль в повседневной человеческой деятельности и в принятии решений относительно будущего. Изучение динамики, прогнозирование тенденций развития рынка труда региона играет немаловажную роль в экономическом планировании в целом. Как правило, моделирование подобных процессов ведется с помощью анализа статистической информации. Совокупность измерений подобного рода показателей в течение некоторого периода времени и представляет временной ряд. Большинство классических статистических методов построения моделей используют большое количество ограничений на рассматриваемый случайный процесс. Однако, в условиях неопределенности, специалисты сталкиваются с рядом особенностей временных рядов: нестационарность, неоднородность, сложная форма динамики, что затрудняет и ограничивает применимость классических статистических методов анализа. В этом случае существует возможность применения интеллектуальных методов анализа временных рядов. Одним из таких методов является нечеткое прогнозирование временных рядов [1–6].

В данной работе будем рассматривать как нечеткий временной ряд

$$x(t) = x(t - \tau) \circ R(t, t - \tau),$$

где $x(t)$ – значения показателя в момент времени t ; $x(t - \tau)$ – значения показателя в момент времени $t - \tau$; $R(t, t - \tau)$ – нечеткое отношение между уровнями временного ряда; \circ – нечеткое отношение. Данный метод позволит расширить возможности обработки временных рядов за счет понятных человеку лингвистических оценок, а также решить математические проблемы, связанные с малочисленностью выборки и ее вероятностными характеристиками. Алгоритм построения нечеткого временного ряда модифицированным методом и методы его анализа описаны в работах [7–12].

Рынок труда является сложной динамической системой, имеющей огромное влияние на многие сферы экономики страны, например, проблема безработицы имеет не только экономические, но и социальные последствия. Именно поэтому исследования рынка труда имеют важное стратегическое значение. В настоящее время на рынке труда края остро стоит проблема задолженности по заработной плате работников организаций. Прогнозирование данного процесса позволит скорректировать политику профилактики данных нарушений.

Для моделирования этого процесса была собрана поквартальная выборка просроченной задолженности по заработной плате работников организаций Алтайского края за 2010-2015 гг. Следуя методике, рассмотренной в работах [13–17], была разработана компьютерная программа на MatLab и построена нечеткая модель временного ряда. Результаты моделирования представлены на рисунке: точками обозначены наблюдаемые уровни ряда; пунктирная линия – показывает прогнозируемую величину ряда. Проверка адекватности модели показала некоторое занижение результатов моделирование. Однако это занижение носило постоянный характер и не зависело от величины уровня ряда. Прогнозирование величины просроченной указывает на уменьшение величины долга перед работниками, что может характеризовать направленность на стабилизацию этого компонента рынка труда.

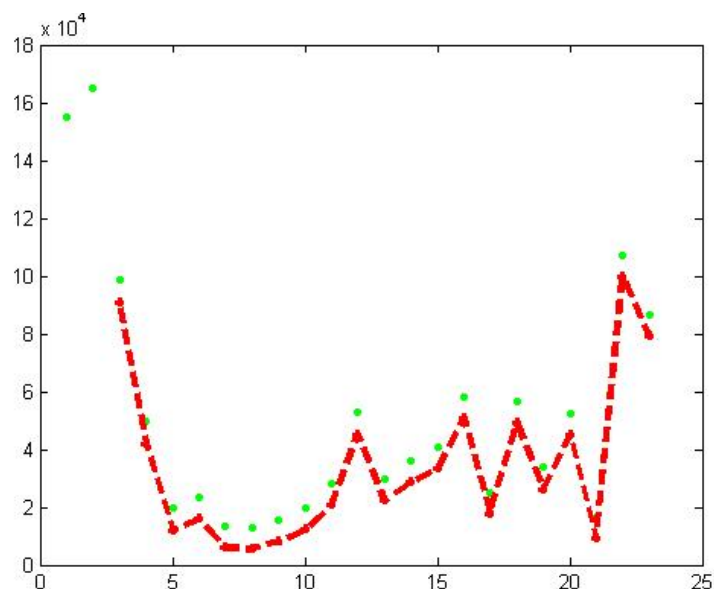


Рисунок – Просроченная задолженность по заработной плате работников организаций – всего, тысяча рублей

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты: № 16–01–00336А, № 16–31–00048мол_а), Минобрнауки РФ в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный университет» (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование: учебник. – М. : Финансы и статистика, 2001. – С. 228.
2. Мамедова М.Г., Джабраилова З.Г. Нечеткая логика в прогнозировании демографических аспектов рынка труда // Искусственный интеллект. – 2005. – №3. – С. 450-460.
3. Hao-Tien Liu An improved fuzzy time series forecasting method using trapezoidal fuzzy numbers // Fuzzy Optimization and Decision Making. – 2007. – №6. – С. 63-80.
4. Родионов Е.Д., Пономарев И.В., Родионова Л.В. и др. Математическое моделирование в социально-экономических и естественных науках: монография. — АлтГУ, ИЭ ОПП СО РАН, Барнаул, 2012.
5. Пономарев И.В., Родионов Е.Д., Родионова Л.В. и др. Математическое моделирование объектов науки: монография.– Барнаул : Концепт, 2010. – 160 с.
6. Ponomarev I.V., Slavsky V.V. Uniformly fuzzy model of linear regression // Journal of Mathematical Sciences. – 2012. – Vol. 186. – Issue 3. – P. 478–494.
7. Пономарев И.В. Нечеткое моделирование рынка труда в регионе // МАК-2015: Математики – Алтайскому краю : сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. –С. 160–162.
8. Пономарев И.В., Родионова Л.В., Родионов Е.Д. Моделирование производительности труда в регионе // МАК-2015: Математики – Алтайскому краю : сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 163–165.
9. Пономарев И.В., Родионова Л.В., Родионов Е.Д. Комплекс программ и моделей для исследования производительности труда в агропромышленном регионе // Математика и ее приложения: фундаментальные проблемы науки и техники : сборник трудов всероссийской конференции. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 389–391.
10. Пономарев И.В. Нечеткая математическая модель динамики развития регионального рынка труда // Математика и ее приложения: фундаментальные проблемы науки и техники. Сборник трудов всероссийской конференции. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 391–393.
11. Пономарев И.В., Родионова Л.В., Родионов Е.Д. Комплекс моделей и программ для анализа и прогнозирования производительности труда в агропромышленном регионе // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования. Сборник научных статей международной конференции. – Барнаул: Изд-во Алтайского ун-та, 2015. – С. 852–854.
12. Пономарев И.В. Моделирование динамики развития регионального рынка труда // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 855–856.
13. Гуров А.В., Пономарев И.В. Моделирование численности вакансий на рынке труда Алтайского края // Известия Алтайского государственного университета. – 2014. – №1/2. – С. 81–85.
14. Перекаренкова Ю.А., Пономарев И.В., Родионов Е.Д., Родионова Л.В. Региональный рынок труда: анализ, моделирование, прогноз // Вестник Алтайской науки. – 2014. – №1(19). – С. 57–65.

15. Родионов Е.Д., Родионова Л.В., Славский В.В. и другие. Применение пакетов символьных вычислений к решению задач теории и практики: монография. – Барнаул : Концепт, 2014.

16. Пономарев И.В. Нечеткие временные ряды и их применение к моделированию социально-экономических процессов // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции. – 2014. – С. 511–513.

17. Пономарев И.В., Родионов Е.Д., Родионова Л.В., Славский В.В. Комплекс моделей для построения и оценки вариантов развития регионального рынка труда // Вестник Алтайской науки. – 2013. – №1. – С. 86–88.

УДК 51-77

Моделирование социально-трудовых процессов в регионе

И.В. Пономарев, Е.Д. Родионов, Л.В. Родионова

АлтГУ, г. Барнаул

Работы по изучению социально-трудовых процессов ведутся в различных исследовательских центрах за рубежом, наиболее активно – в Швейцарии, Франции, Великобритании, США, Японии (G.Akerlof, M. Alle, G. Becker, S. Comander, J. Yellen, L. Katz, R. Smith, R. Erenberg, M. Harper, S. Speckesser и др.). Эти работы содержат большое количество глубоких теоретических идей и продуктивных методологических подходов к исследованию социально-трудовых процессов. Однако вопрос о социально-трудовых процессах как целостной социально-экономической системе не получил в них достаточного развития. Кроме того, в этих исследованиях не учитывается российская специфика механизмов развития изучаемых процессов, и, тем более, специфика российских регионов. Поэтому необходимо исследовать социально-трудовые процессы с позиций системного подхода, с учетом особенностей их развития в агропромышленном регионе.

Глубокое качественное изучение сложных системных объектов с большим количеством связей и зависимостей возможно лишь на основе разработки и внедрения современных экономико-математических методов и моделей. Вместе с тем, при исследовании социально-трудовых процессов как в России так и за рубежом сегодня преобладают статистические методы анализа и используются классические регрессионные модели. Стоит заметить, что исследование статистических данных сопряжено с рядом трудностей: малый объем данных, наличие качественных показателей, неточное представление о механизмах формирования наблюдаемого значения. Одним из способов преодоления этих затруднений является использование нечетких математических моделей. На сегодняшний день методы нечеткой математики уже хорошо зарекомендовали себя при исследовании в области анализа, прогнозирования и моделирования социально-экономических процессов. Большое внимание разработке новых эффективных методов применения теории нечетких множеств в экономике уделено в работах отечественных и зарубежных ученых, таких как: Wojadziev G., Zimmermann H.J., Zadeh L., Bellman R., Tah H.M., Недосекин А.О., Бочарников В.П. [1–6].

Основной целью исследования являлась разработка системы имитационных и эконометрических моделей для анализа, прогнозирования и регулирования социально-трудовых процессов в регионе. Необходимо было решить следующие задачи: разработать теоретическую концепцию объекта исследования, создать систему экономико-математических моделей и апробировать ее на примере Алтайского края, с помощью полученного комплекса моделей построить прогноз развития социально-трудовых процессов на краткосрочную и среднесрочную перспективу и разработать предложения по совершенствованию политики их регулирования в регионе.

Для достижения поставленных целей и задач были модифицированы модели, построенные авторами ранее: модель формирования и развития рынка труда, модель интегральной оценки напряженности на рынке труда, мультиномиальные логистические модели зависимости статуса сельских жителей на рынке труда от пола, возраста, уровня образования и места проживания, нечеткая линейная регрессионная модель по Чебышеву зависимости напряженности на региональном рынке труда от социально-экономических и демографических факторов, модель определения численности вакансий на рынке труда Алтайского края методом нечетких временных рядов и ряд других [7].

В результате проведенной работы построена система нечетких экономико-математических моделей развития социально-трудовых процессов в регионе, проведен анализ и сделан прогноз изучаемых процессов в Алтайском крае, разработаны рекомендации по совершенствованию политики их регулирования, получены следующие научные результаты:

1. Теоретическая модель объекта исследования, которая позволяет рассматривать социально-трудовые процессы в их тесной взаимосвязи, учитывая их региональную специфику.

2. Комплекс экономико-математических моделей и программ для анализа, прогнозирования и регулирования социально-трудовых процессов в регионе, включающий модели формирования, распределения и использования трудового потенциала, функционирования рынка труда, классические и нечеткие модели производительности труда и заработной платы.

3. Ретроспективный анализ и прогноз на среднесрочную и долгосрочную перспективу социально-трудовых процессов в Алтайском крае при помощи экономико-математических моделей. В частности, анализ и прогноз уровней, динамики и механизмов движения производительности и оплаты труда, спроса и предложения на рынке труда, формирования и использования трудового потенциала.

4. Предложения по совершенствованию социально-трудовой политики в регионе.

Построенные авторами модели делятся на две группы: специальные математические модели, которые целенаправленно разработаны для анализа и прогнозирования рынка труда, и универсальные математические модели, которые могут быть использованы в различных областях науки и адаптированы к рынку труда. В последней группе выделены еще две подгруппы: классические универсальные математические модели, используемые в течение многих десятилетий в социально-экономических исследованиях и адаптированные к рынку труда, и новые универсальные математические модели, которые недавно созданы и потребовали большой работы по их адаптации к рынку труда.

Примером моделей из первой группы является разработанная авторами ранее система имитационных моделей формирования и развития рынка труда. Она включает семь уравнений, описывающих формирование предложения рабочей силы на рынке труда, и шесть уравнений, характеризующих формирование спроса на рабочую силу [8]. Другим примером такого класса моделей является модель интегральной оценки напряженности на рынке труда [7].

К числу нечетких математических моделей, разработанных авторами для исследования социально-трудовых процессов в регионе, можно отнести нечеткую линейную регрессионную модель по Чебышеву зависимости напряженности на региональном рынке труда от социально-экономических и демографических факторов [9].

Вторым разработанным инструментом исследования динамики развития социально-трудовых процессов, является модель определения численности вакансий на рынке труда Алтайского края методом нечетких временных рядов [10].

Результаты исследований были использованы при разработке концепций, стратегий и схем социально-экономического развития Алтайского края (1985–2014 гг.); региональных программ содействия занятости населения (199–2016 гг.), стратегии развития сферы труда и занятости населения Алтайского края до 2025 г. и др.

Полученные результаты могут внести существенный вклад в развитие экономики труда и эконометрии, теории математического моделирования социально-экономических систем и процессов. Методические подходы к комплексному исследованию социально-трудовых процессов в Алтайском крае могут быть полезны при их исследовании и прогнозировании в регионах России. Другие работы авторов по данной тематике представлены в трудах [11–19].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты: № 16–01–00336А, № 16–31–00048мол_а), Минобрнауки РФ в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный университет» (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Bojadziev G., Bojadziev M. Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Applications. – World Scientific Pub Co. – 1996.
2. Zimmerman H.-J. Fuzzy Set Theory and its Applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. – 1996. – 315 p.
3. Zadeh L., Bellman R. Decision-making in a fuzzy environment // Management Science. – 1970. – Vol.17, No. 4.
4. Tah H.M., Carr V.J. A proposal for construction project risk assessment using fuzzy logic // Construction Management & Economics. – 2000. – Vol. 18, No. 4.
5. Korolkov M., Nedosekin A., Segeda A. How to Select a Corporate Information System Using Fuzzy Sets; Buckley, J. The Fuzzy Mathematics of Finance // Fuzzy Sets & Systems. – 1987, N 21.
6. Бочарников В.П. Fuzzy-технология: Математические основы. Практика моделирования в экономике / РАН. – СПб.: Наука, 2001.
7. Родионов Е.Д., Пономарев И.В., Родионова Л.В. и др. Математическое моделирование в социально-экономических и естественных науках: монография / АлтГУ, ИЭ ОПИ СО РАН. – Барнаул, 2012.
8. Пономарев И.В., Родионов Е.Д., Родионова Л.В. и др. Математическое моделирование объектов науки: монография. – Барнаул : Концепт, 2010. – 160 с.
9. Ponomarev I.V., Slavsky V.V. Uniformly fuzzy model of linear regression // Journal of Mathematical Sciences. – 2012. – Vol. 186. – Issue 3. – P. 478–494.
10. Гуров А.В., Пономарев И.В. Моделирование численности вакансий на рынке труда Алтайского края // Известия Алтайского государственного университета. – 2014. – №1/2. – С. 81–85.
11. Перекаренко Ю.А., Пономарев И.В., Родионов Е.Д., Родионова Л.В. Региональный рынок труда: анализ, моделирование, прогноз // Вестник Алтайской науки. – 2014. – №1(19). – С. 57–65.
12. Перекаренко Ю.А., Родионова Л.В. Социально-трудовые права сельского населения: формальные нормы, реальные практики и перспективы, социологические исследования // Социологические исследования. – 2014. – № 5. – С. 88–96.
13. Родионов Е.Д., Родионова Л.В., Славский В.В. и другие. Применение пакетов символьных вычислений к решению задач теории и практики: монография. – Барнаул : Концепт, 2014.

14. Пономарев И.В. Нечеткие временные ряды и их применение к моделированию социально-экономических процессов // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции. – 2014. – С. 511–513.
15. Пономарев И.В., Родионов Е.Д., Родионова Л.В., Славский В.В. Комплекс моделей для построения и оценки вариантов развития регионального рынка труда // Вестник Алтайской науки. – 2013. – №1. – С. 86–88.
16. Родионова Л.В., Перекаренко Ю.А., Социально-трудовые аспекты устойчивого развития сельских территорий: монография. – Изд-во Алтайского ун-та, Барнаул, 2013. – С. 271–314.
17. Троцкий А.Я., Мочалов В.М., Перекаренко Ю.А., Родионова Л.В., Родионова О.Е., Сергиенко А.М., Троцковская В.А., Щетинин М.П. Алтайское село: тенденции и механизмы социального развития / науч. ред. А.Я. Троцкий ; Министерство образования и науки РФ, Алтайский государственный университет; Центр социально-экономических исследований и региональной политики; Институт экономики и организации промышленного производства СО РАН; Алтайская лаборатория экономических и социальных исследований ИЭОПП СО РАН, Новосибирск-Барнаул. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2011.
18. Гончарова Н.П., Родионова Л.В., Родионова О.Е., Тарасова Е.В. Рынок труда Алтайского края: демографические вызовы : монография / Алтайский государственный университет. Барнаул, 2010.
19. Троцкий А.Я., Сергиенко А.М., Родионова Л.В. Проблемы социального развития села в рамках реализации проекта «Комплексное развитие Алтайского Приобья» // Субфедеральная экономическая политика: проблемы разработки и реализации в Сибирском федеральном округе/ Новосёлов А.С., Маршалова А.С., Унтура Г.А., Евсеенко А.В., Беллендир П.Ф., Канева М.А., Ратьковская Т.Г., Чирихин С.Н., Басарева В.Г., Сумская Т.В., Папело В.Н., Ковтун Б.А., Голошевская А.Н., Ковалёва Г.Д., Бурматова О.П., Василенко В.А., Фридман Ю.А., Речко Г.Н., Оськина Н.А., Карпов В.В. и др. : коллективная монография. – Новосибирск, 2012. С. 402–416.

УДК 330.131.7

Исследование структуры данных в информационной системе управления программой капитального ремонта МКД

К.П. Попов, С.П. Пронь

АлтГУ, г. Барнаул

Представлено исследование проблемы по разработке структурной модели базы данных (БД) автоматизированной информационной системы управления программой капитального ремонта (АИС УПКР) на региональном уровне. Основной задачей управления является мониторинг формирования и расходования средств фонда капитального ремонта многоквартирных домов (МКД) [1].

Важной спецификой исследуемой структуры БД является возможность использования по решению собственников для накопления специальных счетов (индивидуальных для МКД) и счетов регионального оператора (общего для всех МКД, не открывших специальных счетов). В настоящее время вопрос о сборе средств для проведения капитального ремонта МКД решен на законодательном уровне, и в регионах существуют информационные технологии, обеспечивающие удобство и своевременность проведения этой операции, например, система «Город». Однако удобный и понятный гражданам сервис для мониторинга движения средств в фонде на региональном уровне ещё не создан, существуют лишь отдельные предложения, например АИС БАРС в Тюменской области. При этом, как правило, для собственника не предусматривается доступ к некоторым данным, касающимся принадлежащих ему квартир и МКД, где эти квартиры расположены, по финансовым и строительным показателям, таким как общая задолженность, начисленная пеня, плановые даты капитального ремонта, уточненный график отдельных выборочных ремонтов и др. Кроме этого, не анонсируется разработка универсальной структуры БД для создания АИС УПКР, которая будет отвечать как действующему законодательству, так и иметь возможность к внесению изменений и подключению словарей с учетом изменения законодательства и смены способа накопления.

Рассмотрим основные проблемы информационного обеспечения работы фонда капитального ремонта (ФКР). Для полноценной работы ФКР необходимо обеспечить информационное единство с Росреестром и Региональной Кадастровой Палатой (РКП), чтобы всегда иметь актуальную и достоверную информацию по правам собственности и изменениям в технических планах строений и комнат. Это позволит вести эффективную работу ФКР и упростит формирование и подачу документов на регистрацию в указанные органы очередности оценочно-сметных и ремонтных работ. Так же для эффективного функционирования ФКР необходимо иметь возможность оперативного принятия решения о дополнительном финансировании. Для этого потребуется информация для прогнозного моде-

лирования, в том числе и имитационного [2–5], так и для обоснования наступления страховых случаев при использовании стратегий перестрахования [6–9].

Предлагаемая структура кроме перечисленных выше специфических информационных задач обеспечивает реализацию общих преимуществ АИС [10], таких как повышение производительности работы пользователей, улучшение качества обслуживания клиентской базы, снижение напряженности и трудоемкости труда персонала ФКР, а также минимизация количества ошибок в его действиях. При выборе СУБД необходимо руководствоваться следующими требованиями:

- обеспечение работы с огромными объемами данных, определяемых числом собственников;
- хранение данных в течение длительного временного периода, определяемого региональной программой капитального ремонта;
- системное объединение компонентов, которые имеют свои определенные локальные цели, задачи и разнообразные приемы функционирования для эффективной работы с информацией;
- оптимизация затрат на доступ и хранение данных;
- обработка запросов в реальном масштабе времени, и др.

Вопрос о степени распределенности АИС, на наш взгляд, решается однозначно, БД и ядро системы располагаются на сервере ФКР, а взаимодействие с внешними пользователями (собственниками), контролирующими органами, банками, Росреестром и РКП осуществляется на сетевом уровне. Напомним, информация из баз данных Росреестра и РКП при необходимости запрашивается и не хранится БД АИС УКПР.

Сетевая технология решения информационных задач, огромное число пользователей и различный уровень их подготовленности предъявляет соответствующие требования к интерфейсу, как средству общения пользователя с АИС. Удачные решения по выбору интерфейса позволяют максимально упростить процесс обучения пользователей, проведение технологических процедур, сбор и фильтрацию информации. Для создания дружественного пользователю интерфейса предлагается использовать клиент-серверную модель, в которой каждый зарегистрированный пользователь в зависимости от своего типа и своих прав (статуса по отношению к фонду), будет видеть свой профиль интерфейса и соответствующий уровень доступа.

Таким образом, структурная модель БД АИС УКПР (рисунок) строится на основе общих сведений, законов, положений, связанных с МКД. Составляющие структурной модели, позволяют модернизировать ту или иную часть структуры не нарушая целостность БД.

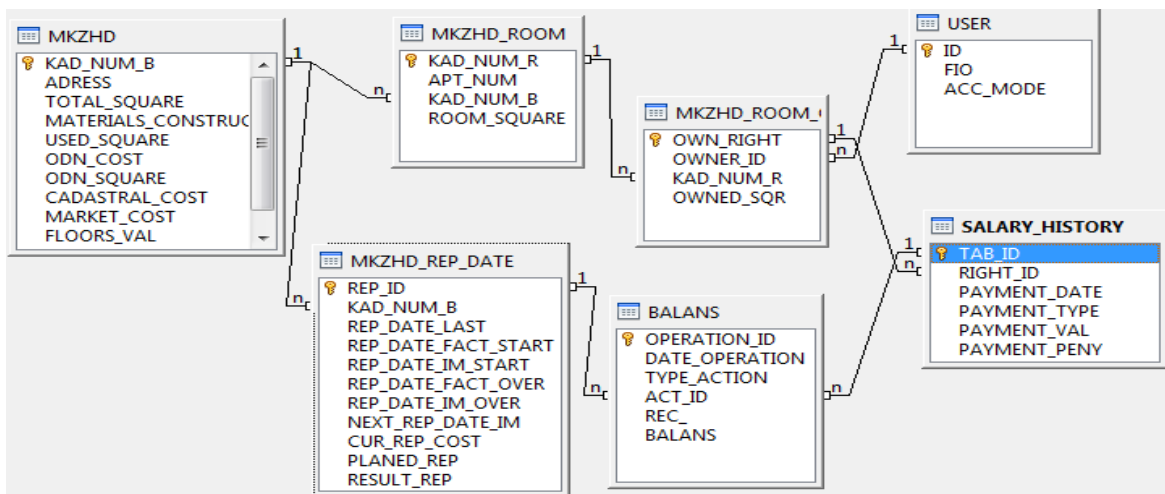


Рисунок – Структурная модель БД АИС УКПР

Данная структура позволяет к каждой из таблиц подключать справочники с помощью внешних ключей, а так же менять любую из представленных на рисунке 1 таблиц в необходимых объемах, оставляя неизменными только главные и внешние ключи.

Безопасность АИС УКПР также обусловлена структурной моделью БД, так как для внешних пользователей помимо стандартных процедур безопасности можно будет подключить набор специальных процедур.

Заметим, что представленная структура может быть изменена в зависимости от сложности работы конкретного ФКР или его филиала, при усложнении финансовой модели или дополнительных изменений в законодательной базе РФ.

Библиографический список

1. Постановление Администрации Алтайского края от 27.03.2014 г. № 146 «Об утверждении краевой программы «Капитальный ремонт общего имущества в многоквартирных домах, расположенных на территории Алтайского края» на 2014–2043 гг.».
2. Богарова Е.В., Пронь С.П. Задача оценки параметров формирования фонда КР МКЖД на специальном счете для обеспечения первоначальных затрат // Сборник статей по результатам Региональной конференции «Мой выбор – наука!». – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2015. – С. 72–76.
3. Богарова Е.В., Пронь С.П. Разработка имитационной модели финансового потока для формирования фонда КР МКЖД в среде AnyLogic // МАК-2015: Математики – Алтайскому краю : сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 128–132.
4. Богарова Е.В., Пронь С.П. Структура данных имитационной модели финансового потока для формирования фонда КР МКЖД в среде AnyLogic // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции, Барнаул, 20–24 ноября, 2015. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 526–530.
5. Семенов С.П., Кононенко С.П., Ташкин А.О. Создание социально-ориентированных геоинформационных систем с применением возможностей фолксномического подхода. Шестой технологический уклад: механизмы и перспективы развития. 13–14 ноября 2015 г. – С. 48–71.
6. Пронь С.П., Сидун Л.В. О подходах к моделированию стратегий перестрахования в пенсионных системах // МАК–2013: Математики – Алтайскому краю: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во: Алт. ун-та, 2013. – С. 165–167.
7. Пронь С.П., Сидун Л.В., Сидун Д.Ю. О влиянии модели перестрахования накопительной части пенсии на эффективность УК и НПФ // Ломоносовские чтения на Алтае : сб. научных статей международной школы-семинара, Барнаул, 5–8 ноября, 2013: в 6 ч. – 2013. – Ч. I. – С. 233–235.
8. Пронь С.П., Сидун Л.В., Сидун Д.Ю. Имитационное моделирование перестрахования накопительной части пенсии // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции, Барнаул, 11–14 ноября, 2014. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 527–529.
9. Пронь С.П., Сидун Л.В. Имитационное моделирование перестрахования в кредитных операциях // МАК–2015: Математики – Алтайскому краю : сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во: Алт. ун-та, 2015. – С. 165–167.
10. Коголовский М.Р. Энциклопедия технологий баз данных. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 800 с.
11. Клюев В.Д., Зайцев Д.А., Журавлев П.А. Нормативная база для стоимостной оценки капитального ремонта многоквартирных домов // Управление многоквартирным домом. – 2015. – № 1. – С. 65–82.

УДК 316.422:633.854

Сравнительный анализ эффективности производства продукции растениеводства в условиях сухой степи и лесостепи Алтайского края

Е.В. Понькина, Д.В. Курочкин
АлтГУ, г. Барнаул

Вопросы оценки эффективности сельскохозяйственного производства в Алтайском крае всегда являлись актуальными. В период плановой экономики исследование эффективности являлось важным для централизованного управления отраслью и оптимизации распределения ресурсов, а в период становления рыночных отношений и дальнейшего технического перевооружения регионального АПК активно исследовались вопросы эффективности различных форм организации сельскохозяйственного производства, вариантов используемых технологий и т.д.

Наиболее адекватным подходом измерения эффективности, является граничный подход, предложенный в 1951 г. Ж. Дебрэ [1] и развитый в трудах М. Фаррелла [2] и его последователей. Граничный подход основывается на представлении хозяйственного объекта как системы, имеющей множество входов и множество выходов. Эффективное функционирование объекта обеспечивает наиболее продуктивную генерацию множества выходов за счет воздействия на входы. Объект считается эффективным, если достигается состояние невозможности увеличения ни одного из выходов без увеличения хотя бы одного входа (предел объемов производства), или наоборот – невозможности уменьшения ни одного из входов без уменьшения хотя бы одного из выходов (предел экономии ресурсов). В рамках граничного подхода используются различные детерминированные и стохастические методы, наиболее популярными из которых являются: анализ оболочки данных – *Data Envelopment Analysis* (DEA) и стохастический граничный анализ – *Stochastic Frontier Analysis* (SFA). Анализ особенностей применения методов DEA и SFA выполненный в [3, с. 8–15] позволяет обобщить, что бо-

лее информативным с практической точки зрения является метод DEA, который рассматривается в работе в качестве базового.

Оценка степени технологической эффективности производственного объекта o ($o \in \{1, \dots, N\}$) по выходу осуществляется путем решения задачи математического программирования вида (CCR-output):

$$\phi^* \rightarrow \max_{(\phi, \lambda) \in Q_o} \phi, \tag{1}$$

$$Q_o = \left\{ (\phi, \lambda) \in R_+ \times R_+^n : \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{js} \leq x_{os}; \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{jr} \geq \phi y_{or}; s = \overline{1, S}; r = \overline{1, R} \right\},$$

где θ^* – переменная-индикатор, характеризующая уровень технологической эффективности объекта, т.е. величину пропорционального увеличения выходов, при действующих входах; y_{jr}, x_{js} – наблюдаемые для j – ого объекта выходы и входы; λ_j – переменные модели.

Модель (1) является, моделью ориентированной на выход при гипотезе CRS (постоянного эффекта от расширения масштаба производства). Модель CCR-output при гипотезе о VRS (переменного эффекта от расширения масштаба производства) трансформируется в модель BCC-output путем добавления ограничения $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ к задаче

Решение $\phi^* = 1$ свидетельствует об эффективности хозяйственного объекта и невозможности увеличения выхода при имеющихся входах. Однако, как показывают исследования, этого факта не достаточно для полной (100%) эффективности. Объекты, лежащие на границе, могут быть слабо эффективными в связи с тем, что ограничения задачи не выполнены как равенства. В связи с этим, вычисление остаточных d_s^- и избыточных d_s^+ переменных в ограничениях задачи (1) дает дополнительную информацию о степени эффективности объекта и величине отклонения от границы эффективности:

$$d_s^- = x_{os} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{js}; \quad d_r^+ = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{jr} - \phi^* y_{or}. \tag{2}$$

Доказано, что объект является технологически эффективным, если $\phi^* = 1$ и $d_s^- = d_r^+ = 0$.

Исследование технологической эффективности сельскохозяйственного производства в условиях Кулунды сфокусировано на группе сельскохозяйственных предприятий различных форм собственности, растениеводческой специализации.

Для формирования базы исходных данных использовались результаты сплошного статистического наблюдения Главного управления сельского хозяйства Алтайского края за период 2008-2012 гг. В качестве входов рассматриваются суммы переменных затрат на производство продукции растениеводства, а выход оценивается по величине стоимости произведенной продукции, рассчитанной в среднегодовых ценах реализации производителя. Территория исследования охватывает Кулундинскую степь Алтайского края [4]. Выборка содержит от 26 до 30 предприятий, ведущих производство в условиях сухой степи и от 17 до 27 предприятий – лесостепи.

Сравнивая динамику технологической эффективности предприятий в условиях лесостепи и сухой степи, видно, что в целом для предприятий в лесостепи индекс TE доминирует относительно предприятий сухой степи (рисунок 4). В среднем за пять лет индекс TE составил для условий сухой степи – 0,72, для условий лесостепи – 0,75. Причины технологической неэффективности предприятий

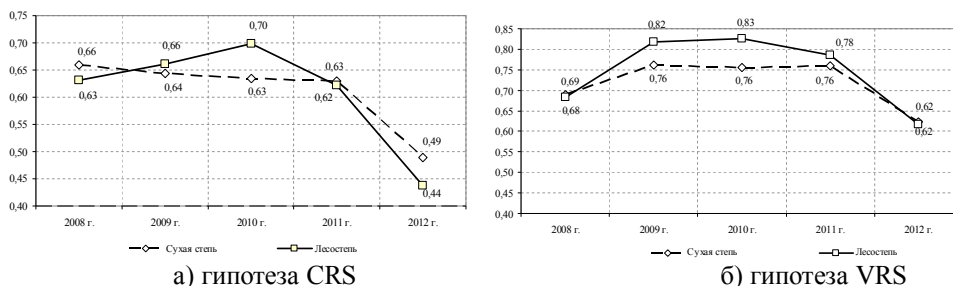


Рисунок 4 – Средний индекс технологической эффективности предприятий, осуществляющих производство в сухой степи и лесостепи, Кулунда, Алтайский край

различны и включают как факторы стохастической природы (для предприятий растениеводства существенен фактор климатических и почвенных условий), так и факторы технологического, управленческого и социально-экономического свойства.

Объекты подвыборок сопоставимы по масштабам деятельности (средний размер площади посева на предприятиях сухой степи составил 6240 га, а лесостепи – 6556 га). Сравнительный анализ структуры затрат предприятий сравниваемых зон показал, что затраты на семена, нефтепродукты и заработную плату по подвыборкам практически идентичны. В условиях лесостепи, предприятия активнее используют удобрения и средства защиты растений. В среднем затраты на удобрения в расчете на 1 га в условиях лесостепи выше на 62% относительно предприятий сухой степи, СЗР выше на 36%, что отчасти обусловлено рекомендациями агрономической науки (нормы внесения удобрений в сухой степи существенно ниже норм в лесостепной части Кулунды). Затраты на запасные части в расчете на 1 га площади посева в сухой степи выше в среднем на 29% относительно условий лесостепи. По общей сумме всех переменных затрат на возделывание культур различия между зонами не превышают 1%. Анализ соотношения цен реализации продукции показал различие не превышающее 2% по цене зерновых культур и 20% по цене на подсолнечник (средняя цена реализации подсолнечника выше для предприятий сухой степи, чем предприятий лесостепи, несмотря на это эффективность предприятий в условиях лесостепи ниже). Таким образом, можно констатировать, что найденное различие в эффективности производства продукции растениеводства обусловлено, факторами технологического и природного характера, в частности различием в качестве почв и степени засушливости климата. Очевидно, что технология возделывания культур, прежде всего, специфицируется с учетом почвенно-климатических условий производства, поэтому технологические решения вторичны, а природные условия – первичны.

Библиографический список

1. Debreu G. The Coefficient of Resource Utilization. *Econometrica*. – 1951. – Vol. 19(3). – Pp. 273–292.
2. Farrell M.J. The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of the Statistical Society*. – 1957. Series A. Vol. 120, part 3. – Pp. 253–290.
3. Лобова С.В., Понькина Е.В., Курочкин Д.В. Количественная оценка влияния технологических и социально-экономических факторов на эффективность деятельности сельскохозяйственных предприятий Алтайского края на основе методов Data Envelopment Analysis (DEA) и Stochastic Frontier Analysis (SFA). Часть 2 / Препринт 7/13. – Барнаул : Изд-во Алт. унт-та, 2013. – 87 с.
4. Экономические, экологические, технологические факторы и результаты деятельности сельскохозяйственных предприятий в условиях Кулундинской степи : коллективная монография / Е. Понькина, В. Беляев, М. Боварова и др. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2014. – 140 с.

УДК 519.876.5

Моделирование потоков зрителей на биатлонном стадионе

С.П. Семенов, Ю.М. Колосов
ЮГУ, г. Ханты-Мансийск

Компьютерное моделирование массовых перемещений людей приобретает все большую актуальность в связи с проблемами обеспечения безопасности, анализом возможных нештатных ситуаций, аварийных эвакуаций. Массовые перемещения людей происходят на улицах города во время праздничных или политических шествиях, в павильонах метро, в аэропортах и вокзалах, торговых и развлекательных центрах, спортивных сооружениях и т.п. Современное программное обеспечение имитационного моделирования [1] позволяет формализовать подобные массовые перемещения в виде моделей пешеходных потоков и решать задачи расчёта пропускной способности объекта; рассматривать различные конфигурации физического пространства и пешеходных зон; поддерживать сбор статистики пешеходных потоков; визуализировать статистику в виде карт плотности потоков пешеходов.

В данной работе излагается процесс построения имитационной модели [3] пешеходных потоков на стадионе (Центр зимних видов спорта имени А.В. Филипенко в г. Ханты-Мансийске) во время проведения крупных международных соревнований, а также результаты некоторых простых экспериментов над моделью.

Имитационная модель исследуемого реального явления (объекта, процесса, системы) – это формальное описание его логической структуры и динамики взаимодействия его отдельных элементов, как правило, с учётом стохастических факторов, которое представляется в виде программного продукта.

Целью проекта, результаты которого излагаются в данной статье, является уменьшение степени неопределённости в процессах поведения пешеходных потоков на стадионе, визуализация потоков, расчёт пропускной способности и среднего времени пребывания пешеходов в различных зонах стадиона, создание карт плотности потоков.

В данной модели агентный подход используется в сочетании с дис-кретно-событийным моделированием. Связь двух подходов осуществляется через общее пространство модели, которое они используют.

Комплекс спортивных сооружений занимает площадь примерно + 150000 м², располагается в холмистой местности (рисунок 1). Общая вместимость объекта около 15 000 зрителей, в т.ч. на стационарных трибунах могут размещаться более 10 000 болельщиков. На стадионе регулярно проводятся этапы Кубка мира по биатлону, во время которых заполняемость стадиона составляет 100%.

Стадион разделён на спортивно-служебную зону и зону для зрителей. В описываемой модели присутствует только зона для зрителей. Стадион имеет два входа для зрителей и две основные трибуны: се-верную (основную) и южную. Трибуны соединены пешеходной зоной сложной конфигурации, переменной ширины, включающей мостик с подъёмом и спуском.



Рисунок 1 – Схема Центра зимних видов спорта имени А.В. Филипенко в г. Ханты-Мансийске

Кроме того, на территории стадиона имеется торговая зона для сувенирной продукции и несколько кафе. Другие места для болельщиков в данной модели не учитывались. Предполагается, что спортивное мероприятие состоит из одного состязания в день. Общая протяжённость спортивного мероприятия составляет примерно 3,5 часа, которые можно разбить примерно на 3 фазы. Первая фаза составляет около 90 минут, в этот период зрители проходят турникеты, накапливаются в пешеходной зоне, посещают торговую зону, занимают места на трибунах. Пешеходная активность максимальна в последние 30 минут этой фазы. Вторая фаза, собственно состязание, длится в среднем около 60 минут, во время этой фазы пешеходная активность минимальна, болельщики находятся на трибунах. Третья фаза, заключительная, состоит из массового движения болельщиков на выход из стадиона. Именно во время этого промежутка времени возникают скопления зрителей в узких местах пешеходной зоны, формируются пробки, возникает угроза безопасности зрителей. Фазы выделены таким образом, чтобы оставалась возможность моделировать каждый из них автономно. Параметрами модели являются интенсивности движения пешеходов, вероятности выбора направления движения, геометрические размеры различных участков пешеходной зоны, вместимость трибун. В 2016 году, во время очередного этапа кубка мира по биатлону был произведён статистический сбор данных по движению пешеходов.

При построении модели было произведено упрощение физической (реальной) зоны движения зрителей, оставлены наиболее значимые её участки и опущены второстепенные. Модельная (упрощённая) схема пешеходной зоны приведена на рисунке 2.

Имитационная модель разрабатывалась в среде AnyLogic [2].

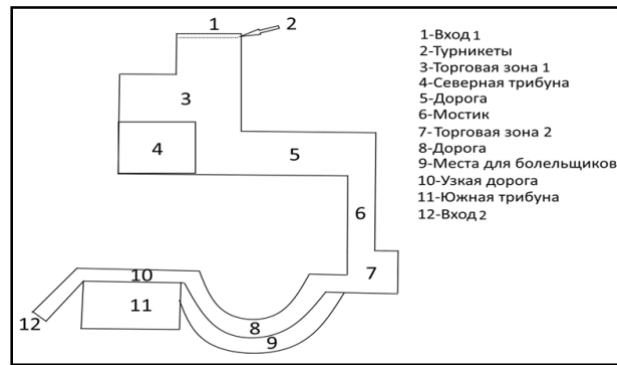


Рисунок 2 – Схема пешеходной зоны

Программный продукт AnyLogic содержит высокоуровневую Пешеходную библиотеку моделирования движения болельщиков в физическом пространстве. Модели движения пешеходов состоят из двух составляющих – среды и поведения. Под средой подразумеваются объекты физической среды – стены, различные области, сервисы, очереди и т.д. Объект среды задаётся специальным графическим элементом разметки, у которого имеются параметры. Ресурсы (сервисы) также являются объектами среды.

Поведение пешеходов определяется логикой блок-схемы. На рисунке 3 приведена блок-схема модели пешеходного движения на биатлонном центре.

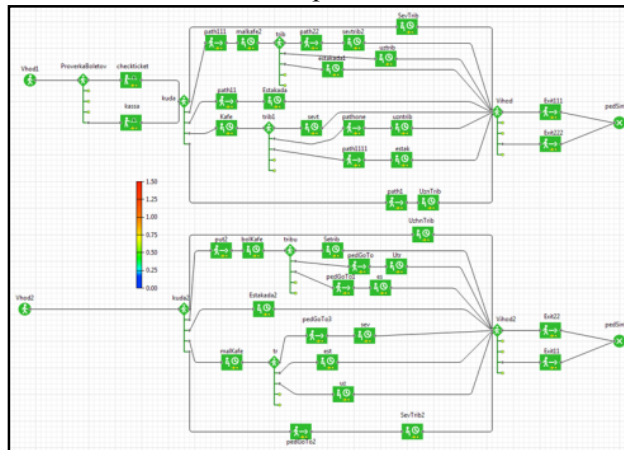


Рисунок 3 – Блок-схема модели

Блок-схема содержит следующие объекты Пешеходной библиотеки: Ped-Source; PedService; PedGoTo; PedWait; PedSink. В данной работе приведены некоторые результаты прямых задач, «что будет, если?».

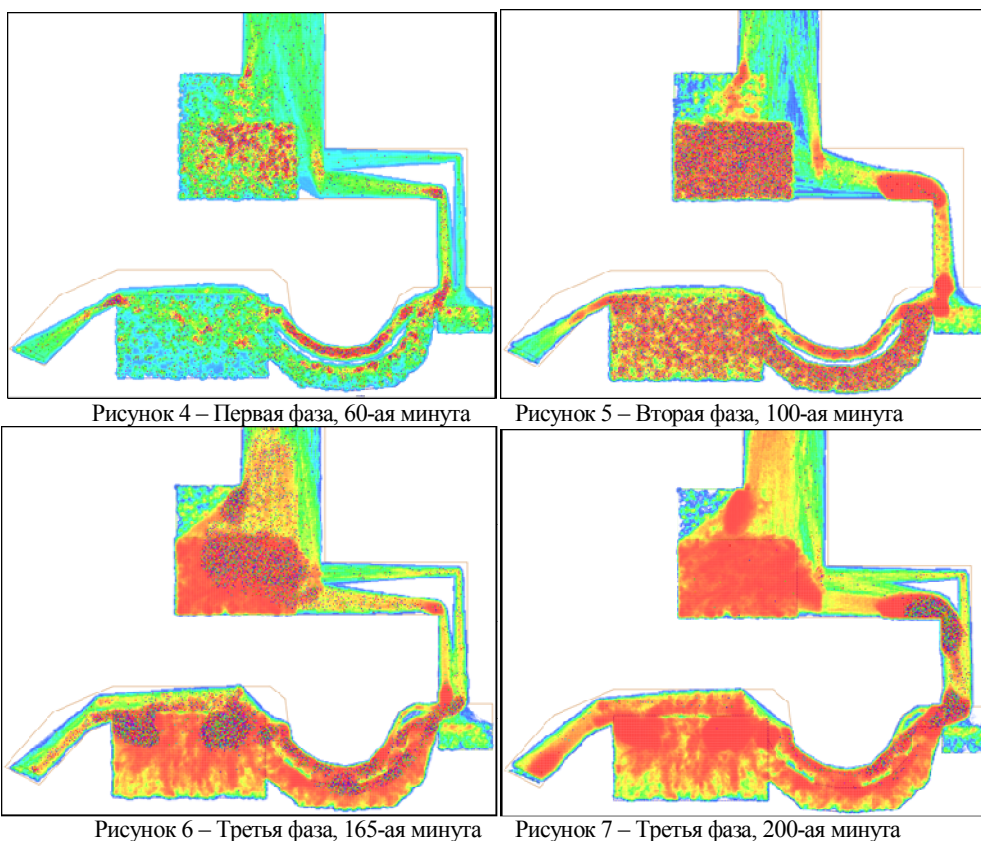
В качестве контролируемых переменных на входе выступают интенсивность прибытия зрителей, параметры объекта PedSelectOutput, а также геометрия пешеходной зоны. Единицей модельного времени выбрана минута.

В данной работе приведены некоторые результаты прямых задач, «что будет, если?». В качестве контролируемых переменных на входе выступают интенсивность прибытия зрителей, параметры объекта PedSelectOutput, а также геометрия пешеходной зоны. Единицей модельного времени выбрана минута.

В качестве выходных результатов представлены визуальные диаграммы и карты плотности. Карта плотности является инструментом AnyLogic и представляет собой план пешеходной зоны, который динамически закрашивается различными цветами в соответствии с измеренной в этой точке плотности пешеходов.

На рисунке 4 приведена карта плотности пешеходного движения, соответствующая 60-ой минуте первой фазы. Данный момент времени соответствует максимуму входной интенсивности. Зрители размещаются в пешеходной зоне согласно параметрам (вероятности) объекта PedSelectOutput.

