



**СБОРНИК ТРУДОВ ВСЕРОССИЙСКОЙ
КОНФЕРЕНЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ**

**Материалы молодежной прикладной
IT школы «Математические методы
и модели в экологии»**

Барнаул, 2017

АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ВОДНЫХ И ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ СО РАН
АГРОФИЗИЧЕСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНСТИТУТ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛИЗА РЕГИОНАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ
ДВО РАН



Часть I
СБОРНИК ТРУДОВ ВСЕРОССИЙСКОЙ
КОНФЕРЕНЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ

Алгебра и математическая логика
Геометрия и анализ
Дифференциальные уравнения
и математические модели
Информационные и вычислительные технологии
Математическое моделирование производственных, экономических и
социальных систем
Теория и методика профессионального образования

Часть II
Материалы молодежной прикладной
IT школы «Математические методы и модели в экологии»
Барнаул, 29 июня – 1 июля 2016г



Барнаул

Издательство
Алтайского государственного
университета
2017

ББК 22.1я431
М 150

Главный редактор
профессор Н.М. Оскорбин

Редколлегия:

А.И. Будкин, А.В. Жариков, Г.В. Кравченко, А.Г. Петрова,
Е.Д. Родионов, А.Н. Саженов, Л.А. Хворова

М 150 МАК : «Математики – Алтайскому краю» : сборник трудов всероссийской конференции по математике.
– Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2017. – 361 с.

Выпуск содержит статьи, в которых представлены основные результаты научных исследований преподавателей вузов, научных сотрудников, аспирантов, докторантов и студентов учебных заведений.

Сборник подготовлен на основе материалов, представленных на секциях: «Алгебра и математическая логика», «Геометрия и анализ», «Дифференциальные уравнения и математические модели», «Информационные и вычислительные технологии», «Математическое моделирование производственных, экономических и социальных систем», «Теория и методика профессионального образования» девятнадцатой всероссийской конференции по математике «МАК–2017» и VI Молодежной прикладной IT школы «Математические методы и модели в экологии». Тексты воспроизводятся с представленного авторами компьютерного набора.

ISSN: 2500-3453

© Алтайский государственный университет, 2017

ПРЕДИСЛОВИЕ

Всероссийская научная конференция «Математики – Алтайскому краю» проводится ежегодно с 1998 года на базе факультета математики и информационных технологий (ФМиИТ) Алтайского государственного университета.

Основные цели конференции – анализ и обобщение опыта научно-исследовательской работы в области перспективных и приоритетных направлений развития математики, прикладной математики, математической биологии и экологии, сельского хозяйства, математического моделирования и информационных технологий в социальных, экономических, экологических системах; интенсификация междисциплинарных исследований, повышение уровня информационного обмена; развитие научной активности научно-ориентированной молодежи, привлечение ее к решению актуальных задач современной науки и практики через обучение современным методам исследования; сохранение и развитие научного потенциала Алтайского края и других регионов.

В рамках конференции сложилась политематическая структура научных исследований, охватывающая многие направления современной фундаментальной и прикладной науки, отражающая специфику ФМиИТ и университета в целом, как ведущих научных центров и центров классического университетского образования в регионе. Конференция «Математики – Алтайскому краю» выступает в качестве площадки для обсуждений новых научных направлений, апробации научных гипотез, является школой для молодых ученых, способствует привлечению талантливой молодежи к решению актуальных задач инновационного развития Алтайского края и Южно-Сибирского региона, подготовке высококвалифицированных кадров для Алтайского края.

На конференции ежегодно обсуждаются новые результаты в области математики, математического моделирования, теории и практики разработки информационных систем и технологий, теории и методики профессионального образования и их практическое применение к решению проблем Алтайского края в сфере науки, образования, экологии, агроэкологии и природопользования.

Формат проведения всероссийской конференции «Математики – Алтайскому краю» – открытые лекционные доклады, семинарские занятия с докладами ведущих ученых, творческие дискуссии по современным проблемам математики: алгебры, геометрии, дифференциальных уравнений, математического моделирования и информационных технологий.

Результаты исследований, представленных на конференции, имеют теоретическое и прикладное значение и могут быть использованы широким кругом специалистов для дальнейшего развития алгебры, геометрии, теории дифференциальных уравнений, математического моделирования объектов науки и техники.

К участию в работе всероссийской конференции «Математики – Алтайскому краю (МАК-2017)» приглашаются и зарубежные ученые научных центров, молодые ученые и преподаватели университетов республики Казахстан (Восточно-Казахстанский государственный университет им. С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск), Германии (Центр моделирования агроландшафтов ZALF (Мюнхеберг), Литвы (Клайпедский университет), США (Национальный центр здоровья (Бетсда)).

К участию в работе конференции приглашены представители научных направлений и научных центров, сотрудники и преподаватели ведущих вузов России и институтов РАН: республики Алтай (Горно-Алтайский государственный университет), Башкортостан (Башкирский государственный аграрный университет, Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфимский государственный университет экономики и сервиса), Хакасии (Хакаский государственный университет им. Н.Ф. Катанова), а также Красноярского края (Сибирский государственный технологический университет, Сибирский федеральный университет), Пермского края (Пермский национальный исследовательский университет, Федеральный научный центр медико-профилактических технологий управления рисками здоровью населения), Еврейской автономной области (Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН), Калининградской области (Балтийский федеральный университет им. И. Канта, НИИ прикладной информатики и математической геофизики, Калининградский государственный технический университет), Омская область (Омский государственный университет), Приморского края (Приморская государственная сельскохозяйственная академия, Институт земледелия и природообустройства), Саратовская область (Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского), Забайкальский край (Забайкальский государственный университет), Ханты-Мансийский автономный округ (Нижневартовский государственный университет, Югорский государственный университет), Томская область (Томский государственный университет), Челябинская область (Южно-Уральский государственный аграрный университет), Брянская область (Брянский государственный технический университет), Новосибирская область (Новосибирский государствен-

ный университет, Новосибирский государственный технический университет, Новосибирский государственный университет экономики и управления, Институт вычислительных технологий СО РАН), Кемеровская область.

Состав конференции постоянно пополняется за счет студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых высших учебных заведений.

К достижениям конференции, как научного сообщества, можно отнести тот факт, что за эти годы более 80 ее участников стали кандидатами наук. 23 кандидата успешно защитили докторские диссертации. Большинство докторских и кандидатских диссертаций защищено в Алтайском государственном университете и вузах Алтайского края.

В рамках конференции «Математики – Алтайскому краю» родились и успешно реализуются совместные (межрегиональные) проекты и разработки в естественно-научных и научно-технических областях по Приоритетным направлениям развития науки, технологий в РФ, которые, безусловно, оказывают позитивное влияние на укрепление и развитие российской школы молодых ученых.

Участники конференции «Математики – Алтайскому краю» обладают высоким научным и инновационным потенциалом, значимыми научными разработками фундаментального и прикладного характера. Результаты деятельности многих из них получили признание в России и за рубежом.

Оргкомитет конференции МАК желает всем участникам яркой жизни в науке, творческих успехов и приглашает к сотрудничеству вузы Алтайского края и других регионов.

Секция 1. АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

УДК 510.643

Линейные транзитивные логики знания и времени, унификация и проективные формулы

С.И. Башмаков¹, А.В. Кошелева¹, В.В. Рыбаков²

¹*Сибирский федеральный университет, г. Красноярск;*

²*Manchester Metropolitan University, Manchester, UK*

В наше время исследования унификации формул в нестандартных логиках занимают одну из лидирующих позиций [1]. Столь же активное развитие в последние годы получает и изучение агентных отношений, прежде всего в областях, связанных с Computer Science и AI [2]. В своих работах мы объединяем проблематику этих современных направлений.

Формулируя унификационную проблему как возможность формулы стать теоремой в логике, после замены переменных, и основываясь на технике, предложенной в [3], в [4, 5] нами найдены критерии для определения неунифицируемой формулы и предложен базис пассивных правил для линейных логик знания и времени LTK (над множеством натуральных чисел) и LFPK (над множеством целых чисел).

В [6] S. Ghilardi предложил новый взгляд на проблему унификации, через проективные формулы. Используя подход из [7], нам удалось доказать, что любая унифицируемая формула является проективной сразу в трех версиях логики LFPK с различными наборами операторов: LFPK, $LFPK_{\text{Until}^+}$ и $LFPK_{\text{Until}^+, \text{Next}, \text{Until}^-, \text{Previous}}$ [8]. Для этих логик нами предложен алгоритм построения наиболее общего унификатора (mgu) для любой унифицируемой формулы.

Исследование выполнено при поддержке краевого государственного автономного учреждения «Красноярский краевой фонд поддержки научной и научно-технической деятельности» в рамках участия в мероприятии «XX Всероссийская научно-практическая конференция "Математики – Алтайскому краю (МАК-2017)"».

Библиографический список

1. Baader F., Ghilardi S. Unification in modal and description logics // Logic J. IGPL. – 2011. – V. 19. – P. 705–730.

2. Håkansson A., Hartung R.L., Nguyen N.T., editors. Agent and Multi-agent Technology for Internet and Enterprise Systems // Studies in Computational Intelligence. – 2010. – V. 289.

3. Rybakov V.V., Terziler M., Gencer C. An essay on unification and inference rules for modal logics // Bulletin of the Section of Logic. – 1999. – V. 28, №3. – P. 145–157.

4. Bashmakov S.I. Unification and inference rules in the multi-modal logic of knowledge and linear time LTK // J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys. – 2016. – V. 9, №2. – P. 149–157.

5. Bashmakov S.I., Kosheleva A.V., Rybakov V. Non-unifiability in linear temporal logic of knowledge with multi-agent relations // Sib. Elect. Math. Reports. – 2016. – V. 13. – P. 656–663.

6. Ghilardi S. Unification Through Projectivity // J. of Logic and Computation. – 1997. – V. 7, №6. – P. 733–752.

7. Rybakov V.V. Projective formulas and unification in linear temporal logic LTLU // Logic J. IGPL. – 2014. – V. 22, №4. – P. 665–672.

8. Bashmakov S.I., Kosheleva A.V., Rybakov V. Projective formulas and unification in linear discrete temporal multi-agent logics // Sib. Elect. Math. Reports. – 2016. – V.13. – P. 923–929.

УДК 512.545

О решетке многообразий m -групп

Н.В. Баянова

АлтГУ, г. Барнаул

Напомним [1], что m -группой называется алгебраическая система G сигнатуры $m = \langle \cdot, e, {}^{-1}, \vee, \wedge, * \rangle$, где $\langle G, \cdot, e, {}^{-1}, \vee, \wedge \rangle$ является решеточно упорядоченной группой (ℓ -группой) и одноместная операция $*$ – автоморфизм второго порядка группы $\langle G, \cdot, e, {}^{-1} \rangle$ и антиизоморфизм решетки $\langle G, \vee, \wedge \rangle$, т.е. для любых $x, y \in G$ выполнены соотношения:

$$(xy)_* = x_*y_*, \quad (x_*)_* = x, \quad (x \wedge y)_* = x_* \vee y_*, \quad (x \vee y)_* = x_* \wedge y_*.$$

В дальнейшем $*$ будем называть реверсивным автоморфизмом второго порядка ℓ -группы G , а m -группу с фиксированным реверсивным автоморфизмом $*$ будем записывать как пару $\langle G, * \rangle$. Свойства реверсивных автоморфизмов второго порядка были изучены в [2]. Как

обычно, $[x, y] = x^{-1}y^{-1}xy$, $|x| = x \vee x^{-1}$, $x \gg y$ означает, что $|x| > |y|^n$ для любого натурального числа n .

Класс m -групп X называется многообразием m -групп, если существует множество Φ тождеств сигнатуры m такое, что X состоит из всех m -групп, на которых истинны все тождества из Φ . Множество всех многообразий m -групп M является частично упорядоченным множеством относительно теоретико-множественного включения. Более того, M является решеткой относительно естественно определенных операций пересечения и объединения многообразий m -групп. Основные свойства многообразий m -групп и решетки многообразий m -групп были указаны М. Жироде и Й. Рахунком в [1]. Исследование свойств решетки многообразий m -групп продолжили В.М. Копытов и Й. Рахунк [3], Н.В. Баянова и А.В. Зенков [4].

В [1] введено многообразие m -групп C , задаваемое тождеством $xx_* = x_*x$. Через $\text{var}_m(\langle K, * \rangle)$ обозначим многообразие m -групп, порожденное m -группой $\langle K, * \rangle$.

Согласно [5], обозначим через $A(n, 2)$, $n \in N$, группу

$$A(n, 2) = \langle p < u_1, \dots, u_n, a \parallel [u_i, u_j] = [a, u_i^2] = e,$$

$$[(u_1^{\sigma_1} \dots u_n^{\sigma_n})^{-1} a u_1^{\sigma_1} \dots u_n^{\sigma_n}, a] = e \rangle,$$

где $i, j = 1, 2, \dots, n$ и $(\sigma_1, \dots, \sigma_n) \in M_n = \{(\sigma_1, \dots, \sigma_n) \mid \sigma_i \in \{0, 1\}\}$. Решеточный порядок на группе $A(n, 2)$, $n \in N$ определим соотношениями:

$$1) \quad u_1 \gg u_2 \gg \dots \gg u_n \gg a > e,$$

$$2) \quad a \wedge (u_1^{\sigma_1} \dots u_n^{\sigma_n})^{-1} a u_1^{\sigma_1} \dots u_n^{\sigma_n} = e, \quad \text{при} \quad \sum_{i=1}^n \sigma_i \neq 0, \text{ где}$$

$$(\sigma_1, \dots, \sigma_n) \in M_n.$$

На ℓ -группе $A(1, 2) = \langle p < u, a \parallel [a, u^2] = e, [u^{-1}au, a] = e \rangle$ определим реверсивный автоморфизм второго порядка $*_1$ по правилу:

$$(u)_{*_1} = u^{-1}, \quad (a)_{*_1} = (a^u)^{-1}, \quad (a^u)_{*_1} = a^{-1}.$$

Теорема 1. (М.Жироде, Й. Рахунк, [1]) Многообразие m -групп C содержит многообразие m -групп $\text{var}_m(\langle A(1, 2), *_1 \rangle)$.

Лемма 1. (Н.В. Баянова, [6]). Отображение $*: A(n, 2) \rightarrow A(n, 2)$ определяемое правилом

$$(u_i)_* = u_i^{-1}, \quad (a)_* = a^{-1}, \quad (a^{u_1^{\sigma_1} \dots u_n^{\sigma_n}})_* = (a^{u_1^{\sigma_1} \dots u_n^{\sigma_n}})^{-1},$$

где $i = 1, \dots, n$ и $\sum_{i=1}^n \sigma_i \neq 0$, $(\sigma_1, \dots, \sigma_n) \in M_n$ является реверсивным автоморфизмом второго порядка ℓ -группы $A(n, 2)$.

Лемма 2. Для любого натурального $n \in N$ многообразие m -групп $\text{var}_m(\langle A(n, 2), * \rangle)$ строго содержится в многообразии m -групп $\text{var}_m(\langle A(n+1, 2), * \rangle)$.

Теорема. Для любого натурального $n \in N$ многообразие m -групп C не содержит многообразие m -групп $\text{var}_m(\langle A(n, 2), * \rangle)$.

Доказательство. В силу леммы 2 достаточно показать, что m -группа $\langle A(1, 2), * \rangle \notin C$. Пусть $x = ua$ тогда $x_* = u^{-1}a^{-1}$. Поэтому $xx_* = uau^{-1}a^{-1} = a^{u^{-1}}a^{-1}$, $x_*x = u^{-1}a^{-1}ua = (a^{-1})^u a$. \square

Библиографический список

1. Giraudet M., Rachunek J. Varieties of half lattice-ordered groups of monotonic permutations of chains // Czech. Math. J.– 1999. – № 124(49). – P. 743–766.
2. Баянова Н.В., Никонова О.В. Реверсивные автоморфизмы решетоно упорядоченных групп // Сиб. мат. ж. – 1995. – №4(36) – С. 765–768.
3. Копытов В.М., Рахунке И. Наибольшее собственное многообразие m -групп // Алгебра и логика.– 2003.–№5(42)– С. 624–635.
4. Баянова Н.В., Зенков А.В. О бесконечной дистрибутивности в решетке многообразий m -групп // Алгебра и логика. – 2015. – №1(54)– С. 3–15.
5. Гурченков С.А. Многообразия ℓ -групп с тождеством $[x^p, y^p] = e$ конечно-базируемы // Алгебра и логика.–1984.–№1(23). – С. 27–47.
6. Баянова Н.В. О новом классе m -групп // МАК-2014: сборник трудов семнадцатой региональной конференции по математике, посвященной 40-летию факультета математики и информационных технологий. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 3–4.