Рисунок 5 содержит карту плотности для второй фазы, когда практически все болельщики находятся на трибунах. Рисунки 6 и 7 демонстрируют карты плотности для 3-ей фазы, соответственно, вначале фазы и ближе к её завершению.



Компьютерная модель позволяет лучше понять процессы поведения пешеходных потоков на стадионе, визуализировать эти потоки, рассчитать пропускную способность и среднее время пребывания пешеходов в различных зонах стадиона, создать динамические карты плотности зрительских потоков. Полученные результаты могут быть использованы в целях обеспечения безопасности во время проведения крупных спортивных мероприятий, а также учтены при очередной реконструкции стадиона.

Библиографический список

1. Борщев Андрей. AnyLogic – универсальная среда для моделирования пешеходных потоков. <http://www.anylogic.ru/seminar-modelirovanie-peshexodnykh-potokov>.
2. Инструмент многоподходного имитационного моделирования <http://www.AnyLogic.ru>.
3. Шеннон Р. Имитационное моделирование – искусство и наука. – М.: Мир, 1978.

УДК 519.7

Математическое моделирование в профессиональной деятельности инженера-машиностроителя

В.В. Смирнов

БТИ (филиал) АлтГТУ им. И.И. Ползунова

К числу системных компетенций специалиста (инженера) в области конструкторско-технологического обеспечения машиностроительных производств относят в первую очередь способность проектировать производственные системы, а также изделия машиностроения и технологические процессы их изготовления. Комплекс задач, решаемых при проектировании сложных систем, затрагивает все виды профессиональной деятельности инженера, включая научно-исследовательскую, проектно-конструкторскую, производственно-технологическую, организационно-управленческую и др. В этой связи актуальной является разработка профильного курса математического моделирования для будущих специалистов в области машиностроения, обеспечивающего устойчивость профессионально-прикладной математической компетенции проектировщика на основе развития способностей к моделированию изделий, объектов и процессов, а также формирования профессионально-ориентированной среды математической подготовки в инженерном вузе [1, 2].

Применение математического моделирования допускает описание и исследование систем произвольной сложности при рассмотрении объектов проектирования со стороны функционального, конструкторского и технологического аспектов [3]. При этом между проектированием и моделированием усматриваются глубокие аналогии. Так, две основные метапроцедуры проектирования, к которым относят: 1 – поиск и принятие решения, 2 – описание объекта, характерны также для моделирования. А методы разработки математической модели объекта – анализ и синтез, дедукция и индукция, относятся в то же время типичным проектным операциям. Кроме того, алгоритмические исполнения математических моделей (численные и имитационные модели) позволяют перейти к реализации компьютерных/программных средств помощи проектировщику в среде CAD/CAM/CAPP/CAE-систем. Интеграция математических методов и компьютерных технологий становится одним из факторов раскрытия междисциплинарной сущности математического знания и способствует преодолению традиционных математических трудностей, возникающих в процессе решения прикладных задач [1].

На основе анализа задач, решаемых проектировщиком, в Бийском технологическом институте разработан и внедрен в учебный процесс курс математического моделирования для бакалавров в области конструкторско-технологического обеспечения машиностроительных производств. В образовательном процессе используется учебное пособие [4], рекомендованное Сибирским региональным учебно-методическим центром высшего профессионального образования для межвузовского использования, а также компьютерный лабораторный практикум. Основу курса составляют математические знания, умения и навыки, применяемые в проектной деятельности и позволяющие:

- 1) единообразно описывать (формализовать) объекты и процедуры проектирования;
- 2) проводить количественный и качественный анализ, а также оптимизацию параметров проектируемой системы;
- 3) предсказывать поведение проектируемой системы при изменении её параметров и параметров внешней среды.

С точки зрения соотношения задач моделирования с задачами, стоящими перед проектировщиком предложенный курс включает в себя следующие модули.

1. Введение в моделирование

В этом модуле рассматриваются основные термины и понятия, раскрывается сущность моделирования как метода, используемого как на теоретическом, так и на эмпирическом уровнях научного познания, преимущества и недостатки математического моделирования в сравнении с натурными исследованиями и испытаниями. Также обсуждаются вопросы классификации моделей и применения системного подхода к моделированию, способы построения математических моделей, проблемы полноты и адекватности моделей, этапы построения математических моделей, требования к моделям.

2. Модели поиска и принятия решения

Представлены математические модели поиска и принятия решений на основе формальных знаний – фактов и правил, описывающих некоторую предметную область. Соответствующие опорные разделы математики: алгебра логики и теория множеств.

Рассматривается способ принятия решений на основе анализа параметров системы. Количественный анализ позволяет установить численные значения параметров путём вычисления значения функции или характеристики статистической распределения, теоретико-вероятностной или экспертной оценки, решения уравнений. Качественный анализ параметров включает анализ графиков функций, фазовых траекторий в пространстве состояний системы, картин распределения физических величин в статике и динамике, выделение ключевых особенностей, проявляющихся в поведении модели: стационарность или нестационарность, линейность или нелинейность.

Особенное внимание уделяется моделям оптимизации. Оптимизация структуры технической системы (изделий, устройств), технологического процесса тесно связана с параметрической оптимизацией, которая может быть условной и безусловной, и здесь задействуется аппарат математического программирования.

3. Дескриптивные (описательные) модели

Описательными являются в первую очередь теоретико-множественные и алгебрологические модели, позволяющие оперировать классами и группами объектов и предметов производства: классификация деталей, сборочных узлов, оборудования, инструмента и приспособлений, технологических процессов в машиностроении. При описании структуры объектов и процессов, эффективные средства моделирования предоставляет теория графов.

Не менее важными являются модели, описывающие в форму и размеры изделий, элементов оснастки и рабочих зон станка. Точные геометрические модели служат основой для проектирования качественных машин и технологических процессов для оборудования с числовым программным

управлением. Такие модели создаются методами аналитической геометрии, алгебры логики, особую роль играет здесь метод координат.

Функционирующая техническая или технологическая система может быть представлена оператором модели A , позволяющим по соответствующим значениям входных параметров X установить значения выходных параметров Y системы:

$$A(X \rightarrow Y), X \in \Omega_X, Y \in \Omega_Y, \quad (1)$$

где Ω_X и Ω_Y – соответственно множества допустимых значений входных и выходных параметров, элементами которых могут быть любые математические объекты (числа, матрицы, функции, множества и т.д.) исходя из природы моделируемого объекта.

Понятие оператора модели может трактоваться достаточно широко. Это может быть некоторая аналитическая функция, уравнение регрессии, система алгебраических или дифференциальных уравнений, вычислительная схема, алгоритм численного метода, совокупность правил, дискретный автомат, нейронная сеть и др., т.е. то, что обеспечивает нахождение выходных параметров по заданным исходным значениям входных параметров.

4. Модели, позволяющие обеспечить управление объектом, процессом

Входные параметры в формуле (1) могут быть управляемыми и неуправляемыми. Управляемые параметры связывают с организацией и управлением производственными и технологическими процессами, при проектировании которых объективно присутствует одна из двух задач оптимизации, неверное решение которых приводит к излишней трате материальных, трудовых, финансовых ресурсов:

- 1) сделать изделие с заданными свойствами минимальной стоимости;
- 2) сделать изделие заданной стоимости с максимальными (наилучшими) свойствами.

При построении управляющих моделей сложных организационно-технических и технологических систем целесообразно знать и использовать методологию имитационного моделирования, методы Монте-Карло, теорию систем массового обслуживания, математическую теорию игр.

Библиографический список

1. Смирнов В.В. Два направления инноваций в области математической подготовки инженеров // Проблемы повышения эффективности металлообработки в промышленности на современном этапе : материалы 10-ой Всероссийской научно-практической конференции, Новосибирск, 28 марта 2012 г. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012. – С. 217–219.
2. Смирнов В.В. Подготовка инженера-исследователя в области математического моделирования // Инновации в машиностроении – основа технологического развития России: материалы VI международной научно-технической конференции: Часть 2, Барнаул, 23-26 сентября 2014 г. – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2014. – С. 168–174.
3. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем. – Минск: Новое знание, 2013. – 584 с.
4. Смирнов В.В. Математическое моделирование. Курс лекций с тестами для самопроверки. – Бийск: Изд-во АлтГТУ, 2015. – 123 с.

УДК 519.833

Модельный пример успешности обучения в вузе

Л.Л. Смолякова
АлтГУ, г. Барнаул

Для данной работы автор использовал данные о поступлении и обучении студентов факультета математики и информационных технологий Алтайского государственного университета.

Для построения модельного примера успешности обучения и дальнейшего его интерпретации методом главных компонент (МГК) выберем линейную математическую модель, общее уравнение будет иметь вид:

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3, \quad (1)$$

где v_1, v_2, v_3 – v_1, v_2, v_3 обобщенные (агрегированные, внутренние) переменные [1, 2], отвечающие за базовую подготовку (ЕГЭ), активность студентов во время обучения и степень осознанности выбора данного направления бакалавриата для обучения на выбранном факультете.

Область определения:

$v_1 \in [20; 90]$ $v_2 \in [20; 90]$ данные получены в 2014 году по результатам поступления на математический факультет (математика ЕГЭ, физика ЕГЭ или информатика ЕГЭ, русский язык ЕГЭ);

$v_2 \in [0; 5]$ $v_2 \in [0; 5]$ сюда мы включили процент посещения лекций, практик, выполнение текущих заданий преподавателя по базовым предметам и экспертная оценка преподавателя об активности студента на занятии;

$v_3 \in [-1; 1]$ $v_3 \in [-1; 1]$ целевая установка студента о готовности учиться на математическом факультете.

Область значений: $y = [0; 100]$, $y = 100$ означает, что студенты имели отличные баллы при поступлении, посещают все лекции и практики, вовремя выполняют и в полном объеме задания преподавателя, активно работают на занятиях, знают историю математики, готовились заранее к поступлению на данный факультет (профориентированны) и в настоящее время на занятиях по профильным предметам показывают свою заинтересованность (мнение преподавателя).

$y = 0$ $y = 0$ – означает, что студенты имели не высокие баллы оценки при поступлении, не посещают лекции и практики, не выполняют в полном объеме задания преподавателя, не работают на занятиях, не знают историю математики, не готовились заранее к поступлению на данный факультет (не профориентированны), попали случайно и в будущем не хотят связывать свою работу с выбранной специальностью.

Надо определить $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, так что бы область определения этой функции и область значений были согласованы. $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 > 0$. Если бы диапазоны изменения всех переменных были бы одинаковы, то были бы верны условия: $\alpha_1 = 0,3\alpha_3$, $\alpha_2 = 0,6\alpha_3$. У нас $v_1 \in [20; 90]$, $v_2 \in [0; 5]$, $v_3 \in [-1; 1]$ $v_1 \in [20; 90]$.

И тогда общий вид модели будет:

$$y = -7,53 + 0,79v_1 + 5,56v_2 + 8,33v_3. \quad (2)$$

Для данного модельного примера мы решили сгенерировать выборку из 50 строк.

Составим систему для каждой переменной из (1):

$$\begin{cases} v_1 = \gamma_1 x_{11} + \gamma_2 x_{12} + \gamma_3 x_{13} \\ v_2 = \gamma_1 x_{21} + \gamma_2 x_{22} + \gamma_3 x_{23} + \gamma_4 x_{24}, \\ v_3 = \gamma_1 x_{31} + \gamma_2 x_{32} + \gamma_3 x_{33} \end{cases} \quad (3)$$

где x_{ij} – первичные наблюдения, $i = \overline{1,3}$, $j = \overline{1, n_k}$, где n_k количество факторов для каждой обобщенной переменной.

Рассмотрим переменную v_1 из (3) она отвечает за базовую подготовку (обучение в школе), исходя из результатов единого государственного экзамена (ЕГЭ).

где x_{11} – результаты ЕГЭ по математике, $x_{11} \in [20; 80]$;

x_{12} – результаты ЕГЭ по информатике или физике, $x_{12} \in [40; 90]$;

x_{13} – результат ЕГЭ по русскому языку, $x_{13} \in [40; 90]$.

Получили уравнение:

$$v_1 = 0,4x_{11} + 0,4x_{12} + 0,2x_{13} \quad (4)$$

Для целесообразности получения адекватных результатов построим таблицу данных и сначала определим переменную v_3 , а затем рассмотрим данные второй группы v_2 .

$$v_3 = \gamma_1 x_{31} + \gamma_2 x_{32} + \gamma_3 x_{33}, \quad (5)$$

где x_{31} – уровень математической культуры и знание истории математики $x_{31} \in [-50; 50]$;

x_{32} – степень осознанности в выборе математического образования;

$x_{32} \in [-50; 50]$;

x_{33} – экспертная оценка по целевой установке; $x_{33} \in [-50; 50]$.

Получим уравнение:

$$v_3 = 0,0057x_{31} + 0,0029x_{32} + 0,0114x_{33} \quad (6)$$

Рассмотрим второй блок моделируемых переменных для уравнения:

$$v_2 = \gamma_1 x_{21} + \gamma_2 x_{22} + \gamma_3 x_{23} + \gamma_4 x_{24}, \quad (7)$$

где x_{21} – % посещения лекций (количество посещенных студентом лекций, поделенное на количество всех лекционных занятий и умноженное на 100), $x_{21} \in [0; 100]$;

x_{22} – % посещения практических занятий (количество посещенных студентом практик, поделенное на количество всех практических занятий и умноженное на 100), $x_{22} \in [0; 100]$;

x_{23} – % выполнения текущих заданий (количество выполненных студентом заданий, поделенное на количество всех заданий и умноженное на 100), $x_{23} \in [0; 100]$;

x_{24} – % активности студента на занятиях (оценивает эксперт-преподаватель, ведущий профильные занятия с данным студентом), $x_{24} \in [0; 100]$.

$$v_2 = 0,0083x_{21} + 0,01x_{22} + 0,0167x_{23} + 0,015x_{24} \quad v_2 = 0,0083x_{21} + 0,01x_{22} + 0,0167x_{23} + 0,015x_{24}, \quad (8)$$

Таким образом, мы построили модель успешности обучения [3]:

$$y = -7,53 + 0,79v_1 + 5,56v_2 + 8,33v_3,$$

$$\begin{cases} v_1 = 0,4x_{11} + 0,4x_{12} + 0,2x_{13} \\ v_2 = 0,0083x_{21} + 0,01x_{22} + 0,0167x_{23} + 0,015x_{24}, \\ v_3 = 0,0057x_{31} + 0,0029x_{32} + 0,0114x_{33}, \end{cases}$$

Данные этой модели были исследованы с помощью МГК и рассмотрены автором [4]. Результаты полностью подтвердили адекватность нашей модели.

Библиографический список

1. Оскорбин Н.М. Математические модели систем с латентными переменными // Известия АГУ. – 2012. №1/2(73). – С. 97–100.
2. Оскорбин Н.М., Суханов В.А. Исследование операций и теория игр в элементарном изложении. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 1987. – 62 с.
3. Смолякова Л.Л. Построение модельного примера успешности обучения бакалавров ФМиИТ АлтГУ с использованием МГК // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции, Барнаул, 20–24 октября, 2015. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 878-884 с.
4. Смолякова Л.Л. Применение МГК для анализа данных успешности обучения бакалавров математического факультета АлтГУ // Анализ, геометрия и топология : труды всероссийской молодежной школы-семинара, Барнаул, 2-4 октября, 2013 : в 2 ч. – Барнаул: ИП Колмогоров И.А., 2013. – Ч.2. – С. 142–147.

УДК 532.135

Математическое моделирование динамики разветвленной макромолекулы

Ю.Б. Трегубова
АлтГТУ, г. Барнаул

Работа посвящена формулировке и решению уравнений динамики разветвленной макромолекулы в рамках микроструктурного (статистического) подхода. Такой подход позволяет учитывать как молекулярное строение вещества, так и процессы межмолекулярного взаимодействия. Он был успешно применен при моделировании динамики линейных макромолекул [1, 2].

Всякая макромолекула может быть эффективно представлена как цепочка связанных броуновских частиц (так называемая модель гауссовых субцепей или шариков и пружин [3]). При этом макромолекула разбивается на N субцепей длиной M/N каждая, а поведение макромолекулы описывается движением линейной цепочки из $N+1$ броуновских частиц, связанных между собой последовательно упругими силами.

Динамика рассматриваемой макромолекулы может быть упрощена допущением, что соседние макромолекулы описываются как единообразная бесструктурная среда и все важные взаимодействия могут быть превращены во внутримолекулярные взаимодействия, так что крупномасштабная стохастическая динамика единичной макромолекулы в такой системе может быть рассмотрена как динамика эффективной броуновской частицы.

Пренебрегая взаимным гидродинамическим взаимодействием частиц в линейном по скоростям приближении, динамика единичной цепочки может быть описана набором стохастических уравнений, которые подробно рассматриваются в [1].

Решение указанной системы дифференциальных уравнений проводилось методом Эйлера с применением параллельных вычислений. В результате решения получали траектории частиц. Для того, чтобы уменьшить влияние случайных сил и проанализировать релаксационные свойства полученной физической системы проводилось достаточно большое количество вычислений, а затем усреднение полученных траекторий.

Моделирование проводилось для макромолекул h -полимеров, гребней, кистей, простых звезд и звезд с лучами из двух мономеров.

Для обозначенных ранее разветвленных макромолекул было выявлено присутствие диффузного механизма движения, которое проявляется в наличии характерного плато на рассчитанных зависимостях.

Для макромолекул h -полимеров и простых звезд количество субцепей N в моделируемой макромолекуле практически не оказывает влияния на получаемые кривые (рисунок 1). В случае кистей и звезд с лучами из двух мономеров влияние этого параметра модели на зависимости (рисунок 2) слабое. Очень важное значение количество субцепей N в моделируемой макромолекуле имеет для греб-

ней (рисунок 3). Значения параметров модели, при которых велись расчеты, результаты которых представлены на рисунках 1–5, следующие $B = 2265$, $\chi = 0,02$, $\psi = 23$.

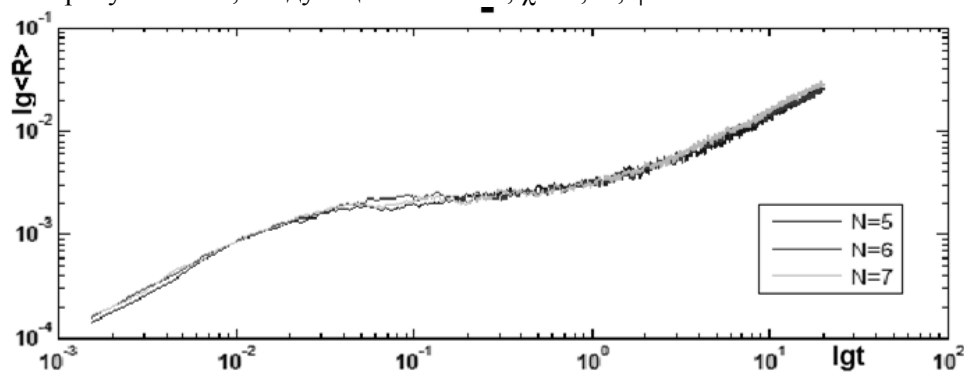


Рисунок 1 – Среднее смещение центра масс макромолекулы h-полимера от времени при различных значениях N

Отметим, что для макромолекулы гребнеобразного полимера, с увеличением N происходит уменьшение размеров плато.

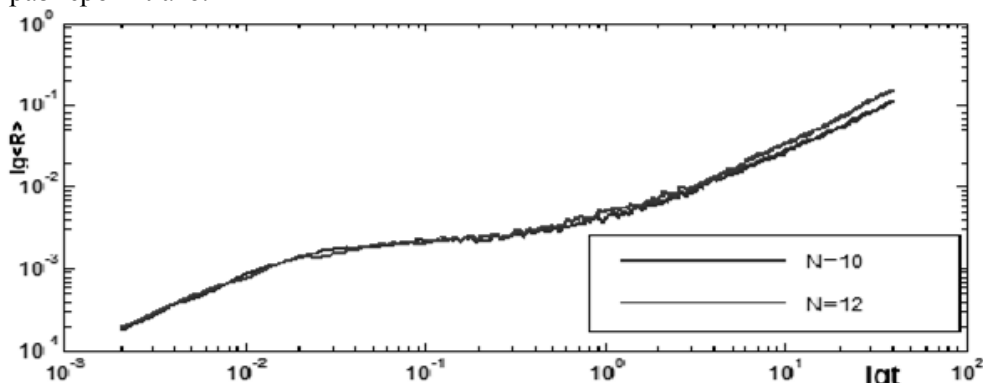


Рисунок 2 – Среднее смещение центра масс макромолекулы – кисти от времени при различных значениях N

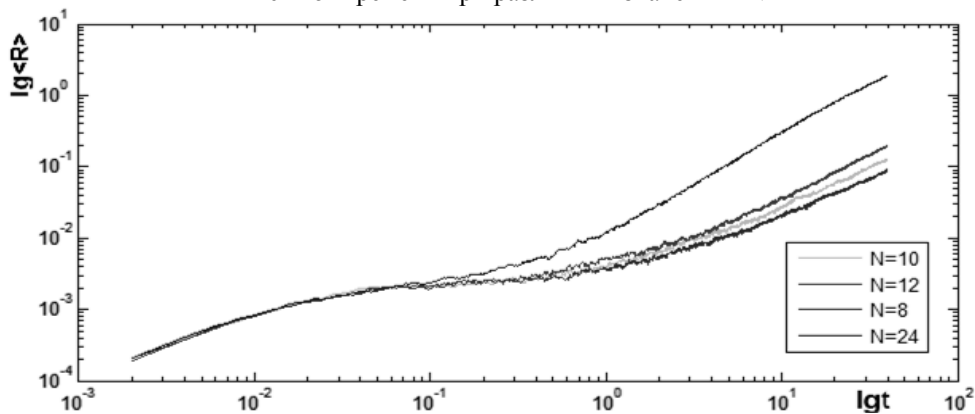


Рисунок 3 – Среднее смещение центра масс макромолекулы – гребня от времени при различных значениях N

Также было проведено сравнение траекторий центра масс макромолекулы для разных видов полимеров. При сравнении расчетов для макромолекулы h-полимера и линейного полимера, у которых одинаковое количество субцепей, результаты получаются очень близкими, практически аналогичные (рисунок 4). Если же мы сравниваем молекулу линейного полимера и макромолекулу – звезду с лучами из двух мономеров, то появляется значительная разница: размер плато у линейной макромолекулы меньше, и оно появляется раньше (рисунок 5).

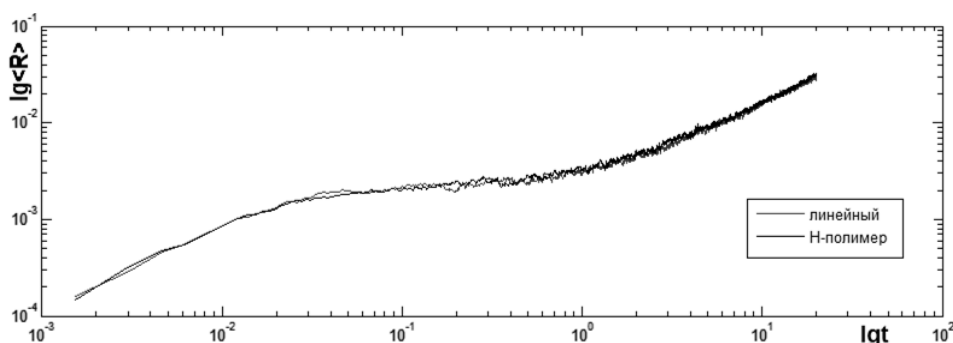


Рисунок 4 – Кривые среднего смещение центра масс макромолекул линейного полимера и h-полимера от времени при $N = 7$, $V=2265$, $\chi = 0,02$, $\psi = 23$

В работе также было исследовано влияние параметра χ на получаемые зависимости. Все исследованные в работе полимерные молекулы аналогично реагируют на изменение величины параметра χ . С ростом увеличения χ расстояние, которое проходит макромолекула до выхода на плато, больше.

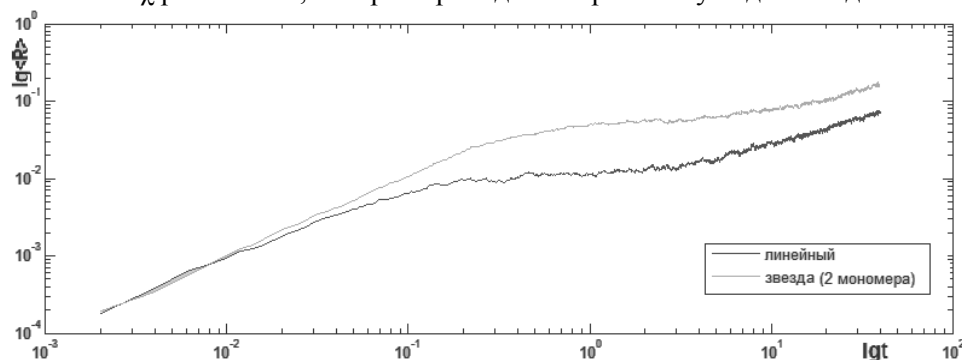


Рисунок 5 – Кривые среднего смещение центра масс макромолекул линейного полимера и звезды с лучами из двух мономеров от времени при $N = 13$, $V=2265$, $\chi = 0,02$, $\psi = 23$

Таким образом, в работе сформулирована и решена система уравнений динамики разветвленной макромолекулы. Показано наличие диффузного механизма движения разветвленной макромолекулы в окружении себе подобных.

Библиографический список

1. Алтухов Ю.А., Трегубова Ю.Б., Третьяков И.В. К обоснованию рептационного механизма диффузии линейной макромолекулы в теории микровязкоупругости // *Фундаментальные проблемы современного материаловедения*. – 2011. – №4. – С. 27–31.
2. Алтухов Ю.А., Трегубова Ю.Б. Броуновская динамика как модель поведения макромолекулярной системы // *Ломоносовские чтения на Алтае : сборник научных статей международной школы-семинара*. – Барнаул, 2011. – С. 243–246.
3. Покровский В.Н. Динамика слабо связанных линейных макромолекул // *Успехи физических наук*. – 1992. – № 5, т. 162. – С. 87–121.

УДК 519.673

Использование среды Wolfram Mathematica при разработке социально-ориентированных геоинформационных систем

А.С. Тякунов, В.В. Славский, А.О. Ташкин

ЮГУ, г. Ханты-Мансийск

Одним из наиболее важных аспектов при построении социально-ориентированных систем (в том числе, и геоинформационных) является способность создаваемого программного средства получать и обрабатывать информацию динамически, предоставляя таким образом результат деятельности в максимально соответствующем действительности виде. Поскольку любая информационная система, в общем смысле, является «справочником», позволяющим человеку оперативно получать некоторые данные, необходимые ему для принятия решений, важно не только произвести автоматизацию некой математической модели, но и продумать удобный и быстрый механизм передачи данных в систему.

Так, например, в геоинформационных системах, которые позволяют анализировать чрезвычайные ситуации или состояние окружающей среды (к примеру: площадь лесных пожаров в текущий момент), оперативное получение данных позволяет принимать решения (автоматическими средствами или в ходе работы оператора системы), от правильности которых зависит во многих случаях жизнь и здоровье людей. С другой стороны, зачастую при использовании сложных систем возникает необходимость обрабатывать огромные массивы разнообразных данных, в том числе и не имеющих четкой структуры.

Таким образом, потребность в качественном и, при этом, быстром анализе разнородных данных посредством интерактивных систем является важной задачей современности, в том числе и с математической точки зрения. Для ее решения требуется наличие инструментов, позволяющих обрабатывать запросы к социальным сетям с целью получения понятных результатов анализа. Одним из таких инструментов является среда Wolfram Mathematica.

Математическое программное обеспечение Mathematica, известно как самое мощное в мире вычислительное приложение. Более того, Mathematica служит единой платформой для проведения исследований и вычислений, которые находят свое отражение в живых интерактивных документах издательского качества. Используя мощный вычислительный аппарат и удобный интерфейс, пользователи Mathematica могут легко решить трудоемкие задачи и разобраться в сложных концепциях, используя весь имеющийся арсенал аппаратных средств.

В качестве точки приложения функциональных возможностей Wolfram Mathematica была избрана геоинформационная система доступности мест социальной инфраструктуры Geowheel, разработанная на базе Югорского государственного университета. Данная система предназначена для маломобильных групп населения и обеспечивает хранение информации о точечных объектах карты (зданиях, светофорах, остановках транспорта и т.д.), а также областях пространства, которые могут характеризоваться по некоторым признакам, оцениваемым пользователями. В этом случае чрезвычайно важным является анализ фолксономических (то есть полученных в ходе «народного голосования») данных.

Поскольку система помимо информации о пространственном расположении объекта (или области) обеспечивает также возможность внесения, хранения и изменения информации о характеристиках объекта, о его степени взаимосвязанности с другими объектами, возникает необходимость обрабатывать большие массивы данных.

Предлагается использовать оценку параметров соответствия объекта социальной инфраструктуры в виде количественной оценки по некоторой шкале, например, от 0 до 2, где 0 указывает, что объект не соответствует требованиям, позволяющим использовать его без ограничений всем группам населения; 1 – соответствует не в полной мере; 2 – полностью соответствует. Получение фолксономических оценок параметров производится с помощью интерактивных и интуитивно понятных форм системы. Дополнительно, система может принимать оценки, сделанные пользователями в виде отзыва в свободной форме, после чего их необходимо анализировать в автоматическом или полуавтоматическом режиме, получая адекватную оценку состояния объекта. Данная работа непосредственно связана с анализом формальных понятий, где описание объекта является нечетким, но с помощью инструментария Wolfram Mathematica система сможет сама получить количественный показатель удовлетворенности или доступности.

Аналогичным образом происходит и работа с областями пространства. Наложение областей на определённые границы в пространстве может дать возможность охарактеризовать территорию по описанным пользователями свойствам. Если внесенные пользователями области накладываются и охватывают одну и ту же территорию, то свойства данной территории уточняются за счет сведений от нескольких объектов информационного пространства.

Мощным инструментом Wolfram Mathematica является также и работа с картографической основой благодаря большому количеству встроенных географических справочников и геофункций. Так, проводя анализ доступности для маломобильных групп населения маршрутов передвижения, к примеру, на территории отдельно взятого медицинского учреждения, средства Wolfram Mathematica позволяют построить визуальное отображение путей перемещения. Для этого необходимо проанализировать карту местности, выявить узловые точки перемещения (входы, двери, перекрестки) и связи между ними (дороги, коридоры, переходы), после чего для анализа берутся количественные оценки доступности каждой вершины, а также физической длины и проходимости каждого ребра. В результате может быть получен взвешенный граф, где каждый маршрут из одной точки в другую будет иметь некоторый суммарный вес. Таким образом, руководствуясь пространственной и семантической информацией о маршрутах перемещения пользователей на основании данных весов, а также с учетом

расположения узлов маршрута относительно дополнительных объектов инфраструктуры, создающих удобство для перемещения (парковки, остановки транспорта), система путем математических вычислений может выявить наиболее оптимальный путь следования, исходя не только из географических характеристик местности, но и используя оценку данного маршрута живыми людьми и характеризующую его с точки зрения удобства перемещения.

Одной из интересных возможностей применения Wolfram Mathematica в геоинформационном моделировании с точки зрения информативности является возможность наложения тегов на картографическую основу. Размер шрифта тега определит степень популярности (значимости) описываемого им объекта информационного пространства. Фолксономический подход может выявить наиболее популярные географические объекты с точки зрения общественного мнения.

Разработка данной системы в виде информационного портала в сети Интернет и сопутствующего модуля анализа данных на базе Wolfram Mathematica может служить для удовлетворения потребностей в получении формализованных пространственно-ориентированных данных, а также использовать ее в качестве инструмента геопространственного ориентирования, как информационно-справочную систему с возможностью межпользовательского обмена и инструментами выявления оптимальных зон, точек и маршрутов на местности по заданным критериям. При этом перспективы системы состоят не только в создании информационного ресурса для населения, но и в получении органами муниципального управления инструментов для принятия решений относительно географических объектов.

Библиографический список

1. Булгаков С.В., Ковальчук А.К., Цветков В.Я., Шайтура С.В. Интегрированные геоинформационные системы : учебное пособие по курсу «Геоинформационные системы» / под. ред. С.В. Шайтура. – М.: Изд-во МГОУ, 2007. – 114 с.
2. Семенов С.П., Ташкин А.О. Применение фолксономического подхода в разработке социально-ориентированных геоинформационных систем // Вестник ЮГУ. – 2014. Вып. 2 (33). – С. 94–99.
3. Wolfram S. An elementary introduction to the Wolfram Language. Wolfram Media, Inc., 2015. – 342 с.

Секция 6. ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 372.851

Подготовка школьников к ОГЭ по математике с использованием информационных технологий

Г.В. Кравченко
АлтГУ, г. Барнаул

Изменения, происходящие в современном обществе, в значительной степени определяют особенности и необходимость внесения изменений в деятельность педагога. В современном образовании важна ориентация на развитие познавательной самостоятельности учащихся. Решить эту проблему старыми методами невозможно. Поэтому необходимо разработать систему обучения, направленную на повышение качества знаний обучающихся, развитие их творческих способностей посредством информационных технологий.

Активная работа с компьютером формирует у учащихся более высокий уровень самообразовательных навыков и умений. При этом следует обратить внимание, что новые средства обучения позволяют органично сочетать информационно-коммуникативные, личностно-ориентированные технологии с методами поисковой и творческой деятельности.

В процессе обучения математике информационные технологии могут использоваться в различных формах. Например:

- уроки с использованием мультимедийных презентаций;
- компьютерная проверка знаний;
- использование специализированных программ (например, интерактивной динамической среды GeoGebra);
- подготовка к ОГЭ (электронный курс);
- внеурочная деятельность.

При изложении нового материала или при повторении тем можно использовать как готовые диски – мультимедийные энциклопедии «Кирилл и Мефодий», «Дрофа», 1С, цифровые образовательные ресурсы, так и сеть Интернет.

Учащимся можно порекомендовать сайты, где собран теоретический материал, а также сайты, где ученики могут самостоятельно проверить уровень своей подготовки, пройти тесты в режиме онлайн. Например: Открытый банк заданий ОГЭ по математике (<http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-oge>); Решу ОГЭ. Математика (<https://oge.sdangia.ru/>); ОГЭ по математике (<http://www.examen.ru/add/gia/gia-po-matematike>); ОГЭ по математике – ЕГЭ портал (<http://4ege.ru/gia-matematika/>); Учительский портал (<http://www.uchportal.ru/load/246>); Образовательные ресурсы Интернета – Математика (<http://www.alleng.ru/edu/math.htm>).

Конечно, идеальный вариант к которому стремится каждый учитель, – самостоятельная учебная работа школьника в интерактивной среде обучения, используя готовые электронные учебные курсы, обучающие, тренировочные и проверочные работы в сети Интернет.

Одним из наиболее эффективных методов подготовки учащихся к ОГЭ является метод решения тестовых заданий. Практическое применение тестовых технологий при подготовке к ОГЭ показало, что учащиеся, знакомые с приемами работы над тестами, по своему уровню подготовки превосходят школьников, готовившихся по обычным учебникам и задачникам, которые, разумеется, исключать нельзя [1].

Для контроля знаний на уроке помимо традиционных контрольно-измерительных материалов можно использовать специально составленные мультимедийные презентации, компьютерные тесты, интерактивные задания. Для работы учащихся с компьютерным тестом в диалоговом режиме можно использовать такие программы, как MS PowerPoint, MS Excel, MyTest, HotPotatoes, средства интерактивной доски.

Использование специализированных программ, таких, как интерактивная геометрическая среда GeoGebra, позволяет повысить качество подготовки школьников к ОГЭ. Поскольку, в программе можно создавать всевозможные конструкции из точек, векторов, отрезков, прямых, строить графики функций, серединные перпендикуляры, биссектрисы углов, касательные, перпендикулярные и параллельные заданной прямой линии, определять длины отрезков, площади многоугольников и т.д. Нема-

ловажно и то, что среда GeoGebra позволяет производить динамические изменения построенных конструкций [2].

Это можно использовать при решении задач с параметром, когда построение «плавающего» чертежа, помогает учащимся визуально увидеть решение.

Геометрия в движении помогает и в запоминании и проверке простых фактов. Например, в 8 классе ученики часто путают свойства диагоналей ромба и параллелограмма. У слабого ученика они являются биссектрисами сразу в двух фигурах. Но стоит построить параллелограмм в программе GeoGebra и растянуть его в длину, и учащийся сразу увидит, что один из образованных диагональю углов узкий и маленький, а другой явно больше и близок к полному углу. Изменение фигуры средствами представления её элементов в движении дает возможность учителю сформировать у ученика понимание и запоминание свойств целого класса объектов.

Всё это позволяет в значительной степени устранить одну из важных причин отрицательного отношения к учёбе – неуспех, обусловленный непониманием сути проблемы, значительными пробелами в знаниях. Работая на компьютере, ученик получает возможность довести решение любой учебной задачи до конца, поскольку ему оказывается необходимая помощь или полностью объясняется решение.

Очевидными положительными моментами считаем то, что ребята не только восстанавливают пробелы в знаниях, но учатся извлекать необходимую информацию из учебно-научных текстов, собирать материал по заданной теме, создавать базы заданий, проверяют уровень своей подготовки к экзамену.

ИКТ должны помочь ученику получить более качественные знания, которые необходимы для успешной сдачи ОГЭ по математике и направлены на:

- формирование ключевых компетенций учащихся в процессе обучения и во внеурочной деятельности;
- повышение мотивации к обучению учащихся;
- овладение компьютерной грамотности учащимися, повышение уровня компьютерной грамотности учителя;
- организацию самостоятельной и исследовательской деятельности учащихся;
- создание собственного банка учебных и методических материалов, готовых к использованию в учебно-воспитательном процессе.
- развитие пространственного мышления, познавательных способностей учащихся [1].

Таким образом, применение информационных технологий на уроках и во внеурочной деятельности расширяет возможности творчества как учителя, так и учеников, повышает интерес к предмету, стимулирует освоение учениками довольно серьезных тем по информатике, что, в итоге, ведет к интенсификации процесса обучения.

Библиографический список

1. Колбасова Л.А. Инновационный проект. Информационные технологии на уроках математики // Фестиваль педагогических идей «Открытый урок». – URL: <http://festival.1september.ru/articles/553341>.
2. Чернышева Д.А., Кравченко Г.В. Возможности применения интерактивной среды GeoGebra в обучении студентов математическим дисциплинам // МАК-2015: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике / Алтайский государственный университет. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та. – 2015. – С. 225–229.

УДК 371.315.7

Организация учебного процесса с помощью электронной обучающей среды Moodle

*Л.А. Линевиц
АлтГУ, Барнаул*

В связи с быстрым приростом знаний в современном мире все более очевидно просматривается необходимость самообразования. За годы обучения в ВУЗе будущий специалист не может получить все знания, которые понадобятся ему в профессиональной деятельности, поскольку они постоянно обновляются. Значительная часть профессиональных знаний приобретает специалист именно в процессе профессиональной деятельности, в результате самообразования. Таким образом, отличительными характеристиками современного профессионального образования являются переход от убеждения «образование на всю жизнь» к убеждению «образование через всю жизнь»; интенсивное

использование в процессе обучения информационно-коммуникационных технологий, обеспечивающих свободный доступ к образовательным ресурсам; индивидуализация процесса приобретения знаний, проблема обновления стратегического ориентира развития образовательных систем и т.п. Смена идеала образования обуславливает изменение процесса обучения.

Использование информационно-коммуникационных технологий привело к созданию не только обучающих и контролирующих программ по отдельным дисциплинам, но и к созданию учебных сред. Одной из самых популярных открытых обучающих сред является Moodle, основным предназначением которой является оптимальная организация дистанционного обучения. Однако, это не говорит о том, что ее нельзя эффективно использовать для студентов очного отделения.

Moodle (модульная объектно-ориентированная динамическая учебная среда) – это свободная система управления обучением, ориентированная прежде всего на организацию взаимодействия между преподавателем и учениками. Используя Moodle преподаватель может создавать курсы, наполняя их содержимым в виде текстов, вспомогательных файлов, презентаций, опросников и т.п. По результатам выполнения учениками заданий, преподаватель может выставлять оценки и давать комментарии. Таким образом, Moodle является и центром создания учебного материала и обеспечения интерактивного взаимодействия между участниками учебного процесса. Moodle относится к классу LMS (Learning Management System) – систем управления обучением [1].

Стоит отметить, что основной целью проекта по созданию Moodle является предоставление преподавателям самых лучших средств для управления процессом обучения и его популяризации. Есть несколько путей использования Moodle:

- 1) Moodle имеет возможности для масштабирования вплоть до нескольких сотен тысяч обучаемых, а может использоваться даже для начальной школы или самостоятельного обучения;
- 2) большое количество организаций используют Moodle в качестве платформы для создания полностью онлайн-курсов (известное как смешанное обучение);
- 3) многим пользователям нравятся модули элементов курса (такие как форумы, базы данных и словари) за возможность создания удобной среды для обмена информацией по изучаемым темам;
- 4) преподаватели высших учебных заведений предпочитают использовать Moodle как способ предоставления информации для студентов (например, стандарт пакетов SCORM) и оценки обучения с использованием заданий или тестов;
- 5) по своей природе виртуальная среда Moodle является интерактивной, благодаря чему может существенно увеличивать степень усвоения учебного материала обучаемыми, так как делает образовательный процесс более интересным и динамичным [2].

В принципе процесс работы с виртуальной средой Moodle можно разделить на два этапа.

Первый этап предполагает непосредственно создание курса преподавателем. На данном этапе преподаватель может по своему усмотрению использовать как тематическую, так календарную структуризацию курса. При тематической структуризации курс разделяется на секции по темам. При календарной структуризации каждая неделя изучения курса представляется отдельной секцией, такая структуризация удобна при дистанционной организации обучения и позволяет учащимся правильно планировать свою учебную работу [1]. В электронный курс могут в произвольном порядке добавляться такие элементы как: глоссарий, учебное задание (задача), лекция, тест, форум и т.д. Также на данном этапе проводится первоначальное редактирование курса, которое включает в себя апробацию работы элементов, уточнение их настроек, установление сроков доступности материалов, устранение обнаруженных недочетов и т.п. [3].

На втором этапе непосредственно реализуется учебный курс с помощью электронной обучающей среды Moodle.

В реализованном нами с помощью обучающей среды Moodle курсе по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» студентам было предложено определенное количество задач по каждой теме. Решенные задания проверялись перед практическим занятием по соответствующей теме, что позволяло заранее выявить ту часть темы, которая была не усвоена по время лекционного занятия. Это позволило расставить правильные акценты во время практического занятия и как следствие более оптимально организовать учебный процесс. Следует также отметить, что использование среды Moodle позволяет активизировать познавательную активность и самостоятельность студентов.

Большим преимуществом среды Moodle является то, что редактирование содержания курса может легко осуществляться автором прямо в процессе обучения. Это позволяет в режиме реального времени редактировать время проведения и содержания обучающей и контролирующей части курса.

Использование системы позволяет расширить временные границы учебной деятельности студентов, не ограничиваясь рамками аудиторных занятий, что способствует более глубокому погружению учащихся в образовательный процесс. Вместе с тем, у студентов наблюдается повышение ответственности к выполнению практических и лабораторных занятий, и повышение интереса к результатам своей деятельности.

Таким образом, преподаватель, используя систему управления обучением MOODLE, имеет возможность самостоятельно разрабатывать электронные учебники и эффективно использовать их для обучения и проверки знаний, навыков и умений студентов. Применение системы также позволяет оптимизировать общение преподавателя и студента в режиме реального времени, что особенно ценно для дистанционного обучения или для реализации индивидуальных программ обучения.

Библиографический список

1. Оберган С.А., Смольская Л.Г., Шлыкова И.И. Организация дистанционного обучения в системе MOODLE: учебно-методическое пособие. – Минск, 2011. – 69 с.
2. Официальный сайт электронной образовательной среды Moodle [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://moodle.org> (дата обращения 23.04.2013).
3. Леонтьева И.А., Ребрина Ф.Г. Этапы разработки электронного учебного курса на платформе LMS MOODLE // Вестник Челябинского государственного педагогического университета. – 2014. – № 2. – С. 204–213.

УДК 51-77

О синтезе аналитических и информационно-технологических методов в обучении математике на гуманитарных специальностях

Е.А. Плотникова, Е.В. Саженкова
НГТУ, НГУЭУ, г. Новосибирск

Высшая математика в обучении студентов вузов, специализирующихся по направлениям: социология, психология, менеджмент, экономика и др., занимает вполне определённое и важнейшее положение. При этом, успешность её освоения существенно зависит от заинтересованности обучаемых, что может быть достигнуто разумным сочетанием истории возникновения и развития математических понятий и аналитических и технических средств в её изучении [1].

Насыщение лекционного материала сведениями из истории становления и развития математики не только пробуждает у студентов интерес к предмету, но и способствует осмысленному его изучению. Эту же цель преследует и включение в изложение материала некоторых биографических сведений о тех математиках, именами которых названы теоремы, критерии, формулы, методы и математические понятия. Исторические отступления позволяют также лучше понять необходимость введения того или иного математического понятия.

Существенное значение в обучении математике студентов-гуманитариев играет акцентирование на доходчивость изложения материала, его иллюстративность и техническую помощь в осуществлении математических вычислений [2].

В 90-х годах XX века появились универсальные пакеты символьных вычислений. Они позволяют решать на компьютере сложнейшие численные и аналитические задачи: вычислять пределы, производные и интегралы, строить графики функций, решать системы уравнений и многое другое [3].

Появление этих информационных технологий диктует необходимость вооружения студентов-гуманитариев умением пользоваться пакетами символьных вычислений, или, по крайней мере, демонстрации их возможностей. К таким пакетам относится, на пример, Maple. Этот пакет включает в себя широкий спектр символьных вычислений, мощную графику и удобную систему помощи. Есть также Math Office for Word, объединяющий возможности пакета Maple и популярного редактора Word, и другие пакеты.