О доминионах 3-степенно нильпотентных групп

А.И. Будкин

АлтГУ, г. Барнаул

Квазимногообразие групп – это класс групп, определяемый специальными формулами, называемыми квазитождествами.

Пусть M – произвольный класс групп. Для любой группы G из M и её подгруппы H доминионом $\text{dom}_G^M(H)$ подгруппы H в группе G относительно класса M (либо в M) называется множество всех элементов из G , образы которых равны для каждой пары гомоморфизмов группы G в любую группу из M , совпадающих на H . Несложно заметить, что $\text{dom}_G^M(-)$ является оператором замыкания на решетке подгрупп данной группы G , в том смысле, что он экстенсивный (доминион подгруппы H содержит H), идемпотентный (доминион доминиона подгруппы H равен доминиону H) и изотонный (если H – подгруппа группы B , то доминион H содержится в доминионе подгруппы B). Возникает понятие замкнутой подгруппы H в группе G (относительно класса M). Представляется интересным и естественным исследование замкнутых подгрупп. Существует тесная связь между понятием доминиона и амальгамами. Целесообразность изучения доминионов в квазимногообразиях обосновывается в [1] тем, что, согласно [2], только квазимногообразия среди аксиоматизируемых классов обладает полной теорией определяющих соотношений, позволяющей определить свободное произведение с объединенной подгруппой.

Пусть H – подгруппа группы G , C – свободное произведение в данном квазимногообразии M группы G на G с объединенной подгруппой H . Группа H называется замкнутой в G (относительно M), если пересечение свободных сомножителей группы C совпадает с H . Группа H называется абсолютно замкнутой в классе M , если она замкнута в каждой группе из M , содержащей H . Группа H называется n -замкнутой в классе M , если она замкнута в каждой группе G из M , порожденной по модулю H n элементами.

Отметим, что доминионы подробно изучены в квазимногообразиях абелевых групп [3–6].

Исследованию доминионов в классе нильпотентных групп также посвящен цикл статей. Выделим из них [7, 8]. В последнее время целе-

направленно ведется изучение доминионов метабелевых групп [9–14]. Доминионы универсальных алгебр исследовались в [15, 16].

В данной работе исследуются доминионы аддитивной группы Q рациональных чисел в группах из нильпотентных квазимногообразий степени не выше трех.

Как обычно, через $\text{gr}(S)$ обозначаем группу, порожденную множеством S . N_3 – это класс нильпотентных групп степени не более трех.

У нас A – группа, имеющая в классе N_3 следующее представление: $A = \text{gr}(x, y \mid [y, x, y] = 1)$.

F – свободная в N_3 группа ранга 2.

Ранее автором было доказано, что если M – произвольное квазимногообразии нильпотентных групп без кручения степени не выше трех, не содержащее группу A , F из M , Q – аддитивная группа рациональных чисел, тогда группа Q 2-замкнута в M . В данной работе анонсирован следующий результат.

Теорема. Пусть G – 3-ступенно нильпотентная группа без кручения, M – любое квазимногообразии групп, $G = \text{gr}(A, Q)$, G из M и пересечение A и Q равно $\text{gr}([x_2, x_1, x_1])$. Тогда $\text{dom}_G^M(Q) = Q$.

Библиографический список

1. Budkin A.I. Dominions in Quasivarieties of Universal Algebras // *Studia Logica*. – 2004. – V. 78, №1/2. – P. 107–127.
2. Мальцев А.И. Алгебраические системы. – М.: Наука, 1970.
3. Шахова С.А. О решетках доминионов в квазимногообразиях абелевых групп // *Алгебра и логика*. – 2005. – Т. 44, №2. – С. 238–251.
4. Шахова С.А. Условия дистрибутивности решёток доминионов в квазимногообразиях абелевых групп // *Алгебра и логика*. – 2006. – Т. 45, №4. – С. 484–499.
5. Шахова С.А. Об одном свойстве операции пересечения в решетках доминионов квазимногообразий абелевых групп // *Известия АлтГУ*. – 2010. – Т. 65, №1. – С. 41–43.
6. Шахова С.А. О существовании решетки доминионов в квазимногообразиях абелевых групп // *Известия АлтГУ*. – 2011. – Т. 69, №1. – С. 31–33.
7. Magidin A. Dominions in varieties of nilpotent groups // *Comm. Algebra*. – 2000. – V. 28. – P. 1241–1270.
8. Шахова С.А. Абсолютно замкнутые группы в классе 2-ступенно нильпотентных групп без кручения // *Матем. заметки*. – 2015. – Т. 97, №6. – С. 15–18.
9. Будкин А.И. О доминионах в квазимногообразиях метабелевых групп // *Сиб. матем. ж.* – 2010. – Т. 51, №3. – С. 498–505.

10. Будкин А.И. О доминионе полной подгруппы метабелевой группы // Известия АлтГУ. – 2010. – Т. 65, №2. – С. 15–19.

11. Будкин А.И. О доминионах абелевых подгрупп метабелевых групп // Алгебра и логика. – 2012. – Т. 51, №5. – С. 608–622.

12. Будкин А.И. Об абсолютной замкнутости абелевых групп без кручения в классе метабелевых групп // Алгебра и логика. – 2014. – Т. 53, №1. – С. 15–25.

13. Будкин А.И. О замкнутости локально циклической подгруппы в метабелевой группе // Сиб. матем. ж. – 2014. – Т. 55, №6. – С. 1250–1278.

14. Будкин А.И. О доминионах разрешимых групп // Алгебра и логика. – 2015. – Т. 54, №5. – С. 575–588.

15. Будкин А.И. О доминионах конечных групп // Известия АлтГУ. – 2011. – Т. 69, №2. – С. 15–18.

16. Будкин А.И. Доминионы универсальных алгебр и проективные свойства // Алгебра и логика. – 2008. – Т. 47, №5. – С. 541–557.

УДК 512.545

Аппроксимация разрешимых монотонно упорядоченных групп с плетениями m -групп

С.В. Вараксин

АлтГУ, Барнаул

Напомним, решеточно упорядоченной группой (l -группой) G называется алгебраическая группа с определенными на ней решеточными операциями объединения \vee и пересечения \wedge , устойчивыми относительно групповых операций [1]:

$$a(u \wedge v)c = auc \wedge avc \quad \text{и} \quad a(u \vee v)c = auc \vee avc,$$

а монотонно упорядоченной группой (m -группой) (G, φ) называется l -группа G с определенной на ней одноместной операцией φ , которая является автоморфизмом второго порядка группы G и антиавтоморфизмом решетки G :

$$\varphi(xy) = \varphi(x)\varphi(y), \quad \varphi(\varphi(x)) = x,$$

$$\varphi(x \vee y) = \varphi(x) \wedge \varphi(y), \quad \varphi(x \wedge y) = \varphi(x) \vee \varphi(y).$$

Следуя установленным определениям, разрешимой m -группой степени n назовем m -группу, обладающую субнормальным рядом выпуклых m -подгрупп с абелевыми факторами.

Аналогично сплетению решеточно упорядоченных групп Зенковым А.В. [2] определено сплетение m -группы (A, φ) и m -группы подстановок (B, Ω, φ) . Известно, что разрешимая транзитивная l -группа подста-

новок (G, Ω) вложима в последовательное сплетение ее абелевых фактор-групп подстановок [1].

Теорема. Пусть (G, Ω, φ) – транзитивная m -группа подстановок. Тогда (G, Ω, φ) вложима в сплетение ее абелевых фактор-групп подстановок.

Следствие. Произвольная разрешимая m -группа ступени n аппроксимируется сплетениями своих абелевых фактор-групп.

Библиографический список

1. Копытов В.М., Медведев Н.Я. The theory of lattice-ordered groups. Dordrecht; Boston; London: Kluwer Acad. Publ., 1994.
2. Зенков А. В. Сплетения групп монотонных подстановок // Сиб. матем. ж., 52, № 6 (2011), 1264–1270.

УДК 512.552.18

О группе обратимых элементов конечных локальных колец с 4-нильпотентным радикалом Джекобсона

Е.В. Журавлев

АлтГУ, г. Барнаул

Все кольца, рассматриваемые далее, являются конечными, ассоциативными и содержат единицу. Обозначим через $J = J(R)$ и R^* соответственно радикал Джекобсона и мультипликативную группу обратимых элементов кольца R , $F = GF(p^r)$ – конечное поле и \mathbb{Z}_n – кольцо классов вычетов по модулю n . Кольцо R называется локальным, если $R/J = F$ – поле. Все делители нуля локального кольца образуют радикал J , и всякий элемент кольца является либо обратимым, либо нильпотентным. Одним из примеров локальных колец являются так называемые кольца Галуа $GR(p^m, p^n)$, представимые в виде $\mathbb{Z}_{p^n}[x]/(f)$, где p – простое число, f – унитарный многочлен степени r , образ которого при естественном гомоморфизме $\mathbb{Z}_{p^n}[x]/(f) \rightarrow \mathbb{Z}_p[x]/(f)$ является неприводимым над \mathbb{Z}_p многочленом. В частности, $GR(p^n, p^n) = \mathbb{Z}_{p^n}$ и $GR(p^r, p) = GF(p^r)$. В работе [1] полностью описана структура мультипликативной группы колец Галуа и доказано, что мультипликативная группа обратимых элементов R^* произвольного коммутативного конечного локального кольца R

является прямым произведением циклической группы $\langle b \rangle$ порядка $p^r - 1$ и группы $1 + J$.

Теорема. Пусть R – конечное коммутативное локальное кольцо характеристики p ,

$$\dim_F J / J^2 = 2, \quad \dim_F J^2 / J^3 = 2, \quad \dim_F J^3 = 1, \quad J^4 = 0.$$

Тогда

$$1) \text{ если } p = 2, \text{ то } R^* \cong \mathbb{Z}_{2^{r-1}} \times (\mathbb{Z}_4^r)^2 \times \mathbb{Z}_2^r \quad \text{или} \quad R^* \cong \mathbb{Z}_{2^{r-1}} \times \mathbb{Z}_4^r \times (\mathbb{Z}_2^r)^3;$$

$$2) \text{ если } p = 3, \text{ то } R^* \cong \mathbb{Z}_{3^{r-1}} \times \mathbb{Z}_9^r \times (\mathbb{Z}_3^r)^3 \quad \text{или} \quad R^* \cong \mathbb{Z}_{3^{r-1}} \times (\mathbb{Z}_3^r)^5;$$

$$3) \text{ если } p > 3, \text{ то } R^* \cong \mathbb{Z}_{p^{r-1}} \times (\mathbb{Z}_p^r)^5.$$

Доказательство теорем основано на результатах классификации конечных локальных колец, полученных автором в работах [2, 3].

Библиографический список

1. Raghavedran R. Finite associative rings // *Compositio Math.* – 1969. – V. 21. – P. 195–229.

2. Журавлев Е.В. Локальные кольца порядка p^6 с 4-нильпотентным радикалом Джекобсона // *Сибирские электронные математические известия [Электронный ресурс]*. – 2006. – Т. 3. – С. 15–59. – Режим доступа: <http://semr.math.nsc.ru>.

3. Журавлев Е.В. О классификации некоторых классов конечных коммутативных локальных колец // *Сибирские электронные математические известия [Электронный ресурс]*. – 2015. – Т. 12. – С. 625–638. – Режим доступа: <http://semr.math.nsc.ru>.

УДК 512.552.12

О кольцах целых чисел квадратичных полей

Е.В. Журавлев, В.Н. Токарев

АлтГУ, г. Барнаул; АлтГТУ, г. Барнаул

Рассмотрим кольцо $\mathbb{Z}[\sqrt{n}] = \{a + b\sqrt{n} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$, где n – такое простое число, что $\mathbb{Z}[\sqrt{n}]$ – евклидово кольцо и в кольце \mathbb{Z} разрешимо отрицательное уравнение Пелля $x^2 - y^2n = -1$. Пусть $\mathbb{Z}^*[\sqrt{n}]$ – группа

обратимых элементов кольца $\mathbb{Z}^*[\sqrt{n}]$ и \mathbb{Z}_m – кольцо классов вычетов по модулю m .

Теорема. Число π – простое в $\mathbb{Z}[\sqrt{n}]$ тогда и только тогда, когда оно имеет один из следующих видов:

$$1) \pi = p\varepsilon, \text{ где } p \text{ – простое число в } \mathbb{Z}, p \neq 2 \text{ и } n^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p}, \varepsilon \in \mathbb{Z}^*[\sqrt{n}];$$

$$2) \pi = 2\varepsilon, \text{ где } \varepsilon \in \mathbb{Z}^*[\sqrt{n}] \text{ (только если } n \not\equiv -1 \pmod{8} \text{ и } n \neq 2);$$

$$3) \pi = (a+b\sqrt{n})\varepsilon, \text{ где } a^2 - b^2n = p \text{ – простое число в } \mathbb{Z}, p \neq 2, n^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}, \varepsilon \in \mathbb{Z}^*[\sqrt{n}];$$

$$4) \pi = (c+d\sqrt{n})\varepsilon, \text{ где } c^2 - d^2n = 2, \varepsilon \in \mathbb{Z}^*[\sqrt{n}] \text{ (только если } n \equiv -1 \pmod{8});$$

$$5) \pi = \sqrt{n}\varepsilon, \text{ где } \varepsilon \in \mathbb{Z}^*[\sqrt{n}].$$

Теорема. Пусть $\sigma \in \mathbb{Z}[\sqrt{n}]$. Тогда справедливы следующие разложения фактор-колец:

1) если $n \not\equiv -1 \pmod{8}$ и $n \neq 2$, то

$$\mathbb{Z}[\sqrt{n}] / \langle \sigma \rangle \cong \bigoplus_{i=1}^{k_1} \mathbb{Z}_{p_i^{u_i}}[\sqrt{n}] \bigoplus_{i=1}^{k_2} \mathbb{Z}_{q_i^{v_i}} \bigoplus \mathbb{Z}_{2^m}[\sqrt{n}] \bigoplus \mathbb{Z}_{n^k}[\sqrt{n}]$$

или

$$\mathbb{Z}[\sqrt{n}] / \langle \sigma \rangle \cong \bigoplus_{i=1}^{k_1} \mathbb{Z}_{p_i^{u_i}}[\sqrt{n}] \bigoplus_{i=1}^{k_2} \mathbb{Z}_{q_i^{v_i}} \bigoplus \mathbb{Z}_{2^m}[\sqrt{n}] \bigoplus \mathbb{Z}[x] / \langle x^2 - n, n^k x \rangle;$$

2) если $n \equiv -1 \pmod{8}$ или $n = 2$, то

$$\mathbb{Z}[\sqrt{n}] / \langle \sigma \rangle \cong \bigoplus_{i=1}^{k_1} \mathbb{Z}_{p_i^{u_i}}[\sqrt{n}] \bigoplus_{i=1}^{k_2} \mathbb{Z}_{q_i^{v_i}} \bigoplus_{i=1}^{k_3} \mathbb{Z}_{2^{v_i}} \bigoplus \mathbb{Z}_{n^k}[\sqrt{n}]$$

или

$$\mathbb{Z}[\sqrt{n}] / \langle \sigma \rangle \cong \bigoplus_{i=1}^{k_1} \mathbb{Z}_{p_i^{u_i}}[\sqrt{n}] \bigoplus_{i=1}^{k_2} \mathbb{Z}_{q_i^{v_i}} \bigoplus_{i=1}^{k_3} \mathbb{Z}_{2^{v_i}} \bigoplus \mathbb{Z}[x] / \langle x^2 - n, n^k x \rangle,$$

где $k, k_1, k_2, k_3, u_i, v_i, w_i, m$ – неотрицательные целые числа, p_i – простые целые числа, $p_i \neq 2$, $n^{\frac{p_i-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p_i}$, $a_i^2 - b_i^2 n = q_i$ – простые целые числа, $a_i, b_i \in \mathbb{Z}$, $q_i \neq 2$, $n^{\frac{q_i-1}{2}} \equiv -1 \pmod{q_i}$.

Библиографический список

1. Журавлев Е.В., Токарев В.Н. Кольца целых чисел квадратичных полей // Труды семинара по геометрии и математическому моделированию. – Барнаул. Изд-во АлтГУ, 2016. – С. 48–71.

УДК 512.552.4

Обобщение гипотезы Мохаррама Хана

А.В. Кислицин, Ю.А. Павлюк

АлтГПУ, г. Барнаул

На протяжении работы R обозначает ассоциативное кольцо с единицей, $Z(R)$ – его центр.

Основываясь на результатах Джекобсона, Херстейна, МакХэйла, Томинаги [1], Мохаррам Хан выдвинул гипотезу: пусть R – ассоциативное кольцо с единицей, f и g – автоморфизмы R , $n > 1$ – фиксированное целое; если $f(x^{n+1}) \pm g(x^n) \in Z(R)$ для всех $x \in R$, то R коммутативно [1].