После изучения какого-либо математического раздела (предела, производной, интеграла и т.д.) и аналитического решения соответствующих задач полезно продемонстрировать возможности информационных технологий в этом направлении. При этом нужно воспитывать в студентах понимание, что пакеты символьных вычислений являются лишь инструментами, которые помогают в вычислениях тем, кто владеет математическими знаниями, а значит, может грамотно применить эти инструменты. Математические знания гарантируют защиту от возможных ошибок технического характера при использовании означенных вычислительных пакетов. Это могут быть знания о постоянстве

или переменности искомой величины, о порядке многочлена или о типе функций, возникающих в ответе, и т.п. Таким образом, изучение математики ни в коей мере не умаляется появлением этих инструментов и продолжает оставаться важной составляющей подготовки специалиста в любой научной области. С другой стороны, применение пакетов символьных вычислений освобождает от выполнения большого количества однотипных вычислений, что опять-таки позволяет избежать механических и арифметических ошибок и опусок.

Приведём несколько примеров применения пакета Maple для вычисления значений математических выражений.

Пример 1. Найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2x+3}$.

Вводим команду

```
>limit(((x-1)/(x+1))^(2*x+3),x=infinity);
```

и нажимаем клавишу Enter.

Получаем ответ: e^{-4} .

Пример 2. Значение интеграла $\int (x^3 + 1) \cos x dx$

получается командой

```
>int((x^3+1)*cos(x),x);
```

Ответ: $(x^3 + 1) \sin x + 3x^2 \cos x - 6x \sin x - 6 \cos x$.

При этом ясно, что аналитическое вычисление этого интеграла требует 3-х кратного применения формулы интегрирования по частям, что достаточно трудоёмко и поэтому может привести к арифметическим ошибкам и опускам. Вычисление в пакете Maple на компьютере позволяет сделать всё технически гораздо проще.

Пример 3. Найти частные производные z'_x, z''_{xy} функции. $z = 2^{xy}$

В пакете Maple вводом команды

```
>z:=2^(x*y):diff(z,x);diff(z,x,y);
```

получается требуемый ответ.

Использование пакетов символьных вычислений помогает студентам и при выполнении аналитических решений задач, поскольку позволяет быстро осуществить проверку полученного ответа.

Библиографический список

1. Плотникова Е.А., Саженова Е.В. О введении в математические дисциплины в техническом и экономическом вузах // МАК 2011: сборник трудов семнадцатой региональной конференции по математике. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2011.
2. Плотникова Е.А. О некоторых вопросах методики преподавания математики на гуманитарных направлениях // Ломоносовские чтения на Алтае: сборник научных статей международной школы-семинара. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2015.
3. Ахтямов А.М. Математика для социологов и экономистов: учеб. пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.

УДК 53:004

Решение задач по физике при помощи компьютерных технологий

И.М. Родионов¹, Е.П. Шевчук²

¹*Предгорненская средняя школа – детский сад, с. Предгорное, ВКО, Казахстан;*

²*Восточно-Казахстанский государственный университет
им. С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск, Казахстан*

Наступает время экономики знаний, которая становится решающим фактором развития. Особенно важно развивать естественные науки - физику, биологию, химию, математику. В них содержится неисчерпаемый потенциал для инноваций [1]. Одной из возможностей популяризации и развития естественных наук в школе является умелое и творческое применение в учебном процессе возможностей вычислительной и мультимедийной техники. И для этого сделано уже многое – развивается техническая, методическая база, повышают свою квалификацию педагоги. Школы страны проходят переоснащение по программе e-learning: современные компьютерные классы, электронный читальный зал, мобильный класс, интерактивное оборудование, моноблоки для педагогов, широкопо-

лосный доступ в интернет – позволяют вывести преподавание в школах на новый уровень. Все оборудование с предустановленным комплектом программного обеспечения, для управления процессом обучения и создания ЦОРов (Цифровые образовательные ресурсы). Мы видим, что технические возможности для активного применения ПК в учебном процессе созданы.

Помимо технического обеспечения важна нормативная и методическая база. Учебная программа по физике, вышедшая в 2013 году [2], в соответствии с которой проводится обучение в школах, содержит прямое упоминание об использовании компьютера на уроках, а не просто оставляет этот вопрос на усмотрение учителя. Например, практические работы помимо экспериментов, решения задач подразумевают и компьютерное моделирование. Кроме того, издаются электронные учебники по всем предметам, одобренные министерством образования, на портале СЭО содержится обширная общедоступная библиотека ЦОРов, более 10 тысяч для школьных дисциплин [3], которые могут применять на своих уроках все учителя. Отдельным модулем рассматривается возможность применения компьютерных технологий на уроках при переподготовке педагогических кадров на уровневых курсах. Так создается методическая база применения персонального компьютера на уроках.

Можно сказать, что прочная интеграция вычислительной и мультимедийной техники в учебный процесс уже состоялась. Три основных направления, где применяют компьютер при решении задач на уроках физики:

- 1) решение сложных вычислительных задач (простота и скорость);
- 2) моделирование простых явлений (навыки программирования);
- 3) построение и анализ графиков процессов (наглядность).

Остановимся подробнее. Решение вычислительных задач присутствует в виде практических работ во всех классах средней школы. В зависимости от навыков учащихся, уровня владения компьютером можно применять как готовые формы (входные данные → результат), так и проводить открытые вычисления в программе Excel. При этом упрощаются и ускоряются вычислительные операции, развиваются навыки владения компьютером.

Во втором случае - моделирование физических процессов (как прописано в учебных программах по физике для старших классов) [4], можно подразумевать работу с готовой моделью, программирование модели или построение числовой модели (таблицы, графики). Темы, предлагаемые для работы, весьма сложны: «Компьютерное моделирование движения небесных тел», «Компьютерное моделирование ядерного распада», «Компьютерное моделирование интерференция и дифракция» и подразумевают использование готовых моделей.

Теория тогда хорошо усваивается, когда ученик её постиг сам. На физике необходимо, чтобы ученик работал руками – проводил опыты, устройства и детали трогал и чувствовал. Но есть темы, которые требуют особой наглядности (например, электромагнитные колебания, процессы в газах). Вот тут на помощь и приходят задачи, результатом которых является построение графиков, диаграмм, траекторий. Это не только наглядно, но и дает возможность развивать умение анализировать. Решение таких задач представляет наибольший интерес для применения компьютера на уроке.

Сейчас особое место уделяется развитию функциональной грамотности – умению применять приобретённые знания по физике в практической деятельности и повседневной жизни, при этом наша страна участвует в международных исследованиях TIMSS, PISA [5]. Анализ результатов подготовки учеников по таким исследованиям показывает, что учащиеся в большинстве затрудняются работать с графиками, диаграммами.

Решение задачи с построением графиков – это, по сути, построение модели процесса. Начиная с 7 класса, можно проводить уроки по решению задач при помощи компьютеров с использованием программы Excel на различные темы.

Вашему вниманию далее будут представлены некоторые задачи уровней 7–11 классов. Задачи соответствуют учебной программе и проходят в планах как практические работы – компьютерное моделирование физических процессов. Все работы оформлены в схожем стиле. Основа – это презентация в MS Office PowerPoint, где находится условие задачи, вспомогательный теоретический материал на слайдах, ссылки на внешние ресурсы (сайты из сети интернет), видео лекции по теме, и ссылка на страницу книги Excel с заготовленным шаблоном (рисунок 1). В Excel также есть помощь – скриншоты с введенными формулами на случай, если ученик совсем не может справиться с заданием.

Если у вас возникнут вопросы вы можете посмотреть теоретический материал.
 Видео: [Изотермический процесс](#) [Изобарный процесс](#) [Изохорный процесс](#)

В сосуде объёмом 5 л находится кислород массой 96 г при давлении 10^6 Па.
 Определите температуру газа, если его молярная масса 32 г/моль.

Исследуйте как будут меняться параметры газа, если его:
 изотермически сжали до 1 л
 изобарно сжали до 1 л
 изохорно охладили до 100 К

Постройте графики, сравните их с теоретическими.

Вам предстоит решить эту задачу на компьютере, для построения графиков и работы с ними запустите программу Excel, нажав [ДАЛЕЕ](#)

Рисунок 1 – Пример слайда с задачей и ссылками на лист Excel и дополнительные материалы

Начиная с 7 класса, появляется работа с графиками при изучении темы «График равномерного прямолинейного движения». На уроке решение таких задач занимает много времени, при этом большую часть занимает именно вычерчивание координатной плоскости и графика. В качестве дополнительной наглядности удобно применить решение таких задач на компьютере.

В качестве примера, учащимся предлагается решить задачу по построению графиков движения двух тел с поиском точки их пересечения. Требуется ввести данные из задачи в нужные ячейки, формулы ученики не вводят, так как еще не владеют этими знаниями, а дальше работают с графиками. Акцент делается на анализ графиков. По условию задачи входные данные меняются, при этом ученики анализируют изменение графиков. Ответы вводят в поля, для них предусмотренные, и программа автоматически их проверяет (рисунок 2).

В 8 классе тем с построением графиков достаточно много, в качестве наиболее интересной можно представить итоговую практическую работу «Расчёт количества теплоты при агрегатных переходах». В виду плотности тем построением графиков при изучении тепловых явлений редко приходится заниматься. Учащимся предлагается рассчитать количества теплоты, принимаемое и отдаваемое льдом при превращении его в воду, пар и обратно. Кроме того, необходимо указать изменения температуры в ходе процессов и построить график изменения температуры (рисунок 3). Программа автоматически определяет правильность выполнения работы.

Уравнение движения $x = x_0 + v_x t$

Постройте графики движения двух пешеходов, если известно, что первый начал движение из точки с координатой 2 м, со скоростью 2 м/с в направлении на север. Второй пешеход двигался из точки с координатой 9 м и двигался он со скоростью -3 м/с.
 Определите координату и время встречи пешеходов.
 Где окажется место встречи, если первый пешеход будет идти быстрее, со скоростью 4 м/с?
 В каком направлении шел второй пешеход?
 На каком расстоянии будут друг от друга пешеходы через 3 секунды?

Параметры движения первого пешехода
 Начальная координата, $x_{01} =$ м
 Скорость, $v_{x1} =$ м/с

Параметры движения второго пешехода
 Начальная координата, $x_{02} =$ м
 Скорость, $v_{x2} =$ м/с

Моменты времени и координаты

$t_0 = $	<input type="text" value="0"/> с	x_{01}	x_{02}
$t_1 = $	<input type="text" value="2"/> с	2	9
$t_2 = $	<input type="text" value="3"/> с	10	3
		14	0

Ответы

Место встречи 1	<input type="text" value="1,4"/>	<input type="text" value="4,8"/>	верно
Место встречи 2	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="6"/>	верно

В каком направлении шел второй пешеход? верно

Расстояние между пешеходами через 3 с верно

Рисунок 2 – Решение задачи для 7 класса по теме «График равномерного прямолинейного движения»

В 11 классе появляются совершенно новые для учащихся темы, посвященные переменному току, изобилующие задачами, а именно на построение графиков силы тока и напряжения для цепей переменного тока.

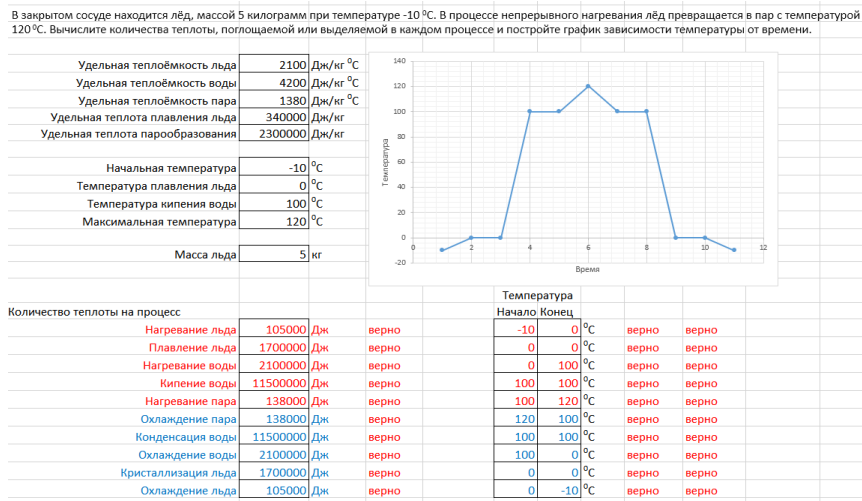


Рисунок 3 – Решение задачи для 8 класса по теме «Расчёт количества теплоты при агрегатных переходах»

Учениками нужно провести расчёты для случаев, когда в цепи присутствуют активное, индуктивное и емкостное сопротивление по отдельности и вместе. Для этого входные данные из задачи и формулы вводятся в соответствующие ячейки. После чего можно получить таблицу значений и сравнить полученные графики (рисунок 4). При этом наглядно можно увидеть, как сдвигаются графики, от каких параметров зависит амплитуда.

Решая подобные задачи, ученики учатся анализировать, у них проявляется интерес и не только к физике, но и к тем предметам, межпредметные связи с которыми затрагиваются.

Как показывает практика, не только ученикам, но и учителям есть над чем поработать. Несмотря на общую высокую компьютерную грамотность, многие из них не готовы в полной мере самостоятельно разрабатывать ЦОРы в каких-либо сложных программах. На фоне этого MS Office Excel для многих задач прекрасно подходит и легко осваивается. Вспомним составляющие областей знания: знание содержания, педагогические знания, технологические знания [6].

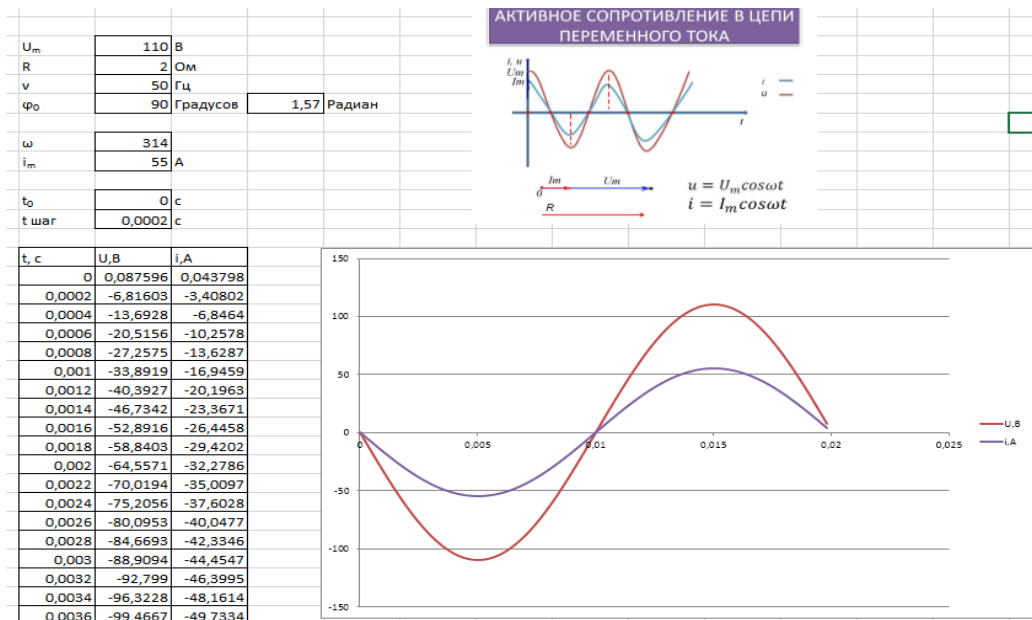


Рисунок 4 – Решение задачи для 11 класса по теме «Компьютерное моделирование электромагнитных колебаний»

В современном образовании нужно уметь пользоваться теми технологическими возможностями, которые имеют школы. Тот учитель компетентный и успешный, который владеет вместе с предметными и педагогическими знаниями еще и технологическими.

Библиографический список

- Интернет ресурс: <http://inform.kz/eng/article/2609928>. Реализуя задачи «Стратегии-2050», мы исполним свою национальную мечту – Глава государства. 29.11.2013 г.

2. Учебные программы по предметам образовательной области «Естествознание» для 5–9 классов общеобразовательной школы. – Астана: Национальная академия образования им. И. Алтынсарина, 2013. – С. 102.
3. Интернет ресурс: <https://e.edu.kz/ru/content.html>.
4. Учебные программы по предметам образовательной области «Естествознание» для 10–11 классов общеобразовательной школы. – Астана: Национальная академия образования им. И. Алтынсарина, 2013. – С. 102.
5. Об особенностях преподавания основ наук в общеобразовательных организациях Республики Казахстан в 2015–2016 учебном году. Инструктивно-методическое письмо. – Астана: Национальная академия образования им. И. Алтынсарина, 2015. – С. 232.
6. Руководство для учителя. Третий (базовый) уровень. Третье издание. – Астана: АОО «Назарбаев Интеллектуальные школы», 2012. – С. 306.

УДК 378

О некоторых содержательных аспектах воспитания математической культуры у учащихся и студентов

А.Н. Саженков, Т.В. Саженкова
АлтГУ, г. Барнаул

Любой раздел математики в той или иной степени полезен для воспитания математической культуры и «лишней» математики, вообще говоря, не бывает. С другой стороны, не возможно объять необъятное, и в процессе обучения приходится отдавать чему-то предпочтение. Решающее значение в формировании логического мышления играют строгие и точные рассуждения, изучение тонкостей выводов, исключительных случаев с самым чётким объяснением их сущности. Именно на таком материале воспитывается острота мышления, математическая культура.

Процесс этот весьма длительный, требующий постоянного педагогического внимания с достаточно раннего возраста учащихся, и формирующийся на протяжении нескольких лет. По крайней мере, в средних классах школы уже необходимо планомерное и настойчивое внимание тому, чтобы учащиеся осуществляли доказательные действия, приводили аргументы (примеры) и контраргументы (контр-примеры) в обоснование своих утверждений. Возраст обучаемых, безусловно, накладывает определённые ограничения на обсуждаемый материал и методы работы с ним, но и выбор этих методов достаточно широк. А диапазон задач для всех возрастов и того шире [1].

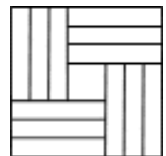
Остановимся, к примеру, на методе «Оценка плюс пример», логично решающем многие задачи на построение и исследование простейших математических моделей.

А именно, задачи о нахождении экстремума некоторой величины, определенной на конечном множестве, как правило, решаются в два шага: находится оценка (сверху, если задача на нахождения максимума, и снизу, если ищется минимум) и строится пример, показывающий достижимость полученной оценки [2–5].

Пример 1. Какое наибольшее число прямоугольников 1×5 можно вырезать из квадрата 8×8 ?

Ответ: 12.

Решение. Оценка: для 13 прямоугольников необходимо $13 \times 5 = 65$ клеток, а квадрат 8×8 состоит из 64 клеток. Значит прямоугольников не более двенадцати. На рисунке приведён пример двенадцати прямоугольников.



Пример 2. Какое наибольшее количество ладей можно расставить на шахматной доске так, чтобы они не били друг друга?

Ответ: 8 ладей.

Решение. На каждой вертикали должно находиться не более одной ладьи. Значит их не более восьми. Расставив ладей по большой диагонали, получим пример.

Пример 3. Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого встречаются все 10 цифр.

Ответ: 1023457896.

Решение. Во-первых, число должно быть 10-значным. Поскольку будут использованы все 10 цифр, это число гарантированно делится на 9. Следовательно, достаточно обеспечить делимость на 4. Это будет выполняться, если двузначное число, составленное из двух последних цифр, делится на 4. По крайней мере, последние цифры числа должны быть чётными. Рассмотрим варианты с последней цифрой 8. Такими двузначными числами будут 68, 48, 28 и возможное натуральное наименьшее чис-

ло будет 1023457968. Если последней цифрой будет 6, то двузначными числами будут 96, 76, ..., и возможное натуральное наименьшее число будет 1023457896.

Пример 4. Для натурального числа x нашлись такие натуральные числа a, b, c, d, e, f , что $x=a+b+c+d+e+f$, при этом среди чисел a, b, c, d, e, f нет равных. Найдите минимальное возможное значение x .

Ответ: 11.

Решение. Заметим, что

$$2x = a+b+c+d+e+f > 1+2+3+4+5+6 = 21,$$

откуда следует, что x принимает значения не меньше 11. Для числа 11 требуемые числа существуют: $11=1+3+7=2+4+5$.

Понятно, что решение таких задач доступно уже для учащихся 7–8 классов, а уж тем более выпускники средней школы и студенты математических профилей не должны испытывать затруднений в решении таких задач. Тем не менее, на них чётко прослеживается как важность выяснения характеристики обсуждаемой величины (её оценивание), так и получение примера, соответствующего крайнему значению оценки. И только при наличии обеих составляющих можно гарантировать справедливость ответа. При этом преподаватель должен быть готов к приведению контр примеров на ошибочные заявления и ответы учащихся.

Пример 5. (Задание Единого государственного экзамена, 2010 г.). Каждое из чисел 2, 3, 4, 5, 6, 7 умножают на каждое из чисел 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 и перед каждым из полученных произведений произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего все 54 полученных результата складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

Ответ: 1 и 4131.

Решение. Если все произведения взяты со знаком плюс, то их сумма максимальна и равна

$$(2+\dots+7)(13+\dots+21)=27 \times 153=4131.$$

Так как сумма нечётна, то в ней нечётное число нечётных слагаемых. Таким образом, как не расставляя знаки плюс и минус, в ответе всегда будет нечётное число, значит, модуль выражения не может принимать значение 0. Следующее целое неотрицательное число 1 модуль принимает, например, при такой расстановке знаков:

$$(-2+3-4+5+6-7)(-13-14-15-16+17-18+19+20+21) = 1.$$

Пример 6. (Задание №19 Единого государственного экзамена профильного уровня). На доске написано более 27, но менее 45 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -5 , среднее арифметическое всех положительных из них равно 9, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -18 .

а) сколько чисел написано на доске?

б) каких чисел написано больше положительных или отрицательных?

в) какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

Ответ: а) 36, б) отрицательных, в) 16.

Решение. а) пусть среди написанных чисел k положительных, l отрицательных и m нулей.

Сумма всех чисел набора равна их количеству, умноженному на их среднее арифметическое:

$$9k-18l=-5(k+l+m).$$

В левой части равенства каждое слагаемое делится на 9, поэтому в правой части второй множитель (количество всех чисел) делится на 9, и это число больше 27 и меньше 45. Значит, чисел написано 36.

б) полученное выше равенство преобразуется в равенство $13l=14k+5m$. Откуда $13l$ не меньше $14k$ и, значит, $l>k$. Следовательно, отрицательных чисел больше, чем положительных.

в) итак, $9k-18l=-180$, откуда $k=2l-20$. Так как $k+l$ не больше 36, получаем, что $3l-20$ не больше 36, $3l$ не больше 56, l не больше 18, а k не больше 16, то есть положительных чисел не более 16. Приведём пример, когда их ровно 16: 16 раз написано число 9, 18 раз написано число -18 , два раза написан 0.

Совершенно ясно, что этими заданиями проверяется в первую очередь не уровень математической образованности, а уровень математической культуры. Тематически задания элементарны и для их решения, формально, достаточно простейших математических сведений.

Определяющим фактором формирования соответствующей культуры является целостное и качественное прохождение курса математики. Систематичность в её изучении развивает мышление и вырабатывает навыки решения задач различного уровня сложности.

Библиографический список

1. Саженков А.Н., Саженкова Т.В. О содержании и методологии математического факультатива // Ломоносовские чтения на Алтае : сборник научных статей межрегиональной школы-семинара в 2 ч. – Барнаул: АлтГПА, 2010. – ч. II.
2. Саженков А.Н., Саженкова Т.В. Теоретические и прикладные аспекты решения задач высокого уровня сложности в системе школьного математического образования // Ломоносовские чтения на Алтае : сборник научных статей международной школы-семинара. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2014.
3. Саженков А.Н., Саженкова Т.В. Теоретические и прикладные аспекты решения задач высокого уровня сложности в системе школьного математического образования. Практикум. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2014.
4. Саженков А.Н., Саженкова Т.В. Математическое творчество: классические олимпиадные темы и задачи высокого уровня сложности // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной школы-семинара. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2015.
5. Плотникова Е.А., Саженкова Т.В. О преемственности в преподавании математических дисциплин // Ломоносовские чтения на Алтае : сборник научных статей международной школы-семинара. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2013.

УДК 311.2

Статистические методы в исследованиях формирования компьютерной грамотности студентов колледжа

Ю.А. Сергиенко
АлтГУ, г. Барнаул

В педагогических исследованиях для обработки экспериментальных данных используют ряд статистических методов. Выбор метода будет зависеть от того, в какой шкале производились измерения анализируемых данных.

Если измерения производились с использованием положительных, в том числе и натуральных, чисел, для которых имеют смысл все арифметические операции, то используется шкала отношений.

Порядковая шкала используется с применением градации, например, пятибалльная шкала оценивания, в данном случае измерения представлены натуральными числами, принимающими одно из значений градации.

В своей работе мы использовали шкалу отношений.

Для данных, измеренных в шкале отношений, для проверки гипотезы о совпадении характеристик двух групп целесообразно использовать либо критерия Крамера-Уэлча, либо критерия Вилкоксона-Манна-Уитни. Критерий Крамера-Уэлча предназначен для проверки гипотезы о равенстве средних двух выборок, критерий Вилкоксона-Манна-Уитни является более «тонким» – он позволяет проверить гипотезу о том, что две выборки «одинаковы» (в том числе, что совпадают их средние, дисперсии и все другие показатели).

Для своего исследования мы выбрали критерий Вилкоксона-Манна-Уитни. Расчет данного критерия мы сделали с помощью программы «Педагогическая статистика» Version 1.0.0, автор Александр Липовцев.

В качестве базы исследования выступил Колледж АлтГУ. Исследование проходило в три этапа. Первый этап – анкетирование начального уровня сформированности компьютерной грамотности студентов, проходил в декабре 2015 года. На основе полученных данных нами были разработаны учебные занятия. Проведение данных занятий было вторым этапом исследования. В апреле 2016 года проходил третий этап исследования – повторное анкетирование уровня сформированности компьютерной грамотности студентов.

В исследовании приняли участие 52 человека, средний возраст которых 17 лет. Все респонденты являются студентами 1 курса Колледжа АлтГУ. Из них 28 студентов гуманитарного отделения: 8 студентов гр. 1456-сп, 10 студентов гр. 1357а-сп, 10 студентов гр. 1357б-сп. И 24 студента отделения природопользования, сервиса и туризма: 11 студентов гр. 958а-сп, 13 студентов гр. 958б-сп. Студенты данных группы были разделены на контрольную (гр. 1456-сп, гр. 1357а-сп и гр. 1357б-сп) и экспериментальную (гр. 958а-сп и гр. 958б-сп) группы.

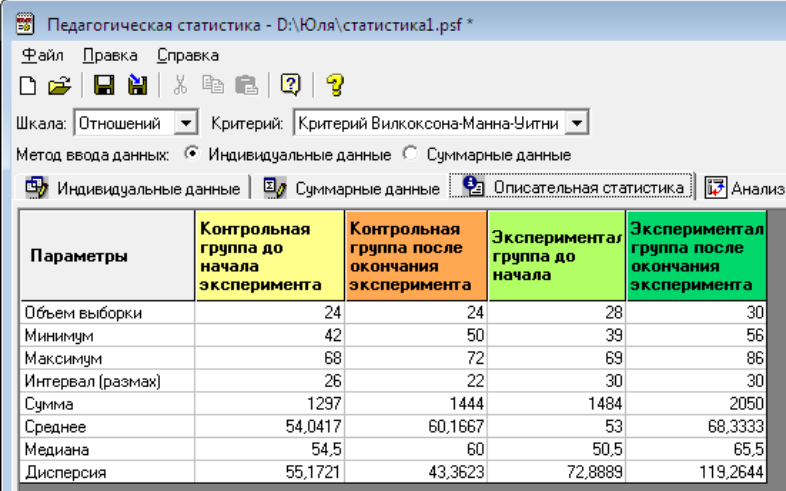
Исходя из требований к результатам освоения учебной программы и тематических планов, для оценки уровня сформированности компьютерной грамотности у студентов Колледж АлтГУ нами была разработана анкета, все вопросы которой делятся на пять тем. Всего в анкете 60 вопросов. За каж-

дый правильный ответ даётся 1 балл. Вопросы, на которые даны неполные ответы, так же оцениваются, но не полным баллом. Максимально можно набрать 90 баллов.

На рисунке 1 представлена описательная статистика баллов входного и итогового анкетирования студентов.

По представленным данным можно сделать следующие выводы: эмпирическое значение критерия Вилкоксона-Манна-Уитни для контрольной и экспериментальной групп до начала эксперимента равно 0,63. Критическое значение критерия равно 1,96. Экспериментальное значение меньше критического, следовательно, характеристики сравнительных выборок совпадают на уровне значимости 0,05.

После окончания эксперимента эмпирическое значение критерия Вилкоксона-Манна-Уитни равно 4,47. Критическое значение равно 1,96. Экспериментальное значение критерия больше критического, следовательно, существует статистически значимая разница между характеристиками сравнительных выборок с достоверностью 95%.



Параметры	Контрольная группа до начала эксперимента	Контрольная группа после окончания эксперимента	Экспериментальная группа до начала	Экспериментальная группа после окончания эксперимента
Объем выборки	24	24	28	30
Минимум	42	50	39	56
Максимум	68	72	69	86
Интервал (размах)	26	22	30	30
Сумма	1297	1444	1484	2050
Среднее	54,0417	60,1667	53	68,3333
Медиана	54,5	60	50,5	65,5
Дисперсия	55,1721	43,3623	72,8889	119,2644

Рисунок 1 – Описательная статистика результатов анкетирования

Для подтверждения правильности выбора заданий и условий их выполнения, нами были произведены расчеты коэффициента полноты выполнения заданий. Расчеты производились при помощи программы Microsoft Excel. Индивидуальный коэффициент полноты выполнения задания рассчитывается по формуле $k_i = \frac{z_i}{z_{max}}$, где z_i – число элементов задания, выполненных i -м учащимся, z_{max} – число элементов задания, которые мог бы выполнить этот учащийся. Среднее значение коэффициента полноты выполнения задания рассчитывается по формуле $\bar{k} = \sum_{i=1}^N k_i / N$, где N – число учащихся, выполнявших задание. Сравняют отклонение от среднего значения индивидуальных коэффициентов полноты выполнения задания.

На рисунке 2 представлены расчеты индивидуального и среднего коэффициентов полноты выполнения заданий анкеты на определение уровня компьютерной грамотности.

Сравнивая средний коэффициент до и после эксперимента видно, что значение увеличилось в обоих случаях. Для контрольной группы $0,60 < 0,67$, очевидно, что полнота выполнения заданий увеличилась, но незначительно. Для экспериментальной группы $0,59 < 0,76$, значение заметно возросло. Следовательно, подбор заданий и условия их выполнения были подобраны правильно.

Связь между набранными баллами до и после эксперимента можно проверить, рассчитав коэффициент корреляции (r_{xy}).

Произведя расчеты, мы получили следующие коэффициенты корреляции по анкете определения уровня компьютерной грамотности, для контрольной группы $r_{xy}=0,98$ и экспериментальной группы $r_{xy}=0,95$. Данные значения говорят о очень сильной связи между результатами до и после эксперимента.

	контр.до	ki	контр.после	ki	эксп.до	ki	эксп.после	ki
2								
3	42	0,47	50	0,56	39	0,43	56	0,62
4	42	0,47	50	0,56	39	0,43	56	0,62
5	44	0,49	50	0,56	42	0,47	57	0,63
6	46	0,51	52	0,58	47	0,52	57	0,63
7	47	0,52	53	0,59	47	0,52	57	0,63
8	47	0,52	55	0,61	47	0,52	58	0,64
9	48	0,53	55	0,61	48	0,53	58	0,64
10	49	0,54	58	0,64	49	0,54	58	0,64
11	51	0,57	59	0,66	49	0,54	59	0,66
12	52	0,58	59	0,66	50	0,56	59	0,66
13	53	0,59	60	0,67	50	0,56	60	0,67
14	54	0,60	60	0,67	50	0,56	61	0,68
15	55	0,61	60	0,67	50	0,56	61	0,68
16	56	0,62	60	0,67	50	0,56	62	0,69
17	57	0,63	61	0,68	51	0,57	63	0,70
18	57	0,63	63	0,70	51	0,57	68	0,76
19	58	0,64	63	0,70	51	0,57	69	0,77
20	59	0,66	63	0,70	52	0,58	70	0,78
21	60	0,67	66	0,73	53	0,59	71	0,79
22	61	0,68	66	0,73	54	0,60	72	0,80
23	61	0,68	68	0,76	55	0,61	72	0,80
24	63	0,70	70	0,78	59	0,66	75	0,83
25	67	0,74	71	0,79	61	0,68	82	0,91
26	68	0,76	72	0,80	67	0,74	82	0,91
27					68	0,76	84	0,93
28	к сред	0,60	к сред	0,67	68	0,76	85	0,94
29					68	0,76	85	0,94
30					69	0,77	86	0,96
31							84	0,93
32					к сред	0,59	83	0,92
33								
34							к сред	0,76

Рисунок 2 – Расчет коэффициента полноты выполнения заданий анкеты

Основываясь на полученные статистические данные, можно сделать вывод о том, что до эксперимента результаты контрольной и экспериментальной групп существенной разницы не имеют. Но зато имеются значимые различия в результатах после проведения эксперимента. Таким образом, можно утверждать об эффективности экспериментальной методики преподавания.

Говоря о применении статистических методов в педагогических исследованиях, надо отметить их практическую значимость и необходимость. Они позволяют сделать наглядный и обоснованный вывод о полученных экспериментальных данных.

Библиографический список

1. Новиков Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи). – М. : МЗ-Пресс. – 2004. – 67 с.
2. Сергиенко Ю. А. Исследование уровня компьютерной грамотности студентов колледжа // Научное сообщество студентов XXI столетия. Гуманитарные науки: сб. ст. по мат. XL междунар. студ. науч.-практ. конф. № 3(40). – URL: [http://sibac.info/archive/guman/3\(40\).pdf](http://sibac.info/archive/guman/3(40).pdf). – Исследование уровня компьютерной грамотности студентов колледжа (дата обращения: 24.04.2016).

УДК 372.851

Разработка электронного курса по изучению возможностей среды GeoGebra в системе дистанционного обучения Moodle

Д.А. Чернышева, Г.В. Кравченко
АлтГУ, г. Барнаул

В настоящее время бурный рост потока научной информации, объём которой увеличивается с каждым годом, побуждает искать новые, более эффективные приёмы, способы и средства обучения, которые позволили бы предъявлять учащимся больше информации за ту же единицу учебного времени и преподносить её более ярко и доступно для более лёгкого восприятия и запоминания. Применение информационно-коммуникационных технологий (ИКТ) относится к числу тех факторов, которые способствуют повышению интенсивности и качества процесса обучения [1].

В качестве ИКТ для эффективной организации учебного процесса и обеспечения постоянного доступа студентов и преподавателей к учебным материалам в Алтайском государственном универси-

тете используется система дистанционного обучения Moodle, в силу своей доступности, легкости в изучении и использовании.

Факультет математики и информационных технологий АлтГУ сотрудничает с несколькими школами г. Барнаула в плане подготовки школьников к сдаче ЕГЭ по математике и информатике. Многие учащиеся не могут решать стереометрические задачи, поскольку «не видят» сечений, проекций, не могут сводить стереометрическую задачу к планиметрической и т.п. Эту проблему мы предлагаем решать через знакомство школьников с геометрической динамической средой GeoGebra.

Применение интерактивной геометрической среды GeoGebra в ходе решения задач, а также при изучении лекционного материала позволяет выполнить наглядное изображение всех изучаемых математических объектов, что способствует лучшему пониманию нового материала, ускоряет процесс решения задач, упрощает вычисления и т.д. [2].

Для этого был создан электронный курс на платформе Moodle, состоящий из следующих элементов: рабочей программы, методических рекомендаций, лекций, заданий и тестов.

Прежде всего, уточним, что под электронным курсом мы понимаем комплекс нормативных, содержательных, методических документов и изданий, позволяющих организовывать, вести и контролировать образовательный процесс и его результаты в соответствии с поставленными ФГОС и образовательными программами целями, задачами и требованиями.

Электронный курс должен позволять учащимся:

- знакомиться с целью, задачами, общим содержанием дисциплины;
- получать непосредственно основной контент по дисциплине в виде электронных изданий или в виде рекомендуемых печатных изданий, а также рекомендации по их изучению;
- подготавливаться к практическим занятиям;
- знакомиться с требованиями и методическими указаниями по самостоятельной работе;
- подготавливаться к текущему и итоговому контролю: знакомиться с вопросами, заданиями; проходить тренировочное и итоговое тестирование и т.п.

Создание электронного курса является непростой технологической и методической задачей. Тем не менее, индустрия электронных курсов развивается в силу их востребованности в сфере образования.

В процессе создания электронного курса мы выделяем и придерживаемся следующих технологических этапов:

1. Определение целей и задач курса.
2. Разработка модели электронного курса и его компонентов.
3. Подбор учебных материалов для всех форм организации учебного процесса (лекций, практических занятий, заданий, тестов).
4. Разработка отдельных компонентов, входящих в электронный курс, их апробация.
5. Разработка электронного курса в целом.
6. Экспериментальная проверка курса и внесение изменений.
7. Подготовка методического и документального сопровождения.
8. Апробация электронного курса в учебных учреждениях и при необходимости его корректировка.
9. Внедрение электронного курса в реальный учебный процесс.

По установившейся педагогической практике в состав электронного курса включают: образовательный стандарт, программу учебного курса, учебник с методическими рекомендациями для преподавателей, учебные пособия для учащихся. В нем также отражаются используемые формы и методы организации учебного процесса и средства обучения.

Электронный комплекс, состоящий из перечисленных выше элементов, позволяет более рационально организовать учебный процесс, активизировать познавательную деятельность учащихся; добиваться более качественного усвоения учебного материала; видеть реальную картину сформированных знаний, умений и навыков; более интенсивно осуществлять индивидуальный подход к учащимся в процессе их работы; добиваться глубоких и прочных знаний за счет многократного решения упражнений; развивать навыки самостоятельной работы учащихся.

Варьируя сочетания перечисленных выше элементов курса, мы организовали изучение материала таким образом, чтобы методы обучения соответствовали целям и задачам конкретных занятий. Параллельно с изучением теоретического материала по лекции учащийся с помощью глоссария знакомится с новыми понятиями, которые потребуются при изучении данного раздела. После этого он выполняет практические задания.

Для итогового контроля знаний применяется итоговый тест, доступ к которому открывается ученику при успешном выполнении всех заданий и тематических тестов.

Статистика учебной деятельности школьников накапливается, обобщается и систематизируется. В частности Moodle создает и хранит портфолио каждого обучающегося: все сданные им работы, оценки и комментарии преподавателя, сообщения на форуме, контроль за посещаемостью и активностью учеников, время их учебной работы в сети. Такая информация позволяет преподавателю реализовать оптимальные образовательные траектории для каждого обучающегося, своевременно влиять на учебную деятельность учеников, корректировать проблемы в обучении, а самое главное развивать у учащихся понимание и потребность в систематической самостоятельной работе [3].

Обучение с использованием системы Moodle позволяет, во-первых, свести к минимуму проблему пропусков занятий, так как пропущенные темы ученики могут самостоятельно изучить в электронном курсе и выполнить все необходимые практические задания.

Во-вторых, наличие дистанционной составляющей помогает ученикам повторить материал после занятий.

В-третьих, такая форма изучения дисциплины эффективно организует самостоятельную работу школьников. Гибкая система тестирования способствует систематическому контролю знаний обучаемых, что освобождает преподавателя от рутинной работы по проверке тестов.

В-четвертых, использование электронного курса в обучении приводит к повышению интереса к занятиям, происходит естественное освоение современных ИКТ-средств и средств организации работы, что способствует развитию информационно-коммуникационной компетентности учащихся.

Конечно, организованный в системе Moodle учебный процесс в настоящее время не может полностью заменить очную форму обучения и являться достаточным для получения качественного образования. Но развитие данного подхода является весьма перспективным для реализации его в поддержку к традиционному обучению.

Библиографический список

1. Кравченко Г.В. Использование дистанционной среды Moodle в образовательном процессе студентов дневной формы обучения // Известия Алтайского государственного университета. – 2013. – № 2/1. – С. 023–025.
2. Чернышева Д.А., Кравченко Г.В. Возможности применения интерактивной среды GeoGebra в обучении студентов математическим дисциплинам // МАК-2015: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике / Алтайский государственный университет. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та. – 2015. – С. 225–229.
3. Кравченко Г.В. Опыт внедрения и использования системы Moodle в обучении студентов и сетевой поддержке учебного процесса // Ломоносовские чтения на Алтае: сборник научных статей международной молодежной школы-семинара, Барнаул, 5–8 ноября 2013 г.; в 6 частях. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2013. – С. 104–109.

УДК 378.147

Применение средств моделирования бизнес-процессов в обучении студентов экономическим дисциплинам

***О.В. Шаповалова, Г.В. Кравченко**
АлтГУ, г. Барнаул*

Современное моделирование бизнес-процессов обычно осуществляется с использованием CASE-средств (с англ. CASE – Computer Aided System Engineering).

Для описания бизнес-процессов применяются: средства анализа и моделирования, предназначенные для создания описаний процессов и иных предметных областей как таковых; средства анализа и проектирования, используемые для управления требованиями и документирования ИТ-проектов; средства моделирования приложений.

При обучении студентов экономическим дисциплинам целесообразно использовать несколько инструментальных средств бизнес-моделирования, поскольку будущий специалист должен уметь работать с разными CASE-средствами, помогающими решать задачу корректной автоматизации и информационной поддержки деятельности компании.

В настоящее время к наиболее популярным средствам описания бизнес-процессов можно отнести средства UML-моделирования Rational Rose (фирма IBM) и Together (фирма Borland); семейство CA ERwin Process Modeler (BPwin) для описания бизнес-процессов с помощью методологии IDEF0 и орга-

низации коллективной работы над единым репозитарием моделей; ARIS (фирма IDS Scheer) – инструмент коллективной работы над совокупностью взаимосвязанных моделей различных типов, предназначенных для описания бизнес-процессов, данных и информационных систем, деятельности компаний [1]; Microsoft Office Visio (фирма Microsoft) – средство, позволяющее создавать диаграммы и различные типы моделей бизнес-процессов и данных с применением различных методологий.

Область их применения постоянно расширяется, а навыки работы с этими программными продуктами становятся все более востребованными, поскольку они выступают эффективным инструментом решения практических задач. Так, Л.В. Смоленцева указывает, что выпускник вуза «должен не только разбираться в финансово-экономических понятиях, но и в совершенстве владеть принципами работы информационных систем, уметь выбирать из огромного количества предлагаемых на сегодняшнем информационном рынке те программные пакеты, которые будут ему необходимы в дальнейшей профессиональной деятельности» [2].

Сравнительный анализ наиболее популярных средств моделирования бизнес-процессов приведен в таблице.

Говорить о бесспорных преимуществах того или иного инструмента бизнес-моделирования сложно, пока не определены виды, конкретные цели и границы проекта, его основные и вспомогательные задачи, масштабы преобразований.

При выборе CASE-средства компаниям важно принимать во внимание не только стоимость его приобретения, но и стоимость установки, обучения персонала, затраты на пополнение системы информацией, поддержание моделей в актуальном состоянии. Так, в проектах по инжинирингу и реинжинирингу небольших организаций по численности и набору услуг в целях регламентации и документирования выполняемых работ, а также для реинжиниринга отдельно взятых подразделений вполне подходит BPwin. На крупных предприятиях, особенно в высокотехнологичных отраслях, при проведении реинжиниринга с последующим внедрением информационных систем более предпочтительны ARIS или Rational Rose, обладающие более расширенными возможностями [3].

Таблица – Сравнительный анализ программных продуктов моделирования бизнес-процессов

Критерий	ARIS	Rational Rose	BPwin	Together
Моделирование организационных функций и процессов	+	+	+	+
Поддерживаемый стандарт	EPC (частично DFD, UML)	UML	IDEF0, IDEF3, DFD	UML
Возможность функционально-стоимостного анализа	+	+	+/-	+
Система хранения данных модели	Объектная база данных	Объектная база данных	В файлах	Объектная база данных
Ограничение на размер базы данных	-	-	-	-
Ограничение на количество объектов на диаграмме	-	-	2-8	-
Выдача встроенных отчетов по стандарту ISO9000	+	-	-	-
Генерация кода приложения	-	+/-	+	+
Возможность групповой работы над проектом	+	+	+	+
Ведение библиотеки типовых бизнес-моделей	+	+/-	+/-	+/-
Динамическое моделирование	+	-	-	-
Оптимизация модели	+	-	-	-
Кроссплатформенность	+	+	-	+

Примечание: + – да; +/- – частичная реализация, требующая доработки иными инструментальными средствами; - – нет.

В случае полного и всестороннего описания предприятия наиболее подходящей выступает методология ARIS, позволяющая использовать одноименный программный продукт моделирования, анализа и оптимизации бизнес-процессов и имеющая для этого достаточно большое количество разновидностей моделей, методов и функций.

Поэтому, учебные курсы, направленные на изучение моделирования бизнес-процессов компании, должны предусматривать формирование у студентов:

– навыков работы с современными CASE-средствами, построения с их помощью имитационной модели компании;

– способности самостоятельно применять инструментальные CASE-средства для анализа бизнес-процессов компании и обоснования управленческих решений.