В работе [1] удалось получить положительный ответ на эту гипотезу при $n = 2, 3, 4$ и при ограничениях на f и g . В работе [3] получен положительный ответ на гипотезу Хана при $n = 7, 8$, а также при ограничениях на кручение кольца.

Таким образом гипотеза М. Хана справедлива при $n = 2, 3, 4, 7, 8$, а также для колец без 2-кручения при $n = 1, 5, 6$ [1, 2]. Дальнейшие исследования показали справедливость утверждения более сильного, чем выдвинутая гипотеза. А именно, имеет место следующее утверждение [3].

Теорема 1. Пусть R – ассоциативное кольцо с единицей, α и β – автоморфизмы R и найдётся целое $n > 1$ такое, что для всех $x \in R$ выполняется $\alpha(x^{n+1}) \pm \beta(x^n) \in Z(R)$. Тогда $2x \in Z(R)$. В частности, если кольцо R без 2-кручения, то оно коммутативно.

В настоящей работе условие гипотезы М. Хана обобщается до следующего: $\alpha(x^{n+2}) + \beta(x^{n+1}) + \gamma(x^n) \in Z(R)$ для всех $x \in R$, фиксированного целого $n > 1$ и некоторых автоморфизмов α , β и γ кольца R .

Исследование коммутативности колец с данным условием при $n = 2, 3, 4$ привело к следующим результатам.

Теорема 2. Пусть R – ассоциативное кольцо с единицей, α, β и γ – автоморфизмы R . Если $\alpha(x^4) + \beta(x^3) + \gamma(x^2) \in Z(R)$ для всех $x \in R$, то $6x \in Z(R)$. В частности, если кольцо R без 2-кручения и без 3-кручения, то оно коммутативно.

Теорема 3. Пусть R – ассоциативное кольцо с единицей, α, β и γ – автоморфизмы R . Если $\alpha(x^5) + \beta(x^4) + \gamma(x^3) \in Z(R)$ для всех $x \in R$, то $24x \in Z(R)$. В частности, если кольцо R без 2-кручения и без 3-кручения, то оно коммутативно.

Теорема 4. Пусть R – ассоциативное кольцо с единицей, α, β и γ – автоморфизмы R . Если $\alpha(x^6) + \beta(x^5) + \gamma(x^4) \in Z(R)$ для всех $x \in R$, то $96x \in Z(R)$. В частности, если кольцо R без 2-кручения и без 3-кручения, то оно коммутативно.

На основании проведенных исследований была сформулирована следующая гипотеза.

Гипотеза. Пусть R – ассоциативное кольцо с единицей, α, β и γ – автоморфизмы R и найдётся целое $n > 1$ такое, что для всех $x \in R$ выполняется $\alpha(x^{n+2}) + \beta(x^{n+1}) + \gamma(x^n) \in Z(R)$. Тогда $2^k 3^m x \in Z(R)$ для некоторых целых положительных k и m . В частности, если кольцо R без 2-кручения и без 3-кручения, то оно коммутативно.

Из теорем 2–4 следует справедливость выдвинутой гипотезы при $n = 2, 3, 4$. В общем же виде истинность данной гипотезы не доказана.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16-11-10002).

Библиографический список

1. Khan M.A. Commutativity of rings with constraints on pair of automorphisms // *Advances in Theoretical and Applied Mathematics*. – 2006. – №2, в. 1. – С. 119–126.
2. Кислицин А.В. О гипотезе Мохарамма Хана // МАК-2008 : материалы одиннадцатой региональной конференции по математике. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2008. – С. 11–12.
3. Кислицин А.В., Мальцев Ю.Н. О коммутативности ассоциативных колец, удовлетворяющих тождествам // *Известия Алтайского государственного университета*. – 2009. – №1(61). – С. 50–53.

Решетки квазимногообразий нильпотентных групп

А.А. Лебедев

АлтГУ, г. Барнаул

Зафиксируем квазимногообразие R . Условимся через $T_Q^n(M)$ обозначать множество всех квазитожеств от n переменных x_1, \dots, x_n , истинных в классе M . Пусть Σ – произвольное множество квазитожеств. Через $Mod_R(\Sigma)$ будем обозначать класс всех групп из R , в каждой из которых истинны все формулы из Σ .

Говорят, что *аксиоматический ранг* квазимногообразия M равен n относительно квазимногообразия R , если n – наименьшее число для которого $M = Mod_R(T_Q^n(M))$. Если такого натурального числа n не существует, то, по определению, аксиоматический ранг квазимногообразия M относительно R равен ∞ .

Относительно теоретико-множественного включения квазимногообразия аксиоматического ранга не выше n образуют решетку, которую обозначим через $L_Q^n(M)$. Аксиоматические ранги квазимногообразий изучались многими авторами, см., например, в [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7].

Пусть T — множество всех гомоморфизмов ψ группы G таких, что в группе $\psi(G)$ ложна формула $v = 1$ при подстановке $x_i \rightarrow \psi(x_i)$, $i = \overline{1, n}$ и $(G, v) = \{\psi(G) \mid \psi \in T\}$. Через $N_M(G, v)$ обозначим класс групп из M , в каждую из которых не вложима ни одна группа из (G, v) .

Возьмем многообразие M групп, рассмотренное ранее в [6,7], заданное тождествами

$$\begin{aligned} (\forall x)(x^3 = 1), \\ (\forall x)(\forall y)(\forall z)([x, y, z] = 1). \end{aligned}$$

Цель работы – исследовать некоторые неабелевы 4-порожденные группы из M и найти описание подрешетки $L_Q^4(M)$.

Я изучал классы групп $N_M(G_1, v)$, $N_M(G_2, v)$, $N_M(G_3, v)$, $N_M(A, v)$, где $G_1 = \text{gr}(x_1, x_2, x_3, x_4 \mid [x_4, x_3] = [x_2, x_1], [x_4, x_2] = 1, [x_4, x_1] = 1, [x_3, x_2] = 1, [x_3, x_1] = 1)$, $G_2 = \text{gr}(x_1, x_2, x_3, x_4 \mid [x_4, x_3] = [x_2, x_1], [x_4, x_1] = 1, [x_3, x_2] = 1, [x_3, x_1] = 1)$, $G_3 = \text{gr}(x_1, x_2, x_3, x_4 \mid [x_4, x_3] = [x_2, x_1], [x_4, x_1] = 1, [x_3, x_1] = 1)$, $A = \text{gr}(x_1, x_2, x_3, x_4 \mid [x_4, x_3] = [x_2, x_1], [x_4, x_1] = [x_2, x_1] [x_4, x_2] [x_3, x_2] = [x_2, x_1] [x_4, x_2] [x_3, x_1] = 1)$. Стоит отметить, что $G_1 = Z_3$, $G_2 = Z_3 \times Z_3$, $G_3 = Z_3 \times Z_3 \times Z_3$, $A = Z_3 \times Z_3$, где Z_3 – циклическая группа порядка 3.

В ходе проделанной работы, а также пользуясь результатами работы [7], была доказана следующая

Теорема. $N_M(G_2, \nu)$, $N_M(G_3, \nu)$, $N_M(A, \nu)$ являются собственными квазимногообразиями, несравнимыми между собой и содержащимися в $N_M(G_1, \nu)$.

Библиографический список

1. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2002. – 339 с.
2. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: учебное пособие. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 1992. – 59 с.
3. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия, содержащего свободную разрешимую группу // Матем. сб. – 1980. – Т. 112, №4. – С. 647–655.
4. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия упорядочиваемых групп // Алгебра и логика 1986. – Т. 25, №5. – С. 499–507.
5. Половникова Е.С. Об аксиоматическом ранге квазимногообразий // Сиб.матем. ж. – 1999. –Т. 40, №1. – С. 167–176.
6. Лебедев А.А. О квазимногообразиях групп аксиоматического ранга не выше трех // МАК–2015: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 11.
7. Лебедев А.А. Квазимногообразия 2-ступенно нильпотентных групп аксиоматического ранга не выше четырех // МАК–2016: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – С. 7–8.

УДК 579.64

Идеалы и автоморфизмы нильтреугольных алгебр Ли и их точных обертывающих алгебр

В.М. Левчук

Сибирский федеральный университет, г. Красноярск

Произвольную (не ассоциативную) алгебру $R = (R, +, \cdot)$ называем *обертывающей алгебры Ли* L , если обе алгебры изоморфны как линейные пространства, причем R с новым умножением $a * b := ab - ba$ дает алгебру Ли $R^{(-)} \simeq L$. (См. также Ли-допустимые алгебры [1]). Через $N\Phi(K)$ обозначаем нильтреугольную подалгебру с базой $\{e_r \mid r \in \Phi^+\}$ в алгебре Шевалле над кольцом K , т.е. с базой Шевалле, составленной из элементов e_r ($r \in \Phi$) (Φ – системой корней) и подходящей базы подалгебры Картана [2]. По теореме Шевалле о базисе,

если $r, s \in \Phi^+$, то $e_r * e_s$ равно 0 при $r + s \notin \Phi^+$ и $N_{rs}e_{r+s}$ при $r, s, r + s \in \Phi^+$, где $N_{rs} = \pm 1, \pm 2$ или (тип G_2) ± 3 .

К обертывающей алгебре $R = (R, +, \cdot)$ алгебры Ли $\text{NF}(K)$ приходим, полагая: $e_r e_s = 0$ при $r + s \notin \Phi$, а если $r, s, r + s \in \Phi^+$ и $N_{rs} \geq 0$, то $e_r e_s = e_{r+s}$ и $e_s e_r = -(N_{rs} - 1)e_{r+s}$.

Мы рассматриваем следующие вопросы и задачи.

1. Вопросы перечисления идеалов алгебр Ли $\text{NF}(K)$ классических типов над полем [3; Проблемы 1 и 2] и их аналоги для исключительных типов.

2. Установление равносильности для определенных типов проблемы 1 из [3] задаче перечисления всех идеалов алгебры R .

3. Группы автоморфизмов колец R и $\text{NF}(K)$ над ассоциативно коммутативным кольцом K с единицей.

Исследования поддерживаются грантом РФФИ (код проекта 16-01-00707).

Библиографический список

1. Laufer J., Tomber M.L. Some Lie admissible algebras // Canad. J. Math, 1962. – №14. – P. 287–292.

2. Carter R. Simple Groups of Lie type. – New York : Wiley and Sons, 1972.

3. Egorychev G.P., Levchuk V.M. Enumeration in the Chevalley algebras // ACM SIGSAM Bulletin, 2001. – №35. – P. 20–34.

УДК 512.54.01

Об одном свойстве класса Леви, порожденного квазимногообразием qH_2

В.В. Лодейщикова

АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

Рассмотрим произвольный класс групп M . Классом Леви, порожденным M , будем называть класс всех групп G , в которых нормальное замыкание $(x)^G$ любого элемента x из G принадлежит M .

Классы Леви были введены в работе Л.К. Каппе [1] под влиянием работы Ф. Леви [2], в которой изучались группы с абелевыми нормальными замыканиями.

Р.Ф. Морс [3] доказал, что если M – многообразие групп, то класс Леви, порожденный M , также будет многообразием групп. А.И. Будкин в работе [4] получил аналогичный результат для квазимногообразий групп.

Введем некоторые обозначения: qK – квазимногообразие, порожденное классом групп K (если $K=\{G\}$, то пишем qG), $F_2(N_2)$ – свободная группа ранга 2 в многообразии нильпотентных групп ступени не выше 2.

А.И. Будкин [4] доказал, что если K – произвольное множество нильпотентных групп ступени 2 без элементов порядков 2 и 5, и в каждой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего центру этой группы, является абелевой подгруппой, то класс Леви, порожденный qK , содержится в многообразии нильпотентных групп ступени не выше 3. В работе А.И. Будкина и Л.В. Тараниной [5] данный результат был усилен и доказана аналогичная теорема для произвольного множества нильпотентных групп ступени 2 без элементов порядка 2.

Рассмотрим группы, имеющие следующие представления в многообразии нильпотентных групп ступени не выше 2:

$$H_p = \text{gr}(x, y \mid [x, y]^p = 1), \quad H_{p^s} = \text{gr}(x, y \mid [x, y]^p = x^{p^s} = y^{p^s} = 1),$$

где s – натуральное число, p – простое число.

Набор qH_{p^s} (исключая qH_{2^1}), qH_p , $qF_2(N_2)$ (p – простое число), представляет собой полный список почти абелевых квазимногообразий нильпотентных групп (т.е. неабелевых квазимногообразий нильпотентных групп, все собственные подквазимногообразия которых абелевы).

В работах [6-8] найдены описания классов Леви, порожденных почти абелевыми квазимногообразиями нильпотентных групп (исключая класс Леви, порожденный qH_2). С.А. Шахова [9, 10] показала, что квазимногообразии Леви, порожденные классом qH_{p^s} конечно аксиоматизируемо.

В [11] установлено существование класса K такого, что во всякой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего центру этой группы, – абелева подгруппа, но класс Леви, порожденный qK содержит нильпотентную группу ступени 4.

В [12] построена нильпотентная ступени 3 группа, которая принадлежит классу Леви, порожденному qH_2 .

Данная работа продолжает исследование квазимногообразия Леви, порожденного qH_2 .

Теорема. Всякая 2-порожденная группа G , принадлежащая классу Леви, порожденному квазимногообразием qH_2 , нильпотентна ступени не выше 3.

Библиографический список

1. Kappe L.C. On Levi-formation // Arch. Math. – 1972. – №6 (23). – P. 561–572.
2. Levi F.W. Groups in which the commutator operation satisfies certain algebraic condition // J. Indian Math. Soc. – 1942. – V. 6. – P. 87–97.
3. Morse R.F. Levi-properties generated by varieties // The mathematical legacy of Wilhelm Magnus. Groups, geometry and special functions (Contemp. Math., 169), Providence, RI, Am. Math. Soc. – 1994. – P. 467–474.
4. Будкин А.И. Квазимногообразия Леви // Сибирский математический журнал. – 1999. – №2 (40). – С. 266–270.
5. Будкин А.И., Таранина Л.В. О квазимногообразиях Леви, порожденных нильпотентными группами // Сибирский математический журнал. – 2000. – №2 (41). – С. 270–277.
6. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви, порожденных нильпотентными группами // Известия Алтайского государственного университета. – 2009. – №1 (61). – С. 26–29.
7. Лодейщикова В.В. О классах Леви, порожденных нильпотентными группами // Сибирский математический журнал. – 2010. – №6 (51). – С. 1359–1366.
8. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты p^s // Алгебра и логика. – 2011. – №1 (50). – С. 26–41.
9. Шахова С.А. Об аксиоматическом ранге квазимногообразия M^{p^2} // Известия Алтайского государственного университета. – 2015. – №1/2 (85). – С. 179–182.
10. Шахова С.А. Об аксиоматическом ранге класса Леви, порожденного квазимногообразием qH_{p^s} // МАК: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – С. 10–11.
11. Лодейщикова В.В. Об одном квазимногообразии Леви экспоненты 8 // Известия Алтайского государственного университета. – 2010. – №1/2 (65). – С. 42–45.
12. Лодейщикова В.В. О классе Леви, порожденном почти абелевым квазимногообразием нильпотентных групп // Известия Алтайского государственного университета. – 2016. – №1 (89). – С. 148–151.

УДК 512.552.18

Тождества матричного кольца над кольцом Галуа**А.Н. Федорова***Алтайский государственный университет, г. Барнаул*

Пусть $A_p^{(m,n)} = \text{var } M_2(GR(p^m, n))$ – многообразие колец, порожденное матричным кольцом второго порядка над кольцом Галуа, и $N_p^{(m,n)}$ – многообразие, состоящее из всех нильпотентных колец многообразия $A_p^{(m,n)}$. Обозначим через B_t подмножество свободного кольца $Z_{p^m}[x_1, \dots, x_t]$, состоящее из элементов вида $x_{\alpha(1)} \dots x_{\alpha(t)} - x_{\beta(1)} \dots x_{\beta(t)}$ ($\alpha, \beta \in S_t$) таких, что $\{\alpha(i) | 1 \leq i \leq t, i \equiv 1 \pmod{2}\} = \{\beta(i) | 1 \leq i \leq t, i \equiv 1 \pmod{2}\}$. Через $L_{Z_{p^m}}(S)$ обозначим линейную оболочку множества S , являющегося подмножеством в $Z_{p^m}[x_1, \dots, x_t]$.

Доказаны две теоремы:

Теорема 1. B_{2m-1} лежит в идеале тождеств $T(N_p^{(m,n)})$.Теорема 2. Пусть полилинейный многочлен $f(x_1, \dots, x_t) \in T(N_p^{(m,n)})$ $(3 \leq t \leq 2m - 1)$. Тогда $f \in L_{Z_{p^m}}(B_t) + p L_{Z_{p^m}}(x_{\delta(1)} \dots x_{\delta(t)} | \delta \in S_t)$.**Библиографический список**

1. Олексенко А.Н. Базис тождеств алгебры матриц второго порядка над Z_{p^2} // *Фундаментальная и прикладная математика.* – 2000. Т.6, №2. – С. 1–31.