В соответствии с этим можно предложить следующую тематику лабораторных занятий:

1. Создание функциональной модели с помощью любой из рассмотренных программ.
2. Создание диаграммы декомпозиции.
3. Создание диаграммы узлов.
4. Создание FEO диаграммы.
5. Расщепление и слияние моделей.
6. Создание диаграммы IDEF3.
7. Создание сценария.
8. Проведение стоимостного анализа (Activity Based Costing).
9. Построение ER-моделей.

Таким образом, применение инструментальных средств визуального моделирования способствует развитию ИКТ-компетентности студентов и повышает возможность более быстрого и безошибочного моделирования бизнес-процессов.

Библиографический список

1. Елманова Н. Краткое введение в моделирование бизнес-процессов // КомпьютерПресс. – 2007. – №8. – URL: <http://compress.ru/article.aspx?id=18417>.
2. Смоленцева Л.В. Использование профессиональных пакетов прикладных программ для формирования компетентности бакалавров-экономистов // Вестник ТИСБИ. – 2009. – № 1. – С. 166–172.
3. Фирсова Н.В. Инструментальные средства моделирования бизнес-процессов и оценка их применения для целей реинжиниринга // Вестник СПбГУ, Серия 8. – 2005. – Вып. 4. – С. 110–119.

УДК 32.97с51

Эффективность использования компьютерных информационных технологий при обучении физике

Е.П. Шевчук¹, Г.С. Смолин¹, Н.В. Кривошеина³

¹*ВКГУ им. С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск, Казахстан;*

²*Средняя школа №36, г. Усть-Каменогорск, Казахстан*

Компьютер, телекоммуникационные и сетевые средства существенно изменяют способы освоения и усвоения информации, открывают новые возможности для интеграции различных действий, тем самым способствуют достижению социально-значимых и актуальных в современный период развития общества целей обучения.

Информационные технологии обучения определяют совокупность электронных средств и способов их функционирования, используемых для реализации обучающей деятельности. Эти технологии классифицируют знания студентов на явные и неявные, или, артикулируемые и не артикулируемые. Артикулируемая часть знаний передаётся студентам с помощью порций информации (текстовой, графической, видео и т.д.) в определенной последовательности и обеспечивает контроль за усвоением в определенных преподавателем точках учебного курса.

Не артикулируемая часть знаний охватывает умения, навыки, интуитивные образы и другие части человеческого опыта, которые не могут быть переданы студентам непосредственно, а «добываются» ими в ходе самостоятельной познавательной деятельности при решении практических задач.

С появлением компьютеров в учебных заведениях начал меняться стиль преподавания, все больше стала использоваться проектная форма учебной деятельности. Компьютер со специальным пакетом программ помогает студентам проводить опыты, обрабатывать результаты, реально видеть происходящие физические процессы с их графическим отображением, во время проведения эксперимента приобретать навык чтения графической информации [1].

Использование компьютерных технологий при проведении опытов дает следующие преимущества перед обычными измерительными методами:

- возможность мгновенной регистрации происходящих явлений и как следствие этого, получение большого количества экспериментальных данных;
- наличие компьютерной программы, обрабатывающей результаты опыта, избавляет студентов от рутинных математических операций и представляет результаты эксперимента в удобном виде;
- доступность многократного повторения эксперимента с минимальными затратами времени на рутинные операции по его проведению.

Возможности компьютера прослеживать и обрабатывать лабораторный эксперимент позволяют интенсифицировать учебный процесс и использовать освободившееся время для детального объяснения, наблюдаемого явления. Модульность построения курса новых технологий позволяет формировать содержание предмета по усмотрению преподавателя.

Выполнение лабораторных работ, решение экспериментальных задач, наблюдение за физическими явлениями вне лаборатории - все эти модели исследовательской поисковой деятельности будут актуальными в дальнейшей жизни студента вне зависимости от выбранной профессии.

Информационные технологии обучения дают возможность преподавателю применять:

- интеллектуальную систему обучения, которая имеет такие особенности, как адаптация к знаниям и особенностям студента, гибкость процесса обучения, выбор оптимального учебного воздействия, определение причин ошибок студентами;

- инструментальные авторские системы, которые опираются на последние достижения в области искусственного интеллекта и являются, безусловно, передовыми для разработки прикладных компьютерных программ, нацеленных на проблемно-ориентированный подход к обучению;

- специализированные компьютерные учебные программы для контроля знаний, педагогического тестирования и организации лекционного сопровождения;

- автоматизированные средства обучения в процессе подготовки специалистов [2].

Эффективность использования средств новейших информационных технологий в учебном процессе во многом зависит от успешного решения задач методического характера, связанных с информационным содержанием и способом использования автоматизированных обучающих систем в учебном процессе. Существует тесная взаимосвязь между существующими методами обучения (педагогическими приемами) и методическим содержанием и педагогическим назначением программно-методического комплекса.

Современные возможности новых информационных технологий, ориентированные на максимальную унификацию, на уровне программного и технического обеспечения, позволяют создать программно-методические комплексы обучения как совокупность учебных фрагментов объединенных алгоритмическими средствами, задающими траекторию обучения.

Сопровождение лекционного материала динамическим изображением, качественными статическими графиками, текстами с разнообразными стилями, звуком осуществляется с помощью авторских информационных систем, помогает преподавателю в объяснении данного материала.

Поскольку конечной целью процесса обучения является контроль и тестирование, которые определяют и научно измеряют степень усвоения учебного материала и овладения необходимыми знаниями, умениями и навыками, то специализированные авторские информационные системы должны поддерживать следующие функциональные возможности:

- широкий набор способов предъявления заданий;

- полный набор способов анализа и вводов ответов;

- гибкость в способах выставления оценки, уровня учебных достижений студента;

- сбор и обработку индивидуальной и групповой статистической информации о результатах контроля;

- возможность работы в локальной вычислительной сети с целью автоматического сбора информации о ходе контроля и его результатах со всех компьютеров одновременно.

Новые информационные технологии и автоматизированные системы обучения позволяют проводить комплекс образовательных услуг, предоставляемых широким слоям населения в стране и за рубежом с помощью специализированной информационно-образовательной среды, базирующейся на средствах обмена учебной информацией на расстоянии (спутниковое телевидение, радио, компьютерная связь и т.п.), которые образовали технологии дистанционного образования.

Дистанционное образование призвано реализовать права человека на образование, получение информации и дает равные возможности при обучении школьников, студентов, гражданских и военных специалистов, безработных в любых районах страны и за рубежом за счет более активного использования научного и образовательного потенциала ведущих университетов, академий, институтов и других учебных заведений.

Глобальные системы дистанционного образования призваны обеспечить возможность реализовать просвещение и образование широких масс населения Казахстана за счет использования таких средств массовой информации как телевидение, Интернет.

Трансляция учебных программ широко используется во всем мире для дистанционного обучения. При этом возможен как показ лекций, познавательных программ для широкой аудитории без последующих зачетов, так и передача лекций с последующей сдачей зачетов.

При проведении дистанционного образования информационные технологии обучения обеспечивают доставку обучаемым основного объема изучаемого материала, интерактивное взаимодействие обучаемых и преподавателей в процессе обучения, предоставление студентам возможности самостоятельной работы по усвоению изучаемого материала, а также оценку знаний и навыков, полученных ими в процессе обучения.

В мировой практике дистанционного обучения для достижения этих целей применяются следующие информационные технологии:

- предоставление учебников и другого печатного материала;
- пересылка изучаемых материалов по компьютерным телекоммуникациям;
- видеозаписи;
- кабельное телевидение;
- голосовая почта;
- двусторонние видеоконференции, видеоконференции для группового обучения;
- индивидуальное обучение через видео трансляцию с обратной связью через Интернет;
- дискуссии и семинары, проводимые через компьютерные коммуникации;
- трансляция учебных программ.

При этом также используются компьютерные электронные учебники, электронные учебники на лазерных дисках, электронные учебные ресурсы (ЭУР) на сайтах, ведущих обучение, цифровые образовательные ресурсы (ЦОР) с методическими разработками всех занятий, входящих в учебные процессы отдельной дисциплины [3].

Оперативное общение преподавателей и студентов является неотъемлемой частью процесса обучения. Во время такого общения студенты могут консультироваться у преподавателей, обсуждать с ними проекты, решения, оценки, а преподаватели могут наблюдать за ходом усвоения учебного материала и организовывать обучение на основе индивидуального подхода.

Асинхронная система общения между преподавателем и студентом, необходимая для обмена информацией (вопросы, советы, дополнительный материал, контрольные задания), позволяет анализировать полученные сообщения и отвечать на них в любое удобное время.

На данный момент наиболее популярным видом асинхронных коммуникаций являются глобальные телекоммуникационные сети. Вполне очевидна выгода использования международных и национальных сетей типа Internet.

В процессе становления дистанционного образования появляются новые модели обучения, такие как объектно-ориентированные или проектно-информационные модели обучения. В числе организационных форм обучения в этих моделях будут использоваться [4]:

- телеконференции, позволяющие уяснить задачу и проблему осваиваемой области жизни;
- информационные сеансы, в процессе которых студенты работают с информационными полями из различных банков учебного и теоретического материала;
- проектные работы, позволяющие, используя полученную информацию, создавать фрагменты виртуальных миров, соответствующих познаваемой области жизни, проводить анализ случая, деловые и имитационные игры. Такие работы позволят современным студентам хорошо адаптироваться в экономически развитом обществе после окончания ВУЗа;
- дискуссии, которые позволят реализовать социализацию и обобщение получаемых знаний [5].

Таким образом, все перечисленные формы предполагают высокий уровень индивидуализации обучения, не исключающий делового общения с ведущим специалистом в данной предметной области знаний.

Библиографический список

1. Авдеева С. Цифровые ресурсы в учебном процессе. Народное образование. – 2008. – № 1. – С. 176–182.
2. Буханцева Н.В. Электронные ресурсы: технологии разработки и взаимодействия Н.В. Буханцева. – Волгоград: Изд-во Волгоградского гос. ун-та, 2008. – 402 с. – Библиогр.: С. 369-371 (64 назв.).
3. Куклев В.А. Опыт разработки и применения цифровых образовательных ресурсов: от компьютеризированных учебников через сетевые технологии к мобильному образованию. Компьютерные учеб. программы и инновации. – 2006. – № 3. – С. 70–74;
4. Цифровые образовательные ресурсы в школе: вопросы педагогического проектирования: сб. учеб.-метод. материалов для педагогических вузов М-во образования и науки. Рос. Федерации, Нац. фонд подгот. кадров, Проект Информатизация системы образования; [отв. за подгот.: Д.Ш. Матрос и др.]. М.: Университетская книга, 2008. – 557 с.
5. <https://e.edu.kz/ru/index.html> – Система электронного обучения e-Learning.

Часть II

Материалы молодежной прикладной IT школы

**Материалы молодежной прикладной IT школы. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЭКОЛОГИИ, АГРОЭКОЛОГИИ И ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИИ**

УДК 579.64

**Качественные и имитационные модели
как обоснование разностных уравнений популяционной динамики**

А.В. Абрамова², С.Е. Толстомятов², А.Г. Топаж¹

¹*Агрофизический научно-исследовательский институт, г. Санкт-Петербург;*

²*АлтГУ, г. Барнаул*

Всех, кто сталкивается с дискретными по времени моделями динамики численности математических популяций, поражает внутренняя красота и потрясающее богатство решений, порождаемых этими, на первый взгляд, очень простыми математическими формализациями. История вопроса берет свое начало с классических работ сэра Роберта Мэя [1], который предложил использовать исследованные ранее дискретные одномерные отображения в качестве простейших моделей репликаторной динамики в математической экологии. В этих работах было показано, что очень простые рекуррентные уравнения – дискретный аналог уравнения Ферхюльста (получившие впоследствии название логистического отображения):

$$N_{t+1} = rN_t \left(1 - \frac{N_t}{K}\right)$$

или модель Рикера:

$$N_{t+1} = N_t \exp \left(r \left(1 - \frac{N_t}{K}\right) \right)$$

при варьировании одного единственного параметра эффективной приспособленности r демонстрируют потрясающее богатство режимов решения. Знаменитые бифуркационные диаграммы описывают последовательный переход от вырожденных решений (вымирание популяции) к устойчивым стационарным режимам, потом к колебательным режимам с последовательным удвоением периода и, наконец, к области полностью хаотической динамики, в которой, тем не менее, для конкретных значений управляющего параметра также встречаются островки строго периодических решений с произвольными периодами.

Рекуррентные уравнения популяционной динамики представляют собой исключительный по силе пример порождения сложных следствий из очень простых посылок, что, безусловно, является мощным критерием привлекательности и истинности любой научной гипотезы. Но, отдавая должное безусловной эстетической и математической ценности этих моделей, необходимо взглянуть на них с точки зрения предметной области – описания экологических взаимодействий – и ответить на вопрос о том, насколько адекватно они отражают реальную сущность исследуемого объекта. Действительно, хотя биологические популяции обладают естественной структурной дискретностью (состоят из конечного перечислимого множества индивидуальных организмов), их развитие протекает в непрерывном физическом времени и пространстве. Таким образом, появление разностных уравнений в модели изменения численности неизбежно вытекает из явно или неявно проведенной исследователем внешней дискретизации. Но тогда возникает сомнение: не вытекает ли все получаемое богатство решений исключительно из выбранного «удобного» аппарата математического описания, то есть, не является ли получаемое разнообразие режимов поведения моделируемого объекта просто артефактом временной дискретизации, не имеющим никакого отношения к законам поведения реальных природных популяций?

Существует ряд традиционных аргументов для обоснования использования дискретных по времени (разностных) уравнений в моделях репликаторной динамики. Наименее убедительным из них представляется соображение о том, что рекуррентные уравнения представляют собой просто удобную дискретизацию непрерывных уравнений-прототипов. Но, например, прототип логистического отображения – широко известная в теоретической экологии модель Ферхюльста-Пирла:

$$\dot{y} = ry \left(1 - \frac{y}{K}\right)$$

в качестве решения дает сигмоидальную (при $y(0) < K$) или вогнутую (при $y(0) > K$) кривую зависимости численности от времени, которая монотонно стремится к равновесному значению

$y^*(0)=K$ при любых начальных условиях, то есть совершенно не обладает тем спектром траекторий, который демонстрирует его дискретный аналог. Более того, можно показать, что получение искомой разностной модели оказывается возможным лишь при выборе строго определенных, причем специально очень грубых, схем численного интегрирования. В таком случае получаемые результаты должны быть однозначно интерпретированы и отвергнуты как наведенный эффект неудачной алгоритмизации.

Гораздо более содержательные следствия могут быть получены в рамках гипотез о временной локализации демографических процессов или о неперекрываемости поколений. В первом случае речь идет о том, что для большого количества видов процесс активного размножения имеет место в течение четко ограниченного интервала времени. Факт наличия краткосрочного брачного периода может быть с определенными допущениями отражен в непрерывной динамической модели в виде периодических дискретных возмущений, скачкообразно изменяющих численность рассматриваемой популяции. Неперекрываемость поколений означает, что взрослые формы некоторого вида существуют в течение короткого «летнего» периода, а родительские особи никогда не сосуществуют вместе со своими потомками. Общим свойством динамики развития таких организмов является наличие в жизненном цикле периода «зимней спячки», когда предыдущее поколение взрослых особей уже вымерло, а последующее поколение существует в виде спор, личинок или семян, то есть вне активной фазы жизнедеятельности. Если оставаться в рамках постановки задачи в непрерывном времени, то для учета периодической смены неперекрывающихся поколений следует записать уравнение для численности в неавтономной форме, где динамика численности в латентные периоды отличается от динамики численности в периоды активного роста, развития и репродукции. Например, вполне допустимым приближением кажется допущение о том, что численность популяции в межвегетационные периоды остается постоянной.

В ряде работ приводится исследование исходно непрерывных моделей репликаторной динамики, которые, с помощью естественных предположений, вытекающих из гипотезы о временной локализации процесса размножения или о неперекрываемости поколений [2] с помощью тождественных преобразований сводятся к дискретным формулировкам в форме логистического отображения. Однако при этих выводах делается общее допущение о том, что нелинейность функции интегральной приспособленности, отражающая влияние плотностной конкуренции, выражается посредством уменьшения удельной рождаемости. Плотностная регуляция рождаемости действительно имеет место в природе. Однако более естественным и традиционным объяснением отклонения от линейности непрерывного репликаторного уравнения служат обычно соображения о давлении конкуренции, которая для перенаселенных популяций увеличивает интенсивность смертности, а не уменьшает удельную интенсивность репродукции. В частности, квадратичная зависимость смертности от численности в классической непрерывной модели Ферхюльста-Пирла абсолютно логично обосновывается как частота парных взаимодействий индивидуумов в процессе конкуренции за общий ограниченный ресурс. Мы модифицировали упомянутые выше модели Вилсона и Йенсена, «перенесли» в них пресс конкуренции с ограничения потенциальных темпов воспроизводства на процесс вымирания [3]. Полученные в результате приведения к дискретной форме выражения оказываются совсем не похожими на «желательные» рекуррентные уравнения с унимодальной правой частью, способные порождать периодические или хаотические траектории решений. Более того, в работе [4] строго математически доказывается, что для любых моделей с неструктурированной конкуренцией, влияющей исключительно на темпы смертности, получение классических рекуррентных формализаций для закона изменения численности из гибридной непрерывно-дискретной постановки принципиально невозможно.

Альтернативным способом получения нетривиальных «пульсационных» режимов динамики численности изолированной гомогенной популяции и рекуррентных уравнений, описывающих эти закономерности, может служить рассмотрение не качественных, а имитационных, индивидуально-ориентированных моделей ее функционирования. Парадигма агентного имитационного моделирования, заключается в том, что поведение целостной сложной системы имитируется как проявление совокупности поведения составляющих ее и взаимодействующих между собой отдельных элементарных активных сущностей (агентов). Для рассматриваемого объекта моделирования (биологической популяции) природа этих элементарных объектов абсолютно прозрачна – это индивидуальные организмы. Таким образом, при применении этого подхода используется не временная дискретизация – искусственный технический прием алгоритмизации модели, а описывается дискретность структуры – естественное и неотъемлемое свойство реального изучаемого объекта. В ходе проведенных исследований нами было построено и проанализировано несколько последовательных модификаций индивидуально-ориентированной модели сообщества условных однолетних растений. Влияние плотностно-зависимой

конкуренции между особями рассматривалось с точки зрения процесса рассеивания семян (потенциальных представителей следующего поколения, не перекрывающегося с текущим) в ограниченной, пространственно-непрерывной области распространения. В частности, нами были последовательно рассмотрены следующие варианты взаимовлияния агентов.

1. Детерминированная конкуренция проростков с взрослыми растениями с равномерным законом рассеивания семян. Наиболее интересным и неожиданным результатом здесь оказался факт автоматического нахождения модельной популяцией стратегии поведения (концентрации всех растений данного поколения на половине площади ареала с зеркальным отражением этой конфигурации в следующем поколении), позволяющей для больших значений параметра приспособленности обеспечить неограниченный экспоненциальный рост численности, то есть преодолеть давление плотностно-зависимой конкуренции (рисунок 1).

2. Детерминированная конкуренция проростков с взрослыми растениями и между собой.

3. Вероятностная конкуренция проростков между собой, то есть случайный характер процесса выживаемости (прорастания) в зависимости от числа соседей.

4. Неравномерный закон рассеивания семян (концентрация относительно точки произрастания родительского растения).

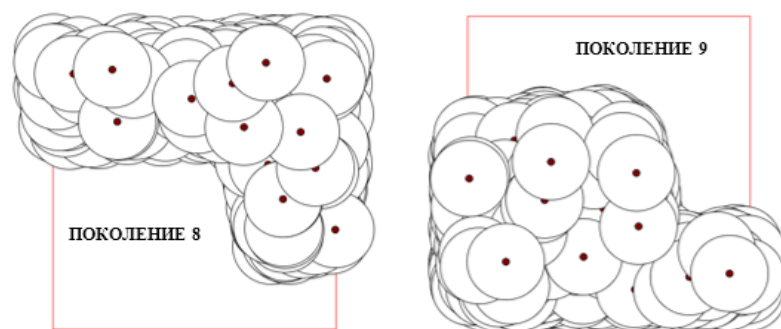


Рисунок 1 – Пространственные конфигурации распространения организмов в последовательных поколениях для модели однолетних растений с плотностно-зависимой конкуренцией ()

Наконец, перспективной представляется идея попытаться получить классические рекуррентные уравнения дискретной динамики как метамодель (упрощенное описание) результатов, порождаемых индивидуально-ориентированной моделью-источником в непрерывном времени. Плотностно-зависимая конкуренция особей в этом случае может быть симитирована не в терминах ограниченности жизненного пространства, а процессами случайного нахождения и потребления ограниченного объема случайно распределенного пищевого ресурса. Идея подхода состоит в том, чтобы попытаться использовать результаты прогонов такой приближенной к реальности модели в качестве замены гипотетических полевых наблюдений над численностью реальных природных популяций. При этом материал для статистической обработки формируется за счет происходящей с заданной регулярностью периодической фиксации мгновенных значений общей численности. Затем полученные сколь угодно длинные ряды виртуальных наблюдений должны использоваться в качестве исходных данных с целью выявления режимов динамики, характерных для разностных моделей классического типа. Подходящим инструментом для проведения такого специфического анализа (очистка трендов от демографического шума и выявление наличия хаотических колебаний) могут служить методы анализа рекуррентных диаграмм [5] или определения эффективного значения показателя Ляпунова [6].

Библиографический список

1. May R. Biological Populations with Nonoverlapping Generations: Stable Points, Stable Cycles, and Chaos // *Science*, New Series. 1974. Vol. 186. – P. 645–647.
2. Jensen A. L. Dynamics of populations with nonoverlapping generations, continuous mortality, and discrete reproductive periods // *Ecological Modelling*. 1994. № 74. – P. 305–309.
3. Топаж А.Г., Абрамова А.В., Толстопятов С.Е. Дискретные модели популяционной динамики: достоинства, проблемы и обоснование // *Компьютерные исследования и моделирование*. 2016. Т. 8. №2. – С. 267–284.
4. Gyllenberg M., Hanski I., Lindstrom T. Continuous versus discrete single species population models with adjustable reproductive strategies // *Bulletin of Mathematical Biology*. 1997. № 59(4). – P. 679–705.
5. Marwan N., Romano M.C., Thiel M., Kurths J. Recurrence plots for the analysis of complex systems // *Physics Reports*. 2007. № 438. – P. 237–329.
6. Kantz H., Schreiber T. *Nonlinear Time Series Analysis*. 1997. Cambridge University Press, Cambridge, England.

Восстановление температуры на поверхности почвы

А.В. Боярская
АлтГУ, г. Барнаул

В наблюдениях метеорологических станций, по причинам не всегда известным, могут отсутствовать данные по температуре на поверхности почвы (минимальной, максимальной, средней) или имеются сравнительно большие пропуски в данных. Кроме того, эти данные могут быть просто не доступны пользователю. Поэтому при формировании массивов минимальной, максимальной и средней температуры почвы на поверхности, возникла необходимость восстановления этих данных [1].

В процессе исследования были рассмотрены следующие варианты восстановления температуры на поверхности почвы.

1. Зависимость максимальной температуры на поверхности почвы от максимальной температуры воздуха.

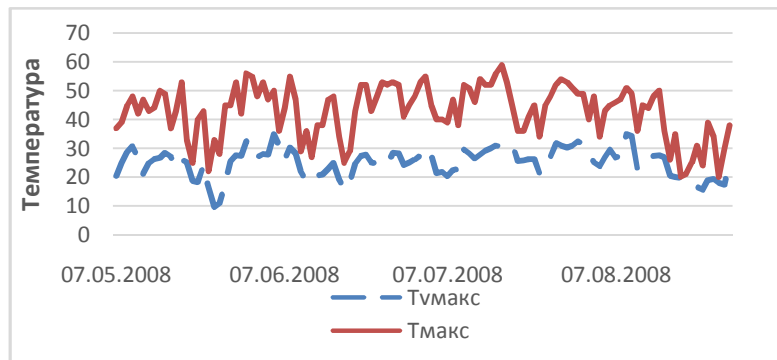


Рисунок 1 – Графики фактических максимальных температур на поверхности почвы и воздуха (2008 г.)

На рисунке 1 приведены графики максимальной температуры на поверхности почвы и максимальной температуры воздуха (2008 г.). Как следует из рисунка, динамика этих температур, практически, идентична. На основании этого можно предполагать о наличии зависимости между указанными данными. Средствами MS Excel было построено уравнение регрессии:

$$T = 1.49 \cdot tv \max + 6.78,$$

по которому осуществлено восстановление максимальной температуры на поверхности почвы (рисунок 2). Среднее квадратическое отклонение составило 6,5.

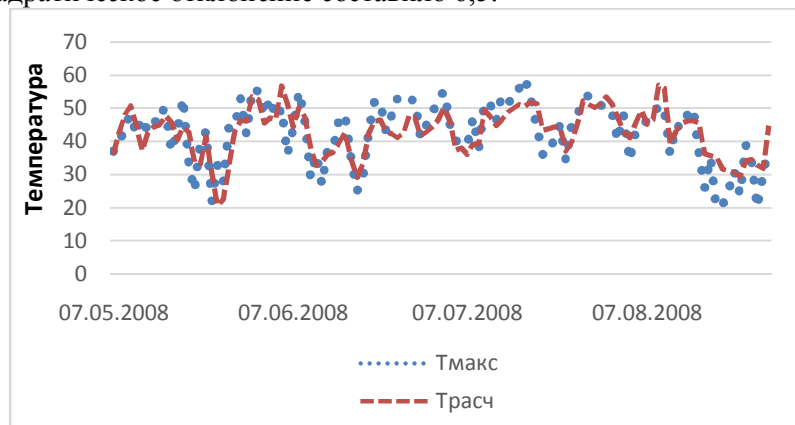


Рисунок 2 – Динамика фактической и расчетной максимальных температур на поверхности почвы (2008 г.)

2. Зависимость минимальной температуры на поверхности почвы от минимальной температуры воздуха (рисунок 3).

Уравнение регрессии имеет вид:

$$T = 0.99 \cdot tv \min - 1.36.$$

Среднее квадратическое отклонение равно 3,6.

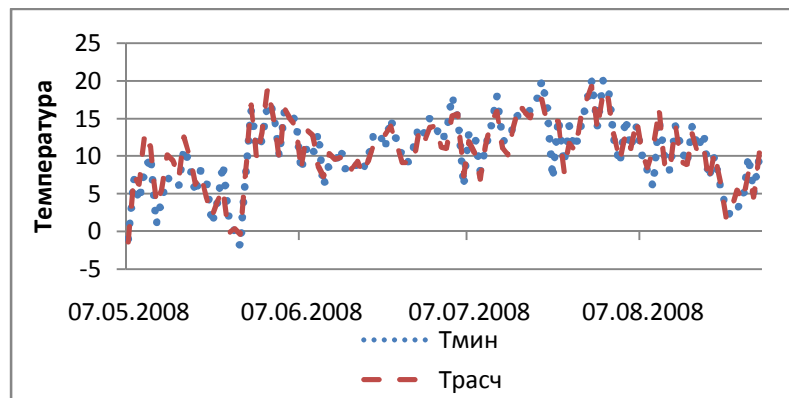


Рисунок 3 – Динамика фактической и расчетной минимальных температур на поверхности почвы (2008 г.)

3. Зависимость максимальной температуры на поверхности почвы от максимальной температуры воздуха и суммарной радиации SumRad [2–5] (рисунок 4).

Уравнение регрессии:

$$T = 0.03 \cdot SumRad + 0.98 \cdot tv \max + 1.29 .$$

Среднее квадратическое отклонение – 5,9.

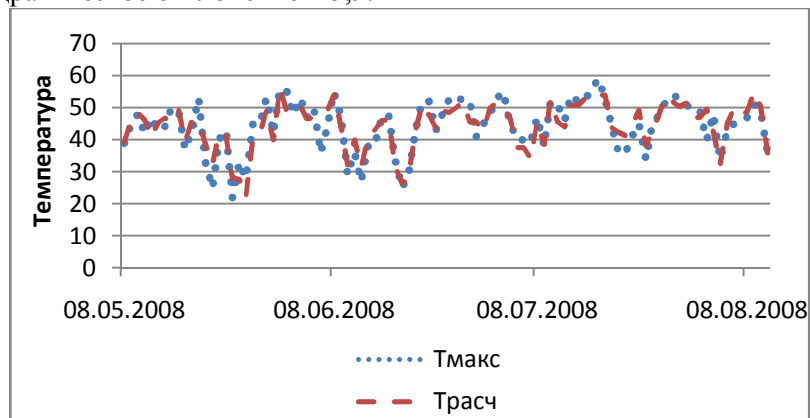


Рисунок 4 – Динамика фактической и расчетной максимальных температур на поверхности почвы (2008 г.)

4. Зависимость минимальной температуры на поверхности почвы от минимальной температуры воздуха и суммарной радиации SumRad [2–5] (рисунок 5).

Уравнение регрессии:

$$T = -0.002 \cdot SumRad + 0.99 \cdot tv \min - 0.3 .$$

Среднее квадратическое отклонение – 3,5.

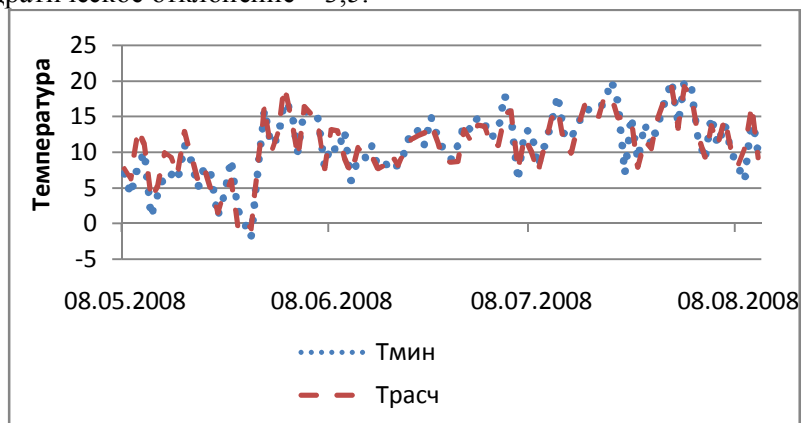
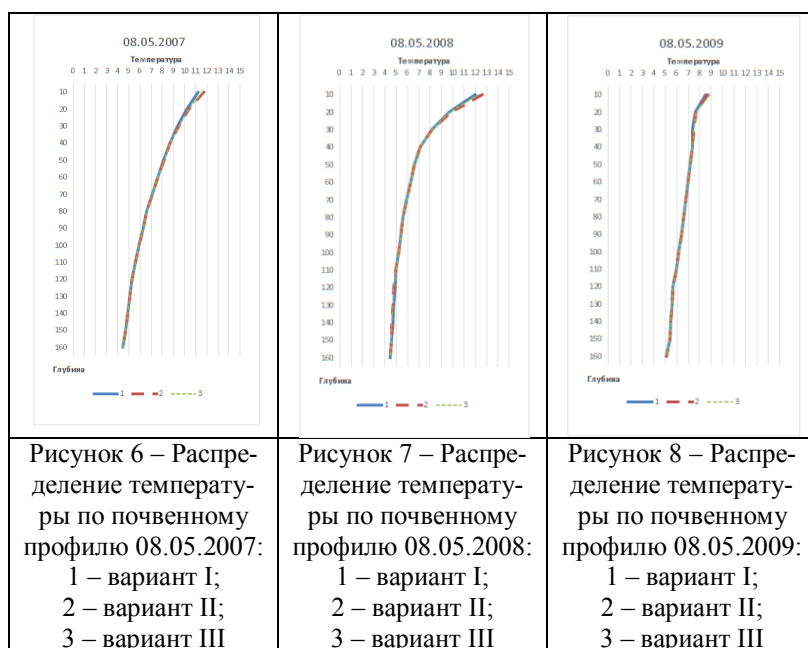


Рисунок 5 – Динамика фактической и расчетной минимальных температур на поверхности почвы (2008 г.)

По смоделированным данным на поверхности почвы были осуществлены расчеты по модели теплового режима для почв Алтайского Приобья [6–8] и проведено сравнение трех расчетных вариантов (таблица).

Таблица – Погрешность расчета температуры на поверхности почвы

Номер варианта	Варианты расчета	Погрешность расчета		
		2007	2008	2009
I	Исходная модель: T_{min} , T_{max} на поверхности почвы фактические	7,9%	5,2%	6,7%
II	T_{min} , T_{max} на поверхности почвы вычислены через T_{min} , T_{max} воздуха	6,8%	5,9%	6,5%
III	T_{min} , T_{max} на поверхности почвы вычислены через T_{min} , T_{max} воздуха и суммарную радиацию (SumRad)	6,5%	5,6%	5,9%



Оценка погрешности по всем вариантам показывает незначительные расхождения фактической температуры на поверхности почвы (T_{min} , T_{max}) с расчетными данными. На рисунках 6–8 представлены расчетные профили температур по фактическим и смоделированным данным за разные годы.

Таким образом, задача восстановления данных по максимальной и минимальной температуре поверхности почвы с использованием минимальных, максимальных температур воздуха и суммарной радиации может быть успешно решена. Данное решение имеет большое практическое значение при отсутствии необходимых фактических данных по температуре на поверхности почвы.

С тепловым режимом почв тесно связаны начало и конец вегетационного периода, пространственное размещение растений, характер распространения корневых систем, скорость поступления к корням питательных элементов. С температурным режимом связаны внутрпочвенное испарение и транспирация, интенсивность азотных трансформаций [9–12], а температурный градиент оказывает непосредственное влияние на движение воды в почве.

Библиографический список

1. Хворова Л.А. Гавриловская Н.В., Лопатин Н.Н. Применение информационных технологий, математических методов и моделей для обработки и анализа многомерных данных // Известия АГУ. – 2006. – №1. – С. 83–88.
2. Гриценко А.А., Рудова Л.Н., Сукачева В.В., Хворова Л.А. Моделирование радиационного режима // Известия АГУ. – 1999. – №1. – С. 36–39.
3. Хворова Л.А., Брыксин В.М., Скобова Т.С. Моделирование теплового режима почвы с учетом входящей длинноволновой радиации // Известия АГУ. – 2005. – №1. – С. 74–77.
4. Хворова Л.А., Гриценко А.А., Рудова Л.Н., Сукачева В.В. Некоторые вопросы моделирования процессов фотосинтеза, энерго- и массообмена в системе почва-растение-атмосфера // Материалы III краевой конф. по математике. – Барнаул, 2000. – С. 62–63.

5. Хворова Л.А., Журавлева В.В., Плинокосова Л.Н., Гриценко А.А. Результаты анализа и компьютерного тестирования блоков радиации и фотосинтеза // Известия АГУ. – 2001. – №1. – С. 61–65.
6. Боярская А.В., Хворова Л.А. Восстановление характеристик теплового режима почв в одномерных и двумерных задачах с границей раздела // Омский научный вестник. – 2015. – № 3 (143). – С. 293–296.
7. Боярская А.В., Хворова Л.А. Определение характеристик теплового режима почв в одномерных и двумерных задачах с границей раздела // Вестник АлтГПУ. – 2015. – № 25. – С. 12–15.
8. Хворова Л.А. Численное решение задачи теплового режима почвы // Сб.: Европейская наука и техника. – 2013. – С. 424–426.
9. Лямкина Ю.Б., Хворова Л.А. Моделирование динамики азота в почве (теоретические аспекты) // Известия АлтГУ. – 2011. – №2. – С. 94–97.
10. Хворова Л.А., Топаж А.Г., Абрамова А.В., Неупокоева К.Г. Подходы к описанию симбиотической азотфиксации. Часть 1. Анализ и выделение перечня факторов с оценкой их приоритетности // Известия АлтГУ. – 2015. – №1 (85). – С. 187–191.
11. Хворова Л.А., Топаж А.Г., Абрамова А.В., Неупокоева К.Г. Подходы к описанию симбиотической азотфиксации. Часть 2. Анализ подходов к математическому моделированию процесса // Известия АлтГУ. – 2015. – №1 (85). – С. 192–196.
12. Хворова Л.А. Моделирование влияния азотного питания на продукционный процесс посева люцерны: автореф. дисс. на соиск. учен. ст. к.т.н. – Санкт-Петербург: АФИ, 1992.

УДК 004.9

Разработка программного приложения идентификации параметров модели AGROTOOL

А.К. Букасова, И.А. Кунгуров
АлтГУ, г. Барнаул

Прикладные динамические модели продукционного процесса сельскохозяйственных растений способствуют внедрению современных технологий в практику растениеводства. Особенно важной становится их роль в виде интеллектуальной основы компьютерных систем поддержки агротехнологических решений в рамках перспективного развития сельскохозяйственной отрасли – устойчивого и точного земледелия.

Модель продуктивности агроэкосистем AGROTOOL разработана научным коллективом лаборатории математического моделирования агроэкосистем Агрофизического НИИ (г. Санкт-Петербург) [1–3]. При переносе модели в различные почвенно-климатические условия требуется идентифицировать ряд параметров, входящих в модель и характеризующих условия региона и особенности сельскохозяйственной культуры. Параметрическая идентификация динамической модели продуктивности, анализ модели на чувствительность к вариациям входящих в них параметров, адаптация к конкретным почвенно-климатическим условиям являются главными условиями ее применимости [4–6].

Первые работы по адаптации модели к условиям Алтайского Приобья, в плане идентификации параметров отдельных блоков, осуществлялись «вручную». Это выражалось в многократном прогоне модели с различными комбинациями значений параметров и представляло собой достаточно трудоемкую процедуру [7–10]. Поэтому разработка программного приложения по автоматизации процедуры параметрической идентификации модели AGROTOOL актуальна.

Система AGROTOOL представляет собой компьютерную динамическую модель продукционного процесса сельскохозяйственного посева. Основные компоненты комплекса AGROTOOL:

- динамическая модель, реализованная на объектно-ориентированном языке Turbo Pascal в нотации системы Delphi;
- стационарная база данных, реализованная в СУБД Access;
- оперативная база данных, реализованная в системе Excel;
- интерфейс пользователя.

Вызываемая из оболочки модель описывает продукционный процесс полевых культур и производит расчет динамики формирования урожая, начиная с посева и заканчивая уборкой.

Хранилищем всех данных, необходимых как для организации компьютерных экспериментов, так и для оценки адекватности и точности работы модели, является стационарная база данных.

Оперативная база данных формируется из стационарной и содержит необходимые данные полевого опыта для однократного расчета модели.

Процедура настройки параметров модели AGROTOOL включает три этапа:

- настройка параметров водного блока модели;

- определение параметров развития;
- определение параметров продуктивности посева.

1. Блок динамики почвенной влаги

За основу моделирования влагопереноса в почве принято уравнение Ричардса (1):

$$\frac{\partial \theta(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k^w(P) \frac{\partial P(x, t)}{\partial x} - 1 \right) - f(x, t), \quad (1)$$

где t – время; x – пространственная координата; θ – объемная влажность почвы; P – капиллярно-сорбционный потенциал почвенной влаги; $f(x, t)$ – функция стока; $k^w(P)$ – функция влагопроводности почвы:

$$k^w(P_s) = Kf \cdot (-P_s)^C,$$

Kf – коэффициент фильтрации, см/сут; C – эмпирический параметр.

Коэффициент фильтрации Kf и показатель степени C определяются в процессе идентификации, исходя из условий минимизации функции:

$$V(Kf, C) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{k_i} (\theta_{soil}(i, j) - \theta_{real}(i, j))^2 \rightarrow \min_{Kf, C \in P}, \quad (2)$$

$\theta_{real}(i, j)$ – фактические значения влагозапаса, $\theta_{soil}(i, j)$ – расчетные значения, i – номер года, m – общее число лет, за которые производится компьютерный эксперимент, j – число фактических замеров влагозапаса в почве в течение m лет.

2. Блок фенологического развития

Задачами этого блока являются: расчет так называемого «физиологического времени» и сроков наступления фенологических фаз. При идентификации пороговых значений определяется минимальное расхождение между расчетными и фактическими датами наступления фенофаз [10].

3. Блок темпов развития растений и величины урожая

Результатом окончательной идентификации параметров модели является величина урожайности культуры, которая зависит от трех настраиваемых параметров. Оптимальные значения параметров определялись по минимальному расхождению между расчетными и фактическими величинами урожайности яровой пшеницы.

Для разработки программного приложения был выбран инструментарий, сходный с тем, что лежит в основе разработки имитационно-моделирующего комплекса AGROTOOL, а именно программный продукт Borland Delphi 7 [1] и подключаемый к нему Bold.

Основной проблемой при реализации поставленной задачи стала разработка программного компонента, подключающего модули AGROTOOL и выполняющего многократные запуски модели с различными входными параметрами в автоматическом контролируемом пакетном режиме. Программа должна автоматически формировать наборы сценариев, в результате выполнения которых, на основе анализа данных возможно провести идентификацию параметров.

Фактическая реализация процедуры идентификации разделилась на реализацию трех событий:

- установка идентифицируемых параметров;
- запуск модели на выполнение;
- сбор и обработка выходных данных.

Схема работы приложения представлена на рисунке 1.

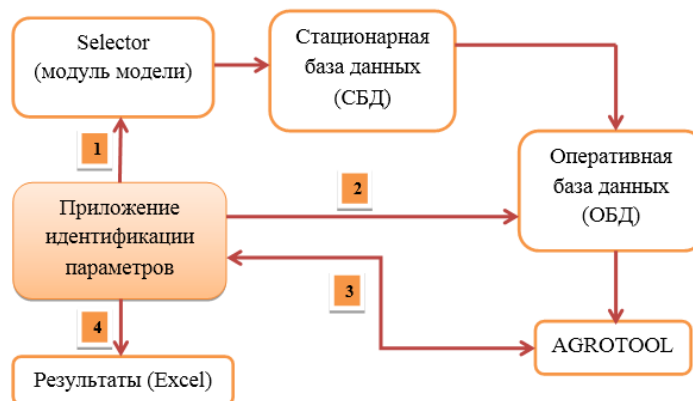


Рисунок 1– Схема работы приложения

Для осуществления формирования нужного сценария был подключен и частично переписан модуль модели, формирующий общий сценарий. При изменении стандартного графического интер-

фейса была добавлена возможность выбора типа идентификационного параметра и тонкой настройки каждого из параметров, позволяющей увеличить точность идентификации.

После задания множества сценариев запускается функция, вносящая изменение в динамическую базу данных.

Для удобства в программе был реализован индикатор процесса выполнения сценария. На каждом этапе выполнения модель отражает состояние готовности (рисунок 2).

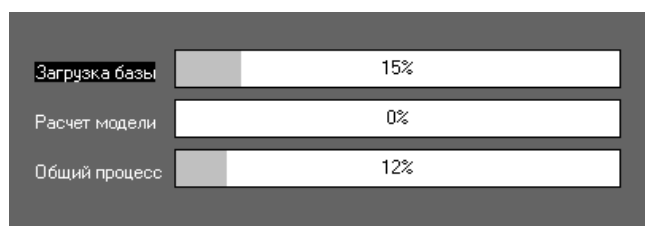


Рисунок 2 – Индикатор состояния

После завершения очередного запуска модели происходит анализ выходных данных в соответствии с выбранным сценарием. При идентификации коэффициента фильтрации анализируется невязка влажности почвы, при идентификации биологических порогов – считается ошибка в датах наступления фенофаз растений, при идентификации параметров биологической продуктивности – вычисляются расхождения между фактической и расчетной урожайностью.

После анализа программа возвращается к первому событию, и в автоматическом режиме формирует следующий сценарий с новыми идентификационными параметрами.

В модели продукционного процесса AGROTOOL для яровой пшеницы фиксируются следующие фенологические фазы: всходы, кущение, выход в трубку, колошение, цветение, молочная спелость, восковая спелость, полная спелость.

При идентификации биологических порогов определялось минимальное расхождение между расчетными и фактическими датами наступления фенофаз. Расхождения составили от ± 1 до ± 2 дней.

Библиографический список

1. Медведев С.А. Разработка и применение системы поливариантного анализа динамических моделей продукционного процесса культурных растений: дис. на соиск.уч.ст. к.с.-х.н. – СПб: АФИ, 2014. – 161 с.
2. Полуэктов Р.А., Топаж А.Г., Бакаленко Б.И. Информационное обеспечение модели. – СПб: АФИ, 2007. – 34 с.
3. Хворова Л.А., Гавриловская Н.В. Адаптивная идентификация структуры динамических моделей продукционного процесса сельскохозяйственных растений // Известия Алтайского государственного университета. – 2010. – №1/2. – С. 139–144.
4. Немчикова К.А., Хворова Л.А. Решение задачи параметрической идентификации динамических моделей продуктивности агроэкосистем // МАК-2014 : сб. трудов XVII регион. конф. по математике. – Барнаул, 2014. – С. 126–133.
5. Хворова Л.А. Оптимизация процесса структурно-параметрической идентификации моделей продуктивности агроэкосистем // Известия Алтайского государственного университета. – 2012. – № 1-1. – С.171–175.
6. Немчикова К.А., Хворова Л.А. Идентифицируемость модели AGROTOOL: анализ результатов, проблемы, выводы // Математические модели в теоретической экологии и земледелии : матер. междунар. семинара. – СПб, 14–16 окт. 2014. – С. 16–19.
7. Хворова Л.А., Немчикова К.А., Ломиворотов Д.П. Поиск глобального минимума в задачах параметрической идентификации // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2014. – № 1/2 (81). – С. 130–134.
8. Немчикова К.А., Хворова Л.А. Адаптация модели продуктивности сельскохозяйственных культур AGROTOOL к условиям Алтайского Приобья // Информация и образование: границы коммуникаций. – 2014. – № 6(14). – С. 158–162.
9. Хворова Л.А. Адаптация моделей продуктивности сельскохозяйственных культур к условиям Западной Сибири // Теоретические и прикладные проблемы агропромышленного комплекса. – 2013. – № 2(15). – С. 24–27.
10. Хворова Л.А. Идентификация параметров модели фенологического развития зерновых культур к условиям Алтайского края // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2010. – Т. 17. – № 3. – С. 470–472.