УДК 512.54.01

О конечной аксиоматизируемости класса Леви квазимногообразия, порождённого конечной группой**С.А. Шахова***Алтайский государственный университет, г. Барнаул*

Для произвольного класса групп M обозначим через $L(M)$ класс всех групп G , в которых нормальное замыкание $(a)^G$ каждого элемента $a \in G$ принадлежит квазимногообразию M . Класс $L(M)$ называется классом Леви, порождённым классом групп M . Это понятие, возникнув в работе Л.К. Каппе [1] под влиянием работы Ф. Леви [2], в которой

исследовались группы G с абелевыми нормальными замыканиями вида $(a)^G$, послужило основой целого направления исследований в теории групп.

А.И. Будкин установил в [3], что если M – квазимногообразие, то $L(M)$ – также является квазимногообразием. Изучению классов Леви квазимногообразий нильпотентных групп посвящены работы [4–9]. В работе [9] возникли классы Леви квазимногообразий, порождённых конечными группами, заданные бесконечными системами квазитожеств.

Совокупность квазитожеств, задающих квазимногообразие, называется базисом этого квазимногообразия. Говорят, что квазимногообразие имеет конечный (бесконечный) аксиоматический ранг, если его можно (нельзя) задать базисом от конечного числа переменных. Квазимногообразие называется конечно аксиоматизируемым (конечно базируемым), если для него существует конечный базис. Из данных определений сразу вытекает, что бесконечность аксиоматического ранга квазимногообразия влечёт отсутствие у этого квазимногообразия конечного базиса.

В Коуровской тетради [10] А.И. Будкин поставил вопрос 15.36: верно ли, что класс Леви $L(M)$ конечно аксиоматизируем, если M – квазимногообразие, порождённое конечной группой?

В данной работе получен отрицательный ответ на этот вопрос. В работе найдена конечная группа G , для которой класс Леви $L(qG)$ имеет бесконечный аксиоматический ранг.

Введём следующие обозначения.

N_2 – многообразие нильпотентных ступени ≤ 2 групп, которое задаётся тождеством $(\forall x)(\forall y)(\forall z)([x, y, z] = 1)$.

p – простое число, $p \neq 2$.

L^p – многообразие, заданное в N_2 тождеством $(\forall x)(x^p = 1)$.

F_2 – свободная в многообразии L^p группа ранга 2.

Z_2 – циклическая группа порядка 2.

G – прямое сплетение группы F_2 с группой Z_2 .

Доказана следующая теорема.

Теорема. Класс Леви $L(qG)$ имеет бесконечный аксиоматический ранг.

Библиографический список

1. Kappe L.C. On Levi-formation // Arch. Math. – 1972. – V. 23. – P. 561–572.

2. Levi F.W. Groups in which the commutator operation satisfies certain algebraic conditions // J. Indian Math. Soc. – 1942. – №6. – P. 87–97.

3. Будкин А.И. Квазимногообразия Леви // Сибирский математический журнал. – 1999. – Т. 40. – № 2. – С. 266–270.
4. Будкин А.И. О классах Леви, порождённых нильпотентными группами // Алгебра и логика. – 2000. – Т. 39, №6. – С. 635–647.
5. Будкин А.И., Таранина Л.В. О квазимногообразиях Леви, порождённых нильпотентными группами // Сибирский математический журнал. – 2000. – Т. 41, №2. – С. 270–277.
6. Лодейщикова В.В. Об одном квазимногообразии Леви экспоненты 8 // Известия Алтайского государственного университета. – 2010. – Т. 65, №1/2. – С. 42–45.
7. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви, порождённых нильпотентными группами // Известия Алтайского государственного университета. – 2009. – Т. 61, №1. – С. 26–29.
8. Лодейщикова В.В. О классах Леви, порождённых нильпотентными группами // Сибирский математический журнал. – 2010. – Т. 51, №6. – С. 1359–1366.
9. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты p^s // Алгебра и логика. – 2011. – Т. 50, №1. – С. 26–41.
10. Коуровская тетрадь (нерешённые проблемы теории групп). – Новосибирск: ИМ СО РАН, 1990.

Секция 2. ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ

УДК 514.113

Восстановление зонотопов в \mathbb{R}^3 по предписанному числу вершин, ребер и граней

П.В. Каишкарёв
АлтГУ, г. Барнаул

Зонотопом называют полиэдр в \mathbb{R}^n , который можно представить в виде суммы Минковского нескольких отрезков. Исследованию свойств зонотопов были посвящены работы [1–3].

В настоящей работе проводится изучение свойств зонотопа в евклидовом пространстве \mathbb{R}^3 . Составлен и реализован в среде Matlab алгоритм, позволяющий строить изображение зонотопа при заданных слагаемых суммы Минковского.

Каждому зонотопу можно сопоставить конфигурацию прямых в плоскости \mathbb{R}^2 . Изучены свойства конфигураций, соответствующих зонотопам, а также рассмотрена задача о восстановлении зонотопа по числу его вершин, ребер и граней. Также доказаны следующие утверждения:

1. Число граней f равно удвоенному кол-ву точек k пересечения прямых в конфигурации зонотопа на плоскости ($f=2k$).
2. Число ребер зонотопа $e = 2 \sum_{i=1}^k L_i$, где L – число прямых пересекающихся в точке i .
3. Число вершин зонотопа $v=2(h-n)$, где n – число векторов образующих зонотоп с помощью суммы Минковского, а h число ячеек на конфигурации зонотопа на плоскости H .

Используя известные алгоритмы перечисления конфигураций, как показано в работе [3], с помощью данных теорем возможно перечислить все зонотопы, имеющие заранее предписанные числа граней, ребер, вершин. В работе приведен список зонотопов с 28 гранями.

Библиографический список

1. McMullen P. Polytopes with centrally symmetric faces / McMullen P. – Israel: Israel J. Math., 1970. – 372p.
2. Matthias B. Computing the Continuous Discretely / Matthias B, Sinai Robins. – Berlin: Springer, 2015. – 230 p.
3. Edelsbrunner H. Algorithms in combinatorial geometry / Edelsbrunner H. – Berlin: Springer-Verlag, 1987. – 423 p.

УДК 514.765

О (псевдо)римановых многообразиях с ограничениями на компоненты разложения тензора кривизны Римана

П.Н. Клепиков, Д.Н. Оскорбин, Е.Д. Родионов
АлтГУ, г. Барнаул

Одной из важных проблем римановой геометрии является задача об установлении связей между кривизной и топологией (псевдо)риманова многообразия. В общем случае задача исследования (псевдо)римановых многообразий с ограничениями на кривизну различного типа представляется достаточно сложной. Поэтому естественно рассматривать данную задачу в более узком классе (псевдо)римановых многообразий, например, в классе (псевдо)римановых многообразий с ограничениями на компоненты разложения Кулкарни – Номидзу тензора кривизны Римана [1]:

$$R = A \odot g + W,$$

где R – тензор кривизны Римана, A – тензор одномерной кривизны (бесследовая часть тензора Риччи ric), g – метрический тензор, W – тензор Вейля, а \odot – произведение Кулкарни-Номидзу.

В случае, если мы будем предполагать наличие ограничений на компоненты разложения Кулкарни – Номидзу, т.е. на тензор одномерной кривизны, тензор Риччи, метрический тензор, или тензор Вейля, мы получим хорошо известные классы многообразий. Так, например, предполагая, что тензор Риччи пропорционален метрическому тензору, или является тензором Киллинга, или тензором Кодацци, мы приходим к понятиям метрик Эйнштейна, или эйнштейново-подобных метрик по А.Грею [1]. Если же мы будем предполагать тензор Вейля тривиальным, или гармоническим, то придем к понятию конформно плоских, или конформно гармонических метрик [1].

Заметим, что в класс (псевдо)римановых многообразий с гармоническим тензором Вейля входят конформно плоские многообразия, многообразия с параллельным тензором Вейля, многообразия Эйнштейна и их прямые произведения, локально симметрические, Риччи параллельные и ряд других многообразий [1]. Поэтому изучение таких многообразий представляет интерес в понимании геометрического и топологического строения (псевдо)риманова многообразия, а также представляется важным с позиций современной теоретической физи-

ки. Ранее различные подклассы класса (псевдо)римановых многообразий с гармоническим тензором Вейля изучались в работах многих математиков [2–7].

Другой задачей, тесно примыкающей к проблеме исследования (псевдо)римановых многообразий с гармоническим тензором Вейля является задача изучения солитонов Риччи на таких многообразиях. Уравнение солитона Риччи является естественным обобщением уравнения Эйнштейна и связано с решениями уравнения потока Риччи. Данное название впервые было предложено Р. Гамильтоном в работе [8]. В дальнейшем солитоны Риччи исследовались в работах многих математиков [9–15] и ряде других работ.

Уравнение солитона Риччи на (псевдо)римановом многообразии имеет вид:

$$ricc_g = \lambda \cdot g + L_X g$$

где $ricc_g$ – тензор Риччи, λ – действительная константа, g – метрический тензор, $L_X g$ – производная Ли метрического тензора вдоль полного дифференцируемого векторного поля X .

В общем случае задача исследования и классификации солитонов Риччи на многообразиях является довольно сложной. Поэтому предполагаются ограничения либо на строение многообразия, либо на класс рассматриваемых метрик, либо на размерность многообразия, либо на класс векторных полей, участвующих в записи уравнения солитона Риччи [9–15]. Одним из естественных ограничений является предположение, что рассматриваемое многообразие является однородным пространством и, в частности, группой Ли. В этом направлении известен ряд результатов. Так, например, на группах Ли с левоинвариантной римановой метрикой, размерности не более четырех, не существует нетривиальных однородных инвариантных солитонов Риччи [14]. Аналогичный факт известен для унимодулярных групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой любой конечной размерности [15]. Вопрос о существовании нетривиальных однородных инвариантных солитонов Риччи на метрических группах Ли размерности более четырех до сих пор остается открытым.

Также нерешенными являются следующие задачи, которые исследовались авторами, и были частично решены [16–20].

– Исследовать псевдоримановы многообразия с гармоническим тензором Вейля, изотропным тензором Вейля.

– Изучить однородные (псевдо)римановы многообразия с гармоническим тензором Вейля, получить их классификацию в размерности 5 и выше.

– Исследовать однородные солитоны Риччи на метрических группах Ли с гармоническим тензором Вейля.

– Изучить солитоны Риччи на k -симметрических псевдоримановых многообразиях. Получить классификацию солитонов Риччи в случае плоских гравитационных волн для многообразий малой размерности.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты: № 16–01–00336_а, № 16–31–00048мол_а).

Библиографический список

1. Бессе А. Многообразия Эйнштейна: в 2 т.; пер. с англ. – М.: Мир, 1990.
2. Galaev A.S. Conformally flat Lorentzian manifolds with special holonomy groups // *Sbornik: Mathematics*, 204 (9), 29–50 (2013).
3. Derdzinski A., Roter W. The local structure of conformally symmetric manifolds // *Bull. Belg. Math. Soc. Simon Stevin* 16 (2009), no. 1, 117–128.
4. Гладунова (Хромова) О.П., Славский В.В. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных унимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // *ДАН.* – 2010. – Т. 431, №6. – С. 736–768.
5. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // *ДАН.* – 2010. – Т. 432, №3. – С. 301–303.
6. Calvaruso G., Zaeim A. Conformally flat homogeneous pseudo-Riemannian four-manifolds // *Tokohu Math. J.* – 2014. – V.66. – P. 31–54.
7. Zaeim A., Haji-Badali A. Einstein-like Pseudo-Riemannian Homogeneous Manifolds of Dimension Four // *Mediterr. J. Math.* – 2016. – P.1–14.
8. Hamilton R.S. The Ricci flow on surfaces // *Contemporary Mathematics.* – 1988. – V. 71. – P. 237–261.
9. Jablonski M. Homogeneous Ricci solitons are algebraic // *Geometry & Topology.* – 2014. – V. 8-4. – P. 2477–2486.
10. Cao H.-D. Recent progress on Ricci solitons // *Adv. Lectures in Math.* – 2010. – V. 11. – P. 1–38.
11. W.Batat and K.Onda, Ricci and Yamabe solitons on second-order symmetric, and plane wave 4-dimensional Lorentzian manifolds // *J. Geom.* 105 (2014), p. 561–575.
12. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Конформно плоские солитоны Риччи на группах Ли с левоинвариантной (псевдо)римановой метрикой // *Известия АлтГУ.* – 2016. – №1(89). – P. 123–128.

13. Brozos Vázquez M., Garcia Rio E., Gavino Fernández S. Locally conformally flat Lorentzian gradient Ricci solitons // Journal of Geometric Analysis. – 013. – V. 23, №3. – P. 1196–1212.

14. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Однородные инвариантные солитоны Риччи на четырехмерных группах Ли // Известия Алтайского государственного университета. – 2015. – №1/2. – С. 115–122.

15. Cerbo L.F. Generic properties of homogeneous Ricci solitons // Adv. Geom. – 2014. – Vol. 14(2). – P. 225–237.

16. Rodionov E.D., Simply connected compact five-dimensional homogeneous Einstein manifolds// Siberian Mathematical Journal. – 1994. – Vol. 35. – P. 163.

17. Nikonorov Y.G., Rodionov E.D., Standard homogeneous Einstein manifolds and Diophantine equations // Archiv der Mathematik. – 1996. – Vol. 32. – P. 123.

18. Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1993. – Т. 328. – № 2. – С. 147.

19. Клепиков П.Н., Родионов Е.Д. Алгебраические солитоны Риччи на метрических группах Ли с нулевым тензором Схоутена-Вейля // ДАН. – 2017. – Т. 472, № 5. – С. 506–508.

20. Клепиков П.Н. Левоинвариантные псевдоримановы метрики на четырехмерных группах Ли с нулевым тензором Схоутена-Вейля // Известия вузов. Математика. – 2017. – №8. – С. 92–97.

УДК 512.81

Об алгебраических солитонах Риччи на псевдоримановых эйнштейново-подобных метрических группах Ли

П.Н. Клепиков, Е.Д. Родионов

АлтГУ, г. Барнаул

В последнее время активно изучаются различные обобщения многообразий Эйнштейна, например, эйнштейново-подобные (псевдо)римановы многообразия в смысле А. Грея [1], а также солитоны Риччи, впервые рассмотренные Р. Гамильтоном [2].

(Псевдо)риманово многообразие (M, g) называется *солитоном Риччи*, если метрика g удовлетворяет уравнению:

$$r = \Lambda \cdot g + L_x g ,$$

где r – тензор Риччи, Λ – действительная константа, $L_X g$ – производная Ли метрики g по направлению полного дифференцируемого векторного поля X .

Изучение однородных солитонов Риччи в общем случае является достаточно трудной задачей, поэтому обычно накладываются некоторые ограничения: либо на размерность пространства [3–5], либо на класс рассматриваемых векторных полей [6–9], либо на (псевдо)риманову метрику [10–12].

Говорят, что (псевдо)риманово многообразие принадлежит к классу A , если тензор Риччи является *циклично параллельным*, т.е.

$$(\nabla_X r)(Y, Z) + (\nabla_Y r)(Z, X) + (\nabla_Z r)(X, Y) = 0$$

для любых векторных полей X , Y и Z .

(Псевдо)риманово многообразие принадлежит к классу B , если тензор Риччи является *тензором Кодацци*, т.е.

$$(\nabla_X r)(Y, Z) = (\nabla_Y r)(X, Z)$$

для любых векторных полей X , Y и Z .

Многообразия, принадлежащие классу A или B , являются эйнштейново-подобными (псевдо)римановыми многообразиями по А. Грюю [1].

В данной работе изучаются группы Ли с левоинвариантной (псевдо)римановой эйнштейново-подобной метрикой, которые, кроме того, являются солитонами Риччи. Доказано, что данный класс многообразий содержит нетривиальные примеры (т.е. примеры отличные от многообразий Эйнштейна) в случае, если оператор Риччи не является диагонализированным. Данные исследования являются продолжением предыдущих работ авторов по изучению солитонов Риччи и эйнштейново-подобных метрик на группах Ли [7–11].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 16–01–00336А, № 16–31–00048мол_а).

Библиографический список

1. Gray A. Einstein-like manifolds which are not Einstein // *Geom. Dedicata*. – 1978. – V. 7. – P. 259–280.
2. Hamilton R.S. The Ricci flow on surfaces // *Contemporary Mathematics*. – 1988. – V. 71. – P. 237–262.
3. Brozos-Vázquez M., Calvaruso G., García-Río E., Gavino-Fernández S. Three-dimensional Lorentzian homogeneous Ricci solitons // *arXiv.org*. – 2009. – arXiv:0911.1247.