Использование геоинформационных систем с целью выявления интродукционного потенциала видов

Н.А. Дуплинская, П.Д. Гудкова
АлтГУ, г. Барнаул

Методы экологического моделирования в настоящее время широко применяются в разных областях биологии и географии для оценки биологического разнообразия территорий, интродукционной способности видов, интенсивности расселения адвентивных видов, а так же для выявления экологических ниш отдельных видов.

Современные методы экологического моделирования, основанные на ГИС-технологиях, позволяют выявить области, подходящие по своим климатическим характеристикам для произрастания того или иного вида, причем как в настоящее время, так и в прошедшие геологические периоды, и даже дать прогнозные карты для их вероятного распространения в будущем в соответствии с определенными сценариями изменения климата. Следует подчеркнуть, что речь идет лишь о моделировании вероятностного распределения климатических условий, благоприятных для произрастания того или иного вида, а успех внедрения в растительные сообщества и закрепление в них зависит в немалой мере и от других причин – конкурентных способностей вида, его биологических особенностей, взаимосвязей компонентов сообщества (Олонова, 2015).

В настоящее время существует несколько методов биоклиматического моделирования. Как правило, они требуют географических координат не только тех пунктов, где вид присутствует (был собран, или зарегистрирован), но и точек, где он гарантировано отсутствует. Такой подход применим только для хорошо изученных территорий и не подходит для исследований в Сибири и Центральной Азии. Методов, использующих данные только о присутствии видов на определенной территории, не так много.

Наиболее используемые – BIOCLIM и MaxEnt – реализуются и визуализируются в программе Diva-GIS (Hijmans et al., on-line). Большинство из них основано на выявлении климатической ниши исследуемых видов, которая устанавливается путем комбинации данных географического распространения видов (географических координат) и климатических характеристик этих точек. Полученная модель затем проецируется на электронную карту изучаемого региона. Она показывает потенциальное распространение вида и градацией цветов, от темного к светлому, определяет области, где данный вид может произрастать, и куда он может распространиться в будущем (Ward, 2007). Более темным тоном на карте отмечаются области с наиболее благоприятными для каждого вида комбинациями климатических характеристик.

Метод MaxEnt (метод максимальной энтропии), предложенный S.J. Phillips (Phillips et. al., 2006; Phillips and Dudich, 2008), в настоящее время является одним из самых эффективных методов моделирования распределения видов на основании данных только о присутствии вида (Elith et. al., 2006; Franklin, 2009). MaxEnt оценивает распределение подходящих условий обитания для исследуемого вида в соответствии с принципами максимальной энтропии (Ward, 2007). MaxEnt рассчитывает распределение вероятности ячеек раstra, начиная с равномерного распределения, шаг за шагом уточняя соответствие модели введенным данным. Прирост начинается с нуля и асимптотически увеличивается в процессе расчета. Определяется прирост как средняя логарифмическая вероятность присутствия объекта, минус константа, которая делает прирост равномерного распределения равным нулю. В конце расчета прирост показывает, насколько сильно модель сконцентрирована вокруг «точек присутствия». Получающаяся на выходе карта показывает вероятность присутствия объекта на различных территориях. Метод хорош и тем, что позволяет оценить вклад каждой климатической переменной в полученную модель распространения вида, поэтому мы можем оценить роль каждого биологически значимого фактора, включенного в анализ. Кроме того, мы получаем ценную экологическую информацию, характеризующую виды (Hijmans R.J et. al. On-line).

Оценка вклада каждой переменной была оценена с помощью опции jackknife.

Понятие потенциального ареала вида было дано Т.А. Работновым (1983). Под ним понимается область, где климатические условия благоприятны для произрастания вида. Эта характеристика вплотную приближается к понятию экологического ареала, сформулированного В.П. Селедцом и Н.С. Пробатовой (2007). Однако, в отличие от экологического ареала, который значительно более детально характеризует условия среды произрастания, выявление потенциального ареала не требует

детального исследования и определения места вида в координатах экологических шкал. Потенциальный ареал опирается на климатические показатели и может быть определен с помощью биоклиматического моделирования, основанного на использовании ГИС-технологий.

Биоклиматическое моделирование распространения видов, основанное на использовании климатических показателей и ГИС-технологий, может выявить территории, подходящие по своим климатическим характеристикам для произрастания того или иного вида (Hijmans 2007). Построенная на основе полученного климатического профиля вида модель проецируется затем на электронную карту изучаемого региона. Она показывает потенциальное распространение вида и определяет области, где данный вид может произрастать, и куда он может распространиться в будущем (Ward, 2007).

Из методов экологического моделирования, не требующих точек, где вид достоверно отсутствует, наибольшей популярностью пользуется метод MaxEnt.

Целью данной работы является изучение использования метода максимальной энтропии для определения интродукционной возможности растений. Для анализа был выбран модельный объект – *Abies holophylla* Maxim. Дерево 35–40 м высотой с широко-конусовидной кроной, высокодекоративное. Встречается в Китае, Северной Корее и северных районах Южной Кореи, в южных районах Приморского края на самых южных отрогах Сихотэ-Алинской горной системы и Черных Горах (Liu, 1971). В анализ было включено 28 точек распространения этого вида. Для оценки полученной модели и последующего ее тестирования была принята тестирующая выборка, соответствующая 25 %. В качестве выходного формата использовался логистический, который дает оценку вероятности нахождения вида в той или иной точке от 0 до 1 (рисунок 1).

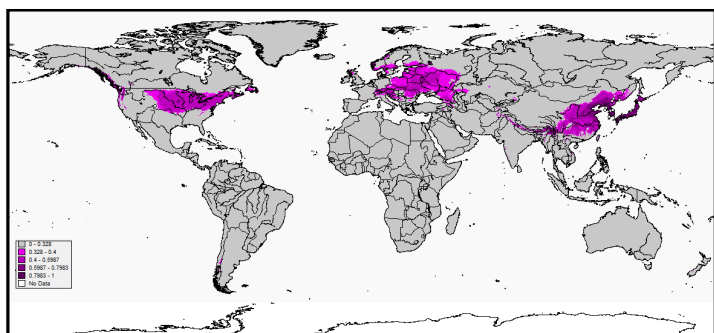


Рисунок 1 – Потенциальный ареал *Abies holophylla*

Для анализа использовался порог (threshold) бинаризации предсказания: условия считаются пригодными для существования вида, если предсказание выше некоторого порогового значения, и непригодными, если ниже. Для результирующей модели порог составил 0,328. Для *Abies holophylla* наиболее подходящими предсказанными территориями являются: США, Чили, Великобритания, Норвегия, Швеция, Запад России, Южная Корея, Север Китая и Япония.

График ROC (рис.2) показывает значения AUC, если значения AUC ниже 0,5, то дискриминация не лучше случайной, от 0,8-1 означает 80-100% вероятности того, что выбор модели соответствует фактическому. AUC измеряет способность модели различать ячейки растра, где вид присутствует и где он отсутствует, обеспечивая измерение общей точности, не зависящее от порога (Araujo et al., 2005). Для анализа *Abies holophylla* AUC = 0,968.

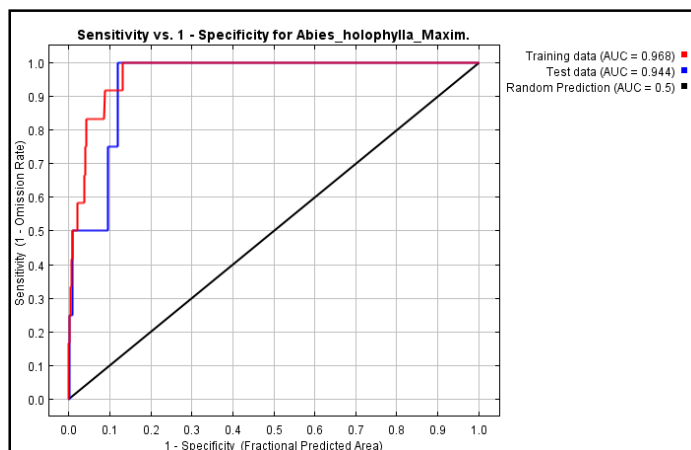


Рисунок 2 – График ROC

Оценка вклада переменных в результирующую модель, производится с помощью приема *jack-knife*. Он состоит из трех шагов. Сначала по очереди из анализа выводятся каждая переменная, и модель создается с оставшимися. Затем модель создается только с одной переменной (с каждой по очереди). И, наконец, для сравнения создается модель с участием всех переменных.

Лимитирующими факторами для данного вида являются: среднегодовая температура, максимальная температура самого жаркого периода, максимальная температура самого холодного периода, средняя температура самого сухого квартала, средняя температура самого теплого квартала и средняя температура самого холодного квартала.

Таким образом, метод MaxEnt позволяет определить потенциальный ареал вида, области, где климатические условия благоприятны для произрастания того или иного вида, а выявление лимитирующих факторов позволяет спланировать агротехнические мероприятия.

Библиографический список

1. Олонова М.В. Использование гербарных коллекций для экологического моделирования // Проблемы сохранения биологического разнообразия и использования биологических ресурсов. 7–9 октября 2015, Минск, Беларусь. – Минск, 2015. – С. 446–449.
2. Работнов Т.А. Фитоценология. Изд. 2-е. – М.: Изд-во МГУ, 1983. – 292 с.
3. Селедец В.П., Пробатова Н.С. Экологический ареал вида у растений. – Владивосток: Дальнаука, 2007. – 98 с.
4. Elith J., Graham C.H., Anderson R.P., Dudik M. Novel methods improve prediction of species' distributions from occurrence data. // *Journal Ecography*. 2006. Vol.29, P. 129–151.
5. Franklin J. Mapping species distribution : spatial inference and prediction. Cambridge University Press, Cambridge. 2009. 340
6. Hijmans R.J., Guarino L., Jarvis A. et. al. DIVA-GIS, version 5.2. Manual. [Электронный ресурс] // URL: http://www.diva-gis.org/docs/DIVA-GIS5_manual.pdf.
7. Liu T.-S. A monograph of the genus *Abies*. Taipei: National Taiwan Univ. Press, 1971. 580 p
8. Phillips, S.J. Maximum entropy modeling of species geographic distributions / S.J. Phillips, R.P. Anderson, R.E. Schapire // *Ecological Modeling*. – 2006. – Vol. 190. – P. 231–259.
9. Phillips, S.J. Modelling of species distribution with Maxent: new extentions and a comprehensive evaluation / S.J. Phillips, M. Dudic // *Ecography*. – 2008. – Vol. 31. – P. 161–175.
10. Ward, D.F. Modeling the potential geographic distribution of invasive ant in New Zealand / D.F. Ward // *Bio Invasions*. – 2007. – Vol. 9. – P. 723–735.

УДК 51-7+556

Разработка архитектуры комплекса моделирования темпов разрушения берегов водохранилищ

И.А. Ефремов

АлтГУ, г. Барнаул

В России наиболее важными водными объектами являются водохранилища, которые предназначены для удовлетворения разнообразных потребностей населения. По статистике всего в России создано более 2260 водохранилищ объемом более 0,1 км³. Суммарный полный объем этих водоемов составляет 926 тыс. км³ [1–2].

Роль водохранилищ в жизнедеятельности людей очень велика (гидроэнергетика, водный транспорт и т.д.). Однако, создание искусственных водных объектов имеет и ряд нежелательных последствий, отражающихся в природе и хозяйстве территорий, где они создавались. Строительство водохранилищ повлекло за собой преобразование ландшафтов бассейнов рек и озер на площади свыше 700 тыс. км². Периметр береговой линии водохранилищ нашей страны составляет около 64100 км, из которых 25000 км берега непрерывно разрушаются. По самым скромным оценкам, среднегодовая величина ущерба составляет 15,75 млрд. руб. [1–2].

Целью данного исследования является разработка архитектуры комплекса моделирования темпов разрушения берегов водохранилищ.

Отсюда следует несколько задач, которые необходимо решить: изучить предметную область и выбрать подходящую математическую модель, позволяющую давать надежный прогноз темпов разрушения берегов водохранилищ; определить формат входных и выходных данных; спроектировать архитектуру комплекса моделирования; разработать его, а также произвести верификацию полученного продукта.

В качестве основы для разрабатываемого программного комплекса был выбран метод Качугина. Его описание приведено в работах [3–4]. Для определения характеристик волн будет использоваться полуэмпирический подход, подробно описанный в работах [5–7].

Комплекс состоит из нескольких «разделов», в каждом из которых потребуется задавать специфические наборы параметров, таких как скорости ветра, рельеф дна, характеристики исходного профиля берега водохранилища и т. д. Некоторые из этих параметров нужно вводить вручную, другие же величины, в основном массивы данных, можно будет задать как вручную, так и с помощью функции экспорта из электронной таблицы Excel.

После завершения расчетов, будет показан ряд графиков, описывающих прогнозируемый профиль берега водохранилища. Так же результаты можно будет сохранить в табличном виде в файл формата xls. Общая схема комплекса в виде последовательности: входные данные – модель – результаты, показана на рисунке 1.

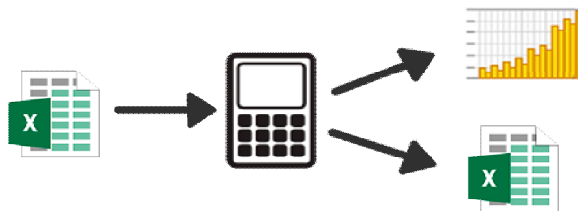


Рисунок 1 – Общая схема комплекса: входные данные – модель – результаты

Для реализации комплекса моделирования будет использован стек современных WEB-технологий. Комплекс будет работать в online-режиме это нужно для того, чтобы можно было получить к нему быстрый доступ, а также использовать серверные вычислительные мощности.

Клиентская часть будет состоять из HTML5, CSS3, Flexbox и JavaScript. Вся верстка будет сделана при помощи HTML5+Flexbox [8], так как в настоящее время это наиболее эффективный способ адаптивной верстки. Связка HTML5+JavaScript позволит показывать результаты работы программы в виде графиков с помощью элемента Canvas. Это мощный инструмент для рисования двухмерного изображения при помощи скриптов [9]. Все внешние скрипты и таблицы стилей будут обрабатываться с помощью Gulp [10] – инструмента для сборки WEB-приложения и позволяющего использовать препроцессор LibSASS [11], Autoprefixer [12] – утилита, позволяющая расширить поддержку некоторых CSS3 свойств для различных браузеров и набор других технологий.

Серверная часть будет написана на PHP7 [13] – это скриптовый язык общего назначения – так как на данный момент он обладает отличной производительностью и адекватным потреблением памяти, что позволит производить расчеты с высокой скоростью.

Метод Качугина Главная Калькулятор Инструкция Контакты

Волны вне береговой зоны **Волны в береговой зоне** Пляж Поток наносов

Участки разгона Скорости ветра

#	Длина участка, м	Глубина в конце участка, м	#	Скорость ветра, м/с
1	25	1.3	1	25
2	18	1.8	2	18

Коэффициент обрушения

Параметры волн по участкам разгона

#	V, м/с	L, м	h, м	X, м	H, м	T, с	Hrms, м	Hsig, м	Tsig, с	Tr, с
1	5.7	0.4	0.6	1	1	3	4.87	4.76	2	2.689

Параметры волн в расчетной точке

#	X, м	V, м/с	H, м	T, с	Hrms, м	Hsig, м	Tsig, с	Tr, с
1	2.3	0.9	0.875	3	2.37	1.94	1.5	2.689

Данные

Проект

Результаты

Рисунок 2 – Прототип интерфейса программного комплекса

Само приложение строится на базе фреймворка Yii2 [14] – это высокопроизводительный компонентный PHP фреймворк, предназначенный для быстрой разработки современных WEB-приложений, который обладает широкими возможностями и высокой скоростью работы. Также это очень универсальный фреймворк и может быть задействован во всех типах WEB-приложений. Благо-

даря его компонентной структуре и отличной поддержке кэширования, он особенно подходит для разработки сложных проектов. На данный момент этот фреймворк является одним из лидеров по совокупности своих характеристик и имеет большое сообщество.

Библиографический список

1. Хабидов А.Ш., Леонтьев И.О., Марусин К.В., Шлычков В.А., Савкин В.М., Кусковский В.С. Управление состоянием берегов водохранилищ. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2009. – 239 с.
2. Хабидов А.Ш., Марусин К.В., Федорова Е.А., Хомчановский А.Л., Лыгин А.А., Лыгин Ан.А. Организация мониторинга береговой зоны и дна Новосибирского водохранилища // Известия АГУ. – Барнаул. 2012. – № 3/1(75). – С. 142–146.
3. Марусин К.В. Журавлева В.В., Грищенко Д.В. Методы прогнозирования переработки побережья водохранилищ // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования: сб. науч. ст. междунар. конф. Барнаул, 11–14 ноября, 2014. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 364–372.
4. Грищенко Д. В., Ефремов И. А. Применение метода Качугина для прогнозирования переработки побережья водохранилищ // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования: сб. науч. ст. междунар. конф. Барнаул, 20–24 октября, 2015. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 636–641.
5. Журавлева В.В., Дьякова Т.В. Исследование повторяемости ветров на Новосибирском водохранилище // Известия АГУ. – Барнаул, 2012. – №1-2(73). – С. 82–83.
6. Журавлева В.В., Дьякова Т.В. Анализ морфодинамики береговой линии Новосибирского водохранилища // МАК-2014: сборник трудов семнадцатой региональной конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 115–117.
7. Журавлева В.В., Дьякова Т.В. Исследование динамики потока наносов на береговой линии Новосибирского водохранилища // Известия АГУ. 2014. – №1-2(81). – С. 101–107.
8. CSS Flexible Box Layout Module Level 1. W3C Candidate Recommendation, 26 May 2016. URL: <https://www.w3.org/TR/css-flexbox-1/>.
9. Canvas (HTML). Статья в Википедии. URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Canvas_\(HTML\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Canvas_(HTML)).
10. Gulpjs. Automate and enhance your workflow. URL: <http://gulpjs.com/>.
11. LibSass. URL: <http://sass-lang.com/libsass>.
12. URL: <https://github.com/postcss/autoprefixer>.
13. URL: <http://php.net/>.
14. URL: <http://www.yiiframework.com/>.

УДК 004.9

Разработка программного модуля радиационного режима атмосферы в среде AnyLogic

О.А. Ефремова
АлтГУ, г. Барнаул

Одной из наиболее продвинутых областей в математической экологии является моделирование продукционного процесса растений [1]. Это определяется практической значимостью таких моделей для оптимизации агрокультуры и тепличного хозяйства. Здесь математические модели используются для выбора оптимальной стратегии проведения сельскохозяйственных мероприятий: орошения, полива, внесения удобрений, выбора сроков посева или посадки растений с целью получения максимального урожая [2–4].

Начало математическому моделированию продукционного процесса растений относят к 1953 г., когда появилась работа японских ученых Монси и Саэки, в которой впервые построена модель фотосинтеза в растительном покрове в зависимости от радиации, относительной площади листьев и их ориентации.

В Советском Союзе работы по ММП были начаты по инициативе Ничипоровича (1956 г). В институте астрофизики и физики атмосферы Академии Наук Эстонии Россом и Бихеле (1964 г) была разработана математическая модель посева, в которой детально рассмотрено влияние радиационного режима и ориентации листьев на фотосинтез и продуктивность растительного покрова [5]. Начиная с 1974 г. начинают разрабатываться модели на базе ЭВМ, например, модель ELCROS. Так же начинают разрабатываться динамические модели для отдельных культур: модель SIMED для люцерны, модель SUBGRO для сахарной свеклы и др.

Важнейшей частью многих моделей роста растений и посева является взаимодействие системы со световым климатом. Способ такого взаимодействия определяет интенсивность радиации, прихо-

дующей на каждую часть поверхности растения или посева, и это в свою очередь через фотосинтез может оказывать сильное действие на скорость и характер роста [6–8].

В метеорологии принято выделять коротковолновую и длинноволновую радиацию. Солнечная радиация на 99% является коротковолновой. Она включает, кроме видимого света, еще ближайшую к нему по длинам волн ультрафиолетовую и инфракрасную радиацию. Видимый свет занимает узкий интервал длин волн всего от 380 до 780 нм. Однако в этом интервале заключается почти половина всей лучистой энергии Солнца (47%). Почти столько же приходится на инфракрасные лучи (46%) и всего 7% – на ультрафиолетовые [9].

Поток прямой солнечной радиации на горизонтальную поверхность чаще всего называют инсоляцией. Этот поток зависит от угла падения лучей на горизонтальную поверхность. С изменением угла падения, т.е. высоты солнца над горизонтом, изменяется и интенсивность солнечной радиации. Для расчета инсоляции используют следующее соотношение:

$$S' = S_0 \cdot \sin h_0,$$

$$\sin h_0 = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos \left(\frac{2\pi \cdot (T+12)}{24} \right),$$

где $S_0 = 1370$ Вт/м², h_0 – высота Солнца над горизонтом, град.; φ – географическая широта места наблюдения, град.; δ – угол склонения Солнца, град.; T – время суток, час. Склонение Солнца в свою очередь вычисляется по формуле:

$$\delta = 23,45 \cdot \sin \left(\frac{360 \cdot (d-81)}{365} \right),$$

в которой d – порядковый номер дня года.

Прежде чем достигнуть поверхности земли, солнечная радиация проходит через промежуточный слой – земную атмосферу, где она ослабляется за счет поглощения и рассеяния. Атмосферой поглощается относительно небольшое количество солнечной радиации, примерно 17–25%. Более значительно радиация ослабляется путем рассеяния. Если при поглощении лучистая энергия задерживается атмосферой, то в процессе рассеяния радиация меняет направление и приходит в виде излучения со всех участков небесного свода. Поток рассеянной солнечной радиации при безоблачном небе на горизонтальную поверхность определяется по формуле:

$$D = \frac{1}{3} \left(S_0 - \frac{S_0 \sin h_0}{\sin h_0 + c} \right) \sin h_0,$$

в которой c – степень прозрачности атмосферы. Значения коэффициента c можно определить из таблицы 1.

Таблица 1 – Степень прозрачности атмосферы

	Степень прозрачности атмосферы						
	Идеальная	Высокая	Повышенная	Нормальная	Пониженная	Низкая	Сверхнизкая
c	0,13	0,27	0,34	0,43	0,54	0,67	0,91

При безоблачном небе поток рассеянной радиации составляет около 10% инсоляции. Наличие облаков резко увеличивает поток рассеянной радиации.

Прямая и рассеянная солнечная энергия у земной поверхности наблюдаются всегда вместе и создают поток суммарной радиации:

$$Q = S' + D.$$

При безоблачном небе суммарная радиация зависит от широты места, склонения и высоты Солнца, от оптических свойств атмосферы и альбедо земной поверхности. Аналитически связь суммарной радиации с высотой Солнца часто представляют в виде:

$$Q_0 = \frac{S_0 \cdot \sin h_0}{1 + f \cdot \operatorname{cosec} h_0}.$$

Величина параметра f определяется географической широтой и временем года; обычно, в течение года он изменяется от 0.06–0.07 в январе–декабре, до 0.20–0.23 в мае–августе месяцев.

На поток суммарной радиации облачность оказывает столь же существенное влияние, как и на потоки прямой и рассеянной радиации. Зависимость потока суммарной радиации от количества облачности описывают формулой:

$$Q = Q_0 (1 - f \cdot n),$$

где Q_0 – плотность потока суммарной радиации при безоблачном небе, n – количество облаков, в долях единицы, коэффициент f зависит от широты φ и принимает следующие значения (таблица 2):

Таблица 2 – Значения коэффициента f

φ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	75°	80°	85°
f	0,65	0,66	0,67	0,68	0,67	0,64	0,60	0,50	0,45	—	—

Степень ослабления суммарной радиации облаками удобно оценивать безразмерной величиной – функцией ослабления – P :

$$P = 1 - \frac{Q}{Q_0},$$

где Q_0 – поток при безоблачном небе, Q – радиация при сплошной облачности.

Реализация модели радиационного режима была осуществлена в среде имитационного моделирования AnyLogic. Основными параметрами, влияющими на интенсивность прямой солнечной радиации, являются продолжительность дня и угол склонения Солнца. Значение угла склонения Солнца претерпевает сезонные изменения, он принимает значения от 23.45° до -23.45° и становится равным нулю два раза в год: в дни весеннего и осеннего равноденствия.

От угла склонения Солнца и от широты местности, для которой производятся расчеты, зависит продолжительность дня. В среднем погрешность (отклонения расчетной и фактической продолжительности дня на 15-е число каждого месяца) составила 16 минут.

Основные закономерности изменения потоков радиации определяются высотой Солнца, прозрачностью атмосферы, облачностью, продолжительностью солнечного сияния и некоторыми другими факторами. На рисунке приведены средние расчетные значения суммарной радиации в отсутствие облачности. Погрешность не превосходит 18 Вт/м^2 . Из графика видно, что при безоблачном небе суммарная радиация имеет простой суточный ход с максимумом около полудня.

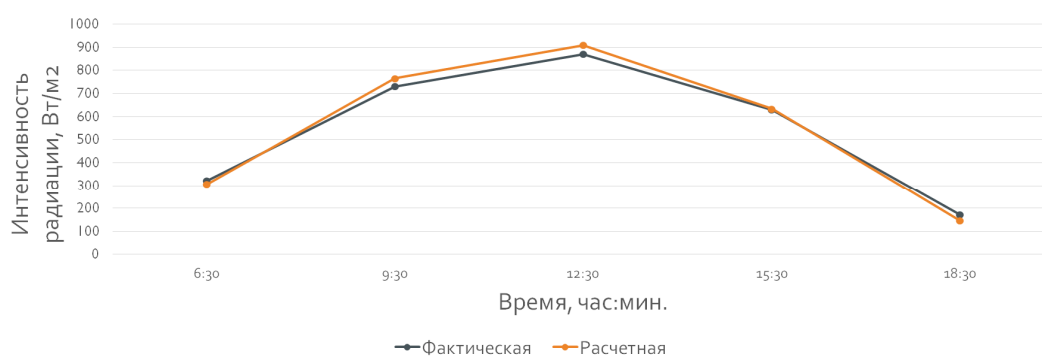


Рисунок – Средние расчетные значения суммарной радиации в отсутствие облачности

При тех же условиях получены средние значения рассеянной радиации. Максимальная погрешность составила $38,5 \text{ Вт/м}^2$. Рассеянная радиация так же, как и суммарная, имеет хорошо выраженный суточный ход: интенсивность излучения возрастает от восхода солнца до полудня, а затем уменьшается до захода солнца.

Библиографический список

1. Хворова Л.А., Брыксин В.М., Гавриловская Н.В., Топаж А.Г. Математическое моделирование и информационные технологии в экологии и природопользовании. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2013. – 277 с.
2. Хворова Л.А., Брыксин В.М., Гавриловская Н.В. Использование информационных технологий при прогнозировании урожайности зерновых культур // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2009. – №5 (86). – С. 23–30.
3. Хворова Л.А., Брыксин В.М., Скобова Т.С. Моделирование теплового режима почвы с учетом приходящей длинноволновой радиации // Известия АГУ. – 2005. – №1. – С. 74–77.
4. Хворова Л.А. Идентификация параметров модели фенологического развития зерновых культур в условиях Алтайского края // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2010. – Т. 17, вып. 3. – С. 470–472.
5. Бихеле З.Н., Молдау Х.А., Росс Ю.К. Математическое моделирование транспирации и фотосинтеза растений при недостатке почвенной влаги. – Л.: Гидрометеоздат, 1980. – 224 с.
6. Гриценко А.А., Рудова Л.Н., Сукачева В.В., Хворова Л.А. Моделирование радиационного режима // Известия АГУ. – 1999. – № 1 (11). – С. 36–39.

7. Хворова Л.А., Гриценко А.А., Рудова Л.Н., Сукачева В.В. Некоторые вопросы моделирования процессов фотосинтеза, энерго- и массообмена в системе почва-растение-атмосфера // Материалы III краевой конф. по математике. – Барнаул, 2000. – С. 62–63.

8. Хворова Л.А., Журавлева В.В., Плинокосова Л.Н., Гриценко А.А. Результаты анализа и компьютерного тестирования блоков радиации и фотосинтеза // Известия АГУ. – 2001. – №1. – С. 61–65.

9. Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 752 с.

УДК 51-76.57.036

Проблемы моделирования фотосинтеза: анализ лимитирующих факторов и моделей

В.В. Журавлева, В.В. Казаев

АлтГУ, г. Барнаул

1. Анализ лимитирующих факторов. Рост и развитие растений осуществляются за счет продуктов фотосинтеза. Это сложный процесс, включающий две основные стадии – световая (фотолиз) и темновая (цикл Кальвина у С3-растений, цикл Хэтча-Слэка-Карпилова у С4-растений и САМ-фотосинтез) [1]. Упрощенная схема, отражающая деление фотосинтеза на стадии и цикличность основных преобразований в этом процессе, показана на рисунке.

Для фотосинтеза характерно наличие нижнего порога освещенности, при котором он начинается. Первоначально увеличение интенсивности освещения приводит к пропорциональному усилению фотосинтеза (зона максимального эффекта). При дальнейшем увеличении фотосинтез возрастает медленнее и достигает области насыщения – плато [1].

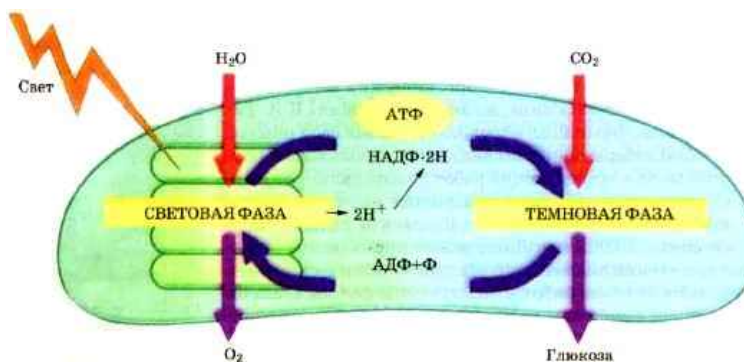


Рисунок – Упрощенная схема фотосинтеза

Влияние температуры на фотосинтез зависит от интенсивности освещения. При низкой освещенности фотосинтез лимитируется скоростью световых реакций и от температуры не зависит. При высокой освещенности скорость фотосинтеза определяется темновыми реакциями и влияние температуры проявляется отчетливо [1]. Низкотемпературный стресс влияет на фотосинтез прямо, уменьшая активность ферментов, и косвенно, за счет повреждения органелл. Оптимальная температура для большинства растений составляет 20–25°C. При температуре выше оптимальной интенсивность фотосинтеза резко падает (высокотемпературный стресс) [1].

Источником углерода для фотосинтеза является в основном CO₂ атмосферы (содержание в воздухе около 0,039%). Повышение содержания CO₂ до 1,5% вызывает прямо пропорциональное возрастание интенсивности фотосинтеза у зерновых культур. При увеличении содержания CO₂ до 15–20% процесс фотосинтеза выходит на плато, затем наступает депрессия. Повышенные и пониженные концентрации углекислого газа могут наблюдаться в естественных условиях в загущенном травостое или посеве сельскохозяйственных культур, где большую часть суток концентрация CO₂ может ограничивать интенсивность процессов фотосинтеза [1].

Кроме перечисленных лимитирующих факторов имеются и другие. На интенсивность фотосинтеза оказывают значительное влияние водный режим и режим минерального питания растений.

2. Математические модели фотосинтеза. В настоящее время актуальной является проблема прогнозирования изменения интенсивности фотосинтеза, связанного с повышением концентрации атмосферного углекислого газа и температуры. Соответствующие модели могут служить основой для прогноза последствий глобального изменения климата. Кроме того, построение модели фотосинтеза, описывающей адекватную реакцию растения на изменение основных факторов, является важной за-

дачей при построении имитационных моделей формирования биомассы растений и прогноза урожайности сельскохозяйственных культур [2–5].

Среди множества математических моделей фотосинтеза можно выделить три основных класса.

I класс – эмпирические зависимости [6]. Это световые и углекислотные кривые, описывающие зависимость интенсивности фотосинтеза от поглощенной фотосинтетически активной радиации и концентрации CO_2 . Они не отражают влияния на скорость фотосинтеза других лимитирующих факторов. Применение таких моделей может привести к грубым ошибкам, особенно при моделировании не изолированного растения, а посева.

II класс – полуэмпирические модели [6–10]. Процесс фотосинтеза описывается как две последовательные стадии: диффузия молекул CO_2 из воздуха к центрам карбоксилирования описывается законами биофизики, и биохимический цикл Кальвина – законами биохимии. Влияние ряда факторов внешней среды учитывается косвенно через диффузионные сопротивления. В современных комплексных прикладных моделях продуктивности растений реализована квазистатическая модель фотосинтеза (модель Рабиновича) или ее модификации [10]. Эти модели дают удовлетворительный результат в ограниченном диапазоне климатических условий и при оптимальном режиме минерального питания.

III класс – детальные модели фотосинтеза. Число параметров этих моделей так велико, что проведение их идентификации считается невыполнимой задачей и в динамических моделях продукционного процесса они не используются.

В работах [11–15] описана разработка «физиологичной» полуэмпирической модели фотосинтеза C_3 -растений, которая включает описание: взаимодействия углекислого газа и кислорода с акцептором РиБФ; «гликолатный» путь углерода; нелинейную кинетику синтеза РиБФ; влияние концентрации азота в листьях растений. В работах [16–17] проведено исследование модели и показано, что в прикладных задачах прогноза урожайности (для однородного посева) она дает удовлетворительный результат.

Для указанной модели исследовано ее поведение в стрессовых по температуре условиях. Показана адекватность результатов. В дальнейшем планируется исследовать влияние других лимитирующих факторов, в том числе и их комбинаций.

Библиографический список

1. Дмитриева Г.А. Физиология растений – М.: Высшая школа, 2005. – 736 с.
2. Хворова Л.А., Топаж А.Г. Динамическое моделирование и прогнозирование в агрометеорологии. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2010. – 263 с.
3. Хворова Л.А., Топаж А.Г. Построение моделей агроэкосистем и их адаптация к конкретным условиям // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – СПб, 2011. – Т.1. №115. – С. 99–105.
4. Хворова Л.А., Брыксин В.М., Гавриловская Н.В., Топаж А.Г. Математическое моделирование и информационные технологии в экологии и природопользовании. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2013. – 277 с.
5. Журавлева В.В. Математические модели процессов регуляции в физиологии растений // Известия АГУ. – Барнаул, 2008. – №1(57). – С. 43–57.
6. Бихеле З.Н., Молдау Х.А., Росс Ю.К. Математическое моделирование транспирации и фотосинтеза растений при недостатке почвенной влаги. – Л.: Гидрометеиздат, 1980. – 223 с.
7. Лайск А.Х. Кинетика фотосинтеза C_3 -растений. – М.: Наука, 1991. – 261 с.
8. Penning de Vries F.W.T., Van Laar H.H. Simulation of plant growth and crop production. – Wageningen: Pudoc, 1982. – 308 p.
9. De Wit C.T. Simulation of assimilation, respiration and transpiration of crops. – Wageningen: Pudoc, 1978. – 140 p.
10. Полуэктов Р.А., Смоляр Э.И., Терлеев В.В., Топаж А.Г. Модели продукционного процесса сельскохозяйственных культур. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2006. – 396 с.
11. Гриценко А.А., Журавлева В.В., Плинокосова Л.Н., Хворова Л.А. Результаты анализа и компьютерного тестирования блоков радиации и фотосинтеза // Известия АГУ. – Барнаул, 2001. – №1(19). – С. 61–64.
12. Журавлева В.В. Математическая модель дыхания C_3 -растений во время фотосинтеза // Известия АГУ. – Барнаул, 2007. – №1(53). – С. 45–49.
13. Журавлева В.В. Математическая модель фотосинтеза и фотодыхания C_3 -растений // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2008. – Т. 15, вып. 3. – С. 470–473.
14. Журавлева В.В. Моделирование влияния азотного дефицита на процесс фотосинтеза // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2008. – Т. 15, вып. 4. – С. 666.
15. Журавлева В.В. Математическое моделирование процессов накопления биомассы C_3 -растений в процессе вегетации: дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Барнаул. – 2008. – 120 с.
16. Журавлева В.В. Качественный анализ модели фотосинтеза и фотодыхания C_3 -растений // Известия АГУ. – Барнаул, 2009. – №1(61). – С. 56–59.

17. Журавлева В.В. Моделирование процессов фотосинтеза и фотодыхания C_3 -растений // Математическая биология и биоинформатика. – 2015. – Т. 10, вып. 2. – С. 482–507.

УДК 551.578

Динамико-стохастическое моделирование поверхностного стока

Т.Н. Корбут, А.В. Глебова

ГАГУ, г. Горно-Алтайск

Задача, решения прогнозирования повышения уровня вод в реках Республики Алтай является одной из приоритетных, в связи с меняющимися климатическими условиями. Формирование поверхностного стока, который большое влияние оказывает на уровень рек республики из-за физико-географических (рельеф) особенностей, зависит от большого числа процессов и параметров. Перспективной исследования взаимосвязи всех параметров связаны с применением динамико-стохастических моделей со случайными «входами», учитывающими вероятностную природу метеорологических процессов и физические (детерминистические) механизмы формирования поверхностного стока [1, 2].

Применение динамико-стохастических моделей является динамично развивающимся направлением. Для повышения надежности физико-математических моделей формирования стока связывают с возможностями насыщения их более подробной детерминистической информацией: уточнением описания отдельных гидрологических процессов с учетом ранее неизвестных или недооцениваемых физических механизмов, включением новых экспериментально установленных связей между гидрологическими переменными, между параметрами модели и характеристиками водосбора, а учет различных источников неопределенности, присутствующих в детерминистической модели, достигается включением в нее соответствующей стохастической информации. Поэтому, для вероятностных оценок характеристик возможных гидрографов стока одним из наиболее перспективных подходов является использование динамико-стохастических моделей формирования речного стока, где на входе физико-математических моделей формирования стока используются стохастические модели метеорологических воздействий на водосбор [3]. Для разработки динамико-стохастических моделей формирования стока возможно использование таких метеорологических параметров как среднесуточные, значения температуры и относительной влажности воздуха, суточные суммы осадков, толщина снега [1].

В связи со сложным рельефом местности актуальной задачей является также рассмотреть применение данных дистанционного зондирования Земли [4] в построении динамико-стохастической модели формирования стока.

Библиографический список

1. Гельфан А.Н., Морейдо В.М. Динамико-стохастическое моделирование формирования снежного покрова на Европейской территории России // Лед и снег. – 2014. – №2.
2. Гельфан А.Н. Динамико-стохастическое моделирование процессов гидрологического цикла речного бассейна. М. : Наука, 2007. – 280 с.
3. Кучмент Л.С. [и др.] Совершенствование научно-методической базы расчетов и прогнозов речного стока на основе физико-математических моделей его формирования // VII Всероссийский съезд, 2013.
4. Использование спутниковой информации о характеристиках снежного покрова в физико-математической модели формирования весеннего половодья / Л.С. Кучмент [и др.] // Современные проблемы дистанционного зондирования земли из космоса. – 2010. – №2. – 167 с.

УДК 551.515.4

К вопросу о выборе параметров алгоритма DBSCAN при кластеризации данных о грозовой активности

С.Ю. Кречетова¹, М.Ю. Беликова¹, А.А. Перелыгин², А.В. Глебова¹

¹ГАГУ, г. Горно-Алтайск; ²АлтГУ, г. Барнаул

Актуальность исследования заключается в том, что решение задачи кластеризации данных о грозовых разрядах, регистрируемых Всемирной сетью локализации молний WWLLN (World Wide Lightning Location Network), может быть использовано для оценки пространственного распределения

гроз и решения практически важных задач грозозащиты технических сооружений и грозовой пожарной опасности лесных массивов на территориях, где отсутствуют инструментальные средства наблюдений за грозами.

Преимуществом использования алгоритма DBSCAN (Density Based Spatiustering of Applications with Noise) для кластеризации данных WWLLN является «естественный» учет особенностей данных о грозовых разрядах, получаемых этой сетью (пространственный характер данных, наличие более плотных «сгустков» объектов и одиночных разрядов («шум»), отстоящих на некотором расстоянии от «сгустков») [1].

При использовании алгоритма DBSCAN необходим выбор входных параметров (ε – минимальное расстояние между разрядами в километрах, ε_{time} – минимальная разница по времени в минутах, $MinPts$ – минимальное количество точек в кластере) таким образом, чтобы результаты кластеризации были сопоставимы с параметрами грозовой активности (например, средняя продолжительность гроз и средняя площадь грозового облака и/или грозовой ячейки в нем). При этом значение ε_{time} должно быть меньше средней продолжительности грозы [2].

С целью согласования результатов кластеризации данных WWLLN с региональной средней продолжительностью гроз был проведен вычислительный эксперимент для данных о грозовых разрядах, зарегистрированных на территории Республики Алтай (регион в градусах) за летний период 2013 года. Были выбраны следующие наборы входных параметров: $20 \leq \varepsilon \leq 50$, $10 \leq \varepsilon_{time} \leq 120$, $2 \leq MinPts \leq 5$ [1], при этом максимальное значение ε_{time} выбрано равным средней продолжительности гроз по выбранному региону за летний период 2013 года. Для каждого набора параметров вычислялась средняя продолжительность по кластерам.

Результаты эксперимента показали, что средняя продолжительность по кластерам согласуется с региональной средней продолжительностью гроз для следующих наборов параметров алгоритма DBSCAN: при значениях $\varepsilon = 45,50$, $MinPts = 2$, $\varepsilon_{time} = 105,120$ средняя продолжительность по кластерам изменяется в пределах от 110 до 130 минут; при значениях $\varepsilon = 50$, $MinPts = 5$, $\varepsilon_{time} = 40,45$ средняя продолжительность по кластерам изменяется в пределах от 100 до 120 минут. Так как в первом случае разница между параметром ε_{time} и средняя продолжительность по кластерам незначительная, то наиболее приемлемыми параметрами используемого алгоритма кластеризации будем считать второй набор параметров.

В дальнейшем планируется проведение дополнительных вычислительных экспериментов и привлечения формальных способов оценки результатов кластеризации.

Библиографический список

1. Беликова М.Ю., Кречетова С.Ю., Перельгин А.А. Методы и результаты кластеризации данных по грозовым разрядам // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2016. – №1 (89). – С. 97–100.
2. Hutchins, Michael L., Robert H. Holzworth, and James B. Brundell, Diurnal variation of the global electric circuit from clustered thunderstorms, Journal of Geophysical Research: Space Physics 119 (1), 620-629, DOI 10.1002/2013JA019593, Jan 2014 ; [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.wwlln.net/publications/hutchins.early.view.jgra50799.pdf> (дата обращения 20.05.2015).

УДК 519.688

Разработка web-сервиса для диагностики рака молочной железы с помощью Microsoft Azure Machine Learning

А.Ф. Лазарев¹, М.А. Рязанов², К.А. Хрулёв², А.И. Шаповал³

¹Алтайский краевой онкологический диспансер, г. Барнаул;

²АлтГУ, г. Барнаул; ³РАПРЦ, г. Барнаул

В настоящее время машинное обучение применяется во многих областях науки и производства. Медицина не является исключением. С помощью машинного обучения решается множество таких задач, как классификация больных по видам заболеваний, определение наиболее целесообразного способа лечения, предсказание длительности и исхода заболевания, оценка риска осложнения, нахождение синдромов, наиболее характерных для определённого вида заболевания и т.п.

За годы работы Алтайского краевого онкологического диспансера «Надежда» были накоплены данные по пациентам, проходившим обследования на выявление рака молочной железы. Рак молоч-

ной железы – это заболевание, вызванное перерождением нормальных клеток железистой ткани в раковые. В мире это наиболее частая форма рака среди женщин, поражающая в течение жизни от 1/13 до 1/9 женщин в возрасте от 13 до 90 лет.

В связи с этим диагностика данного вида заболевания и выявление его на ранней стадии является актуальной задачей. Для ее решения были проанализированы данные, полученные от Алтайского краевого онкологического диспансера «Надежда», построена модель машинного обучения с помощью Microsoft Azure Machine Learning и разработан сайт для взаимодействия сотрудников онкологического диспансера с построенной моделью.

Полученные данные представляют собой признаковые описания пациентов, включающие в себя физиологические, психологические и социологические признаки. Всего 74 признака по каждому пациенту, из них 17 бинарных, 20 номинальных и 37 порядковых.

Для предобработки и анализа данных и построения модели бинарной классификации пациентов была использована облачная платформа Microsoft Azure Machine Learning.

Первым этапом решения поставленной задачи являлась предобработка полученных данных, включающая в себя:

- устранение противоречивости информации путем вычисления вероятности появления каждого из противоречивых событий и выбора наиболее вероятного;

- выявление и обработка выбросов и неинформативных объектов с помощью алгоритма STOLP.

Следующим этапом построения модели машинного обучения являлся анализ данных, который включил в себя корреляционный, регрессионный и факторный анализы, что позволило выявить зависимости между признаками и снизить размерность данных [1].

После этого были использованы следующие алгоритмы машинного обучения для построения модели бинарной классификации пациентов:

- Decision Forest;
- Logistic Regression;
- Boosted Decision Tree.