4. Batat W., Onda K. Four-Dimensional Pseudo-Riemannian Generalized Symmetric Spaces Which are Algebraic Ricci Solitons // Results. Math. – 2013. – V. 64, №3. – P. 253–267.

5. Calvaruso G., Fino A. Four-dimensional pseudo-Riemannian homogeneous Ricci solitons // Int. J. Geom. Methods Mod. Phys. – 2015. – V. 12, No 5.

6. Cerbo L.F. Generic properties of homogeneous Ricci solitons // Adv. Geom. – 2014. – V. 14(2). – P. 225–237.

7. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д. Об однородных инвариантных солитонах Риччи на четырехмерных группах Ли // «МАК-2015: Математики – Алтайскому краю», сборник трудов всероссийской конференции по математике. Изд-во: Алт. гос. ун-т., Барнаул. – 2015. – С. 21–24.

8. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Однородные инвариантные солитоны Риччи на четырехмерных группах Ли // Известия Алтайского гос. ун-та. – 2015. – №1/2. – С. 115–122.

9. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д. Об однородных солитонах Риччи на четырехмерных группах Ли с левоинвариантной римановой метрикой // ДАН. – 2015. – Т. 465, №3. – С. 281–283.

10. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Конформно плоские солитоны Риччи на группах Ли с левоинвариантной (псевдо)римановой метрикой // Известия Алтайского гос. ун-та. – 2016. – №1(89). – С. 123–128.

11. Клепиков П.Н., Родионов Е.Д. Алгебраические солитоны Риччи на метрических группах Ли с нулевым тензором Схоутена-Вейля // ДАН. – 2017. – Т. 472, №5. – С. 506–508.

12. Клепиков П.Н., Родионов Е.Д. Алгебраические солитоны Риччи на метрических группах Ли с недиагонализируемым оператором Риччи // Известия Алтайского гос. ун-та. – 2017. – №1(93). – С. 87–90.

УДК 512.81

Об операторе секционной кривизны 3-мерных локально однородных лоренцевых многообразий

С.В. Клепикова, О.П. Хромова

АлтГУ, г. Барнаул

Одной из важных проблем (псевдо)римановой геометрии является задача об установлении связей между кривизной и алгебраической и топологической структурой (псевдо)риманова многообразия. Однако, в общем случае эта проблема является достаточно сложной. Поэтому естественно рассматривать данную задачу в более узком классе

(псевдо)римановых многообразий, например, в классе локально однородных (псевдо)римановых многообразий.

Важную информацию о строении (псевдо)риманова многообразия дает исследование операторов кривизны и, в частности, их спектров.

В случае трехмерных групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой возможные знаки собственных значений оператора Риччи были установлены Дж. Милнором в [1]. Далее, Ю.Г. Никоноров и А.Г. Кремлев получили подобные результаты в случае четырехмерных групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой [2, 3]. Кроме того, для трехмерных групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой возможные сигнатуры спектра операторов одномерной кривизны и секционной кривизны были определены Д.С. Вороновым, Е.Д. Родионовым, В.В. Славским и О.П. Хромовой [4–6].

В случае трехмерных локально однородных римановых многообразий известна работа [7], в которой О. Ковальский и С. Никшевич нашли необходимые и достаточные условия существования локально однородного пространства с предписанными значениями оператора Риччи.

Ситуация представляется менее понятной в случае псевдоримановой метрики, т.к. тогда операторы кривизны могут быть не диагонализуются. В случае трехмерных локально однородных лоренцевых многообразий Дж. Кальварузо и О. Ковальский нашли условия существования данных многообразий с заданным оператором Риччи (см. [8]).

В данной работе решена задача о восстановлении локально однородного лоренцева многообразия с заданным оператором секционной кривизны, что дополняет работу Дж. Кальварузо и О. Ковальского [8], а также работы авторов [4–6, 9–11]. В частности, доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. Трехмерное связное, односвязное локально однородное лоренцево пространство с оператором секционной кривизны K , имеющим одно действительное (σ_1) и два комплексно-сопряженных (σ_2 и σ_3) собственных значения, существует в том и только в том случае, если

- 1) либо $\sigma_2 + \sigma_3 < 0$;
- 2) либо $\sigma_1 < \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} < -\sigma_1$.

Теорема 2. Трехмерное связное, односвязное локально однородное лоренцево пространство с оператором секционной кривизны K , имеющим единственное собственное значение кратности три, существует

в том и только в том случае, если данное собственное значение отрицательно.

Помимо двух вышеприведенных теорем, в работе разобраны все варианты сочетания кратностей собственных значений оператора секционной кривизны.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 16-01-00336А, № 16-31-00048мол_а).

Библиографический список

1. Milnor J. Curvature of left invariant metric on Lie groups // *Advances in mathematics.* – 1976. – V. 21. – P. 293–329.

2. Кремлев А.Г., Никоноров Ю.Г. Сигнатура кривизны Риччи левоинвариантных римановых метрик на четырехмерных группах Ли. Унимодулярный случай // *Мат. труды.* – 2008. – Т. 11, №2. – С. 115–147.

3. Кремлев А.Г., Никоноров Ю.Г. Сигнатура кривизны Риччи левоинвариантных римановых метрик на четырехмерных группах Ли. Неунимодулярный случай // *Мат. труды.* – 2009. – Т. 12, №1. – С. 40–116.

4. Воронов Д.С., Гладунова О.П. Сигнатура оператора одномерной кривизны на трехмерных группах Ли с левоинвариантной римановой метрикой // *Известия АлтГУ.* – 2010. – №1–2. – С. 24–28.

5. Гладунова О.П., Оскорбин Д.Н. Применение пакетов символьных вычислений к исследованию спектра оператора кривизны на метрических группах Ли // *Известия АлтГУ.* – 2013. – №1/1. – С. 19–23.

6. Воронов Д.С., Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. Об инвариантных тензорных полях на группах Ли малых размерностей // *Владикавказский математический журнал.* – 2012. – Т. 44, №2.

7. Kowalski O., Nikčević S. On Ricci eigenvalues of locally homogeneous Riemann 3-manifolds // *Geom. Dedicata.* – 1996. – №1. – P. 65–72.

8. Calvaruso G., Kowalski O. On the Ricci operator of locally homogeneous Lorentzian 3-manifolds // *Cent. Eur. J. Math.* – 2009. – V. 7(1). – P. 124–139.

9. Клепикова С.В., Пономарев И.В., Хромова О.П. Об операторе секционной кривизны на трехмерных метрических группах Ли // *МАК-2016: сборник трудов Всероссийской конференции по математике, 2016 г.* – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2016. – С. 20–22.

10. Клепикова С.В., Родионов Е.Д., Хромова О.П. Об операторах кривизны метрических групп Ли // *Известия АлтГУ.* – 2016. – № 1(89). – С. 129–137.

11. Клепикова С.В., Хромова О.П. Об операторе секционной кривизны на трехмерных группах Ли с левоинвариантной лоренцевой метрикой // Известия АлтГУ. – 2017. – № 1(93). – С. 91–94.

УДК 514.7

О солитонах Риччи на 2-симметрических лоренцевых многообразиях малой размерности

Д.Н. Оскорбин, Е.Д. Родионов, И.В. Эрнст

АлтГУ, г. Барнаул

Солитоны Риччи были введены Ричардом Гамильтоном в работе [1]. Они соответствуют самоподобным решениям потока Риччи.

Метрики солитонов Риччи являются обобщениями эйнштейновых метрик и поэтому представляют интерес в теоретической физике.

Определение. (Псевдо)риманово многообразие (M, g) называется солитоном Риччи, если на M существует гладкое векторное поле S , являющееся решением уравнения:

$$\mathfrak{L}_S g + \rho = \lambda g,$$

где ρ – тензор Риччи, λ – константа, \mathfrak{L}_S – производная Ли вдоль S .

В настоящей работе мы рассматриваем солитоны Риччи на 2-симметрических лоренцевых многообразиях малой размерности.

Определение. (Псевдо)риманово многообразие (M, g) называется 2-симметрическим, если для тензора кривизны R метрики g верно равенство $\nabla^2 R = 0$, $\nabla R \neq 0$.

Для доказательства нам понадобится следующая

Теорема 1. (Д.В. Алексеевский, А.С. Галаев [2]): Пусть (M, g) – локально неразложимое лоренцево многообразие размерности $n+2$. Тогда (M, g) является 2-симметрическим тогда и только тогда, когда существуют локальные координаты v, x^1, \dots, x^n, u такие, что

$$g = 2dvdu + \sum_{i=1}^n (dx^i)^2 + (H_{ij}u + F_{ij})x^i x^j (du)^2,$$

где H_{ij} – ненулевая диагональная вещественная матрица с диагональными элементами $\lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_n$, F_{ij} – симметричная вещественная матрица.

Разрешимость уравнения солитона Риччи на трехмерных 2-симметрических лоренцевых многообразиях была доказана в работе [3]. В настоящей работе дано описание общего решения:

Теорема 2. Уравнение солитона Риччи на трехмерном локально неразложимом 2-симметрическом лоренцевом многообразии локально разрешимо для любой константы λ , при этом векторное поле S в координатах (v, x, u) имеет вид:

$$S(v, x, u) = \left(\lambda v - x\omega'(u) + \mu(u), \frac{1}{2}\lambda x + \omega(u), 0 \right),$$

$$\omega(u) = c_1 \operatorname{Ai} \left(\frac{Hu + F}{H^{\frac{2}{3}}} \right) + c_2 \operatorname{Bi} \left(\frac{Hu + F}{H^{\frac{2}{3}}} \right);$$

где

$$\mu(u) = \frac{Fu}{2} + \frac{Hu^2}{4} + \mu_0, \operatorname{Ai}, \operatorname{Bi} - \text{функции Эйри.}$$

Для 2-симметрических лоренцевых многообразий в размерности 4 существование решения уравнения солитона Риччи было доказано в работе [4]. Следующая теорема дает описание общего решения.

Теорема. Уравнение солитона Риччи на четырехмерном 2-симметрическом локально неразложимом лоренцевом многообразии локально разрешимо для любой константы λ . Векторное поле S в координатах (v, x, y, u) имеет вид:

$$S = \left(\lambda v - x\eta'(u) - y\beta'(u) + \gamma(u), \frac{\lambda x}{2} + \eta(u), \frac{\lambda y}{2} + \beta(u), 0 \right), \text{ где}$$

$$\gamma(u) = \frac{(H_{11} + H_{22})u^2}{4} + \frac{(F_{11} + F_{22})u}{2} + \gamma_0,$$

функции η и β являются решениями системы уравнений:

$$\begin{cases} \eta''(u) = \eta(u)(H_{11}u + F_{11}) + F_{12}\beta(u) \\ \beta''(u) = \beta(u)(H_{22}u + F_{22}) + F_{12}\eta(u) \end{cases}$$

В настоящей работе также доказана

Теорема 3. Уравнение солитона Риччи на пятимерном 2-симметрическом лоренцевом многообразии локально разрешимо для любой константы λ . Частное решение S в координатах (v, x, y, z, u) имеет вид:

$$S = (V, X, Y, Z, U),$$

$$V = \lambda v + (H_{11} + H_{22} + H_{33}) \frac{u^2}{4} + (F_{11} + F_{22} + F_{33}) \frac{u}{2}$$

$$X = \frac{1}{2} \lambda x$$

$$Y = \frac{1}{2} \lambda y$$

$$Z = \frac{1}{2} \lambda z$$

$$U = 0$$

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 16-01-00336А).

Библиографический список

1. Hamilton R.S. // Contemporary Mathematics. – 1988. – V. 71. – P. 237–261.

2. Alekseevsky D.V., Galaev, A.S. Two-symmetric Lorentzian manifolds // Journal of Geometry and Physics. – 2011. – V. 61, №12. – P. 2331–2340.

3. Gavino-Fernandez S. The geometry of Lorentzian Ricci solitons, Ph.D. Thesis, Publicaciones del Departamento de Geometria y Topologia, Universidade de Santiago de Compostela. – 2012. – P. 105.

4. Onda K., Batat W. Ricci and Yamabe solitons on second-order symmetric, and plane wave 4-dimensional Lorentzian manifolds // Journal of Geometry. – 2014. – V. 105 Issue 3. – P. 561–575.

УДК 514.142

Определённость эники конечным набором точек

И.В. Поликанова

АлтГПА, г. Барнаул

Изучая линии с аффинно-эквивалентными дугами [1–4], автор вышел на кривую, задаваемую в некоторой аффинной системе координат (АСК) в n -мерном действительном аффинном пространстве A^n параметризацией

$$\vec{r} = (u, u^2, \dots, u^n), u \in I, \quad (1)$$

(I – числовой промежуток), но имени её в анналах Интернета не обнаружил. Выявив ряд замечательных качеств этой незнакомки, мы сочли несправедливым оставлять её и впредь безымянной и нарекли *эникой* или « n -иса», отталкиваясь от схожего наименования «кубика» для $n =$

3. Звучит поэтично и, что немаловажно, кратко и вызывает приятные русскому слуху гастрономические ассоциации: «Эники, бэники ели вареники». Первоначально была идея назвать её пространственной алгебраической кривой, чем, по сути, она и является, так как может быть задана системой полиномиальных уравнений с n неизвестными:

$$x_i = x_1^i, i = 2, \dots, n. \quad (2)$$

Однако данный термин охватывает более широкий класс кривых. Кроме того, его принято относить к линиям в проективном пространстве. Нас же пока интересует аффинный статус кривой.

Заметим, что в произвольной АСК эника задаётся так:

$$\vec{r} = (a_{1j}t^j, a_{2j}t^j, \dots, a_{nj}t^j), t \in J, \quad (3)$$

где J – числовой промежуток. Здесь и ниже предполагается суммирование по разно-уровневым индексам $j = 0, 1, 2, \dots, n$; верхний индекс всюду в статье означает степень, a_{ij} – действительные числа, причём, $\det |a_{ij}|_{i,j=1,\dots,n} \neq 0$.

Назовём энику *полной*, если параметр u в (1) пробегает множество R действительных чисел, т.е. $I = R$ (соответственно в (3) $J = R$).

Цель статьи – доказать однозначную определённость полной эники конечным набором точек.

Примером подобного рода утверждений служит предложение ([5], proposition 3.1, с. 86) о том, что алгебраическая гиперповерхность степени d в A^n однозначно определяется минимальным набором из $\binom{d+n}{n} - 1$ точек. Например, поверхность 2-ого порядка в A^3 задаётся 9-ю точками. Однако набор точек, определяющих однозначно гиперповерхность, не произволен. Так, линия 2-ого порядка в A^2 однозначно определяется 5-ю точками, никакие 4 из которых не лежат на одной прямой [6, теорема 4, с. 430]. Из того, что 2 гиперповерхности имеют общие точки в количестве, определяющим гиперповерхность, в общем случае не следует совпадения этих гиперповерхностей. Например, в общем случае 2 поверхности одной степени в A^3 пересекаются по кривой. Сколько бы точек мы не взяли на этой кривой, они не определяют однозначно поверхность данной степени. Поэтому из утверждения об однозначной определённости фигуры некоторого класса конечным набором m точек не вытекает, что всякие 2 фигуры из этого класса имеют не более, чем $m-1$ точек пересечения. Обратное утверждение верно: если всякие 2 фигуры из некоторого класса имеют не более, чем $m-1$ общих точек, то отсюда следует, что m точками фигура в этом классе определяется однозначно. Проблема оценки количества точек пересечений двух фигур внутри некоторого класса важна в компьютерном моделировании.

Теорема 1. Полная эника в A^n однозначно определяется набором из n^2+1 точек, ей принадлежащих.

Доказательство. Пусть 2 полные эники γ и γ' в A^n имеют n^2+1 общих точек; АСК выбрана так, что γ и γ' задаются параметризациями (1) и (3) соответственно, $I=J=R$. Перейдём к явному заданию линии γ по формулам (2).

Пусть $t_1, t_2, \dots, t_{n^2+1}$ – значения параметров в параметризации (3), соответствующих общим точкам обеих линий. Тогда координаты этих точек $(a_{1j}t_k^j, a_{2j}t_k^j, \dots, a_{nj}t_k^j)$, $k=1, \dots, n^2+1$, удовлетворяют системе (2), т. е. справедливы равенства:

$$a_{ij}t_k^j = (a_{1j}t_k^j)^i, \quad i = 2, \dots, n, \quad k=1, \dots, n^2+1.$$

Их можно интерпретировать как существование n^2+1 корней у многочленов $(a_{1j}t^j)^i - a_{ij}t^j = 0$, $i = 2, \dots, n$, степень которых $ni \leq n^2$. А это возможно только в случае, если равенства представляют собой тождества. Следовательно, $a_{12} = a_{13} = \dots = a_{1n} = 0$. После обозначений $a_{11} = a$, $a_{10} = b$ получим: $(at + b)^i \equiv a_{ij}t^j$, $i = 1, \dots, n$.

Итак, линия γ' задаётся параметризацией:

$$\vec{r} = (at + b, (at + b)^2, (at + b)^3, \dots, (at + b)^n), \quad t \in \mathbb{R},$$

которая после допустимой замены параметра $u = at + b$ приводится к виду (1). Значит линии γ и γ' совпадают. Теорема доказана.

Замечание. Из доказательства видно, что эника однозначно определена любыми n^2+1 точками. Поэтому справедливо

Следствие. Две эники пересекаются не более, чем в n^2 точках.

В частности 2 кубики пересекаются не более, чем в 9 точках. Эта оценка достаточно грубая. В [5] даются оценки числа точек пересечения для произвольных алгебраических пространственных кривых в 3-мерном проективном пространстве. Из них следует, что у двух кубик точек пересечения не более 6, и даётся ссылка на работу, в которой доказывается, что их не более 5. Техника получения этих оценок иная – путём погружения одной из кривых на 2-мерную алгебраическую поверхность, после чего оказывается возможным применение теоремы Безу о степени пересечения двух алгебраических многообразий. Для нашей цели обоснования гипотезы о линиях с аффинно-эквивалентными дугами [4] важен лишь сам факт определённости эники конечным набором точек, а вернее, вытекающая из него

Теорема 2. Линия в A^n , локально являющаяся эникой, сама есть эника.

Доказательство. Пусть γ – линия в A^n , окрестность каждой точки которой является эникой. Тогда в некоторой АСК некоторая её откры-

тая дуга γ_0 задаётся параметризацией (1). Пусть δ – полная эника, задаваемая той же параметризацией, где $u \in \mathbb{R}$. Покажем, что $\gamma \subset \delta$.

Пусть X – произвольная точка линии γ , $X_0 \in \gamma_0$. В силу компактности дуги X_0X из открытого покрытия её окрестностями точек, представляющими собой эники, можно выбрать конечное подпокрытие $\{\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_m\}$, причём, можно считать, что окрестность γ_0 – та самая, что определена выше. Более того, окрестности можно перенумеровать таким образом, что всякие две с последовательными номерами перекрываются. Так как $\gamma_0 \cap \gamma_1$ содержит континуальное множество точек, то по теореме 1 $\gamma_1 \subset \delta$. Индукцией по числу окрестностей доказывается, что $\gamma_0 \cup \gamma_1 \cup \dots \cup \gamma_m \subset \delta$. Следовательно, $X \in \delta$. Ввиду произвольности выбора точки $X \in \gamma$ заключаем, что $\gamma \subset \delta$. Теорема доказана.

Библиографический список

1. Поликанова И.В. Об аффинной эквивалентности параболических дуг // Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования», Барнаул, 11–14 ноября, 2014 – Барнаул, – С. 344–346.
2. Поликанова И.В. О линиях в n -мерном аффинном пространстве с аффинно-эквивалентными дугами // МАК-2015: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике.– Барнаул: Изд-во Алт.ун-та, 2015.– С. 34–38.
3. Поликанова И.В. Некоторые свойства линий с аффинно-эквивалентными дугами // Труды семинара по геометрии и математическому моделированию: сб. ст. – Вып. 2. / гл. ред. Е.Д. Родионов. – Изд-во Алт. ун-та, 2016. – С. 55–61.
4. Polikanova I.V. Curves with affine-congruent arcs // Геометрический анализ и теория управления : тезисы докладов Международной конференции. – Новосибирск: Институт математики им. С.Л. Соболева Со РАН, 2016. – С. 106.
5. Abhyankar J.S., Chandrasekar S., Chandru V. Intersection of algebraic space curves // Discrete Applied Mathematics. – North-Holland, 1991. – 31/1. – С. 81–96.
6. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии, пополненные необходимыми сведениями из алгебры. – М.: Наука, 1968. – 511 с.

УДК 514.75

Построение поверхности вращения постоянной гауссовой кривизны

*М.А. Чешкова**АлтГУ, Барнаул*

В евклидовом пространстве E^3 рассмотрим поверхность вращения M , полученную вращением плоской кривой вокруг оси.

Обозначим через $a = (0, 0, 1)$ – орт оси, а через $\rho(v) = (\cos(v), \sin(v), 0)$ – радиус-вектор единичной окружности, расположенной в плоскости, ортогональной оси. Тогда поверхность M можно задать в виде

$$r = u\rho(v) + f(u)a,$$

где f – дифференцируемая функция, v, u – параметры.

Имеем

$$r_1 = r_v = u\rho', r_2 = r_u = f'a + \rho.$$

Обозначим через n – орт нормали к поверхности M . Тогда

$$n = \frac{f'\rho - a}{\sqrt{(f')^2 + 1}}, \quad n_1 = \frac{f'}{u\sqrt{(f')^2 + 1}} r_1, \quad n_2 = \frac{f''}{(\sqrt{(f')^2 + 1})^3} r_2.$$

Главные кривизны k_1, k_2 поверхности M имеют вид

$$k_1 = -\frac{f'}{u\sqrt{(f')^2 + 1}}, \quad k_2 = -\frac{f''}{(\sqrt{(f')^2 + 1})^3}.$$

Имеем дифференциальное уравнение

$$\frac{f'}{u\sqrt{(f')^2 + 1}} \frac{f''}{(\sqrt{(f')^2 + 1})^3} = K.$$

Получим два решения

$$f(u) = \int_0^u \sqrt{\frac{Kt^2 - (c-1)}{c - Kt^2}} dt + c_1, \quad f(u) = -\int_0^u \sqrt{\frac{Kt^2 - (c-1)}{c - Kt^2}} dt + c_1, \quad (1)$$

где c_1, c – произвольные константы.

В [1, с. 97] форма меридиана $f = f(u)$ исследована не прибегая к вычислению эллиптического интеграла. Мы построим данные поверхности, используя математический пакет MAPLE [2].

Имеем

$$f(u) = \pm \frac{-I\sqrt{c-1}\text{EllipticE}\left(\frac{u\sqrt{Kc}}{c}, \sqrt{\frac{(c-1)c}{c-1}}\right)}{\sqrt{K}} + c_1. \quad (2)$$

Случай, когда $K < 0$.

Для определенности, полагаем $K = -1$.

Константам $c = 0, c_1 = 0$ соответствуют решения

$$f(u) = \pm(\sqrt{1-u^2} - \text{arch}\left(\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}\right)).$$

$$u = \sin t, \text{arch}(u) = \frac{1}{2} \ln \frac{1-u}{1+u},$$

Делая замену

получим известное уравнение трактрисы $f(t) = \pm(\cos t + \ln \tan(t/2))$.

В этом случае поверхность M есть псевдосфера (рисунок 1). Используя математический пакет, построим её.

> with(plots):

> T1 := plot3d([sin(u)*cos(v), sin(u)*sin(v), cos(u) + ln(tan(u/2))],

u = Pi/24..Pi/2, v = -Pi..Pi):

> T2 := plot3d([sin(u)*cos(v), sin(u)*sin(v), -cos(u) - ln(tan(u/2))],

u = Pi/24..Pi/2, v = -Pi..Pi):

> display(T1, T2);

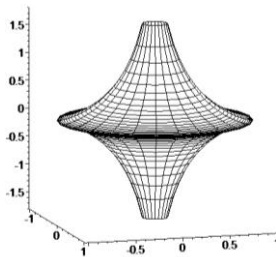


Рисунок 1– Псевдосфера

Будем строить поверхность при $c = 1/4, c_1 = 0$. Имеем решения

$$f(u) = \mp(2\text{EllipticF}\left(\frac{2u\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}I\right) - \frac{1}{2}\text{EllipticE}\left(\frac{2u\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}I\right)) \quad (3)$$

Положим $u = \sqrt{1-c}$ и введем обозначение

$$b = 2\text{EllipticF}\left(\frac{2\sqrt{1-c}\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}I\right) - \frac{1}{2}\text{EllipticE}\left(\frac{2\sqrt{1-c}\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}I\right). \quad (4)$$

Построим полученную поверхность (рисунок 2).

> with(plots):

> M1:= plot3d([u*cos(v),u*sin(v),f(u)],u = 0..sqrt(1-c), v = -Pi..Pi):

> M2:= plot3d([u*cos(v),u*sin(v),-f(u)],u = 0..sqrt(1-c), v = -Pi..Pi):

> M3:= plot3d([u*cos(v),u*sin(v),-f(u)-2*b],u = 0..sqrt(1-c), v = -Pi..Pi):

> M4:= plot3d([u*cos(v),u*sin(v),f(u) + 2*b],u = 0..sqrt(1-c), v = -Pi..Pi):

> display(M1,M2,M3,M4);

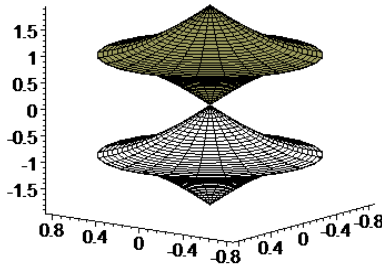


Рисунок 2 – Поверхность вращения, $K=-1$, $c=1/4$

Положим в (1) $c^* = -c$.

Имеем

$$f(u) = \pm \int_0^u \sqrt{\frac{-t^2 + c^* + 1}{-c^* + t^2}} dt + c_1,$$

$$f(u) = \mp \frac{-I}{\sqrt{c^*}} \left(\text{EllipticF}\left(\frac{u}{\sqrt{1+c^*}}, \frac{\sqrt{(1+c^*)c^*}}{c^*}\right) \right. \quad (5)$$

$$\left. + c^* \text{EllipticE}\left(\frac{u}{\sqrt{1+c^*}}, \frac{\sqrt{(1+c^*)c^*}}{c^*}\right) \right) + c_1.$$

Из (5) следует $c^* < 0, 1+c^* > 0$.

Рассмотрим случай, когда $c^* = -1/4, c_1 = 0$. Имеем решения

$$f(u) = \mp \left(2\text{EllipticF}\left(\frac{2u\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}I\right) - \frac{1}{2}\text{EllipticE}\left(\frac{2u\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}I\right) \right).$$

Полагая $u = \sqrt{1+c^*}, u = \sqrt{-c^*}$, введем обозначение

$$b1 = 2\text{EllipticK}(\sqrt{3I}) - \frac{1}{2}\text{EllipticE}(\sqrt{3I}), (u = \sqrt{1+c^*}) ,$$

$$a = 2\text{EllipticF}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3I}\right) - \frac{1}{2}\text{EllipticE}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3I}\right), (u = \sqrt{-c^*}) .$$

Построим эту поверхность (рисунок 3).

```
> M1:= plot3d([u*cos(v),u*sin(v),f(u)-2*a],
u = sqrt(-c^*)..sqrt(1-c^*), v = -Pi..Pi):
> M2:= plot3d([u*cos(v),u*sin(v),-f(u)],
u = sqrt(-c^*)..sqrt(1-c^*), v = -Pi..Pi):
> M3:= plot3d([u*cos(v),u*sin(v),-f(u)-2*a + 2*b1],
u = sqrt(-c^*)..sqrt(1-c^*), v = -Pi..Pi):
> M4:= plot3d([u*cos(v),u*sin(v),f(u)-2*b1],
u = sqrt(-c^*)..sqrt(1-c^*), v = -Pi..Pi):
> display(M1,M2,M3,M4);
```

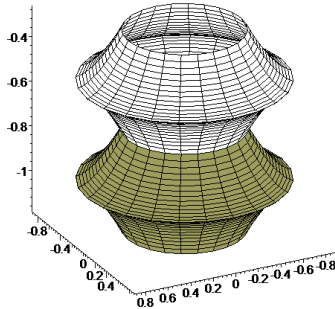


Рисунок 3 – Поверхность вращения, $K = -1, c^* = -1/4$

Случай, когда $K > 0$.

Для определенности, полагаем $K = 1$.

Из (1) имеем

$$f(u) = \pm \int_0^u \sqrt{\frac{t^2 - c + 1}{c - t^2}} dt + c_1 ,$$

$$f(u) = \pm (-I\sqrt{c-1}\text{EllipticE}\left(\frac{u}{\sqrt{c}}, \frac{\sqrt{(c-1)c}}{c-1}\right)) + c_1 \quad (6)$$

Константам $c = 1, c_1 = 0$ соответствуют решения $f(u) = \pm(\sqrt{1-u^2})$.

Меридиан в этом случае есть полуокружность, а поверхность есть сфера.

Из (6) следует $c < 1, c > 0$.

Полагаем $c = \frac{1}{4}$.

Имеем

$$f(u) = \mp(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\text{EllipticE}(2u, \frac{1}{3}\sqrt{3}I)).$$

Введем обозначение

$$a = \frac{1}{2}\sqrt{3}\text{EllipticE}(\frac{1}{3}\sqrt{3}I), (u = \sqrt{c}).$$

Построим поверхность (рисунок 4).

```
> M1:=plot3d([u*cos(v),u*sin(v),f(u)],u=0..sqrt(c), v=-Pi..Pi):
> M2:=plot3d([u*cos(v),u*sin(v),-f(u)],u=0..sqrt(c), v=-Pi..Pi):
> M3:=plot3d([u*cos(v),u*sin(v),-f(u)+2*a],u=0..sqrt(c), v=-Pi..Pi):
> M4:=plot3d([u*cos(v),u*sin(v),f(u)-2*a],u=0..sqrt(c), v=-Pi..Pi):
> display(M1,M2,M3,M4);
```

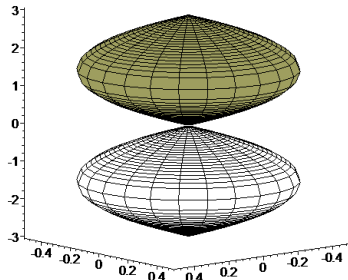


Рисунок 4 – Поверхность вращения, $K = 1, c = 1/4$

Аналогично, положим в (1) $c^* = -c$.

Имеем

$$f(u) = \pm \int_0^u \sqrt{\frac{t^2 + c^* + 1}{-c^* - t^2}} dt + c_1,$$

$$f(u) = \pm(-\sqrt{c^*+1} \operatorname{EllipticE}(\frac{u\sqrt{-c^*}}{c^*}, \frac{\sqrt{(c^*+1)c^*}}{c^*+1})) + c_1. \quad (7)$$

Из (7) следует $c^*+1 > 0, c^* < 0$

Предположим $c^* = -4/5$. Тогда

$$f(u) = \mp(-\frac{1}{5}\sqrt{5} \operatorname{EllipticE}(\frac{u\sqrt{5}}{2}, 2I)).$$

Введем обозначение

$$b1 = \frac{1}{5}\sqrt{5} \operatorname{EllipticE}(\frac{1}{2}, 2I), (u = \sqrt{1+c^*}), a = \frac{1}{5}\sqrt{5} \operatorname{EllipticE}(2I), (u = \sqrt{-c^*}).$$

Построим эту поверхность (рисунок 5).

```
> M1: = plot3d([u*cos(v),u*sin(v),f(u)-2*a],
u = sqrt(-c^*)..sqrt(1+c^*), v = -Pi..Pi):
> M2: = plot3d([u*cos(v),u*sin(v),-f(u)-2*b1-2*a],
u = sqrt(-c^*)..sqrt(1+c^*), v = -Pi..Pi):
> M3: = plot3d([u*cos(v),u*sin(v),-f(u)-4*a],
u = sqrt(-c^*)..sqrt(1+c^*), v = -Pi..Pi):
> M4: = plot3d([u*cos(v),u*sin(v),f(u)-2*b1],
u = sqrt(-c^*)..sqrt(1+c^*), v = -Pi..Pi):
> display(M1,M2,M3,M4);
```

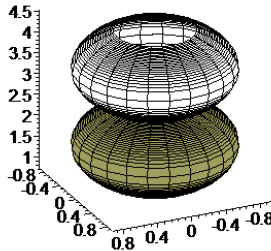


Рисунок 5 – Поверхность вращения, $K = 1, c^* = -4/5$

Библиографический список

1. Каган В.Ф. Основы теории поверхностей в тензорном изложении. – М., Л., 1948. – Ч. 2.
2. Васильев А.Н. Maple 8. М., 2003.

УДК 514.75

**Поверхности переноса и торы
в евклидовом пространстве E^3**

М.А. Чешкова
АлтГУ, г. Барнаул

В евклидовом пространстве E^3 рассмотрим поверхность переноса M [1, с. 315], [2, с. 130], [3]

$$r(u, v) = U(u) + V(v), u \in [-\pi, \pi], v \in [-\pi, \pi], \quad (1)$$

где $U(u), V(v)$ 2π – периодические вектор-функции.

Формула (1) определяет [4, с. 75] модель тора.