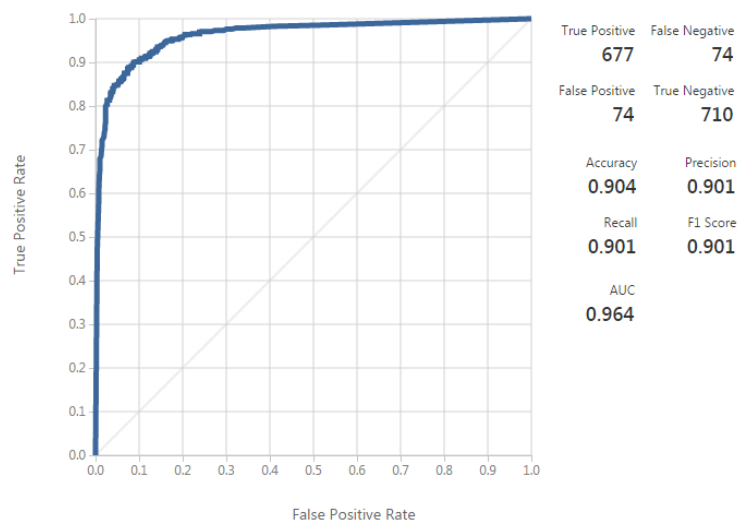


Рисунок – Оценки качества модели, построенной с помощью алгоритма Boosted Decision Tree

Настройка оптимальных параметров была произведена с помощью скользящего контроля, что позволило достичь максимального качества для каждой модели. Сравнив качественные показатели, была выбрана модель, построенная на основе алгоритма Boosted Decision Tree. Она показала максимальные значения чувствительности, специфичности, точности и AUC по отношению к остальным алгоритмам.

После построения модели бинарной классификации пациентов был разработан web-сайт для удобства работы сотрудников онкологического диспансера, который включает в себя следующий функционал:

- просмотр результатов корреляционного, регрессионного и факторного анализов;
- загрузка новых данных для анализа и прогнозирования диагноза.

Разработанный web-сервис может быть непосредственно использован в качестве системы поддержки принятия решений для сотрудников онкологического диспансера с целью диагностики рака молочной железы.

Библиографический список

1. Юнкеров В.И., Григорьев С.Г. Математико-статистическая обработка данных медицинских исследований. – СПб.: ВМедА, 2002. – 266 с.

УДК 581.6

Применение спутниковых данных для картирования растительного покрова Третьяковского района (Алтайский край)

И.С. Минина, Н.В. Овчарова

АлтГУ, г. Барнаул

В настоящее время прослеживается интенсивное развитие и использование спутниковых систем дистанционного зондирования Земли для решения большого разнообразия научных и практических задач. К ним можно отнести исследования характера климата и биосферы, выявление и распознавание на аэроснимках объектов местности, определение их качественных и количественных характеристик и др. (Кравцова, 2005).

Растительный покров, являясь основным компонентом биосферы, а также важным возобновляемым ресурсом, имеет огромное значение, как экономическое, так и экологическое. Системы дистанционного зондирования, обладая возможностью регулярных измерений характеристик покрова земли, дают информацию о пространственном расположении и изменении растительности (Лабутина, 2004).

Исследование направлено на оценку состояния растительного покрова с использованием наземных и дистанционных данных, а также построение среднemasштабной карты растительности на примере Третьяковского района.

Для достижения цели решены следующие задачи: раскрыть понятие дешифрирование и значимость спутниковых данных при изучении растительного покрова; провести анализ методов спутниковых измерений характеристик растительного покрова; расчёт вегетационного индекса растительного покрова; по данным дешифрирования подготовить предварительную классификацию типов фитоценозов на исследуемую территорию; на основе данных спутниковых измерений провести картирование растительного покрова Третьяковского района для оценки и мониторинга растительности на обширных территориях.

Район исследования расположен в южной части Алтайского края. В современных границах занимает площадь 2033, 23 км² (около 1,2% площади Алтайского края). Граничит на юге и юго-востоке с Восточно-Казахстанской областью Казахстана, на северо-востоке и севере со Змеиногорским районом, на западе с Локтевским районом. Рельеф района неоднородный, имеет преимущественно равнинный характер, постепенно переходящий в предгорье. Самая длинная река края – Алей длиной 866 км, река Каменка, река Корболиха, а также река Глубокая. Климат резко континентальный с холодной малоснежной зимой и жарким сухим летом. Максимальная температура января +6 град., минимальная –49 град., средняя температура воздуха в зимний период от –12 до –16 град. Почвы обыкновенные черноземы, выщелоченные типичные черноземы, горные серые лесные.

В работе были использованы данные со спутников Landsat 8 ETM+. Территория исследований покрывалась несколькими сценами съемки, что потребовало составления мозаики снимков (2013–2015 гг) (рисунок 1).

Из базы снимков были отобраны безоблачные и малооблачные сцены. Так как снимки в мозаике имеют разные даты и условия съемки, для получения бесшовных мозаик проведено гистограммное выравнивание яркостей для каждого спектрального канала съемки.

При классификации растительности применен эколого-фитоценотический подход, основанный на соотношении основных биоморф и участия эколого-ценотических групп видов в составе и структуре сообщества.

Аналоговая пространственная информация (топокарты, карты гидросети, почвенного и растительного покрова, данные лесной таксации на уровне лесничеств) после сканирования вносилась в ГИС посредством привязки и дальнейшей векторизации в программных продуктах ESRI ArcGIS 10.2 for Desktop Advanced (ArcInfo) Lab Pak.

Для реализации процедуры классификации был рассчитан индекс NDVI по формуле:

$$NDVI = (NIR - RED) / (NIR + RED),$$

где NIR – отражение в ближней инфракрасной области спектра, RED – отражение в красной области спектра.

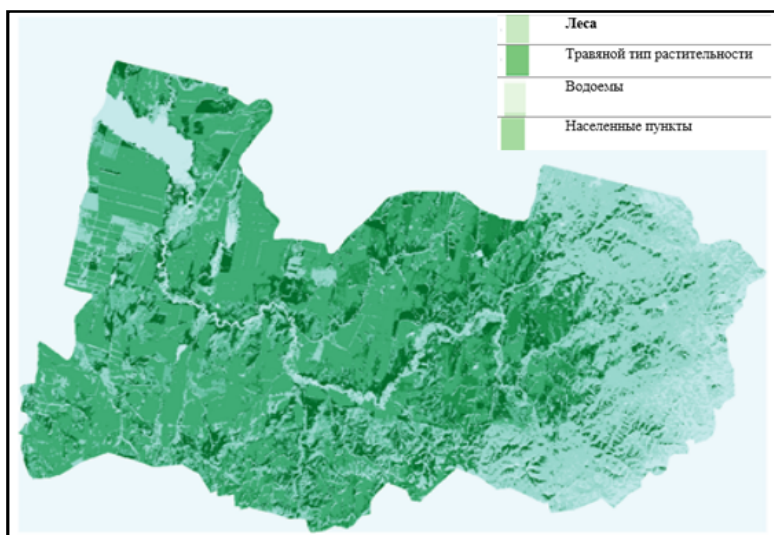


Рисунок 1 – Классификация растительного покрова Третьяковского района

Расчет NDVI базируется на двух наиболее стабильных (не зависящих от прочих факторов) участках спектральной кривой отражения сосудистых растений (таблица 1). В красной области спектра (0,6–0,7 мкм) лежит максимум поглощения солнечной радиации хлорофиллом высших сосудистых растений, а в инфракрасной области (0,7–1,0 мкм) находится область максимального отражения клеточных структур листа. То есть высокая фотосинтетическая активность (связанная, как правило, с густой растительностью) ведет к меньшему отражению в красной области спектра и большему в инфракрасной.

Таблица 1 – Показатели индекса NDVI для различных типов объектов

Тип объекта	Значение NDVI
Густая растительность	0,7
Разреженная растительность	0,5
Открытая почва	0,025
Облака	0
Снег и лед	– 0,05
Вода	– 0,25
Искусственные материалы (бетон, асфальт)	– 0,5

Заключительным этапом являлось построение карты растительного покрова и его отдельных структурно-функциональных характеристик масштаба 1:400 000 на основе перевода результатов интерполяции исследуемых классов в векторный формат и оформление легенды (ArcInfo) (рисунок 2).

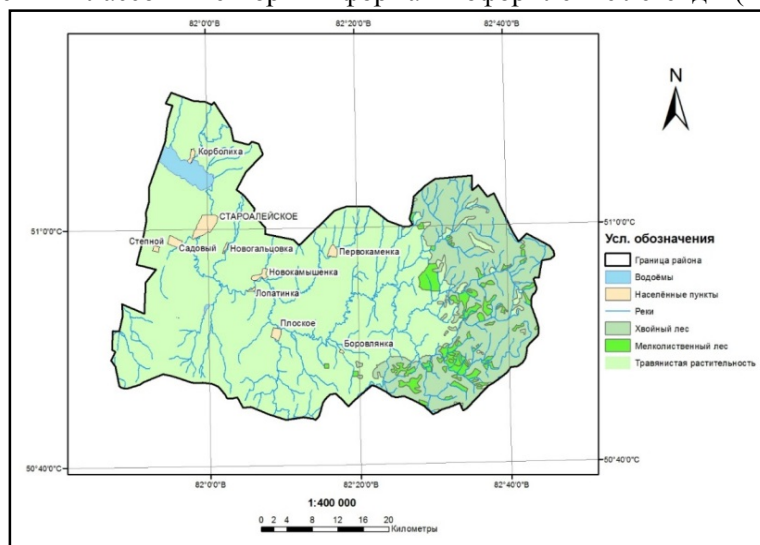


Рисунок 2 – Карта растительного покрова Третьяковского района

Значения вегетационного индекса растительного покрова NDVI можно использовать для мониторинга реального использования земель, отслеживания зарастания и закустаривания, слежения за

эрозионными и другими динамическими процессами. Согласно экспериментальной классификации типов фитоценозов на территории Алтайского края выделены следующие фитоценозы: водоемы (107,63 км²), травяной тип растительности (1115,49 км²), леса (225,055 км²), населённые пункты (508,82 км²). С помощью ArcGIS 10.2 вычислена площадь основных типов фитоценоза: хвойный лес (444, 25 км²), мелколиственный лес (69, 31 км²), травяной тип растительности (1429, 26 км²), Площадь населенных пунктов (63, 66 км²), Площадь водоёмов (26, 75 км²). Построена карта растительного покрова Третьяковского района и его отдельных структурно-функциональных характеристик масштаба 1:400 000.

Библиографический список

1. Базилевич Н.И. Почвы Алтайского края. – М., 1959. – С. 31–46.
2. Книжников Ю.Ф., Кравцова В.И., Тутубалина О.В. Аэрокосмические методы географических исследований. – М.: Изд. Центр Академия, 2004. – 336 с.
3. Кравцова В.И. Космические методы исследования почв. – М.: Аспект Пресс, 2005. – 190 с.
4. Лабутина И.А. Дешифрирование аэрокосмических снимков. – М.: Аспект Пресс, 2004. –184 с.

УДК 004.942

Теоретические и прикладные аспекты анализа динамических моделей продуктивности агроэкосистем на чувствительность

К.А. Немчикова
АлтГУ, г. Барнаул

Модель продукционного процесса сельскохозяйственных культур AGROTOOL разработана коллективом лаборатории математического моделирования агроэкосистем Агрофизического НИИ (г. Санкт-Петербург) и представляет собой динамическую балансовую структуру блочного типа, описывающую систему «почва – растение – атмосфера» [1, 2]. Модель прошла адаптацию во многих регионах России и за рубежом.

При переносе модели в различные почвенно-климатические условия требуется идентифицировать ряд параметров, характеризующих условия региона и особенности культуры [3, 4]. Не секрет, что значения многих параметров модели носят приближенный характер. Это связано с неточностью их измерения, использования приближенных значений, взятых из справочников или усредненных. Поэтому необходимым условием применимости модели, ее устойчивости к погрешности задания тех или иных параметров, является исследование чувствительности модели к вариациям входящих в нее параметров.

Методы исследования чувствительности и идентификации параметров динамических моделей

На практике такие модели реализуются в виде компьютерных программ с дискретным описанием (в виде системы конечно-разностных уравнений):

$$S(t+1) = L(X, S, Y, P, \Sigma, t), \quad (1)$$

где $x_i \in X, i = \overline{1, n_x}$ – совокупность входных переменных; $s_i \in S, i = \overline{1, n_s}$ – совокупность переменных состояния модели; $y_i \in Y, i = \overline{1, n_y}$ – совокупность выходных переменных модели; $p_i \in P, i = \overline{1, n_p}$ – совокупность параметров модели; $\sigma_i \in \Sigma, i = \overline{1, n_\sigma}$ – совокупность внутренних связей в модели между переменными – структура модели; $L = \{L_1, \dots, L_{n_s}\}$ – разрешающий оператор совокупности математических соотношений, позволяющих по заданным входам $x_i \in X, i = \overline{1, n_x}$, с той или иной определенностью находить функции $s_i \in S, i = \overline{1, n_s}$, на интервале $t_0 \leq t \leq t_n$.

Модель задается с помощью конечного набора численных характеристик, или параметров, которые, как уже отмечалось, не могут быть определены с достаточной степенью точности из знания физической природы системы. Поэтому для нахождения этих параметров приходится прибегать к процедурам оценивания. Такая задача называется *параметрической идентификацией*. В качестве критерия выступает суммарное рассогласование экспериментально полученных и расчетных данных [5–7]:

$$\xi(a) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{k_i} (s_{\text{mod}}(i, j) - s_{\text{real}}(i, j))^2 \rightarrow \min_a. \quad (2)$$

s_{mod} – расчетные значения вектора состояния модели, s_{real} – фактические данные вектора состояния модели, i – номер эксперимента, m – общее число экспериментов, j – порядковый номер фактических данных в эксперименте, k_i – число фактических данных в одном эксперименте.

Основная задача исследования – формулировка требований к точности задания тех или иных параметров модели. Для этого необходимо исследовать чувствительность модели к вариации данных параметров. В случае, если окажется, что выход модели слабо зависит от вариаций определенного параметра, его величина может быть оценена приближенно. С другой стороны, при высокой чувствительности модели к вариации некоторого параметра к его определению должны быть предъявлены повышенные требования [2].

Обозначим варьируемую составляющую вектора P через p , p^1 – неизменяемые параметры вектора P . Тогда соотношения (1) переписутся в виде:

$$\begin{aligned} S((k+1), p) &= L(X(k), S(k, p), Y(k), p^1, p, \Sigma, t), \\ S(0) &= S_0(p), k = 0, 1, \dots, T. \end{aligned} \quad (3)$$

Продифференцируем обе части равенства (3) по параметру p :

$$\begin{aligned} \frac{\partial S((k+1), p)}{\partial p} &= \frac{\partial L}{\partial S} \cdot \frac{\partial S(k, p)}{\partial p} + \frac{\partial L}{\partial p}, \\ \frac{\partial S(0)}{\partial p} &= \frac{\partial S_0}{\partial p}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\frac{\partial L}{\partial S} = \left(\frac{\partial L_i}{\partial S_j} \right)_{i, j=1, \dots, n}$ – матрица размера $m \times n$; $\frac{\partial S}{\partial p}$, $\frac{\partial L(k, p)}{\partial p}$, $\frac{\partial S(0)}{\partial p}$ – n -мерные вектора.

Частные производные $\frac{\partial S(k, p)}{\partial p}$ носят название **функций чувствительности**. Введем обозначение $\frac{\partial S(k, p)}{\partial p} = v(k, p)$. Тогда (4) запишется в виде:

$$v(k+1, p) = \frac{\partial L}{\partial S} \cdot v(k, p) + \frac{\partial L}{\partial p}, \quad v(0, p) = \frac{\partial S_0}{\partial p}, \quad k=0, 1, \dots, T. \quad (5)$$

Соотношения (5) называются **уравнениями чувствительности**. В компьютерном эксперименте функции чувствительности могут быть получены при многократном прогоне модели при различных значениях варьируемого параметра. Поскольку мы исследуем чувствительность компьютерной версии модели, то производные в соотношении (5) могут быть заменены конечными приращениями, т.е. вместо $v(k, p)$ будут вычисляться величины, характеризующие относительные приращения:

$$\frac{\Delta s}{s_0} = R \frac{\Delta p}{p_0}. \quad (6)$$

s – произвольная характеристика посева или другая составляющая модели; s_0 и p_0 – базовые значения исследуемой переменной и параметра; Δp – вариация (приращение – положительное или отрицательное) параметра; Δs – изменение исследуемой величины, вызванное вариацией параметра p ; R – безразмерный коэффициент, характеризующий чувствительность.

Анализ чувствительности модели к входящим в нее параметрам осуществляется после процедуры параметрической идентификации модели к почвенно-климатическим условиям региона.

В результате проведенного исследования разработана оптимизационная процедура параметрической идентификации блоков модели AGROTOOL: динамики влажности почвы, фенологического развития и продуктивности посева, т.е. модель прошла стадию идентификации [8–10].

По результатам проведенной идентификации были сделаны следующие выводы: блоки динамики почвенной влаги и фенологического развития модели AGROTOOL достаточно хорошо идентифицируются по данным региона; блок продуктивности растений требует модификации. Необходимо осуществлять оценку урожайности в зависимости от типа почв и сорта культуры.

Исследование чувствительности к почвенно-гидрологическим параметрам

Гидрофизические свойства почвы характеризуются параметрами, максимальной гигроскопичностью (МГ), влажностью завядания (ВЗ), наименьшей влагоемкостью (НВ) и влажностью насыщения (ПВ).

На рисунке 1 приведены результаты расчета динамики почвенной влаги при вариации наименьшей влагоемкости почвы. Данные на графиках относятся к модели яровой пшеницы (2002 год, АНИИСХ им. В.В. Докучаева, Алтайский край). Траектории соответствуют базовому значению НВ и значению, измененному на $\pm 10\%$.



Рисунок 1 – Влияние изменения НВ почвы на динамику влагозапаса: 1 – влагозапас при базовом значении НВ; 2 – влагозапас при НВ, увеличенной на 10%; 3 – влагозапас при НВ, уменьшенной на 10%

Из рисунка видно, что увеличение НВ приводит к росту влагозапасов в метровом слое почвы в начальный период вегетации, которое постепенно сглаживается к концу этого периода. Уменьшение этого параметра приводит к уменьшению влагозапасов в течение всего вегетационного периода.

При увеличении НВ заметно уменьшаются биомассы стеблей и зерна (рисунок 2). По результатам расчетов биомассы корней и листьев практически не изменяются.

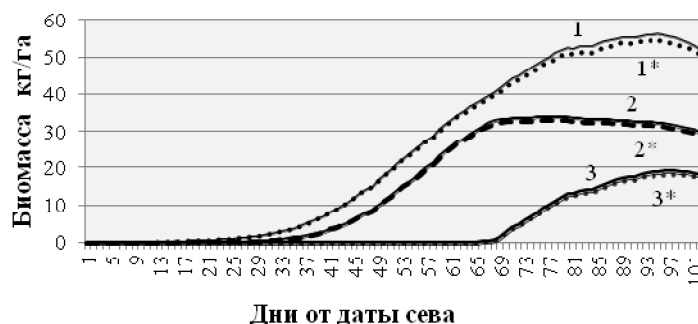


Рисунок 2 – Влияние величины НВ почвы на биомассу: 1 – суммарная биомасса; 2 – биомасса стеблей; 3 – биомасса зерна; * – биомасса, полученная при увеличении НВ на 10%

На рисунке 3 приведено влияние величины начального влагозапаса на урожайность.

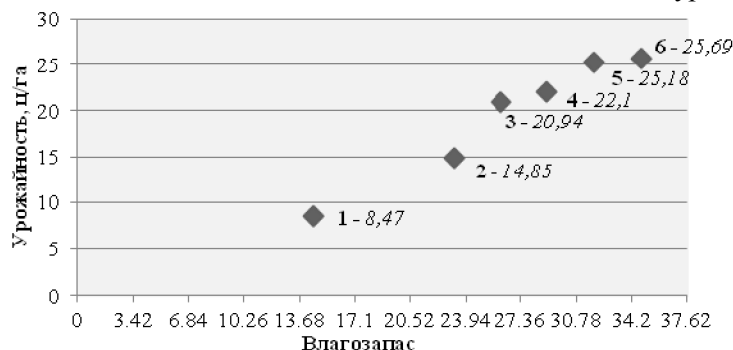


Рисунок 3 – Влияние величины начального влагозапаса на урожайность

Соответствие цифры на рисунке величине начального влагозапаса: 1 – 13,7 (урожайность 8,5 ц/га); 2 – 23,2 (урожайность 14,9 ц/га); и т.д.

Из рисунка следует, что увеличение начального влагозапаса положительно влияет на урожайность яровой пшеницы, что является, бесспорно, известным фактом и лишь подтверждает адекват-

ность модели. Но с другой стороны, погрешность в задании величины начального влагозапаса может привести к неверным прогнозным значениям величины урожая.

Исследование показало, что из всех почвенно-гидрофизических параметров наибольшее влияния на продуктивность яровой пшеницы оказывает параметр НВ. Это означает, что к экспериментальному определению параметра НВ необходимо предъявлять наиболее строгие требования.

Процедура анализа на чувствительность была осуществлена и к вариациям начальных значений параметров модели. На рисунке 4 приведено влияние даты сева на урожайность пшеницы. Практическая значимость данного исследования заключается в том, что по результатам исследования можно определить оптимальную дату сева с целью получения наивысшей урожайности в условиях региона.

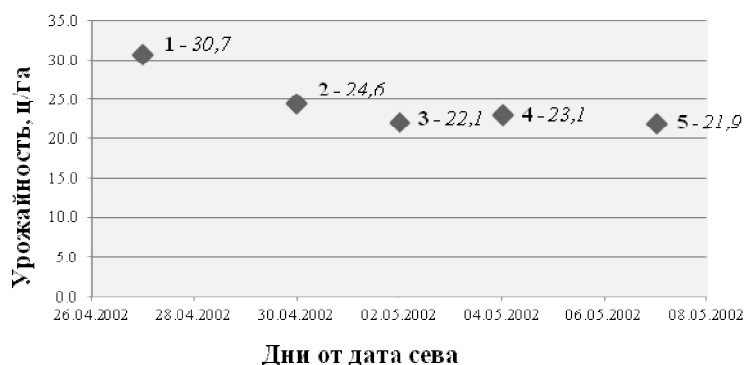


Рисунок 4 – Влияние даты сева на урожайность пшеницы (2002 г.).
Соответствие цифры на рисунке дате сева: 1 – 28.04 (урожайность 30,7 ц/га);
2 – 30.04 (урожайность 24,6 ц/га); и т.д.

Важной практической задачей в процедуре исследования чувствительности модели к вариации входящих в нее параметров является задача определения допустимых границ изменения параметров блоков. Для блока водного режима показано, что для тяжелосуглинистых почв допустимый интервал изменения K_f – (4,0–6,0); значения C не только сильно влияют на динамику влажности почвы, но и на величину урожая и поэтому требования к величине C достаточно жесткие: $C = 1,1$. Аналогичная ситуация наблюдается и для суглинистых почв: K_f – (50–65), $C = 1,4$ и для среднесуглинистых почв K_f – (40–50), $C = 1,7$. Для блока фенологического развития допустимой является погрешность в установлении факта смены фенофаз до двух – трех дней.

Библиографический список

1. Медведев С.А. Разработка и применение системы поливариантного анализа динамических моделей продукционного процесса культурных растений: дис. на соиск.уч.ст. к.с.-х.н. – СПб: АФИ, 2014. – 161 с.
2. Полуэктов Р.А., Топаж А.Г., Бакаленко Б.И. Информационное обеспечение модели. – СПб: АФИ, 2007. – 34 с.
3. Хворова Л.А., Гавриловская Н.В. Адаптивная идентификация структуры динамических моделей продукционного процесса сельскохозяйственных растений // Известия Алтайского государственного университета. – 2010. – № 1/2. – С. 139–144.
4. Немчикова К.А., Хворова Л.А. Решение задачи параметрической идентификации динамических моделей продуктивности агроэкосистем // МАК-2014: сб. трудов XVII регион. конф. по математике. – Барнаул, 2014. – С. 126–133.
5. Хворова Л.А. Оптимизация процесса структурно-параметрической идентификации моделей продуктивности агроэкосистем // Известия Алтайского государственного университета. – 2012. – № 1/1. – С. 171–175.
6. Немчикова К.А., Хворова Л.А. Идентифицируемость модели Agrootool: анализ результатов, проблемы, выводы // Математические модели в теоретической экологии и земледелии : матер. междунар. семинара. – СПб, 14–16 окт. 2014. – С. 16–19.
7. Хворова Л.А., Немчикова К.А., Ломиворотов Д.П. Поиск глобального минимума в задачах параметрической идентификации // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2014. № 1/2 (81). – С. 130–134.
8. Немчикова К.А., Хворова Л.А. Адаптация модели продуктивности сельскохозяйственных культур AGROTOOL к условиям Алтайского Приобья // Информация и образование: границы коммуникаций. 2014. № 6(14). – С. 158–162.
9. Хворова Л.А. Адаптация моделей продуктивности сельскохозяйственных культур к условиям Западной Сибири // Теоретические и прикладные проблемы агропромышленного комплекса. – 2013. – № 2(15). – С. 24–27.
10. Хворова Л.А. Идентификация параметров модели фенологического развития зерновых культур к условиям Алтайского края // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2010. – Т. 17. – № 3. – С. 470–472.

Имитационная модель симбиотической азотфиксации в среде AnyLogic

К.Г. Неупокоева
АлтГУ, г. Барнаул

Среди многочисленных растений, используемых в сельскохозяйственном производстве, бобовые культуры занимают особое место. Вступая в симбиоз с клубеньковыми бактериями, они приобретают свойство ассимилировать молекулярный азот атмосферы.

В России и за рубежом накоплен огромный материал по практическим и теоретическим исследованиям по определению влияния различных факторов на интенсивность симбиотической азотфиксации в природных и антропогенных экосистемах [1, 2].

Симбиотическая фиксация азота атмосферы клубеньковыми тканями корней бобовых растений имеет большое значение для поддержания азотного баланса в почвах. При этом плодородие почвы, ее азотный фонд определяются, главным образом, неучитываемым активным органическим веществом: тонкими живыми и отмершими корнями, опадом, клубеньками, высокообогаченными углеродом и азотом. Фиксированный клубеньковыми бактериями атмосферный азот поступает в почву с растительными остатками бобовых. После их разложения этот азот закрепляется в почве преимущественно в составе гуминовой кислоты. Он мало подвержен нитрификации, поэтому в отличие от азота минеральных удобрений не загрязняет почву и водоисточники. В различных условиях симбиотическая фиксация позволяет повысить содержание азота в почве на 50–300 кг/га в год. При современной агротехнической практике не более 50% вносимых азотных удобрений попадает в культурные растения, остальная часть вымывается в подпочвенные слои или в форме окислов возвращается в атмосферу. Обе эти утечки несут с собой тем более серьезную угрозу окружающей среде, чем выше применяемые нормы азотных удобрений. При симбиотической азотфиксации растение обеспечивается связанной формой азота без какого-либо нарушения свойств грунтовых вод, почвы и атмосферы.

В результате проведенного анализа имеющихся подходов к моделированию азотфиксации в комплексных моделях агроэкосистем выяснилось, что в большинстве моделей используются алгоритмы, позволяющие отразить полезность азотфиксации только для самого бобового растения [3, 4]. Чаще всего – это просто учет того факта, что часть потребных для роста бобового первичных азотных ассимилятов может быть обеспечена азотфиксацией. Но при таком подходе не отразить последствие азотфиксации для последующей культуры севооборота. Наша задача – создать максимально простую модель, в рамках которой можно было бы отразить оба этих аспекта.

В качестве программного обеспечения для реализации модели была выбрана специализированная среда имитационного моделирования AnyLogic с использованием методов системной динамики [5–7]. Приведем основные уравнения, описывающие прирост биомассы побега, корней, клубеньков и динамику почвенного азота:

$$\frac{\partial B_{st}}{\partial t} = \min\left(\frac{C_{phot}}{f_C}; \frac{N_{uptake} + N_{fix}}{f_N}\right) u_s; \quad (1)$$

$$\frac{\partial B_{rl}}{\partial t} = \min\left(\frac{C_{phot}}{f_C}; \frac{N_{uptake} + N_{fix}}{f_N}\right) (1 - u_s) u_r; \quad (2)$$

$$\frac{\partial B_{nod}}{\partial t} = \min\left(\frac{C_{phot}}{f_C}; \frac{N_{uptake} + N_{fix}}{f_N}\right) (1 - u_s) (1 - u_r) - B_{dc}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial N_{soil}}{\partial t} = -N_{uptake} + N_{dc}. \quad (4)$$

$TGRTGR$ – общий потенциальный прирост биомассы растения при текущих ресурсах углерода и азота; $B_{st}Biomass_{shoot}$ – биомасса побега; $B_{rl}Biomass_{root}$ – биомасса корней; $B_{nod}Biomass_{nod}$ – биомасса клубеньков; $B_{dc}Biomass_{decay}$ – распад биомассы клубеньков; $C_{phot}C_{photosynthesis}$ – количество углерода, полученное в процессе фотосинтеза; $N_{soil}N_{soil}$ – концентрация почвенного азота; $N_{up}N_{uptake}$ – количество азота, полученное из почвы; $N_{fix}N_{fixation}$ – количество азота, полученное путём азотфиксации; $N_{dc}N_{decay}$ – количество азота, полученное в результате распада биомассы клубеньков; $f_C f_C$ и $f_N f_N$ – параметры, равные доле содержания углерода и азота в структурной биомассе растения соответственно; $u_s u_s$, $u_r u_r$ – доля общего ресурса роста, направляемая на рост побега (корней).

Для моделирования процесса фотосинтеза была использована простейшая линейная модель. Интенсивность аккумуляции листьями углерода полагается пропорциональной биомассе побега. Таким образом, количество углерода, полученное в процессе фотосинтеза, равно:

$$C_{phot} = \sigma_C \cdot B_{st} \cdot R, \quad (5)$$

где σ_C – условный параметр, равный удельному фотосинтезу единицы биомассы побега, B_{st} – биомасса побега, R – внешняя переменная, позволяющая учесть изменение приходящей солнечной радиации. Интенсивность поглощения корнями азота также полагается пропорциональной биомассе корней. Количество азота, полученное из почвы, равно:

$$N_{up} = \sigma_N \cdot B_{rt} \cdot N_{soil}, \quad (6)$$

σ_N – удельная скорость поглощения азота из почвы, B_{rt} – биомасса корней растения, N_{soil} – переменная, позволяющая учесть постепенное истощение запасов азота в почве.

Уравнения, описывающие процессы в клубеньках:

$$N_{fix} = K_{fix} \cdot B_{nod}, \quad (7)$$

K_{fix} – удельная фиксация азота единицей биомассы клубеньков, B_{nod} – биомасса клубеньков.

$$B_{dc} = K_{dc} \cdot B_{nod}, \quad (8)$$

K_{dc} – коэффициент распада клубеньков.

$$N_{dc} = f_N \cdot B_{dc}. \quad (9)$$

Фиксация азота происходит пропорционально биомассе клубеньков, аналогично фотосинтезу и поглощению азота корнями. Клубеньки отмирают с определённой интенсивностью, и их разложение пополняет запасы почвенного азота.

Общий запас азота и углерода, доступный для роста, распределяется между корнями и побегом в определённом соотношении. Пусть u_s – доля ресурсов для роста побега, тогда доля роста корней и клубеньков равна $(1-u_s)(1-u_s)$. Доля u_s рассчитывается таким образом, что в каждый момент времени все доступные ресурсы направляются к тому единственному органу, рост которого наиболее важен. Т.е. если на текущем шаге для полного израсходования всех запасов углерода и азота не достаточно азота, то для растения приоритетнее увеличивать биомассу корней или клубеньков, пропорционально увеличится и количество поглощённого из почвы азота на следующем шаге. Аналогично, при недостатке углерода прирост биомассы побега позволит увеличить количество синтезированного углерода на следующем шаге.

Таким образом,

$$u_s = \begin{cases} 0, & \frac{C_{phot}}{f_C} > \frac{N_{up} + N_{fix}}{f_N}, \\ 1, & \frac{C_{phot}}{f_C} < \frac{N_{up} + N_{fix}}{f_N}. \end{cases} \quad (10)$$

Аналогично распределяются ресурсы между корнями и клубеньками, т.е. в зависимости от того, куда оказывается более выгодна «инвестиция» роста с точки зрения получения азотных ассимилятов на следующем шаге – в биомассу поглощающих «внешний» азот корней или производящих «внутренний» азот клубеньков:

$$u_r = \begin{cases} 0, & \sigma_N \cdot N_{soil} < K_{fix}, \\ 1, & \sigma_N \cdot N_{soil} > K_{fix}. \end{cases} \quad (11)$$

Общий потенциальный прирост биомассы растения при текущих ресурсах углерода и азота (TGR) рассчитывается следующим образом:

$$TGR = \min \left(\frac{C_{phot}}{f_C}; \frac{N_{up} + N_{fix}}{f_N} \right). \quad (12)$$

Другими словами, темп производства новой структурной биомассы подчиняется правилу монолимитирования («бочка Либиха»).

Пытаясь остаться в рамках формализации подмодели органогенеза «shoot-root» (двухпоточная модель роста и углеродно-азотного взаимодействия в растении, реализованная в AGROTOOL), мы начали с модели без явного выделения клубеньков как новой динамической переменной. Клубеньки как бы просто входили в биомассу корней, пропорционально которой происходила фиксация азота. Два аргумента не позволили нам этого сделать:

1) в такой модели азот фиксировался при любой концентрации почвенного азота, даже при больших его количествах, отношение фиксированного азота к поглощённому корнями оставалось постоянным;

2) предположение о том, что часть фиксированного азота сразу поступает в почву и может быть использована рядом растущими растениями или последующими культурами севооборота.

Известен факт, что при определённой концентрации почвенного азота растение не образует клубеньков, т.к. для него менее затратно питаться азотом из почвы напрямую, а обмен азотом с окружающей средой происходит, скорее всего, только за счет разрушения структурной биомассы отмерших клубеньков.

На следующем шаге полученная модель была усложнена добавлением накопителей (пулов) запасных ресурсов азота (N_{pool}) и углерода (C_{pool}), что позволило уточнить такой нефизичный момент, как потерю неиспользованных (оказавшихся в избытке, то есть невостребованными) на текущем шаге первичных ассимилятов. Однако значительного влияния на результаты моделирования это изменение не оказало. Пулы оказывают незначительное буферное влияние на динамику системы и позволяют незначительно скорректировать в большую сторону темпы экспоненциального роста в установившемся режиме.

В модели запас углерода (C_{pool}) пополняется с помощью фотосинтеза (C_{phot}) $C_{photosynthesis}$, запас азота N_{pool} – путём поглощения почвенных азотных соединений корнями растения (N_{up}) и путём симбиотической азотфиксации (N_{fix}):

$$C_{pool} = C_{phot} - TGRf_C, \quad (13)$$

$$N_{pool} = N_{up} + N_{fix} - TGRf_N, \quad (14)$$

$N_{pool} = N_{uptake} + N_{fixation} - TGR * f_N$ где f_C и f_N – параметры, равные доле содержания углерода и азота в структурной биомассе растения соответственно, TGR – Total Growth Resource – динамическая переменная, показывающая общий потенциальный прирост биомассы растения при текущих ресурсах углерода и азота. Слагаемые $TGRf_C$ и $TGRf_N$ показывают расход углерода и азота из запасов на рост растения.

Библиографический список

1. Хворова Л.А. Моделирование влияния азотного питания на продукционный процесс посева люцерны: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – СПб., 1992. – 18 с.
2. Неупокоева К.Г., Хворова Л.А. Биологическая азотфиксация: модели ресурсосберегающих систем в сельском хозяйстве // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : Сб. трудов. – Барнаул, 2014. – С. 1217–1219.
3. Хворова Л.А., Топаж А.Г., Абрамова А.В., Неупокоева К.Г. Подходы к описанию симбиотической азотфиксации. Часть 1. Анализ и выделение перечня факторов с оценкой их приоритетности // Известия АлтГУ. – 2015. – Т. 1, № 1 (85). – С. 187–191.
4. Хворова Л.А., Топаж А.Г., Абрамова А.В., Неупокоева К.Г. Подходы к описанию симбиотической азотфиксации. Часть 1. Анализ подходов к математическому моделированию процесса // Известия АлтГУ. – 2015. – Т. 1, №1 (85). – С. 192–196.
5. Хворова Л.А., Топаж А.Г., Абрамова А.В. Математическая модель симбиотической азотфиксации // Известия АлтГУ. – 2015. – Т. 2, №1. – С. 158–163.
6. Абрамова А.В., Топаж А.Г., Хворова Л.А. Исследование особенностей процесса симбиотической азотфиксации и их реализация в имитационной модели в среде Anylogic // Омский научный вестник. – 2015. – № 3 (143). – С. 289–292.
7. Абрамова А.В., Топаж А.Г., Хворова Л.А. Агентный подход в моделировании симбиотической азотфиксации: от пассивных объектов к активным субъектам взаимодействия // Агрофизика. 2015. № 4. – С. 49–62.

УДК 58.08

Влияние ЭДТА и тяжелых металлов на фотосинтетическую активность культурных растений

Т.В. Семилет, М.М. Силантьева, А.Ю. Гребенникова
АлтГУ, г. Барнаул

Одними из важнейших биоиндикационных показателей у растений на физиологическом уровне являются особенности протекания фотосинтеза, который чувствительно реагирует на изменение факторов внешней среды (Шуберт, 1988). В настоящее время существует множество методов исследования фотосинтетической активности и явления флуоресценции у растений. С их помощью мы можем определить состояние фотосистем, интенсивность и продуктивность фотосинтеза.

Флуориметр JUNIOR-PAM Walz (Germany) – оптический прибор, разработанный для быстрой и достоверной оценки состояния и активности фотосистем, определения квантового выхода, скорости электронного транспорта и фотохимического преобразования энергии в процессе фотосинтеза. Точ-

ные значения получают в самом начале работы, через 1 с после нажатия. Действие прибора основано на импульсной модуляции света, с помощью которой возможно определить квантовый выход флуоресценции хлорофилла. Измерение максимального выхода фотосинтеза производится путем подачи 1-го насыщающего светового импульса, который подавляет фотохимические реакции, при этом происходит регистрация фотохимического выхода флуоресценции (Heinz Walz GmbH, 2007).

Целью работы являлась оценка действия протектора ЭДТА (динатриевая соль этилендиаминтетрауксусной кислоты) в комплексе с тяжелым металлом на показатели фотосинтетической активности культурных растений *Zea mays* и *Avena sativa* методом РАМ-флуориметрии.

Объекты и методы исследования

Объектом изучения являлись однолетние культурные растения из семейства *Poaceae*: *Zea mays* L. и *Avena sativa* L. Исследованные объекты отличаются между собой интенсивностью поступления кадмия в корневые системы, скоростью его транспорта по растению и пути протекания фотосинтеза. Для *Zea mays* характерен C_4 - путь фотосинтеза (цикл Хэтча-Слэка-Карпилова), а для *Avena sativa* C_3 - путь (цикл Кальвина).

Для каждого вида растения изучались следующие параметры:

1. ETR – скорость электронного транспорта, рассчитываемый из PAR и $Y_{(II)}$;

2. $Y_{(II)}$ – квантовый выход фотосинтеза – параметр, определяющий эффективность работы ФСII в первичных процессах разделения заряда в реакционном центре P_{680} .

На объекты исследования воздействовали солями тяжелых металлов (йодид кадмия) и комплекса, состоящего из протектора ЭДТА (Трилон Б) и CdI_2 в течении 5 дней (1 ч, 24 ч, 48 ч, 72 ч, 96 ч).

Кадмий является токсичным элементом для растительных организмов, легко поступает через корневую систему из почвы и атмосферы, сохраняя свои свойства в течение долгого времени. Локализуется в основном в корнях и в меньшей степени в стеблях, черешках и главных жилках листьев (Дашиева, 2007).

Известно, что протектор ЭДТА (динатриевая соль этилендиаминтетрауксусной кислоты) снижает концентрацию тяжелых металлов путем образования прочных комплексов. Образующиеся при этом комплексы имеют значительно большие размеры и с меньшей интенсивностью проникают внутрь клеток.

Результаты и их обсуждение

Отмечено изменение значения параметра ETR для *Zea mays* при внесении комплекса CdI_2 +ЭДТА относительно контрольных образцов. При измерении скорости электронного транспорта через 1 час и 24 часа отмечалось повышение активности на 16% по сравнению с контрольными образцами. Показатели, полученные через 48 часов эксперимента, были снижены на 17%, а параметры ETR полученные через сутки (72 часа) свидетельствовали о повышении активности на 6%, относительно контроля. Однако в дальнейшем эксперименте (96 часов), отмечено незначительное уменьшение активности исследуемого показателя на 2% относительно контрольных образцов.

Внесение тяжелого металла в форме CdI_2 в начале эксперимента 1 час, 24 часа и 48 часов оказало ингибирующее воздействие на скорость электронного транспорта (ETR) в среднем на 8%, а в конце эксперимента отмечено повышение активности скорости электронного транспорта (ETR) на 16% относительно контроля (рисунок 1).

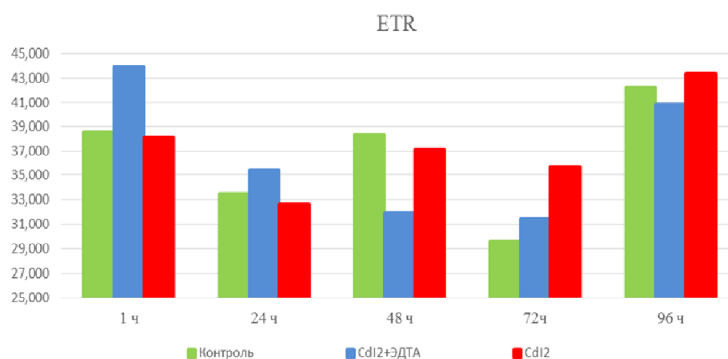


Рисунок 1 – Параметры квантового выхода $Y_{(II)}$ (отн. ед.), полученные методом РАМ-флуориметрии для листьев *Zea mays*

На параметр квантового выхода ($Y_{(II)}$) растения *Zea mays* протектор оказывал стимулирующее действие в течение первых двух экспериментов (1 час и 24 часа) в среднем на 12%, тогда как при третьем замере (48 часов) активность квантового выхода снижается на 10%, относительно контрольных образцов. Однако в дальнейшем отмечается положительная динамика исследуемого параметра

на 7% (72 часа) относительно контроля. В конце эксперимента (96 часов) протектор не оказывал ингибирующего или катализирующего действия на активность $Y_{(II)}$ и значение данного параметра контрольных и опытных образцов не отличались, так как возможно произошла адаптация растения к воздействию тяжелого металла и комплекса ЭДТА и CdI_2 .

Действие тяжелого металла на растения в течение всего эксперимента было неоднозначным, в среднем отмечено увеличение скорости квантового выхода на 13% (рисунок 2).

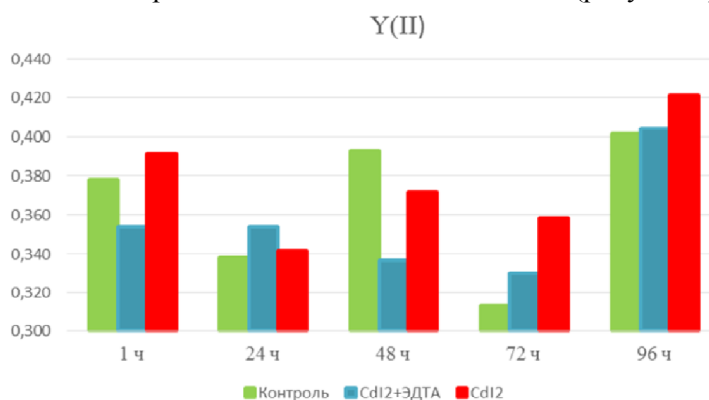


Рисунок 2 – Параметры квантового выхода $Y_{(II)}$ (отн. ед.), полученные методом РАМ-флуориметрии для листьев *Zea mays*

Во время наблюдения динамики параметра электронного транспорта (ETR) у растений *Avena sativa* в условиях воздействия комплекса CdI_2 +ЭДТА, отмечалось увеличение активности в среднем на 15% в течение всего эксперимента и повышение активности в среднем на 2,8% у образцов, произрастающих с внесением CdI_2 , относительно контрольных образцов (рисунок 3).



Рисунок 3 – Параметры скорости электронного транспорта ETR ($\mu\text{моль}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$), полученные методом РАМ-флуориметрии для листьев *Avena sativa*

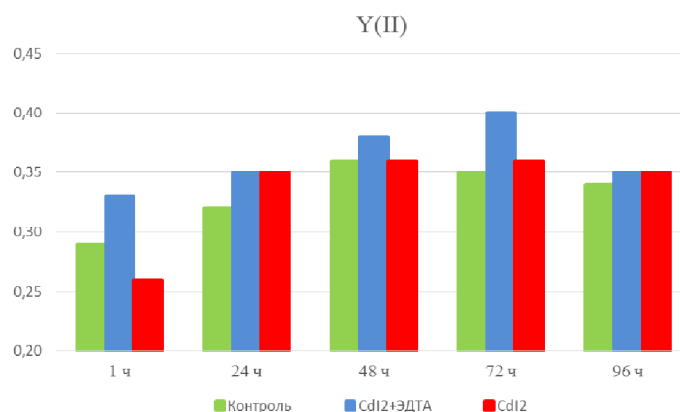


Рисунок 4 – Параметры квантового выхода $Y_{(II)}$ (отн. Ед.), полученные методом РАМ-флуориметрии для листьев *Avena sativa*

Протектор ЭДТА в комплексе с CdI_2 образцов *Avena sativa* оказал стимулирующее действие на квантовый выход $Y_{(II)}$, показатели которого увеличились на 37% относительно контрольных образцов. Действие тяжелого металла катализовало процесс $Y_{(II)}$ в среднем на 14%, относительно контроля (рисунок 4).