Действительно,

$$r(-\pi, v) = U(-\pi) + V(v) = U(-\pi + 2\pi) + V(v) = r(\pi, v),$$

$$r(u, -\pi) = U(u) + V(-\pi) = U(u) + V(-\pi + 2\pi) = r(u, \pi).$$

Имеем склейку противоположных сторон прямоугольника $u \in [-\pi, \pi], v \in [-\pi, \pi]$ по точкам, лежащим на общей горизонтали, и одновременно склейку по точкам, лежащим на общей вертикали [4, с. 75].

Рассмотрим вектор-функцию

$$r(v) = U(kv) + V(v), v \in [-\pi, \pi].$$

Ищем обмотку тора. Если обмотка тора замкнутая кривая [3], то k рациональное число.

Действительно,

$$\begin{aligned} r(v + 2\pi n_1) &= U(k(v + 2\pi n_1)) + V(v + 2\pi n_1) = r(v) = \\ &= U(kv + 2\pi n_2) + V(v), k = \frac{n_2}{n_1}, n_1, n_2 \in N. \end{aligned}$$

Если k иррациональное число, то кривая, определяемая вектор-функцией $r = r(v)$, незамкнутая кривая, сколько бы мы не накручивали кривую на тор.

Пример модели тора

Рассмотрим поверхность переноса M

$$r(u, v) = (\cos(v), \sin(v) + \cos(u), \sin(u)), u \in [-\pi, \pi], v \in [-\pi, \pi].$$

В нашем случае

$$U(u) = (0, \cos(u), \sin(u)), V(v) = (\cos(v), \sin(v), 0). \quad (2)$$

Кривые (2) есть окружности.

Построим поверхность переноса M (рисунок 1).

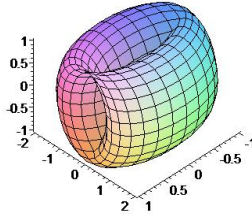


Рисунок 1 – Поверхность переноса M

Рассмотрим некоторые свойства этой поверхности.

Обмотка тора M

Ищем рациональную обмотку тора M .

Рассмотрим на торе кривую $v = \frac{1}{2}u, u \in [-2\pi, 2\pi]$.

Построим ее (рисунок 2).

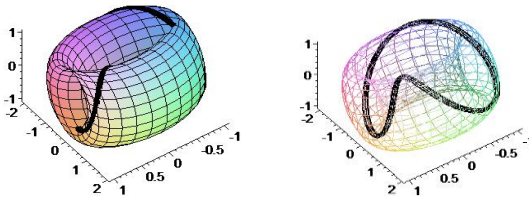


Рисунок 2 – Рациональная обмотка тора M , $v = \frac{1}{2}u$

Ищем иррациональную обмотку тора M .

Построим на торе кривую $v = \sqrt{2}u, u \in [-2\pi, 2\pi]$ (рисунок 3).

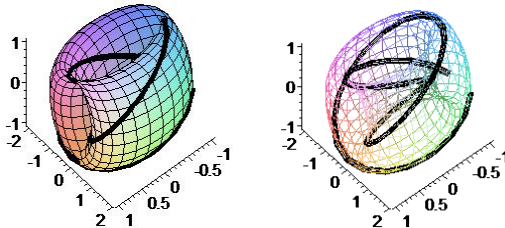


Рисунок 3 – Иррациональная обмотка тора M , $v = \sqrt{2}u$

Характер точек на торе M

Обычным способом определим гауссову кривизну K поверхности. Имеем

$$K = \frac{b}{g}, \text{ где } b = \det(b_{ij}), g = \det(g_{ij}), ij = 1, 2,$$

$$g_{ij} = \langle r_i, r_j \rangle, r_1 = r_u, r_2 = r_v, b_{ij} = \langle r_{ij}, [r_1, r_2] \rangle > \frac{1}{\sqrt{g}}.$$

$$g_{11} = 1, g_{22} = 1, g_{12} = -\sin(u) \cos(v), b_{11} = \sin(v) \frac{1}{\sqrt{g}}, b_{22} = \cos(u) \frac{1}{\sqrt{g}}, b_{12} = 0,$$

$$K = \frac{\sin(v) \cos(u)}{g^2}. \quad (3)$$

Для параболических точек

$$\sin(v) \cos(u) = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) определяет четыре окружности

$$S_1 : r = r(u, 0) = (1, \cos(u), \sin(u)), S_2 : r = r(u, \pi) = (-1, \cos(u), \sin(u)),$$

$$S_3 : r = r(\pi/2, v) = (\cos(v), \sin(v), 1), S_4 : r = r(-\pi/2, v) = (\cos(v), \sin(v), -1).$$

Точки касания этих окружностей

$$P1(\pi/2, 0) = (1, 0, 1), P2(-\pi/2, 0) = (1, 0, -1), P3(\pi/2, \pi) = (-1, 0, -1), P4(\pi/2, \pi) = (-1, 0, 1).$$

есть особые точки. Для них $g_{12} = \pm 1, g = 0$.

Замечаем, что

$$P_1 \in S_1, P_1 \in S_3; P_2 \in S_1, P_2 \in S_4; P_3 \in S_4, P_3 \in S_2; P_4 \in S_3, P_4 \in S_2.$$

Построим эти окружности (рисунок 4).

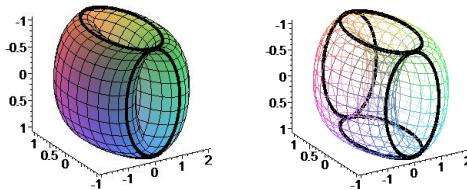


Рисунок 4 – Параболические точки на торе M

Для гиперболических точек

$$\sin(v) \cos(u) < 0. \quad (5)$$

Имеем три куска поверхности

$$MG1: u \in (\pi/2, \pi), v \in (0, \pi), \quad MG2: u \in (-\pi, -\pi/2), v \in (0, \pi), \\ MG3: u \in (-\pi/2, \pi/2), v \in (-\pi, 0).$$

Построим их (рисунок 5).

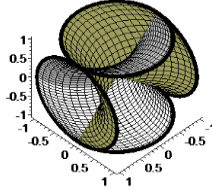


Рисунок 5 – Гиперболические и параболические точки тора

Для эллиптических точек

$$\sin(v) \cos(u) > 0 \quad (6)$$

Имеем три куска поверхности

$$ME1: u \in (-\pi/2, \pi/2), v \in (0, \pi), \quad ME2: u \in (-\pi, -\pi/2), v \in (-\pi, 0), \\ ME3: u \in (\pi/2, \pi), v \in (-\pi, 0).$$

Построим их (рисунок 6).

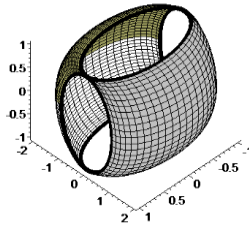


Рисунок 6 – Эллиптические и параболические точки тора

На гиперболической части тора M определяются две «диагональные» прямые $l_{13} = (P1, P3), l_{24} = (P2, P4): r = (\pm \sin(u), 0, \sin(u))$ ($v = u - \pi/2, v = -u - \pi/2$).

Плоскость, проходящая через l_{13} ортогонально l_{24} и плоскость, проходящая через l_{24} ортогонально l_{13} , на параболической части тора M определяют два «диагональных» эллипса $r = (\pm \sin(u), 2 \cos(u), \sin(u))$ ($v = u + \pi/2, v = -u + \pi/2$) (рисунок 7, 8).

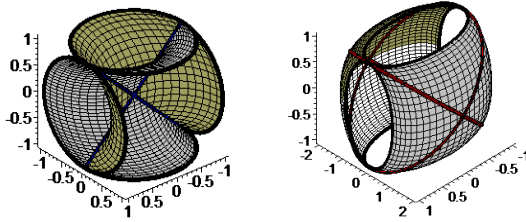


Рисунок 7 – Параболические и «диагональные» кривые на торе M

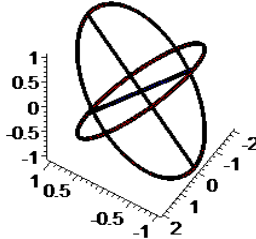


Рисунок 8 – «Диагональные» кривые на торе M

Интегральная кривизна

Определим интегральную кривизну. Имеем

$$\int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} K \sqrt{g} \, dvdu = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin(v) \cos(u)}{(1 - \sin(u)^2 \cos(v)^2)^{3/2}} \, dvdu = 0$$

$$\text{Эйлерова характеристика } \chi(M) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} K \sqrt{g} \, dvdu = 0.$$

Библиографический список

1. Шуликовский В.И. Классическая дифференциальная геометрия. – М., ГИФМЛ, 1963.
2. Кривошапко С.Н., Иванов В.Н., Халаби С.М. Аналитические поверхности. – М., 2006.
3. Чешкова М.А. О поверхностях переноса в евклидовом пространстве // Математика и ее приложения: фундаментальные проблемы науки и техники. Сборник трудов всероссийской конференции. – Барнаул, 24–26 ноября, 2015.
4. Борисович Ю.Г., Близняков Н.М., Израилевич Я.А., Фоменко Т.Н. Введение в топологию. – М., 1995.

Секция 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

УДК 517

Анализ зависимости скорости протаивания мерзлого грунта от температурного режима и интенсивности осадков

А.С. Алейников, А.Г. Петрова

АлтГУ, г. Барнаул

Работа посвящена исследованию влияния интенсивности осадков, температуры поверхности и глубины залегания на скорость протаивания вечной мерзлоты. Исследование процессов протаивания и промерзания почв имеют большое значение для сельскохозяйственных районов Западной Сибири и северных территорий.

Рассматривается одномерная задача без учета силы тяжести, испарения, наличия вегетативного слоя и излучения.

Область $0 < x < \xi(t)$ занята грунтом, который рассматривается как пористая среда с неподвижными скелетом и порами, заполненными водой и воздухом. Область $\xi(t) < x < Y$ – мерзлый грунт, в котором лед в порах и сам скелет неподвижны и все поры заняты льдом.

Модель строится в следующих предположениях: вода и лед несжимаемые; воздух – вязкий совершенный газ; температура и давление общие для скелета и пор; поверхность грунта подвержена воздействию выпадающего с определенной скоростью и температурой дождя. Силой тяжести пренебрегаем. Определяющие уравнения в талом грунте представляют собой законы сохранения массы, энергии, дополненные обобщенным законом Дарси и уравнением состояния совершенного газа [1, 2].

В области инфильтрации осадков выполнены следующие уравнения относительно неизвестных функций: влагонасыщенности S , плотности воздуха в порах ρ_a , температуры T и давления P .

$$n\rho_w \frac{\partial}{\partial t} S_w + \rho_w \frac{\partial}{\partial x} v_w = 0; \quad n \frac{\partial}{\partial t} \rho_a (1 - S_w) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_a v_a) = 0;$$

$$v_i = -\frac{kf_i(S_w)}{\mu_i} (P_x - \rho_i g), \quad P = \rho_a RT, \quad j = a, w,$$

$$(\rho C)_m \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} [P(v_a + v_w)] + (\rho_w C_w v_w + \rho_a C_a v_a) \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_m \frac{\partial T}{\partial x} \right);$$

где

$$f_w(S_w) = S_w, \quad f_a(S_w) = (1 - S_w).$$

Здесь: ρ_i, ρ_w, ρ_a – плотности льда, воды и воздуха, μ_w, μ_a – коэффициенты вязкости, C_w, C_a, C_s – удельные теплоемкости, k, q – проницаемость и удельная скрытая теплота фазового перехода, R – универсальная газовая постоянная, n – пористость.

Нижние индексы a, w, i, s относятся к характеристикам воздуха, воды, льда и скелета грунта соответственно, нижние индексы m, f указывают на усредненную (эффективную) характеристику соответственно талого и мерзлого грунта, которая здесь вычисляется как средневзвешенная [3].

На дневной поверхности заданы температура осадков, насыщенность

$$T(0, t) = T_0, \quad S(0, t) = S_0;$$

и условие

$$-\left. \frac{kSP_0}{\mu_a \mu_w \xi(t)} \frac{\partial P}{\partial n} \right|_{\eta=0} = N(t),$$

где $N(t)$ – скорость дождя (объем воды, выпавший на единицу поверхности за единицу времени).

На границе фазового перехода $x = \xi(t)$ выполнены условия для температуры и давления

$$T(1, t) = T_{gr}, \quad P(1, t) = P_{atm}.$$

Кроме того, выполнены следующие условия, являющиеся следствиями законов сохранения:

$$\begin{aligned} \left(S_w - \frac{\rho_i}{\rho_w}\right) \dot{\xi}(t) &= -\frac{k}{n\mu_w} f_w(S_w) \frac{\partial}{\partial x} P_m(\xi(t), t), \\ (S_w - 1) \dot{\xi}(t) &= -\frac{k}{n\mu_a} \left(-f_a(S_w) \frac{\partial}{\partial x} P_m(\xi(t), t)\right), \\ nq\rho_i \dot{\xi}(t) &= -\lambda_m \frac{\partial}{\partial x} T_m(\xi(t), t). \end{aligned}$$

Последнее условие – это условие Стефана[3], в котором q – удельная скрытая теплота фазового перехода. Скорость фазовой границы в нашем случае равна $\dot{\xi}(t)$.

Для того что бы замкнуть задачу нам необходимо задать начальные распределения температуры, насыщенности и давления

$$T(x, 0) = T(x), S(x, 0) = S(x), P(x, 0) = P(x).$$

удем искать решение, для которого все поры в мерзлом грунте заняты льдом, а температура тождественно равна температуре фазового перехода (однофазная задача).

В целях численного исследования исходная система (1) приводится к безразмерному виду и преобразуется в задачу, определенную в фиксированной путем замены переменной [4]:

$$\eta = \frac{x}{\xi(t)}.$$

Для дальнейшего исследования воспользуемся следующим алгоритмом: зададим начальные распределения температуры, насыщенности и давления; решаем задачу для температуры T и давления P с известной насыщенностью S и положением фронта $\xi(t)$; находим новые значения насыщенности; вычисляем новое положение свободной границы. На каждом временном слое проводятся итерации.

Результаты численных расчетов показали, что температура и интенсивность выпадения осадков оказывают значительное влияние на скорость протаивания мерзлого грунта.

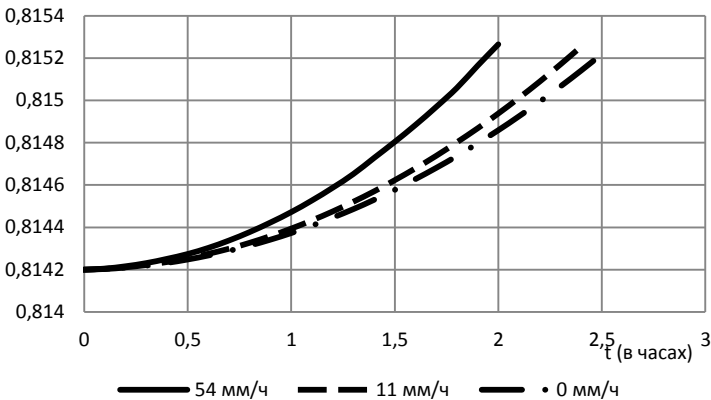


Рисунок 1 – Положение фронта при начальной глубине мерзлой зоны 0,8142 м

На рисунке 1 приведены результаты расчетов процесса протаивания грунта (в метрах) в зависимости от времени для трех значений интенсивности дождя (0, 11 и 54 мм/ч). В частности, время протаивания грунта на 0,1 см при начальной глубине 0,8142 метра при различной интенсивности осадков варьируется примерно от 1 часа 50 минут до двух с половиной часов.

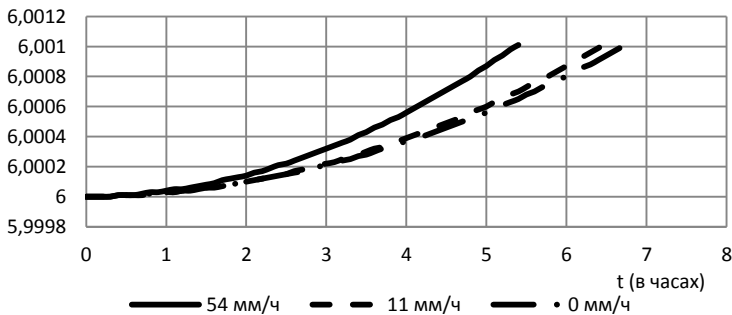


Рисунок 2 – Положение фронта при начальной глубине мерзлой зоны 6 м

На рисунке 2 приведены результаты расчетов процесса протаивания грунта (в метрах) в зависимости от времени для трех значений интенсивности дождя (0, 11 и 54 мм/ч) при начальной глубине промерзания, равной 6 м.