Выводы

1. Отмечается положительное влияние ЭДТА в комплексе с тяжелым металлом на динамику параметров электронного транспорта (ETR) и квантового выхода $Y_{(II)}$ у растений *Avena sativa*, в течение всего эксперимента. Происходит связывание ионов комплексона с тяжелым металлом и снижение его активности.

2. За период исследования комплекс тяжелого металла и ЭДТА не оказывал четкого ингибирующего или катализирующего действия на скорость электронного транспорта и квантовый выход флуоресценции *Zea mays*, что возможно обусловлено более интенсивным протеканием процесса фотосинтеза и меньшей поглощающей способностью растения.

3. Тяжелый металл оказывал неоднозначное действие на виды растений в течение всего эксперимента. При попадании в почву ионов тяжелого металла возможно, происходит ингибирование процессов транспорта электронов и квантового выхода, а также нарушение нормальной работы фотосистем, что приводит к завяданию растений. Это обусловлено высоким уровнем стресса, которому подвержены исследуемые растения, при поглощении и накоплении CdI_2 .

Библиографический список

1. Дашиева М.Д. Влияние возрастающих доз кадмия на продуктивность и санитарно-гигиеническое качество кресс-салата при выращивании на аллювиальной дерновой почве // Современные наукоемкие технологии. – 2007. – № 9. – С. 49 – 50.
2. Шуберт Р. Биоиндикация загрязнений наземных экосистем. – М.: Мир, 1988. – 309 с.
3. Junior-PAM chlorophyll fluorometer Operator's Guide / Erhard Pfündel – Heinz Walz GmbH, 2007. – 62 p.

УДК 004.9

Разработка программного модуля для расчета величины основного обмена

Д.Ю. Сидун, О.В. Филатова, Л.А. Хворова

АлтГУ, г. Барнаул

В статье рассматривается разработка программного модуля для расчета величины основного обмена человека. Анализируются различные подходы к расчету величины основного обмена: клинические формулы Рида и Гейла, уравнения Харриса-Бенедикта для подсчета калорий, метод биоимпедансометрии с использованием данных прибора «Медасс» и статистический метод определения с помощью построения линейной модели. Приведены результаты сравнительного анализа полученных расчетов и сформулированы в качестве замечаний проблемы дальнейших исследований.

Основной обмен – это минимальный уровень энергетических затрат, необходимых для поддержания жизнедеятельности организма в условиях относительно полного физического и эмоционального покоя [1–5].

Исследование энергетических затрат организма широко используют в физиологии труда, спортивной медицине и клинике. Интенсивность обмена увеличивается пропорционально нагрузке, поэтому важно знать, сколько энергии тратит организм для выполнения той или иной работы. Определение величины основного обмена (ВОО) имеет большое значение и в диагностике некоторых заболеваний. На основании результатов обследования большого числа здоровых людей установлена средняя норма ВОО – так называемый должный основной обмен (в ккал за 24 ч). Допустимое отклонение от должной величины колеблется от +10 до +15%. Отклонения в пределах от +15% до +30% считаются сомнительными, требуют контроля и наблюдения; от +30% до +50% относят к отклонениям средней тяжести; от +50% до +70% – к тяжелым, а свыше +70% – к очень тяжелым.

Изменения ВОО наблюдаются при различных видах эндокринной патологии, сахарном диабете, при различных интоксикациях, инфекционно-лихорадочных заболеваниях. Повышение ВОО характерно для поздних стадий развития злокачественных опухолей и особенно лейкозов [1–3].

ВОО тесно связан с размерами поверхности тела, что обусловлено прямой зависимостью величины отдачи тепла от площади поверхности тела. Кроме роста и массы при расчете расхода калорий на основной обмен учитывают возраст и пол человека. Таким образом, ВОО определяется комбинацией генетических (внутренних) и внешних факторов [1–5].

Методы определения ВОО

ВОО можно ориентировочно определить с помощью специальных клинических формул Рида, Гейла и др.

Формула и номограмма Рида позволяют вычислить процент отклонения индивидуальной ВОО от среднестатистической нормы. При этом учитывается связь между артериальным давлением, частотой пульса и продукцией тепла в организме. Результаты, получаемые в этом случае, хотя и не отличаются большой точностью, но при некоторых заболеваниях являются вполне достоверными и могут быть использованы в диагностических целях.

По формуле Гейла процент отклонения ВОО равен: пульс плюс разница систолического и диастолического АД минус 111. Общими обязательными условиями при этом являются следующие: подсчет пульса, измерение АД должны осуществляться всегда только в стандартных условиях основного обмена.

Уравнения Харриса-Бенедикта – это формулы для подсчета калорий, в которых учитываются рост, вес, возраст и пол при определении ВОО. Это делает их более точными, чем определение потребности в калориях только лишь на основе общего веса. Важный фактор, который здесь не использован, это мышечная масса. Таким образом, эти уравнения будут точными для всех, за исключением людей с чрезмерно большой мышечной массой и людей с ожирением.

Определение основного обмена по формулам дает только приблизительные результаты, но при ряде заболеваний они достаточно достоверны и поэтому часто применяются в клинике.

Зная мышечную массу тела можно получить более точную оценку ВОО, например, по формуле Кетча-МакАрдила, которая учитывает мышечную массу. Уравнения Харриса-Бенедикта разработаны отдельные для мужчин и женщин. И это вполне объяснимо, поскольку у мужчин, как правило, мышечная масса тела (ММТ) больше. Поскольку формула Кетча-МакАрдила основана на ММТ, она применяется в равной степени, как к мужчинам, так и к женщинам:

$$\text{ВОО (мужчины или женщины)} = 370 + 21,6 \cdot \text{ММТ}.$$

Для того, чтобы определить суточную потребность в калориях (СПК) нужно просто умножить величину основного обмена на коэффициент активности.

Основным преимуществом расчета, учитывающего мышечную массу, является то, что он с большей точностью показывает суточную потребность в калориях (СПК) для очень мускулистых или, наоборот, страдающих ожирением людей.

Анализ и обработка эмпирических данных

Для расчета ВОО были использованы данные, которые включают биометрические показатели 71 респондента (студенты биологического факультета АлтГУ): возраст, рост, вес. По таблице Харриса-Бенедикта был осуществлен расчет величины основного обмена всех респондентов. Данный показатель был также определен методом биоимпедансометрии с помощью приборов Медасс и OMRON, измерения которых считаются достаточно точными. На рисунке 1 приведены результаты измерений и расчета.

Как следует из рисунка 1, табличные данные ВОО значительно превышают данные приборов. Максимальное отклонение по абсолютной величине табличных значений ВОО от ВОО приборов составляет 195 ккал. Средний процент отклонений составил 6,4%.

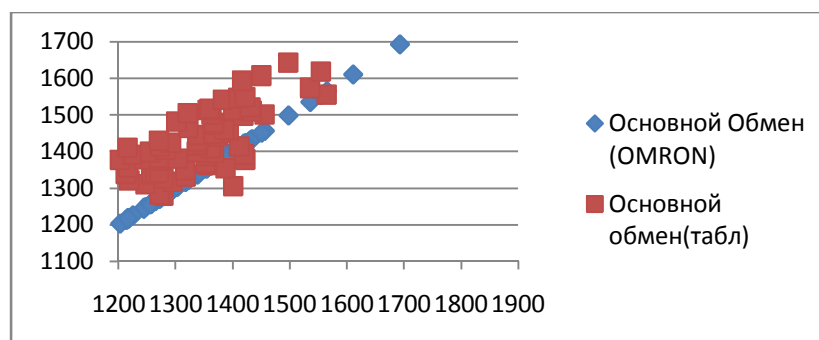


Рисунок 1 – Расположение табличных значений ВОО относительно ВОО прибора Медасс

Для перевода табличных значений в относительно близкие значения основного обмена прибора Медасс была построена линейная зависимость, связывающую эти два показателя [6]:

$$\text{ВОО (Медасс)} = 0,75 \cdot \text{ВОО (табл)} + 270,48. \quad (1)$$

На рисунке 2 представлены результаты аппроксимации табличных значений по уравнению 1 и данные Медасс.

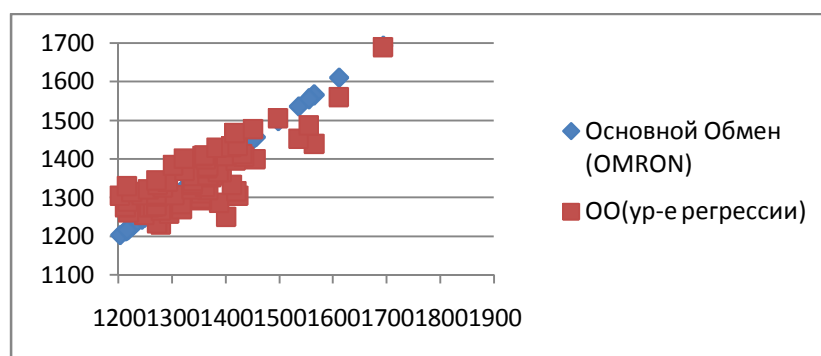


Рисунок 2 – Расположение значений регрессии относительно ВОО (Медасс)

Максимальное отклонение по абсолютной величине значений ВОО по уравнению (1) от ВОО Медасс составило 150 ккал. Средний процент отклонений равен 3,4%.

Существующие расхождения объясняются тем, что недостаточно факторов (возраст, рост и вес) для правильного вычисления величины ОО. Кроме того на результат влияют неточности и редкая шкала параметров в табличных данных. Так, рост в таблице Харриса-Бенедикта указан с интервалом 4 см, возраст – с интервалом 2 года. Поэтому в промежуточных точках, не совпадающих с табличными, значения брались в ближайших расположенных в таблице точках.

Для оптимизации дальнейших исследований с использованием таблицы Харриса-Бенедикта нами разработан программный модуль в среде Excel, позволяющий в автоматическом режиме рассчитывать ВОО у женщин. Запуская программный модуль, на экране появляется диалоговое окно для ввода данных (вес (масса тела), рост (длина тела), возраст).

В заключение приведем некоторые **выводы и замечания**

1. Были изучены отдельно зависимости ВОО от массы, длины и жировой массы тела. Явно выраженных зависимостей не наблюдается.

2. Вызывают недоверие данные в таблице Харриса-Бенедикта, соответствующие возрасту 17 и 19 лет и росту 96–104 года.

3. По данным таблицы Харриса-Бенедикта невозможно определить показатель основного обмена для лиц мужского пола.

4. Рост в таблице указан с интервалом 4 см, возраст с интервалом 2 года. Значения в промежуточных точках необходимо получать методами интерполирования.

Устранение указанных замечаний, возможно, позволит более точно рассчитывать величину ВОО.

Библиографический список

1. Држевецкая И.А. Основы физиологии обмена веществ и эндокринная система. – М., 1977.
2. Мак-Мюррей У. Обмен веществ у человека. – М., 1980.
3. Теппермен Дж. и Теппермен Х. Физиология обмена веществ и эндокринной системы. – М., 1989.
4. Физиология человека. – М., 1986. Т. 4.
5. Энциклопедический словарь медицинских терминов. – М., 1982.
6. Хворова Л.А. Гавриловская Н.В., Лопатин Н.Н. Применение информационных технологий, математических методов и моделей для обработки и анализа многомерных данных // Известия АГУ. – 2006. – №1.

УДК 581.6

Анализ состояния растительности, как показателя изменения климата, на основе индекса NDVI и спутниковых данных

Т.Г. Сысоева¹, Н.М. Ковалевская², Л.А. Хворова¹

¹АлтГУ, г. Барнаул; ²ИВЭП, г. Барнаул

Проблема анализа состояния растительности является одной из фундаментальных, поисковых и прикладных научных проблем в области природно-климатических изменений, решение которой направлено на получение и применение новых знаний для охраны окружающей среды и рационального природопользования в условиях изменяющегося климата.

Данное направление является одним из основных научных направлений фундаментальных исследований Института водных и экологических проблем Сибирского отделения РАН. Задача анализа

состояния растительности в Сибири и Арктике на основе индекса NDVI и данных спутника LANDSAT 8 возникла в рамках сотрудничества с лабораторией водных ресурсов и водопользования.

Как следует из литературных источников [1, 2], в последние годы активно проводятся оценки движения границы леса на север, «озеленения» и «закустаривания» тундры и влияния этих процессов на биологическую продуктивность ландшафтов российской Арктики с использованием дистанционных методов зондирования Земли. Полученные результаты позволяют выявить перспективы их разномасштабных, разновременных и разнонаправленных изменений в условиях синергизма действий меняющегося климата и расширяющейся хозяйственной деятельности. Многими экспертами установлено, что на современном этапе в Арктике наблюдаются одновременно как процесс роста продуктивности, который рассматривается как эффект синергизма действия потепления климата и хозяйственного освоения, так и ее снижения за счет антропогенной трансформации ландшафта.

Арктика – один из четырех регионов мира, отнесенных к наиболее уязвимым по отношению к изменениям климата. Наиболее полные исследования по изменению в арктических сообществах под влиянием климата проведены для североамериканского сектора Арктики. Имеются отдельные публикации, позволяющие сделать вывод и о реакции тундровых экосистем России [1, 2] – «озеленение» тундр, например на полуострове Ямал.

Получаемые со спутников изображения земной поверхности Арктики свидетельствуют о возрастании за последние десятилетия усредненного значения нормализованного разностного вегетационного индекса (NDVI), отражающего степень «озеленения» территории, что обусловлено увеличением продукции фитомассы в условиях роста продолжительности вегетационного периода. Рост NDVI связывают с потеплением, что проявляется в разрушении ледового покрова в 50-километровой зоне вдоль берега, которое происходит в районах высокоширотной Арктики. Возрастание запасов и продукции зеленой фитомассы тесно коррелирует с ростом средних летних температур, увеличением продолжительности вегетационного периода и количеством накопленного за этот период тепла, а также с увеличением глубины деятельного слоя почвы за счет его протаивания [1, 2].

Реализация цели исследования будет осуществляться на примере растительности Ямало-Ненецкого автономного округа, в частности, Гыданского полуострова.

Территория округа располагается в трёх климатических зонах: арктической, субарктической и зоне северной полосы Западно-Сибирской низменности. Регион относится к районам Крайнего Севера, и более половины его территории расположено за Полярным кругом.

Характерным признаком растительности и ее состояния является спектральная отражательная способность. Знания о связи структуры и состояния растительности с ее спектрально отражательными способностями позволяют использовать аэрокосмические снимки для картографирования и идентификации типов растительности.

Для работы со спектральной информацией часто прибегают к созданию так называемых «индексных» изображений. Спектральные индексы, используемые для изучения и оценки состояния растительности, называются *вегетационными индексами*.

Наиболее популярный и часто используемый индекс – **NDVI (Normalized Difference Vegetation Index)** – **нормализованный разностный индекс растительности**, – количественный показатель величины фотосинтетически активной биомассы (обычно используется для количественной оценки растительного покрова и называется вегетационным индексом).

Индекс вычисляется по формуле:

$$NDVI = \frac{NIR - RED}{NIR + RED}, \quad (1)$$

где **NIR** – коэффициент отражения в ближней инфракрасной области спектра; **RED** – коэффициент отражения в красной области спектра.

Отношение этих показателей позволяет четко отделять растительность от прочих природных объектов.

Сбор спутниковых данных осуществлялся через портал EarthExplorer, разработанный специалистами геологической службы США. Тематическая обработка космоснимков и интерпретация полученных данных производилась в прикладном пакете SNAP (Sentinel Application Platform). Для каждого дня в пакете SNAP рассчитывается вегетационный индекс, определяются максимальные и минимальные значения NDVI. На рисунке 1 представлены результаты расчета индекса NDVI за 07.07.2015.

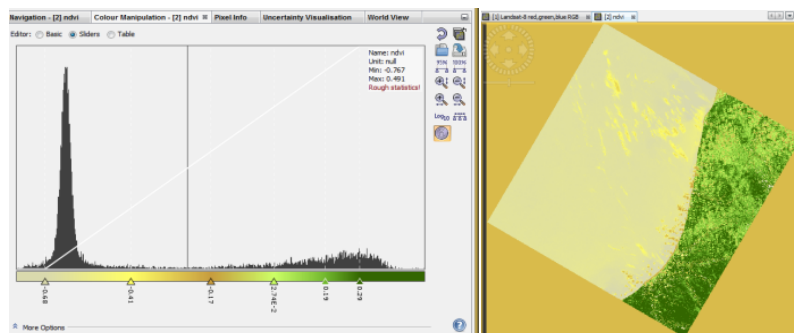


Рисунок 1 – Результаты расчета индекса NDVI за 07.07.2015

На рисунке 2 представлено 11 снимков территории Ямало-Ненецкого автономного округа, полученных за июль 2015 года (их расположение на карте).

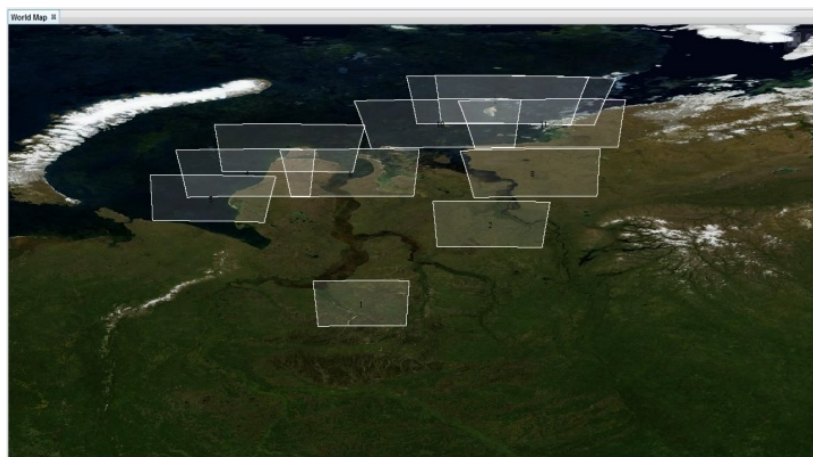


Рисунок 2 – Расположение снимков территории Ямало-Ненецкого автономного округа, полученных за июль 2015 года

С помощью спутниковых данных можно осуществить комплексный мониторинг современных климатических и экосистемных изменений территорий, исследовать процессы установления и схода снежного покрова, динамику индекса NDVI.

Так, на основании полученных данных можно сделать вывод о том, что в 2015 году снежный покров сошел в двадцатых числах мая, а установился в десятых числах октября. Максимальное количество зеленой растительности наблюдалось в начале июля 2015 г (рисунок 3). Подобные выводы можно сделать и по данным 2014 г: снежный покров сошел в первых числах июня, а установился в начале октября; максимальное количество зеленой растительности наблюдалось на протяжении всего июля 2014 года.

Для уточнения сроков наступления и окончания летнего периода нами были привлечены ежедневные метеорологические данные, такие как: средняя температура воздуха, средняя температура поверхности почвы. На рисунке 4 представлены графики указанных параметров и индекса NDVI. Нетрудно заметить, что графики всех трех параметров коррелируют между собой, что дает возможность использовать их для решения многих прикладных задач.

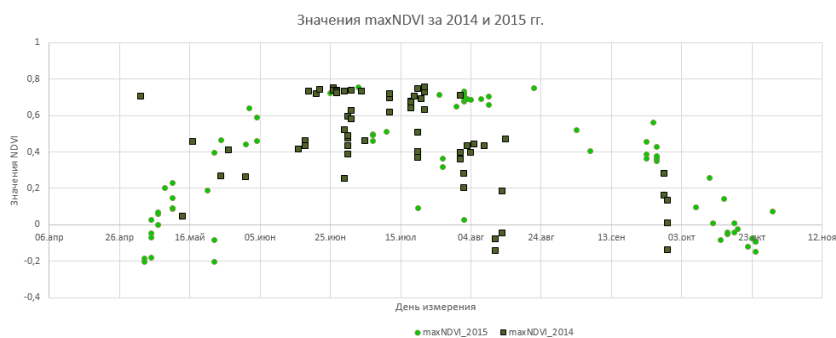


Рисунок 3 – Максимальные значения индекса NDVI за 2014, 2015 гг.

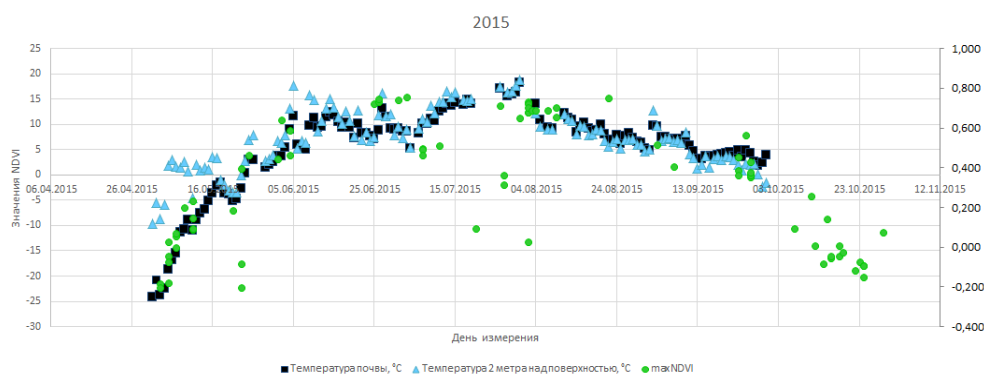


Рисунок 4 – Графики средних температур воздуха, поверхности почвы и индекса NDVI

Достоверные сведения по динамике снегонакопления и снеготаяния в весеннее время позволят дать прогноз весеннего половодья на реках и озерах. Сравнение значений процента годового протаивания позволит наиболее точно оценить факт климатических изменений, происходящих на рассматриваемой территории.

Библиографический список

1. Катцов В.М., Порфирьев Б.Н. Климатические изменения в Арктике: последствия для окружающей среды и экономики // Арктика: экология и экономика. – 2012. - №2 (6). – С. 66–78.
2. Тишков А.А., Кренке А.Н. «Позеленение» Арктики в XXI в. как эффект синергизма действия глобального потепления и хозяйственного освоения // Арктика: экология и экономика. – 2015. – №4 (20). – С. 28–37.

УДК 004.9

Разработка программного модуля для расчета характеристик теплового режима почв

Ю.О. Терехова
АлтГУ, г. Барнаул

Тепловой режим почв – важная составляющая гидротермического режима почв. Изучение моделей гидротермического режима осуществляется в рамках учебных дисциплин для студентов 3-го курса и магистрантов 1-го года обучения: «Математическое моделирование экологических, экономических и социальных систем», «Математические методы и модели в экологии». Первые работы по моделированию теплового режима почв были выполнены на языке фортран [1–5].

Для практического использования моделей теплового режима почв, как в учебном процессе, так и в целях научных исследований возникла необходимость в разработке программного модуля, в котором были бы представлены различные модели, описывающие динамику распределения температуры по почвенному профилю. Интерфейс программного модуля должен оптимизировать работу с моделями, содержать необходимую справочную информацию и осуществлять визуализацию расчетных данных. Вследствие этого программная реализация должна быть осуществлена на высокоуровневом языке программирования C++, а программный интерфейс выполнен в среде Visual Studio 2015.

Области применения программного модуля:

1. В учебном процессе:

- изучение моделей теплового режима почв;
- различных конечно-разностных схем и оценка влияния на точность решения;
- изучение влияния теплофизических параметров модели на точность расчетов;
- изучение влияния влажности на температурный режим почвы.

2. При решении исследовательских задач:

- динамика минеральных веществ в почве;
- урожайность яровых и озимых культур;
- фиксация атмосферного азота почвенными бактериями в симбиозе с бобовыми культурами.

Математические модели, связанные с описанием явления теплопереноса в пределах почвенного компартамента, основаны на нестационарных трехмерных уравнениях параболического типа и рассмотрены в работах [1–5].

В разрабатываемый программный модуль включены: одномерная модель и двумерная с вертикальной границей раздела между двумя почвенными компартаментами с различной структурой.

Работа пользователя с моделями осуществляется в режиме диалога через интерфейс. Он носит универсальный характер и предусматривает работу с несколькими моделями, реализованными по различным численным схемам, и сезонам вегетации.

После запуска программы пользователь может начать непосредственно работать с программой, либо ознакомиться со справочным материалом.

Раздел «Описание моделей» содержит описание самих моделей (одномерной и двумерной) и описание численных схем.

В разделе справка можно ознакомиться с основными понятиями, обозначениями, используемыми в программе, правилами формирования исходных данных и вывода результатов (рисунок 1).

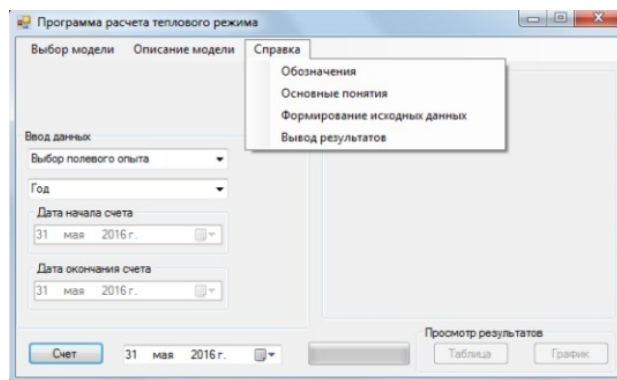


Рисунок 1 – Содержание раздела «Справка»

Диалог с пользователем начинается с выбора модели расчета и численной схемы. После этого вводятся данные полевого опыта, сезона вегетации (год). Дата начала и окончания счета выставляются автоматически. Параллельно составляется описание варианта расчета. Выбрав нужный вариант, осуществляется расчет модели.

При нажатии кнопки «Счет», пользователь по индикатору может наблюдать за процессом расчета. По завершению расчета, становится активной область «Просмотр результатов расчета» (рисунок 2).

При нажатии кнопки «графики» в диалоговом окне предлагается выбрать интересующие пользователя графики.

Для эффективного использования моделей требуется качественное экспериментальное обеспечение, поэтому возникла необходимость в надежной обработке и достоверном анализе экспериментальных данных [6]. Массив почвенных данных содержит суточные значения температуры почвы на глубинах до 160 см.

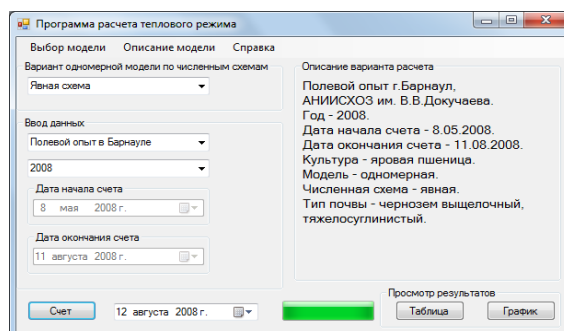


Рисунок 2 – Вид диалогового окна и расчет модели

В наблюдениях, по причинам не всегда известным, могут отсутствовать данные по температуре на отдельных глубинах или ошибочные данные. Поэтому при создании базы данных полевого опыта проводился контроль качества исходных данных. Критерием качества полученных результатов по приведенным моделям служило расхождение между фактическими средними температурами почвы по слоям и рассчитанными по модели. Так как временной шаг в модели принят равным 1 часу, то логично среднюю температуру по слоям брать как среднее арифметическое. В действительности же оказалось, что модельные средние температуры по слоям расходятся с фактическими данными. Поэтому для корректировки расчетных средних температур в каждом слое почвы было получено универсальное уравнение линейной регрессии, независимыми переменными в котором выступали расчетные значения t_{min} и t_{max} по слоям: $T = 0,268 \cdot t_{min} + 0,518 \cdot t_{max} + 1,551$. Универсальность уравнения

заключается в том, что оно может быть применено для расчета ежедневных значение средних температур вегетационных периодов (для всех лет) как для черноземов выщелоченных с суглинистой, так и тяжелосуглинистой структурой, на различных глубинах почвенного профиля.

Коэффициент детерминации равен 0,97. Данная величина указывает на сильную зависимость между независимыми переменными t_{min} , t_{max} и фактической средней температурой почвы на различных почвенных слоях с различной почвенной структурой.

Уравнение регрессии построено по 2300 исходным данным и проверено на независимой выборке данных 2008–2010 гг. Погрешность расчетов представлена в таблице.

Таблица – Апробация уравнения на тестовых годах

Год \ Слой	2007	2008	2009	2010	Ср. знач. абс. погр.
0	1,1	1,3	1	1,8	1,3
10	1,3	0,7	3,5	1,5	1,75
20	0,9	0,9	2,6	1,2	1,4
40	1,1	0,8	1,5	0,7	1,025
80	0,5	0,9	0,5	0,5	0,6
120	0,7	1,2	0,4	0,4	0,675
Ср. знач.	0,9	1	1,6	1	1,125

Как видно из результатов, уравнение дает вполне приемлемую погрешность и может быть использовано в практических задачах.

Библиографический список

1. Хворова Л.А. Математические модели в теории и практике точного земледелия // Известия Алтайского Государственного университета. – 2011. – №2. – С. 123–128.
2. Хворова Л.А. Модель теплового режима почвы в пространственно-дифференцированных технологиях точного земледелия // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2011. – №4 (128). – С. 101–106.
3. Боярская А.В., Хворова Л.А. Восстановление характеристик теплового режима почв в одномерных и двумерных задачах с границей раздела // Омский научный вестник. – 2015. – № 3 (143). – С. 293–296.
4. Боярская А.В., Хворова Л.А. Определение характеристик теплового режима почв в одномерных и двумерных задачах с границей раздела // Вестник АлтГПУ. – 2015. – № 25. – С. 12–15.
5. Хворова Л.А. Численное решение задачи теплового режима почвы // Сб.: Европейская наука и техника. – 2013. – С. 424–426.
6. Хворова Л.А. Гавриловская Н.В., Лопатин Н.Н. Применение информационных технологий, математических методов и моделей для обработки и анализа многомерных данных // Известия АГУ. – 2006. – №1. – С. 83–88.

УДК 58.02

Изменение концентрации пигментов в листьях березы повислой, как показателя условий произрастания г. Барнаула

С.М. Тымко¹, М.М. Силантьева²

¹Центр гигиены и эпидемиологии, г. Барнаул;

²АлтГУ, г. Барнаул

Растения в городской среде подвергаются действию загрязняющих факторов. И способность приспособиться, адаптироваться к стрессовым воздействиям и сохранить свой жизненный потенциал, является их защитно-приспособительным механизмом.

У древесных растений наиболее чувствительным органом является лист, так как он подвержен действию токсических веществ. Рост листа находится в прямой зависимости от степени загазованности местообитания, чем выше загрязнение, тем меньше морфометрические параметры листа и больше изменение его пигментного состава [1].

Наблюдения за качеством атмосферного воздуха в г. Барнауле проводятся с декабря 1968 г., с этого времени была организована сеть постов наблюдений, на которых начались измерения концентраций вредных веществ в атмосфере городов. В настоящее время в г. Барнауле наблюдения проводятся на 5 стационарных постах за 9 примесями (взвешенные вещества, диоксид серы, оксид углерода, диоксид и оксид азота, сероводород, сажа, фенол, формальдегид), с периодичностью отбора проб 6 дней в неделю, 3 раза в сутки, а кроме того, определяется содержание бенз(а)пирена и тяжелых металлов. В аварийных ситуациях определяются так же хлор и аммиак [2].

Несмотря на уменьшение в последние годы суммарных выбросов загрязняющих веществ в атмосферу за счет спада производства, средний уровень загрязнения воздуха г. Барнаула остается высоким. Это обусловлено значительным объемом выбросов (от автотранспорта и предприятий), неблагоприятными метеоусловиями, а также нерациональным планированием размещения предприятий, жилых районов и магистралей города и общим неудовлетворенным санитарно-гигиеническим состоянием городских территорий [3].

Фотосинтез является одним из самых чувствительных физиологических процессов к действию любых экологических и антропогенных факторов. Его показатели можно оценить при помощи метода спектрофотометрии. Известно, что древесные растения могут усваивать и вовлекать в метаболизм различные газообразные загрязнители, при этом в листьях наблюдается снижение уровня содержания пигментов [5].

Исследования проводились в летний период 2013–2015 гг. на территории г. Барнаула. Объект исследования: береза повислая 30–50 летнего возраста, произрастающая в непосредственной близости от локальных очагов загрязнения выбросами автотранспорта. Береза повислая – устойчивый вид и обладает высокой адаптационной способностью [4]. Выявлено, что у березы повислой степень негативного влияния выбросов автотранспорта на количественное содержание зеленых пигментов неодинакова в различные сроки наблюдений.

Для анализа в июне-августе отбирались листья без видимых повреждений, в трехкратной повторности, в 15 пунктах пробоотбора, расположенных в разных частях города. Содержание в листьях пигментов (хлорофилла *a*, хлорофилла *b* и каротиноидов) определялось на спектрофотометре ПЭ-5400УФ. При обработке данных использовался метод равных интервалов (программа QGIS).

За 3 года прослежена тенденция к уменьшению количества пигментов в листьях березы повислой от июня к сентябрю. При изучении пигментного состава листьев было установлено, что по мере увеличения уровня загрязнения среды существуют общие тенденции к уменьшению содержания хлорофиллов (*a* и *b*) и к увеличению содержания каротиноидов, особенно четко это отмечалось в сезонной динамике (от июня к сентябрю).

У древесных растений, произрастающих в локальных очагах загрязнения выбросами автотранспорта, в течение вегетации отмечалось снижение содержания всех пигментов, но в большей степени хлорофилла *b*, содержание которого можно использовать в качестве диагностического признака состояния растений.

Посредством применения метода равных интервалов пункты пробоотбора были классифицированы на 5 групп по степени концентрации хлорофилла *a* и *b*. В результате было выделено 5 «неблагоприятных» пунктов, для произрастания березы повислой и 3 наиболее «благоприятных» пункта.

Для соотнесения данных полученных в результате биоиндикации инструментальных наблюдений метеопостов была использована карта «Техногенное загрязнение атмосферного воздуха г. Барнаула» Алтайского краевого центра по гидрометеорологии и мониторинга окружающей среды (2006 г., 2014 г.). Согласно карте, на территории города выделяют 3 зоны: 1) с крайне неблагоприятной обстановкой, где суммарная составляющая загрязняющих воздух веществ (См) – 10 ПДК (*предельно допустимая концентрация*); 2) с весьма неблагоприятной обстановкой, с подзонами: См более 10 ПДК; См от 5 до 10 ПДК; См от 2 до 10 ПДК; 3) с неблагоприятной обстановкой с подзонами: См от 2 до 5 ПДК; См от 1 до 5 ПДК.

В условиях г. Барнаула в листьях березы повислой наиболее достоверно изменение по сезонам и в пунктах пробоотбора концентрации хлорофилла *b*, по сравнению с хлорофиллом *a* и каротиноидами.

Наиболее благоприятными для произрастания березы повислой оказались условия в пунктах пробоотбора: № 9 (Павловский тракт – Советской армии – *хл. b* – 4,1 мг/л), № 4 (Солнечная поляна – *хл. b* – 2,66 мг/л), № 14 (Речной вокзал – *хл. b* – 2,62 мг/л). В них установлены высокие показатели пигментов и минимальные изменения их концентрации в течение летнего сезона. Эти пункты пробоотбора соответствуют зонам: среднее загрязнение атмосферы (См от 1 до 5 ПДК); среднее загрязнение атмосферы выбросами (См от 2 до 5 ПДК).

Неблагоприятными для произрастания березы повислой оказались пункты пробоотбора: № 2 (пр. Космонавтов – *хл. b* – 1,37 мг/л), № 13 (Анатолия – Челюскинцев – *хл. b* – 1,66 мг/л). В этих точках города отмечена максимальная концентрация сажи и оксида углерода, превышающие санитарные нормы. Пункты пробоотбора находятся в зонах максимального загрязнения атмосферы (рисунок).

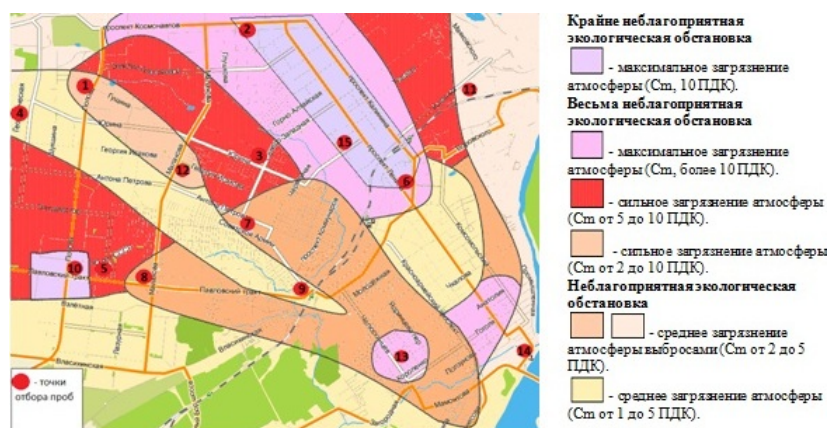


Рисунок – Техногенное загрязнение атмосферного воздуха г. Барнаула

Наиболее существенное влияние фитотоксикантов, оказывающих влияние на зеленые насаждения, установлено в пунктах пробоотбора: № 10 (Павловский тракт – Попова – *хл.в* – 1,45 мг/л), № 6 (пл. Октября – *хл.в* – 1,3 мг/л), № 15 (ул. Матросова – *хл.в* – 1,66 мг/л) (рис. 1). По данным ФБУЗ «Центр гигиены и эпидемиологии в Алтайском крае» в этих точках города стабильно отмечается максимальная концентрация взвешенных веществ, диоксида серы и оксида углерода, превышающих санитарные нормы. В этих точках города большая загруженность автомобильным транспортом и малая проветриваемость территории из-за многоэтажных застроек. Фитотоксиканты приводят: к угнетению работы ферментативных систем, снижению содержания нуклеиновых кислот, белков, клетчатки, изменению активности ферментов, нарушению водного режима и сокращению работы фотосинтеза, что может привести к болезни и гибели растений.

В 8 пунктах пробоотбора выявлено незначительное изменение концентрации хлорофилла *b* по сравнению с точкой контроля. Они находятся в пределах зон сильного и среднего загрязнения атмосферы.

Таким образом, результаты изучения изменения фотосинтетических пигментов в листьях березы повислой, полученные за три года полностью коррелируют с зонированием г. Барнаула по загрязнению атмосферного воздуха и дополняют сведения об экологической ситуации и условиях произрастания древесных растений в городской среде.

Библиографический список

1. Хузина Г.Р. Влияние урбаноcреды на морфометрические показатели листа березы повислой (*Betula pendula* Roth) // Вестник Удмурского университета. – 2010. – Вып. 3.
2. Государственный доклад «О состоянии и об охране окружающей среды в Алтайском крае в 2012 году». – Барнаул, 2013.
3. Государственный доклад «О состоянии и об охране окружающей среды в Алтайском крае в 2014 году». – Барнаул, 2015.
4. Воскресенская О.Л., Воскресенский В.С., Сарбаева Е.В., Ягдарова О.А. Влияние ультрафиолетовой радиации и параметров микроклимата на содержание пигментов в листьях березы повислой, произрастающей в условиях города // Биология. Науки о Земле. – 2014. – Вып. 3.
5. Цандекова Л. Влияние выбросов автотранспорта на пигментный комплекс листьев древесных растений // Биологические ресурсы. – 2010. – № 174.

УДК 574.3

Мультирежимность моделей популяционной динамики

Е.Я. Фрисман¹, М.П. Кулаков¹, Г.П. Неверова²

¹Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН, г. Биробиджан;

²Институт автоматики
и процессов управления ДВО РАН, г. Владивосток

«Золотой век» математической биологии начался в первой половине XX века феерическим всплеском работ, надолго определивших последующее развитие теоретической экологии и математической популяционной генетики, основы синтетической теории эволюции [1–6 и другие]. Математической базой этих работ были изящные модели, построенные на основе систем дифференциальных

уравнений и удачно описывающие многие популяционные феномены, наблюдающие в природных биологических сообществах: колебания численностей, конкурентное вытеснение, полиморфное разнообразие и многое другое.

В начале 70-х годов, в основном благодаря базовым работам Р. Мэя [7, 8] и А.П. Шапиро [9, 10], математическая популяционная биология пополнилась достаточно простыми, но весьма эффективными моделями, основанными на рекуррентных уравнениях. С одной стороны эти модели представлялись более адекватными при описании динамики видов, характеризующихся сезонным периодом размножения. С другой – рекуррентные уравнения легко анализировались численно, благодаря использованию быстро развивающейся вычислительной техники. Неожиданно оказалось, что эти «простенькие» модели, обладают колоссальным разнообразием возможных динамических режимов, весьма сложно эволюционирующих при изменении параметров модели.

Динамику численности изолированной однородной популяции можно описать одним рекуррентным уравнением - одномерным отображением. Так американский ихтиолог У. Рикер предложил описывать для динамики популяций лососевых видов рыб, следующим уравнением [11]

$$x_{n+1} = ax_n e^{-x_n}.$$

Это уравнение демонстрирует сложную и разнообразную динамику. Причем, важным является установившийся режим, который будет наблюдаться после некоторого переходного процесса. Можно выделить три основных типа установившегося режима [12]:

- а) неподвижная точка, когда переменная перестает изменяться;
- б) цикл, когда переменная «пробегает» последовательно несколько значений (их число равно периоду цикла), а затем динамика повторяется;
- в) хаотический режим, когда динамика не повторяется и визуально кажется случайной.

Далее рассмотрим систему двух миграционно связанных популяций, динамика каждой из которых описывается моделью Рикера,

$$\begin{cases} x_{n+1} = (1-m) \cdot ax_n e^{-x_n} + m \cdot ay_n e^{-y_n} \\ y_{n+1} = (1-m) \cdot ay_n e^{-y_n} + m \cdot ax_n e^{-x_n} \end{cases},$$

где m – коэффициент связи двух полностью идентичных локальных популяций или коэффициент миграции, x и y – относительные численности субпопуляций, n – номер сезона размножения, a – коэффициент рождаемости.

Несмотря на свою простоту, данная модель имеет ряд особенностей динамического поведения. Так при одних и тех же значениях демографических параметров в зависимости от начальных значений численности субпопуляций в системе оказывается возможным возникновение принципиально разных динамических режимов, при этом фазовое пространство модели весьма причудливо дробится бассейнами притяжений этих режимов. В частности показано, что могут одновременно сосуществовать синхронные (цикл длины 2, 4, 8 и хаотическая динамика) и несинхронные режимы (цикл длины 2, 8 и квазипериодическая динамика, когда в фазовом пространстве формируется две предельные инвариантные кривые). Более того с ростом значений параметра, характеризующего репродуктивный потенциал популяций, происходит увеличение возможных мультистабильных состояний. Так в диапазоне существования устойчивого цикла длины 2 наблюдается единственный цикл противофазный ему, а в области нерегулярной синфазной динамики существует, по крайней мере, 7 видов цикла длины 8, которые отличаются фазой колебания. Каждый режим имеет свои сложно устроенные области (бассейны) притяжения. Таким образом, взаимодействующие популяции с неперекрывающимися поколениями способны демонстрировать весьма сложное динамическое поведение вследствие «скачков» по бассейнам притяжения.

Ситуация существенно усложняется, если рассматривать динамику численности популяций с учетом возрастной структуры. Рассмотрим модификацию модели Рикера, предположив, что локальная популяция к началу очередного сезона размножения представлена двумя возрастными классами: младшим, состоящим из особей, родившихся в этом году, и старшим, представленным особями, родившимися ранее. Считается, что в популяции осуществляется плотностная регуляция рождаемости, т.е. наблюдается снижение рождаемости с ростом численности. Для описания процессов саморегуляции полагается, что рождаемость является убывающей экспоненциальной функцией от численности обоих возрастных классов. Соответственно уравнения динамики локальной популяции принимают вид:

$$\begin{cases} x_{n+1} = (a_1 x_n + a_2 y_n) \cdot e^{-\beta_1 x_n - \beta_2 y_n} \\ y_{n+1} = s x_n + v y_n \end{cases},$$

где x_n описывает численность младшей возрастной группы, вторая переменная y_n – численность старшей возрастной группы в n -й год. Параметры a_1 и a_2 соответствуют репродуктивным потенциалам младшего и старшего возрастных классов, s – выживаемость младшего возрастного класса, v – выживаемость старшей группы. Вклад конкретного возрастного класса в плотностную регуляцию рождаемости определяется соотношением параметров β_1 и β_2 .

В ходе исследования этой модели [13, 14] была обнаружена мультистабильность динамических режимов, которая выражается в сосуществовании устойчивой нетривиальной неподвижной точки и устойчивых циклов, в частности 3- или 4-цикла. В целом, обнаруженная мультистабильность позволяет объяснить, как возникновение колебаний с периодом 3 и 4 года, так и исчезновение флуктуаций. В феноменологическом смысле это означает, что динамика реальных двухвозрастных популяций, описываемых такими моделями, может демонстрировать режимы, сопровождающиеся сменой типов динамики.

Следующим этапом исследования стало применение модели к описанию динамики реальных популяций. Модель верифицировалась на данных многолетних учетов численности рыжих полевок на территории Удмуртского стационара. Данные представлены численностью особей грызунов разных возрастов, выраженные на 100 ловушка-суток. Отбор осуществлялся в апреле, июле, августе и октябре с 1973 по 2001 годы [15, 16]. В результате первичной оценки параметров получена удовлетворительная аппроксимация реальных данных. Модельная траектория в целом неплохо описывает тенденцию динамики, однако не полностью улавливает основные пики численности популяции рыжей полевки. Коэффициент детерминации, характеризующий качество аппроксимации, составил $R^2 = 0.681$

Как нам представляется, расхождение данных наблюдений и моделирования связано с влиянием внешних факторов. Один из основных факторов, влияющих на репродуктивную активность многих грызунов – запас кормовых ресурсов. Рост активности размножения при увеличении обилия корма носит резкий («взрывной») характер. При прочих равных условиях этот процесс, как нам представляется, вполне можно описать экспоненциальной функцией типа $r = r_0 \exp(kC)$, где C – запас обилия корма. Этот подход был, в частности, вполне успешно применен для описания зависимости роста активности размножения маньчжурских белок при увеличении урожайности их основного корма – кедровых орехов [17]. К сожалению, адекватных прямых оценок обилия кормов для рыжей полевки, по-видимому, не существует. Приходится прибегать к косвенным методам. Все основные виды корма полевки имеют растительное происхождение и определяются интенсивностью вегетационных процессов на ее ареале. Интенсивность вегетационных процессов в текущем году прямо и с высокой корреляцией зависит от увлаженности территории (влагообеспеченности) в вегетативный период. Характеристикой влагообеспеченности территории в данном году является гидротермический коэффициент Селянинова (S_n), который мы и предлагаем использовать в качестве индикатора обилия кормовых запасов в текущем сезоне.

Включение внешнего фактора позволило отловить основные пики численности популяции и существенно улучшить адекватность модели. Коэффициент детерминации, характеризующий качество аппроксимации фактических данных с модельными, составил $R^2 = 0.88$. Это связано с тем, что коэффициенты, характеризующие репродуктивные потенциалы особей, в данном случае не являются постоянными величинами, а принимают значения в зависимости от влагообеспеченности территории.

Кроме того, проведенное исследование позволяет заключить, что действие внешнего случайного фактора на системы, описываемые двумерными дискретными моделями, в которых наблюдается мультистабильность (зависимость предельных режимов динамики от начальных условий), приводит к явлению иного рода – мультирежимности. Это явление заключается в перманентных сменах динамического режима, обусловленных блужданием управляющих параметров (популяционных параметров) в параметрическом пространстве и значительными трансформациями фазового пространства (областей притяжения). На примере популяции рыжей полевки (*Myodes glareolus*) в работе предложен некоторый подход к выявлению этого явления по данным динамики численности и оценок параметров рассматриваемой дискретной модели двухвозрастной популяции. В результате показано, что реальную динамику можно представить чередой сменяющих друг друга переходных процессов, которые в стационарных условиях привели бы к колебаниям с периодом 3, 6, 7 и 14 лет.

Библиографический список

1. Haldane J.B.S. A mathematical theory of natural and artificial selection. Part 1 // Trans. Cambr. Philos. Soc. – 1924. V. 23. – P. 19–41.
2. Lotka A.J. Elements of physical biology // Baltimor: Williams and wilkins, 1925.
3. Fisher R.A. The genetical theory of natural selection // Oxford: Clarendon Press, 1930.

4. Wright S. Evolution in Mendelian populations // *Genetics*. – 1931. – V. 16. – P. 97–159.
5. Volterra V. *Lecons sur la theorie mathematique de la lutte pour la vie*. – Paris, 1931.
6. Kostitzin V.A. *La Biologie Mathematique*. – Paris: A.Colin, 1937. – 236 p.
7. May R.M. Biological populations with non-overlapping generations: stable points, stable cycles, and chaos // *Science*. 1974. V. 186. – P. 645–647.
8. May R.M. Biological population obeying difference equations: stable points, stable cycles, and chaos // *J. Theor. Biol.* 1975. V.51. № 2. – P. 511–524.
9. Шапиро А.П. К вопросу о циклах в возвратных последовательностях // *Управление и информация*. Вып. 3. – Владивосток: ДВНЦ АН СССР, 1972. – С. 96–118.
10. Шапиро А.П., Луппов С.П. Рекуррентные уравнения в теории популяционной биологии. – М.: Наука, 1983. – 132 с.
11. Ricker W.E. Stock and recruitment // *J. Fish. Res. Board Can.* 1954. V. 11. – P. 559–623.
12. Кузнецов А.П., Савин А.В., Седова Ю.В., Тюрюкина Л.В. Бифуркации отображений. – Саратов: ООО Издат. центр «Наука», 2012. – 196 с.
13. Фрисман Е.Я., Неверова Г.П., Кулаков М.П., Жигальский О.А. Смена динамических режимов в популяциях видов с коротким жизненным циклом: результаты аналитического и численного исследования // *Математическая биология и биоинформатика*. – 2014. – Т. 9, №2. – С. 414–429.
14. Фрисман Е.Я., Неверова Г.П., Кулаков М.П., Жигальский О.А. Явление мультирежимности в популяционной динамике животных с коротким жизненным циклом // *Доклады Академии Наук*. – 2015. – Т. 460, № 4. – С. 488–493.
15. Жигальский О.А. Анализ популяционной динамики мелких млекопитающих // *Зоол. журн.* – 2002. – Т. 81, № 9. – С. 1078–1106.
16. Жигальский О.А. Структура популяционных циклов рыжей полевки (*Myodes glareolus*) в центре и на периферии ареала // *Изв. РАН. Сер. биол.* – 2011. – № 6. – С. 733–746.
17. Ashichmina E.V., Frisman E.Ya. Skaletskaya E.I., Kulikov A.N. Mathematical model for dynamics of the number of pelt products from the local population of Mantchurian squirrels // *Ecological Modelling*. – 1985. – Vol. 30. – P. 145–156.

УДК 004.94

Элементы экологической карты Алтайского края

*Д.В. Черевать, А.С. Маничева
АлтГУ, г. Барнаул*

В работе проводилось исследование экологической ситуации районов Алтайского края и построение экологической карты. За образец был взят проект «Создание экологического рейтинга регионов и экологической карты РФ», целью которого являлось создание эколого-экономического индекса для регионов России [1]. В качестве основы методологии и методического обеспечения проекта были использованы теория и практика разработки индикаторов устойчивого развития и их агрегирования (интегрирования).

Были рассмотрены следующие статистические показатели за 2014 г. по районам Алтайского края:

- 1) количество объектов, имеющих стационарные источники загрязнения (шт.);
- 2) количество загрязняющих веществ, отходящих от всех стационарных источников (тыс. тонн);
- 3) текущие затраты на охрану окружающей среды, включая оплату услуг природоохранного назначения (тыс. руб.);
- 4) количество выброшенных в атмосферу загрязняющих веществ, отходящих от стационарных источников, в том числе оксид углерода (тыс. тонн).

После предварительной нормализации данных был составлен рейтинг районов. Каждому району было присвоено уникальное значение в соответствии с рангом; по результатам ранжирования была построена экологическая карта. Первые места (с наилучшей экологической обстановкой) занимают Угловский, Суетский, Петропавловский районы; последние – Благовещенский, Бийский, Шелаболихинский районы.

В соответствии с рейтингом и четырьмя показателями была построена модель линейной регрессии для 50 районов: $y = -2,95 + 0,77x_1 + 0,0003x_2 + 35,65x_3 + 0,009x_4$, в которой значения соответствуют рейтинговым данным; факторы x_1, x_2, x_3, x_4 – статистическим показателям. Связь между признаками тесная, коэффициенты являются статистически значимыми. Расчетные данные и данные итогового рейтинга были распределены по трем группам в соответствии со степенью загряз-

нения: 1 группа – наименьшая степень загрязнения (первые 33% мест рейтинга), 2 группа – средняя степень загрязнения (следующие 33%), 3 группа – наибольшая степень загрязнения (остальные). Результаты представлены на карте: 1 группа отображена темно-серым цветом; 2 группа – серым; 3 группа – светло-серым (рисунок). Ошибка классификации по группам составила 20%.

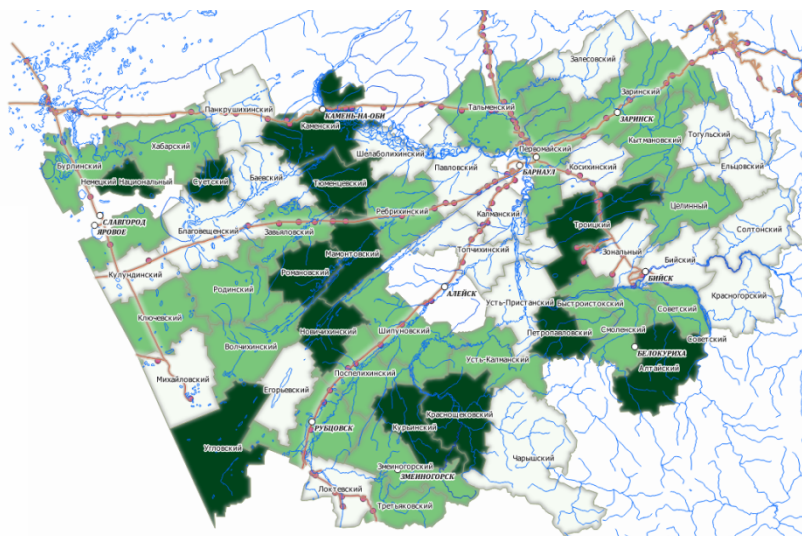


Рисунок – Экологическая карта Алтайского края

Была произведена классификация по построенной модели шести районов; ошибка классификации составила 33%.

Библиографический список

1. Бобылев С.Н., Минаков В.С., Соловьева С.В., Третьяков В.В. Эколого-экономический индекс регионов РФ. – М: WWF России, РИА Новости. – 2012. – 150 с.

НАШИ АВТОРЫ

Абрамова Анастасия Владимировна, аспирант, Алтайский государственный университет, e-mail: abramova.math@gmail.com.

Анисимов Даниил Сергеевич, Алтайский государственный университет, факультет математик и информационных технологий, аспирант, e-mail: anisimow.d@gmail.com.

Алейников Александр Сергеевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: aleksandr_xd@mail.ru.

Ахмерова Ирина Геннадьевна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра дифференциальных уравнений, e-mail: iakhmerova@mail.ru.

Аюпов Константин Евгеньевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: ayupov.93@bk.ru.

Бабкина Наталья Сергеевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: inf.asu@gmail.com.

Бабков Роман Ильич, Новосибирский государственный университет, студент, declow@mail.ru.

Боворова Мирослава, доктор наук, Университет Мартина-Лютера Халле-Виттенберг, Германия.

Банушкина Нина Анатольевна, технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, факультет математик и информационных технологий, доцент, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, e-mail: banushkina-na@mail.ru.

Беликова Марина Юрьевна, Горно-Алтайский государственный университет, физико-математический факультет, кафедра математики и информатики, старший преподаватель, e-mail: BeikovaMY@yandex.ru.

Беднарикова Зузана, доктор наук, Институт сельскохозяйственной экономики и информации, Прага, Чехия.

Богарова Елизавета Викторовна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: yadvig@yandex.ru

Богданова Рада Александровна, Горно-Алтайский государственный университет, физико-математический факультет, старший преподаватель, e-mail: bog-rada@yandex.ru.

Бойко Илья Юрьевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: boyan.94@mail.ru.

Боярская Алина Викторовна, Алтайский государственный университет, магистрант кафедры теоретической кибернетики и прикладной математики, bosya_241292@mail.ru.

Будкин Александр Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, Алтайский государственный университет, заведующий кафедрой алгебры и математической логики, e-mail: budkin@math.asu.ru.

Букасова Анастасия Константиновна, Алтайский государственный университет, студентка ФМи-ИТ, e-mail: nastushakb5@mail.ru.

Бунтовых Юлия Станиславовна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: buntovykh.yulia@mail.ru.

Вирц Рудольф Александрович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: virtsrudolf@gmail.com.

Волкова Татьяна Вадимовна, Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, кафедра компьютерной безопасности, студентка 5 курса, e-mail: Volkovatatyana@mail.ru.

Вуколов Денис Игоревич, Югорский государственный университет, институт систем управления и информационных технологий, студент, e-mail: denis_vukolov@mail.ru.

Гамова Алла Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент, Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского, кафедра компьютерной безопасности, доцент, e-mail: gamovaan@yandex.ru.

Гельфанд Елена Михайловна, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, кафедра высшей математики, доцент, e-mail: gelfand.el@gmail.com.

Герасименко Дмитрий Владимирович, Новосибирский государственный университет, студент, astronautr@gmail.com.

Гладченко Иван Андреевич, Алтайский государственный университет, факультет математик и информационных технологий, доцент, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, магистрант, e-mail: ivan_gladchenko@mail.ru

Глебова Алена Викторовна, Горно-Алтайский государственный университет, физико-математический факультет, ассистент, e-mail: glebova-alena-1991@yandex.ru.

Гончарова Ольга Николаевна, доктор физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра дифференциальных уравнений, профессор, e-mail: gon@math.asu.ru.

Гребенникова Анна Юрьевна, Алтайский государственный университет, аспирант кафедры ботаники, grebennikova.ann@mail.ru.

Гудкова Полина Дмитриевна, доцент, Алтайский государственный университет, e-mail: polina-shavrova@yandex.ru.

Дронов Сергей Вадимович, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра математического анализа, e-mail: dsv@math.asu.ru.

Дронов Вадим Сергеевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, кафедра математического анализа, старший преподаватель, e-mail: planeswalker@rambler.ru.

Досымова Маргарита Владимировна, Рубцовский институт (филиал) Алтайского государственного университета, кафедра математики и прикладной информатики, старший преподаватель, e-mail: metzler@rb.asu.ru.

Дуплинская Н.А., Алтайский государственный университет, студент, e-mail: nadezhda.bereckaya@yandex.ru.

Евдокимов Евгений Андреевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, кафедра математического анализа, магистрант, email: evgevd@list.ru.

Ефремов Игорь Александрович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: validcom94@mail.ru.

Ефремова Ольга Алексеевна, студент, Алтайский государственный университет, e-mail: 3669817@gmail.com.

Жилин Сергей Иванович, кандидат физико-математических наук, доцент, ООО «СиСорт» (г. Барнаул), инженер-математик; Алтайский государственный университет, кафедра информатики, доцент, e-mail: sergei@asu.ru.

Журавлева Вера Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, доцент, e-mail: vvzhuravleva@mail.ru.

Закурдаева Алла Витальевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: alla2300@bk.ru.

Злобина Мария Ивановна, Алтайский государственный университет, физико-технический факультет, магистрант, e-mail: marizlo.ftf@mail.ru.

Зырянова Юлия Сергеевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: yuliya_zyryanova.1995@mail.ru.

Ибрагимов Рашид Назим Оглы, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: defakto1990@gmail.ru.

Ильина Дарья Вячеславовна, Алтайский Государственный университет, факультет математики и информационных технологий, кафедра алгебры и математической логики, магистр, e-mail: ilina.darya.92@yandex.ru.

Казаев Владислав Викторович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: bjiagbka@gmail.com.

Казанцев Владислав Олегович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: maumore@yandex.ru.

Капустин Денис Александрович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: denkapustin@yandex.ru.

Кизбикенов Кажимурат Оспанович, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный педагогический университет, кафедра математического анализа и прикладной математики, e-mail: kizbikenov@mail.ru.

Клепиков Павел Николаевич, Алтайский государственный университет, магистрант кафедры математического анализа, e-mail: askingnetbarnaul@gmail.com.

Клепикова Светлана Владимировна, Алтайский государственный университет, магистрант кафедры математического анализа, e-mail: pastukhova.svetlana.1992@gmail.com.

Ковалевская Нэлли Михайловна, кандидат географических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории водных ресурсов и водопользования Института водных и экологических проблем СО РАН, e-mail: nelley777@gmail.com.

Колосов Юрий Михайлович, Югорский государственный университет (г. Ханты-Мансийск), Институт систем управления и информационных технологий, студент, e-mail: ranger15@mail.ru.

Кондратьева Ольга Александровна, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, кафедра высшей математики, аспирант, e-mail: olenka_kondrateva@mail.ru.

Корбут Татьяна Николаевна, Горно-Алтайский государственный университет, физико-математический факультет, аспирант, e-mail: geuman_tn@bk.ru.

Кошелев Константин Борисович, кандидат физико-математических наук, доцент, Институт водных и экологических проблем СО РАН, лаборатория гидрологии и геоинформатики, старший научный сотрудник, e-mail: koshelevkb@mail.ru.

Кравченко Галина Владимировна, кандидат педагогических наук, доцент; Алтайский государственный университет, кафедра дифференциальных уравнений, доцент, e-mail: kravchenko@math.asu.ru.

Кречетова Светлана Юрьевна, кандидат физико-математических наук, Горно-Алтайский государственный университет, физико-математический факультет, кафедра математики и информатики, заведующий, e-mail: KrechetovaS@yandex.ru.

Кривошеина Наталья Викторовна, магистр информатики, КГУ «Средняя школа №36» (г. Усть-Каменогорск, Казахстан), завуч, e-mail: krivosheina-n_68@mail.ru.

Кулаков Матвей Павлович, Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН (г. Биробиджан), младший научный сотрудник, e-mail: k_matvey@mail.ru.

Кузнецов Александр Евгеньевич, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, факультет информационных технологий, аспирант, e-mail: kuznetcov_ae@uni-altai.ru.

Кузнецова Анастасия Александровна, Алтайский государственный университет, факультет метеорологии и информационных технологий, e-mail: Kuznetsova.93@yandex.ru.

Кузнецов Никита Алексеевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: kuznetcov701@gmail.com.

Кузиков Сергей Семенович, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, кафедра дифференциальных уравнений, доцент e-mail: sskuzikov@mail.ru.

Кунгуров Иван Анатольевич, Алтайский государственный университет, магистрант ФМиИТ, e-mail: kungurov-666@mail.ru.

Курочкин Дмитрий Владимирович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: d.igel@mail.ru.

Куркина Мария Викторовна, кандидат физико-математических наук, доцент, Югорский государственный университет, кафедра высшей математики, доцент кафедры высшей математики, e-mail: mavi@inbox.ru.

Лазарев Александр Федорович, кандидат технических наук, доктор медицинских наук, профессор, заслуженный врач РФ, главный врач Алтайского краевого онкологического диспансера e-mail: aoc@ctmed.ru.

Лебедев Алексей Александрович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: lebedleha@mail.ru.

Левина Олеся Игоревна, Алтайский государственный университет, физико-технический факультет, магистрант, e-mail: loi_88@mail.ru.

Линевич Любовь Андреевна, Колледж Алтайского государственного университета, отделение экономики и информационных технологий, преподаватель первой категории, e-mail: linevich_la@mail.ru.

Лодейщикова Виктория Владимировна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, кафедра высшей математики, доцент, e-mail: lodeischikova@gmail.com.

Лушева Кристина Владимировна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: kristinasasa@mail.ru.

Маглеванный Илья Иванович, доктор физико-математических наук, Волгоградский государственный социально-педагогический университет, кафедра алгебры, геометрии и математического анализа, профессор, e-mail: kagi@fizmat.vspru.ru.

Макарова Наталья Александровна, кандидат технических наук, Алтайский государственный технический университет, кафедра «Наземные транспортно-технологические системы», ассистент, e-mail: nmakarova22@gmail.com.

Маничева Анастасия Станиславовна, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, доцент, e-mail: manichevaas@gmail.com.

Мартко Екатерина Олеговна, Алтайский государственный технический университет им. И.И.

Ползунова, кафедра «Электроснабжение промышленных предприятий», кандидат технических наук, e-mail: martnight@mail.ru.

Матюнин Евгений Васильевич, ООО «МЕМ», главный инженер, e-mail: matyuninev@gmail.com.

Мелешко Сергей Васильевич, Технический университет Суранари, Након-Ратчасима, Таиланд, профессор, д.ф.-м.н, e-mail: sergeymv@gmail.com.

Минина Ирина Сергеевна, студент, Алтайский государственный университет, e-mail: ira.minina2012@mail.ru.

Мисюра Владимир Александрович, Новосибирский государственный университет, механико-математический факультет, студент, e-mail: dreikron@gmail.com.

Мошкин Николай Павлович, Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия, доцент, д.ф.-м.н, e-mail: nikolay.moshkin@gmail.com.

Неверова Галина Петровна, кандидат физико-математических наук, Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, старший научный сотрудник (г. Владивосток), e-mail: galina.nev@gmail.com.

Немчикова Кристина Алексеевна, магистрант факультета математики и информационных технологий АлтГУ, e-mail: knemchikova@mail.ru.

Неупокоева Карина Геннадьевна, студент, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, e-mail: k-neupokoeva@mail.ru.

Никеев Сергей Сергеевич, Алтайский государственный университет, ФМИИТ, магистрант первого года, e-mail: nikeev.414@gmail.com.

Овчарова Наталья Владимировна, кандидат биологических наук, старший преподаватель кафедры ботаники, Алтайский государственный университет, e-mail: ovcharova_n_w@mail.ru.

Оглеzneв Дмитрий Иванович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: ogleznev_96@mail.ru.

Оскорбин Дмитрий Николаевич, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, кафедра математического анализа, старший преподаватель, e-mail: oskorbin@yandex.ru.

Оскорбин Николай Михайлович, доктор технических наук, профессор, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, профессор, e-mail: osk46@mail.ru.

Павлова Наталья Валерьевна, кандидат технических наук, доцент, Бийский технологический институт (филиал) Алтайского государственного технического университета им. И.И. Ползунова, кафедра информатики и вычислительной математики, доцент, e-mail: pnval@mail.ru.

Папин Александр Алексеевич, доктор физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра дифференциальных уравнений, заведующий, e-mail: sasha.papin@mail.ru.

Перельгин Антон Александрович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: aqellez@gmail.com.

Пестова Анжелика Владимировна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студентка.

Петрова Анна Георгиевна, доктор физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, декан, e-mail: e-mail: annapetrova07@mail.ru

Пиянзин Алексей Илларионович, кандидат медицинских наук, доцент, Алтайский государственный медицинский университет, факультет педиатрический, кафедра гистологии, эмбриологии, доцент, e-mail: bio7777777@mail.ru.

Плотникова Елена Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики Новосибирского государственного технического университета, e-mail: pselena@gmail.com.

Пляскина Нина Ильинична, доктор экономических наук, доцент, Институт экономики и организации промышленного производства Сибирского отделения Российской академии наук, ведущий научный сотрудник, Новосибирск, Новосибирский Национальный исследовательский государственный университет (НГУ), профессор, e-mail: pliaskina@hotmail.com.

Половикова Ольга Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра информатики, доцент, e-mail: pop@asu.ru.

Понькина Елена Владимировна, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, доцент, e-mail:

ponkinaelena77@mail.ru.

Пономарев Игорь Викторович, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, кафедра математического анализа, доцент, e-mail: igorpon@mail.ru.

Попов Кирилл Павлович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: k237p@ua.ru.

Пронь Сергей Петрович, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, доцент, e-mail: pspron@mail.ru.

Пухначев Владислав Васильевич, Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия, член корреспондент РАН, профессор, e-mail: pukhnachev@gmail.com.

Пушнограй Григорий Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, Алтайский государственный педагогический университет, кафедра математического анализа и прикладной математики, заведующий, e-mail: pyshnograi@mail.ru.

Родионов Евгений Дмитриевич, доктор физико-математических наук, профессор, Алтайский государственный университет, профессор кафедры математического анализа, e-mail: edr2002@mail.ru.

Родионов Иван Михайлович, магистр физики, КГУ «Комплекс Предгорненская средняя школа-детский сад» (с. Предгорное), учитель 2 категории, Казахстан, e-mail: imrodionov@yandex.kz.

Родионова Людмила Васильевна, кандидат социологических наук, ведущий научный сотрудник, Алтайский государственный университет, лаборатория «Центр социально-экономических исследований и региональной политики», ведущий научный сотрудник лаборатории «Центр социально-экономических исследований и региональной политики», e-mail: lvr1954@mail.ru.

Рязанов Михаил Анатольевич, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, доцент кафедры информатики, e-mail: ryazanovma@gmail.com.

Саженов Александр Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, заведующий кафедрой математического анализа, e-mail: san@math.asu.ru.

Саженова Елена Владимировна, старший преподаватель кафедры высшей математики Новосибирского государственного университета экономики и управления, e-mail: sazhenkovs@yandex.ru.

Саженова Татьяна Владимировна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент кафедры математического анализа, e-mail: sazhenkov_an@mail.ru.

Семенов Сергей Петрович, кандидат физико-математических наук, доцент, Югорский государственный университет, кафедра компьютерного моделирования и информационных технологий, заведующий, e-mail: ssp@ugrasu.ru.

Семилет Татьяна Вячеславовна, Алтайский государственный университет, студентка, e-mail: semilet_tatyana@mail.ru.

Сергиенко Юлия Александровна, Алтайский государственный университет, факультет психологии и педагогики, студентка магистратуры, e-mail: pilulu@mail.ru.

Сибин Антон Николаевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: sibir_anton@mail.ru.

Сибин Нелли Николаевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: sibir-777@mail.ru.

Сидун Дарья Юрьевна, студентка кафедры теоретической кибернетики и прикладной математики Алтайского государственного университета, d.SIDun@mail.ru.

Силантьева Марина Михайловна, доктор биологических наук, декан, заведующий кафедрой ботаники биологического факультета Алтайского государственного университета, e-mail: msilan@mail.ru.

Славский Виктор Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент, Югорский государственный университет, кафедры высшей математики, профессор, e-mail: v_slavskiy@ugrasu.ru.

Смирнов Виталий Васильевич, кандидат технических наук, доцент, Бийский технологический институт (филиал) Алтайского государственного технического университета им. И.И. Ползунова, кафедра металлорежущих станков и инструмента, доцент, e-mail: v2s0@yandex.ru.

Смолина Галина Спиридоновна, Восточно-Казахстанский государственный университет им. С. Аманжолова (г. Усть-Каменогорск), кафедра физики и технологий, старший преподаватель, e-mail: galinka_smolina@inbox.ru.

Смолякова Лариса Ленгардовна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, старший преподаватель кафедры информатики, e-mail: knaus.larisa@gmail.com.

Смоляр Владимир Алексеевич, доктор физико-математических наук, Волгоградский государственный технический университет, кафедра физики, профессор, e-mail: smolar.v@mail.ru.

Соколова Софья Николаевна, Алтайский государственный педагогический университет, магистрант, e-mail: ssn@asu.ru.

Стародубцев Константин Петрович, Алтайский государственный университет, физико-технический факультет, магистрант, e-mail: constantine_star@mail.com.

Сысоева Татьяна Геннадьевна, студентка, Алтайский государственный университет, e-mail: sysoevatanya1995@gmail.com.

Ташкин Артем Олегович, Югорский государственный университет (г. Ханты-Мансийск), Институт систем управления и информационных технологий, научный сотрудник, e-mail: apozer_sky@mail.ru.

Терехова Юлия Олеговна, Алтайский государственный университет, студент, e-mail: terekhova.iulya@yandex.ru.

Терновой Олег Степанович, Алтайский государственный университет, начальник отдела поддержки компьютерных классов управления информатизации, e-mail: oleg1251@mail.ru.

Токарева Маргарита Андреевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, старший преподаватель кафедры дифференциальных уравнений, e-mail: tma25@mail.ru.

Толстомятов Станислав Евгеньевич, магистрант, Алтайский государственный университет, e-mail: st.tolstopyatov@gmail.com.

Толстых Михаил Юрьевич, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, факультет информационных технологий, аспирант, e-mail: mister.tolstykh.m@mail.ru.

Топаж Александр Григорьевич, доктор технических наук, Агрофизический научно-исследовательский институт, г. Санкт-Петербург; заведующий лабораторией математического моделирования агроэкосистем, e-mail: alex.topaj@gmail.com

Трегубова Юлия Борисовна, Алтайский государственный технический университет, факультет информационных технологий, кафедра прикладной математики, старший преподаватель, e-mail: jtrezubova@gmail.com.

Тушкина Татьяна Михайловна, кандидат физико-математических наук, доцент, Бийский технологический институт (филиал) Алтайского государственного технического университета им. И.И. Ползунова, кафедра высшей математики и математической физики, доцент, e-mail: tanyamt@mail.ru.

Тымко Светлана Михайловна, магистрант кафедры ботаники Алтайского государственного университета, e-mail: smtymko@mail.ru.

Тякунов Александр Сергеевич, Югорский государственный университет (г. Ханты-Мансийск), Институт систем управления и информационных технологий, аспирант, e-mail: atyakunov@mail.com.

Устюжанова Алла Владимировна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент кафедры дифференциальных уравнений, e-mail: ustyuzhanova.pgs@math.asu.ru

Филатова Ольга Владимировна, доктор биологических наук, профессор кафедры зоологии и физиологии Алтайского государственного университета, ol-fil@mail.ru.

Фрисман Ефим Яковлевич, доктор биологических наук, профессор, член-корреспондент РАН, Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН (г. Биробиджан), директор, e-mail: frisman@mail.ru.

Хворова Любовь Анатольевна, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, заведующий кафедрой теоретической кибернетики и прикладной математики, e-mail: hla@math.asu.ru.

Черевать Дарья Владимировна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант.

Черпакова Надежда Анатольевна, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, кафедра высшей математики, аспирант, e-mail: nadja-cherpakova@mail.ru.

Черевать Дарья Владимировна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант.

Чернышева Дарья Анатольевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: darrri2014@mail.ru.

Чешкова Мира Артемьевна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, профессор кафедры математического анализа, e-mail: sma@math.asu.ru, cheshkov@ab.ru.

Шабанов Артём Андреевич, Новосибирский государственный университет, механико-математический факультет, студент, e-mail: aashabanov758@gmail.com.

Шугуров Антон Рамильевич, Югорский государственный университет, институт систем управления и информационных технологий, магистрант, e-mail: antosha_55-86@mail.ru.

Шаповал Андрей Иванович, кандидат биологических наук, директор Российско-американского противоракового центра, e-mail: andreichapoval@gmail.com.

Шарый Сергей Петрович, доктор физико-математических наук, Институт вычислительных технологий СО РАН, ведущий научный сотрудник; электронный адрес: shary@ict.nsc.ru.

Шахова Светлана Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент кафедры алгебры и математической логики, e-mail: sashakhova@gmail.com.

Шаповал Андрей Иванович, кандидат биологических наук, Российско-американский противораковый центр, директор, e-mail: andreichapoval@gmail.com.

Шаповалова Оксана Васильевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: _roksana_94@mail.ru.

Шевчук Евгения Петровна, магистр-инженер, Восточно-Казахстанский государственный университет им. С. Аманжолова (г. Усть-Каменогорск), кафедра физики и технологий, старший преподаватель, e-mail: evgeniya-shevchu@mail.ru.

Шепелев Сергей Анатольевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: Shepelev-93@mail.ru.

Шишмарев Константин Александрович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: shishmarev.k@mail.ru.

Юст Елена Сергеевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: esyust@gmail.com.

Янцен Владимир Валентинович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: janzen91@mail.ru

Содержание

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
Секция 1. АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА.....	5
<i>Будкин А.И.</i> О доминионах нильпотентных групп	5
<i>Ильина Д.В.</i> 2-квазимногообразия нильпотентных групп экспоненты 3	6
<i>Лебедев А.А.</i> Квазимногообразия 2-ступенно нильпотентных групп аксиоматического ранга не выше четырех	7
<i>Лодейщикова В.В.</i> О классе Леви, порожденном почти абелевым квазимногообразием нильпотентных групп.....	8
<i>Шахова С.А.</i> Об аксиоматическом ранге класса Леви, порождённого квазимногообразием \mathfrak{qHps}	10
Секция 2. ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ	12
<i>Богданова Р.А.</i> Двухточечный инвариант группы движений симплициальной плоскости.	12
<i>Бойко И.Ю., Дронов С.В.</i> Критические точки распределения ледж-коэффициента.....	13
<i>Евдокимов Е.А.</i> Post-hoc оценка силы кластерной связи	15
<i>Кизбикенов К.О.</i> Замкнутая кривая данной длины, выпуклая оболочка которой имеет наибольший объем	17
<i>Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н.</i> О конформно плоских алгебраических солитонах Риччи на метрических группах Ли.....	18
<i>Клепикова С.В., Пономарев И.В., Хромова О.П.</i> Об операторе секционной кривизны на трехмерных метрических группах Ли	20
<i>Kurkina M.V., Rodionov E.D., Slavsky V.V.</i> Conformally flat splines	22
<i>Никеев С.С., Дронов С.В.</i> Иерархическая оцифровка в задачах однородности.....	24
<i>Оглезнев Д.И., Пономарев И.В.</i> Методы изображения геометрических фигур	25
<i>Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д., Эрнст И.В.</i> О солитонах Риччи на трёхмерных и четырёхмерных многообразиях Уокера.....	27
<i>Rodionov E.D.</i> Some problems in the theory of homogeneous spaces.....	30
<i>Родионов Е.Д., Славский В.В., Куркина М.В.</i> Двойственность для конформно-плоских метрик неотрицательной кривизны.....	32
<i>Гончарова А.В., Саженкова Т.В.</i> Применение штрафных функций в решении экстремальных задач с ограничениями	33
<i>Шепелев С.А., Дронов С.В.</i> Диапазон значений коэффициента бинарной согласованности.....	35
<i>Чешкова М.А.</i> К геометрии листа мебиуса	36
<i>Чешкова М.А.</i> Обмотка тора и модель проективной плоскости.....	38
Секция 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ.....	41
<i>Алейников А.С., Петрова А.Г.</i> Автомодельное решение задачи о движении фронта вечной мерзлоты.....	41
<i>Ахмерова И.Г.</i> Точное автомодельное решение задачи о влагопереносе в деформируемом грунте.....	45
<i>Бунтовых Ю.С., Закурдаева А.В., Лушева К.В., О.Н. Гончарова</i> Численное моделирование течений жидкости со свободной границей и динамическим контактном углом.....	48
<i>Гельфанд Е.М., Кондратьева О.А., Черпакова Н.А.</i> К вопросу оценки числа релаксационных процессов при моделировании соотношений линейной вязкоупругости текучих полимерных сред.....	50
<i>Закурдаева А.В., Гончарова О.Н.</i> Исследование конвективных течений в сферическом слое жидкости при ступенчатом нагреве внешней среды	52
<i>Зырянова Ю.С., Папин А.А.</i> Двухфазная фильтрация в пороупругой среде.....	54
<i>Кузиков С.С.</i> К методам численного расчета течений стратифицированной жидкости.....	56

<i>Мелешко С.В., Мошкин Н.П., Пухначев В.В.</i> Плоско-параллельное течение вязкоупругой жидкости Максвелла около критической точки	59
<i>Папин А.А., Сибин Н.Н.</i> Математическая модель внутренней эрозии	62
<i>Папин А.А., Юст Е.С.</i> Математические модели динамики снежного покрова	66
<i>Петрова А.Г., Пестова А.В.</i> О характеристиках системы уравнений движения несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла	70
<i>Сибин А.Н.</i> Математическая модель поршневого вытеснения жидкости в упругой пористой среде	72
<i>Токарева М.А., Вириц Р.А.</i> Аналитическое и численное исследование задачи фильтрации в пороупругой среде	75
<i>Толстых М.Ю.</i> Моделирование 3d течения полимерного расплава в сходящемся канале с прямоугольным сечением	80
<i>Устюжанова А.В.</i> Численное исследование задачи о напряженно-деформированном состоянии упругой области с двумя круговыми отверстиями	82
<i>Черпакова Н.А., Кондратьева О.А.</i> Нахождение параметров реологической модели по результатам измерений соотношений нелинейной вязкоупругости	84
<i>Шшимарев К.А.</i> Математическое моделирование гидроупругой реакции ледовой пластины	86
<i>Янцен В.В.</i> Моделирование протаивания в процессе дождевания	89
Секция 4. ИНФОРМАЦИОННЫЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ	92
<i>Анисимов Д.С., Рязанов М.А., Шаповал А.И.</i> Применение метода проекции на латентные структуры в задачах классификации на примере данных пептидных микрочипов	92
<i>Волкова Т.В., Гамова А.Н.</i> Помехоустойчивое кодирование как метод обеспечения высокого уровня надежности передачи дискретной информации	93
<i>Гамова А.Н.</i> Сложность в криптографических системах	95
<i>Дронов В.С., Кузнецов Н.А.</i> О точных решениях линейных уравнений в комплексных круговых интервалах	97
<i>Злобина М.И.</i> Автоматизация процессов инвентаризации	99
<i>Казанцев В.О.</i> Разработка программного адаптера для системы поливариантного анализа динамических моделей производственного процесса культурных растений	101
<i>Капустин Д.А.</i> Распознавание видов зерен по их изображениям	102
<i>Мисюра В.А., Шабанов А.А.</i> О некоторых рандомизированных алгоритмах для глобальной оптимизации функций	103
<i>Половикова О.Н.</i> Применимость Акторного Пролога для SemanticWeb	105
<i>Понькина Е.В., Пиянзин А.И.</i> Информационные технологии в оценке и контроле физического развития детей и подростков	106
<i>Смоляр В.А., Маглеванный И.И., Жилин С.И.</i> Интервальный подход к построению полуэмпирической формулы для средней энергии возбуждения вещества	107
<i>Соколова С.Н., Терновой О.С.</i> Выявление группы риска несовершеннолетних для профилактики правонарушений с использованием информационно-рейтинговой системы LevelPride	110
<i>Стародубцев К.П.</i> Разработка информационно-аналитической системы скрининга тромбогенного риска	110
<i>Тушкина Т.М., Павлова Н.В.</i> Генерация лабиринта с заданными позициями входа и выходов	112
<i>Шарый С.П.</i> Сильная согласованность в задачах восстановления зависимостей по данным с интервальной неопределённостью	113
<i>Шугуров А.Р., Семенов С.П., Славский В.В., Вуколов Д.И.</i> Система трехмерного представления объектов социальной инфраструктуры	115
Секция 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ, ЭКОНОМИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ	118

<i>Бабкина Н.С., Ибрагимов Р.Н.О.</i> Валовой региональный продукт Алтайского края. Прогнозирование динамики	118
<i>Бабкина Н.С.</i> Оценка достоверности математической модели прогноза востребованности выпускников высшего профессионального образования в Алтайском крае	119
<i>Бабков Р.И., Герасименко Д.В.</i> Интервальная оценка пожарного риска пролива легковоспламеняющихся жидкостей	119
<i>Банушкина Н.А., Гладченко И.А.</i> Принятие управленческих решений врачом медицины катастроф при транспортировке новорожденных	120
<i>Богарова Е.В., Пронь С.П.</i> Имитационное моделирование финансовых потоков фонда капитального ремонта МКД с использованием данных по Алтайскому краю на 2014–2043 гг. в среде AnyLogic	123
<i>Досымова М.В., Оскорбин Н.М.</i> Линейная математическая модель обучения с учетом междисциплинарных связей	128
<i>Журавлева В.В., Аюпов К.Е.</i> О критериях оценки качества кластеризации	130
<i>Кузнецов А.Е.</i> Исследование течения расплава полимера в канале с внезапным сужением	131
<i>Кузнецова А.А., Понькина Е.В., Беднарикова З., Боварова М.</i> Исследование факторов миграции сельской молодежи на основе байесовских сетей доверия	133
<i>Левина О.И.</i> Создание интеллектуальной модели прогнозирования котировок акций на фондовом рынке	137
<i>Макарова Н.А., Пышнограй Г.В., Кошелев К.Б.</i> Моделирование течения полимерных расплавов в щелевых каналах	139
<i>Мартко Е.О.</i> К вопросу прогнозирования эксплуатационной надёжности электродвигателей в АПК с использованием вероятностной модели их состояния	141
<i>Матюнин Е.В., Оскорбин Н.М.</i> Асимметрия информированности в иерархических системах	143
<i>Пляскина Н.И.</i> Инструментарий формирования инвестиционной программы ресурсного мегапроекта	148
<i>Пономарев И.В.</i> Нечеткое моделирование рынка труда Алтайского края	150
<i>Пономарев И.В., Родионов Е.Д., Родионова Л.В.</i> Моделирование социально-трудовых процессов в регионе	152
<i>Попов К.П., Пронь С.П.</i> Исследование структуры данных в информационной системе управления программой капитального ремонта МКД	154
<i>Понькина Е.В., Курочкин Д.В.</i> Сравнительный анализ эффективности производства продукции растениеводства в условиях сухой степи и лесостепи Алтайского края	156
<i>Семенов С.П., Колосов Ю.М.</i> Моделирование потоков зрителей на биатлонном стадионе	158
<i>Смирнов В.В.</i> Математическое моделирование в профессиональной деятельности инженера-машиностроителя	161
<i>Смолякова Л.Л.</i> Модельный пример успешности обучения в вузе	163
<i>Трегубова Ю.Б.</i> Математическое моделирование динамики разветвленной макромолекулы	165
<i>Тякунов А.С., Славский В.В., Ташкин А.О.</i> Использование среды Wolfram Mathematica при разработке социально-ориентированных геоинформационных систем	167
Секция 6. ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ	170
<i>Кравченко Г.В.</i> Подготовка школьников к ОГЭ по математике с использованием информационных технологий	170
<i>Линевич Л.А.</i> Организация учебного процесса с помощью электронной обучающей среды Moodle	171
<i>Плотникова Е.А., Саженкова Е.В.</i> О синтезе аналитических и информационно-технологических методов в обучении математике на гуманитарных специальностях	173

<i>Родионов И.М., Шевчук Е.П.</i> Решение задач по физике при помощи компьютерных технологий.....	174
<i>Саженок А.Н., Саженкова Т.В.</i> О некоторых содержательных аспектах воспитания математической культуры у учащихся и студентов	178
<i>Сергиенко Ю.А.</i> Статистические методы в исследованиях формирования компьютерной грамотности студентов колледжа.....	180
<i>Чернышева Д.А., Кравченко Г.В.</i> Разработка электронного курса по изучению возможностей среды GeoGebra в системе дистанционного обучения Moodle.....	182
<i>Шапалова О.В., Кравченко Г.В.</i> Применение средств моделирования бизнес-процессов в обучении студентов экономическим дисциплинам.....	184
<i>Шевчук Е.П., Смолина Г.С., Кривошеина Н.В.</i> Эффективность использования компьютерных информационных технологий при обучении физике.....	186
Часть II. Материалы молодежной прикладной IT школы. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЭКОЛОГИИ, АГРОЭКОЛОГИИ И ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИИ...	190
<i>Абрамова А.В., Толстопятов С.Е., Тонаж А.Г.</i> Качественные и имитационные модели как обоснование разностных уравнений популяционной динамики.....	190
<i>Боярская А.В.</i> Восстановление температуры на поверхности почвы	193
<i>Букасова А.К., Кунгуров И.А.</i> Разработка программного приложения идентификации параметров модели AGROTOOL.....	196
<i>Дуплинская Н.А., Гудкова П.Д.</i> Использование геоинформационных систем с целью выявления интродукционного потенциала видов.....	199
<i>Ефремов И.А.</i> Разработка архитектуры комплекса моделирования темпов разрушения берегов водохранилищ.....	201
<i>Ефремова О.А.</i> Разработка программного модуля радиационного режима атмосферы в среде AnyLogic.....	203
<i>Журавлева В.В., Казазаев В.В.</i> Проблемы моделирования фотосинтеза: анализ лимитирующих факторов и моделей.....	206
<i>Корбут Т.Н., Глебова А.В.</i> Динамико-стохастическое моделирование поверхностного стока.....	208
<i>Кречетова С.Ю., Беликова М.Ю., Перелыгин А.А., Глебова А.В.</i> К вопросу о выборе параметров алгоритма DBSCAN при кластеризации данных о грозовой активности.....	208
<i>Лазарев А.Ф., Рязанов М.А., Хрулёв К.А., Шаповал А.И.</i> Разработка web-сервиса для диагностики рака молочной железы с помощью Microsoft Azure Machine Learning	209
<i>Минина И.С., Овчарова Н.В.</i> Применение спутниковых данных для картирования растительного покрова Третьяковского района (Алтайский край).....	211
<i>Немчинова К.А.</i> Теоретические и прикладные аспекты анализа динамических моделей продуктивности агроэкосистем на чувствительность	213
<i>Неупокоева К.Г.</i> Имитационная модель симбиотической азотфиксации в среде AnyLogic	217
<i>Семилет Т.В., Силантьева М.М., Гребенникова А.Ю.</i> Влияние ЭДТА и тяжелых металлов на фотосинтетическую активность культурных растений	219
<i>Сидун Д.Ю., Филатова О.В., Хворова Л.А.</i> Разработка программного модуля для расчета величины основного обмена.....	222
<i>Сысоева Т.Г., Ковалевская Н.М., Хворова Л.А.</i> Анализ состояния растительности, как показателя изменения климата, на основе индекса NDVI и спутниковых данных.....	224
<i>Терехова Ю.О.</i> Разработка программного модуля для расчета характеристик теплового режима почв	227
<i>Тымко С.М., Силантьева М.М.</i> Изменение концентрации пигментов в листьях березы повислой, как показателя условий произрастания г. Барнаула.....	229
<i>Фрисман Е.Я., Кулаков М.П., Неверова Г.П.</i> Мультирежимность моделей популяционной динамики	231

<i>Череватъ Д.В., Маничева А.С. Элементы экологической карты Алтайского края</i>	<i>234</i>
НАШИ АВТОРЫ	236

**МАК : «Математики – Алтайскому краю»:
сборник трудов
всероссийской конференции
по математике
(часть I)**

**Материалы молодежной прикладной
IT школы «Математическое моделирование
в экологии, агроэкологии и природопользовании»
(часть II)**

Научное издание

**Оригинал-макет подготовлен
С.С. Максимовой**

Публикуется в авторской редакции

Подписано в печать 22.06.2016. Формат 60×
84/16

Печать – цифровая. Усл.п.л. 25,06
Тираж 200 экз. Заказ 2016 - __

Отпечатано в типографии АлтГТУ,
656038, г. Барнаул, пр-т Ленина, 46,
тел. (8-3852) 29–09–48

Лицензия на полиграфическую деятельность
ПЛД №28-35 от 15.07.97 г.