Расчеты показали, что при увеличении интенсивности выпадающих осадков значительно увеличивается скорость протаивания грунта. Если вечная мерзлота находится на малой глубине, то грунт, на который выпадает сильный дождь, протает на полчаса раньше, чем грунт, на который осадки не воздействуют.

Можно заметить, что при значительном увеличении начальной глубины так же увеличивается и время, необходимое для протаивания участка глубиной 0,1 см. На глубине шести метров разница во времени протаивания в случаях сильного ливня и отсутствия осадков будет уже около часа.

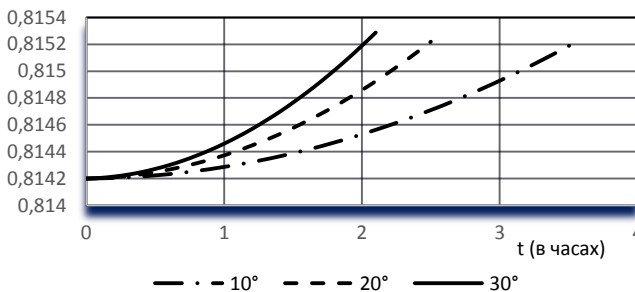


Рисунок 3 – Результаты расчетов процесса протаивания грунта в зависимости от времени для трех значений температуры (10, 20 и 30 град.)

На рисунке 3 представлены результаты расчета процесса таяния участка глубиной 0,1 см при начальном положении фазовой границы 0,8142 метра при отсутствии дождя.

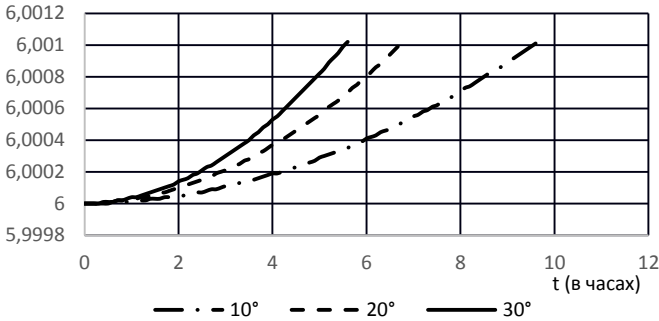


Рисунок 4 – Результаты расчетов процесса протаивания грунта в зависимости от времени для трех значений температуры (10, 20 и 30 град.)

На рисунке 4 представлены результаты расчета процесса таяния участка глубиной 0,1 см при начальном положении фазовой границы 6 метров в случае отсутствия осадков.

Численные расчеты показали, что чем выше температура на верхней границе, тем быстрее происходит процесс таяния. На большой глубине (6 м) в случае отсутствия осадков при температуре поверхности 30 градусов слой грунта толщиной 0,1 см протаивает почти в 2 раза быстрее, чем при температуре 10 градусов.

Для расчетов выбраны значения исходных параметров, использованные в [2, 5].

Библиографический список

1. Васильев В.И., Максимов А.М., Петров Е.Е., Цыпкин Г.Г. Тепломассоперенос в промерзающих и протаивающих грунтах. – М., 1996.
2. Петрова А.Г., Мошкин Н.П., Жирков А.Ф., Задача о возмущениях фазового фронта в ненасыщенном грунте под действием инфильтрации осадков // Известия Алтайского государственного университета – Барнаул, 2015. – Т. 1, №1 (85). – С. 100–106.
3. Мейрманов А.М., Задача Стефана – Новосибирск, 1999. – Т. 40, №3.

4. Воеводин А.Ф., Гранкина Т.Б. Численное моделирование роста ледяного покрова в водоеме // Сиб. журн. индустр. математики. – 2006. – Т. 9, №1 (25).

УДК 517.958 + 631.459.26

Обоснование одной задачи внутренней эрозии грунта

С.В. Алексеева, А.А. Папин

АлтГУ, г. Барнаул

Постановка задачи

В работе рассматривается математическая модель изотермической внутренней эрозии без учета деформации пористой среды. Фильтрация подземных вод происходит в водоносном горизонте. При достижении определенной величины скорости фильтрации происходит вынос частиц грунта из области течения и образование подземных полостей. В результате увеличения и достижения критических размеров этих полостей происходит обрушение свода пород.

В работе изучается следующая система уравнений составного типа:

$$\frac{\partial s\phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (K_0(\phi)a(s)\nabla s - b(s)v(t) + F(s, \phi)), \quad (1)$$

$$\frac{\partial(1-\phi)}{\partial t} = -I(s, \phi), \quad (2)$$

решаемая в области $(x, t) \in Q_T = Q \times (0, T)$, $Q = (0, 1)$,

при краевых и начальных условиях

$$s(0, t) = s_0(t), \quad s(1, t) = s_1(t),$$

$$s(x, 0) = s^0(x), \quad \phi(x, 0) = \phi^0(x). \quad (3)$$

Данная начально-краевая задача описывает одномерное движение двухфазной смеси в неподвижной пористой среде, состоящей из твердых частиц и жидкости [1]. Здесь ϕ – пористость, s – насыщенность воды, I – интенсивность перехода массы из твердого скелета; кроме того $K_0(\phi)$, $a(s)$, $b(s)$, $F(s, \phi)$ – заданные функции. Задача записана в эйлеровых координатах x, t . Искомыми являются величины s и ϕ . Обзор математических моделей процесса суффозии дан в работе [1]. Математическое обоснование, как правило, отсутствует, за исключением рассмотрения частных решений [3–5]. Вывод уравнений (1), (2) дан в работе [6]. Система уравнений близка по структуре уравнениям двухфазной фильтрации несмешивающихся жидкостей в случае известной пористости [7–9]. Особенностью данной задачи является необходимость обоснования физического принципа максимума для пористости ϕ и насыщенности s вида $0 \leq \phi \leq 1$,

$0 \leq s \leq 1$. Кроме того коэффициент $a(s)$ в общем случае обладает свойствами $a(0) = a(1) = 0, a(s) > 0$ при $s \in (0,1)$, то есть уравнение (1) является вырождающимся на решении, а переменная неизвестная пористость существенно усложняет структуру системы (1), (2).

Поэтому на первом этапе исследования задачи (1)–к(3) рассматривается случай невырождающегося уравнения (1) ($a(s) > 0$ при $s \in [0,1], 0 < \phi \leq 1$). Целью работы является доказательство разрешимости задачи (1) – (3).

Для интенсивности фазовых переходов принимается следующая модельная зависимость [1]:

$$I = \delta(s)R(\phi)\max\{|v(t)| - v_k, 0\},$$

$$\delta(s) = \begin{cases} 0, & s \geq 1; \\ 1 - s, & 0 < s < 1; \\ 1, & s \leq 0. \end{cases} \quad R(\phi) = \begin{cases} 0, & \phi \geq 1; \\ \phi(1 - \phi), & 0 < \phi < 1; \\ 0, & \phi \leq 0. \end{cases}$$

где $v(t)$ – суммарная скорость фильтрации (заданная функция), v_k – предельное значение скорости фильтрации при превышении которой «запускается» процесс суффозии.

Определение 1. Решением задачи (1)–(3) в цилиндре Q_T будем называть пару функций $\phi(x, t) \in C^{2+\alpha, 1+\alpha/2}(Q_T)$, $s(x, t) \in C^{2+\alpha, (2+\alpha)/2}(Q_T)$, удовлетворяющую уравнениям (1), (2) и условиям (3) в обычном смысле. Причем $0 \leq s \leq 1, 0 < \phi \leq 1$.

В дальнейшем, будем придерживаться обозначений принятых в [10].

Теорема. Пусть данные задачи (1)–(3) подчиняются условиям:

1. Функции $K_0(\phi), a(s), b(s), F(s, \phi)$ и их производные до второго порядка непрерывны для $s \in [0,1], \phi \in [0,1]$ и удовлетворяют условиям

$$0 < m \leq K_0(\phi), a(s) \leq M < \infty,$$

$$F(s, \phi) = 0 \text{ при } s < 0, s > 1.$$

2. Функции $v(t), s_0(t), s_1(t), s^0(x), \phi^0(x)$ удовлетворяют следующим условиям гладкости

$$v(t), s_0(t), s_1(t) \in C^{2+\alpha}[0, T]; \quad s^0(x), \phi^0(x) \in C^{2+\alpha}(\bar{Q})$$

и условиям согласования

$$s_0(0) = s^0(0), \quad s_1(0) = s^0(1),$$

а также удовлетворяют неравенствам

$$0 \leq s^0(x) \leq 1, \quad 0 < m_0 \leq \phi^0 \leq M_0 < 1, \quad |v_k(t)| < \infty, \\ 0 \leq s_0(t) \leq 1, \quad 0 \leq s_1(t) \leq 1$$

где m_0, m, M, v_k, M_0 – известные положительные постоянные.

Тогда для любого конечного интервала $(0, T]$ задача (1)–(3) имеет единственное решение:

$$\phi(x, t) \in C^{2+\alpha, 1}(Q_T), \quad s(x, t) \in C^{2+\alpha, (2+\alpha)/2}(Q_T).$$

Более того

$$0 \leq s(x, t) \leq 1, \quad 0 < \phi(x, t) < 1, \quad (x, t) \in Q_T.$$

Схема доказательства

Доказательство следует работе [2] и [6]. Основными являются следующие моменты: 1) доказательство принципа максимума для s и ϕ ; 2) доказательство гельдеровской непрерывности пористости ϕ и насыщенности s без предположения о дифференцируемости суммарной скорости фильтрации по времени; 3) построение вполне непрерывного оператора и проверка условий теоремы Шаудера.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ «Расчет физических характеристик почвогрунтов в процессе внутренней эрозии и прогноз их разрушения» №17-41-220314.

Библиографический список

1. Vardoulakis I. Sand-production and sand internal erosion: Continuum modeling // Alert School: Geomechanical and Structural Issues in Energy Production. – 2006.

2. Папин А.А., Сибин А.Н. О разрешимости первой краевой задачи для одномерных уравнений внутренней эрозии // Известия АлтГУ, Барнаул, 2015. Т. 2, №1. – С. 136–140.

3. Кузиков С.С., Папин А.А., Сибин А.Н. Численное моделирование процесса суффозионного выноса грунта // МАК-2014 : сборник трудов 17 региональной конференции по математике. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2014.

4. Кузиков С.С., Папин А.А., Сибин А.Н. Численное исследование профильной задачи внутренней эрозии в межмерзлотном водоносном слое // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2014. Вып. 1/2 (85).

5. Папин А.А., Гагарин Л.А., Шепелев В.В., Сибин А.Н., Хворых Д.П. Математическая модель фильтрации грунтовых вод, контактирующих с многолетнемерзлыми породами // Известия АлтГУ, Барнаул, 2013. Вып. 1/2 (77).

6. Папин А.А., Вайгант В.А., Сибин А.Н. Математическая модель изотермической внутренней эрозии // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2015. – Вып. 1/1 (85). – С. 89–93.

7. Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. – Новосибирск, 1983.

8. Ахмерова И.Г., Папин А.А. Разрешимость краевой задачи для уравнений одномерного движения двухфазной смеси // Математические заметки. – 2014. – Т. 96, №2. – С. 170–185.

9. Папин А.А. Существование решения «в целом» уравнений одномерного неизотермического движения двухфазной смеси. 1. Постановка задачи и вспомогательные утверждения // Сиб. журн. индустр. математики. – Новосибирск, 2006. – Т. 9, №2 (26). – С. 116–136.

10. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уралцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. – М., 1967.

11. Кружков С.Н., Сукорянский С.М. Краевые задачи для систем уравнений типа двухфазной фильтрации; постановка задач, вопросы разрешимости, обоснование приближенных методов // Матем. сб. – 1977. – Т. 104(146), №1(9). – С. 69–88.

УДК 517.95 + 631.459.26

Математическая модель абляции льда

Н.Ю. Глебова, А.А. Папин

АлтГУ, г. Барнаул

Постановка задачи

В работе изучается модель, описывающая процесс сублимации льда. Лёд рассматривается как деформируемая пористая среда, в порах которой движется влажный воздух. В основе рассматриваемой модели лежат уравнения сохранения масс с учётом фазового перехода, закон Дарси для влажного воздуха, учитывающий движение пористого скелета, реологическое уравнение для пористости, уравнения равновесия и сохранения энергии для системы лёд-воздух [1–3]

$$\frac{\partial \phi \rho_f}{\partial t} + \operatorname{div}(\phi \rho_f \vec{u}_f) = S, \quad (1)$$

$$\frac{\partial (1-\phi) \rho_s}{\partial t} + \operatorname{div}((1-\phi) \rho_s \vec{u}_s) = -S, \quad (2)$$

$$\phi(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) = -K_0 \frac{k}{\mu} (\nabla p_f + \rho_f \vec{g}), \quad (3)$$

$$\left(\rho_f \phi + \rho_s (1-\phi) \right) \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\rho_f \phi \vec{u}_f + \rho_s (1-\phi) \vec{u}_s) \nabla \theta = \operatorname{div}(\lambda_c \nabla \theta) - \mu \frac{\partial \rho_f \phi}{\partial t}, \quad (4)$$

$$p_{tot} = \phi p_f + (1-\phi) p_s, \quad p_e = (1-\phi)(p_s - p_f), \quad (5)$$

$$\rho_{tot} = \phi \rho_f + (1-\phi) \rho_s, \quad p_f = \rho_f R \theta, \quad \nabla \cdot \vec{u}_s = -a(\phi) p_e, \quad \nabla p_{tot} = \rho_{tot} \vec{g}. \quad (6)$$

Здесь $\rho_f, \rho_s, \vec{u}_f, \vec{u}_s$ – соответственно истинные плотности и скорости влажного воздуха и льда; Φ – пористость; $p_f(\rho_f, \theta), p_s$ – соответственно давление льда и пара; p_e – эффективное давление; θ – температура среды, $S(\Phi, \rho_f)$ – интенсивность фазового перехода «лёд – влажный воздух»; K_0 – тензор фильтрации; k – проницаемость; μ – динамическая вязкость газа; $a(\Phi), c_f, c_s, \lambda_c$ – параметры пороупругой среды; R – универсальная газовая постоянная.

Интенсивность фазового перехода (сублимации) определяется следующим образом [4]:

$$S = \begin{cases} G\Phi(1 - \Phi)(\rho_f - \rho_n), & \rho_f < \rho_n \\ 0, & \rho_f > \rho_n \end{cases};$$

$$G = \frac{3\rho_s}{\rho_n r^2 \left(\frac{L_s}{K\theta Nu} \left(\frac{L_s M}{R\theta} - 1 \right) + \frac{1}{D\rho_n Sh} \right)},$$

где L_s – теплота сублимации льда; M – молекулярная масса воды; r – радиус частицы; D – коэффициент диффузии; K – молекулярная теплопроводность в атмосфере; ρ_n – плотность насыщенного водяного пара; Nu – число Нуссельта; Sh – число Шервуда.

Данная система описывает движение воздуха в деформируемой пористой среде с учётом фазового перехода «лёд – воздух». Математическое обоснование постановок начально-краевых задач для системы (1)–(7) отсутствует. В случае $S = 0$ система рассматривалась в работах [5–7]. Близкие вопросы рассматривались в [8–11].

Для системы (1)–(7) рассматривается следующая модельная задача: лёд неподвижен ($\vec{u}_s = 0$), температура постоянна ($\theta = const$), сила тяжести отсутствует, движение является одномерным. В результате приходим к системе

$$\frac{\partial(\rho_f \Phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_f \Phi u_f) = S,$$

$$\frac{\partial(1 - \Phi)\rho_s}{\partial t} = -S,$$

$$\Phi u_f = -kR\theta \frac{\partial \rho_f}{\partial z}.$$

Рассматривается автомодельное решение типа «бегущей волны» $\xi = z - ct, c < 0$ и $-\infty \leq \xi \leq 0$

$$\frac{d}{d\xi}((-c + u_f)\rho_f \Phi) = S, \quad (7)$$

$$\frac{d}{d\xi}(-c\rho_s(1 - \Phi)) = -S, \quad \Phi u_f = -kR\theta \frac{d\rho_f}{d\xi}. \quad (8)$$

Складывая уравнение (8) и первое в (9) получим интеграл

$$-c(\rho_f \phi + \rho_s(1 - \phi)) + u_f \rho_f \phi = A_1.$$

Граничные условия имеют вид

$$u_f(0) = u^+, \phi(0) = \phi^+, \rho_f(0) = \rho^+, \lim_{\xi \rightarrow -\infty} u_f(\xi) = 0,$$

$$\lim_{\xi \rightarrow -\infty} \phi(\xi) = \phi^-, \lim_{\xi \rightarrow -\infty} \rho_f(\xi) = \rho^-.$$

Для постоянных $c < 0$ и A_1 , в случае $\phi^+(\rho^+ + \rho_s) - \phi^-(\rho^- + \rho_s) \neq 0$, справедливо представление

$$c = \frac{u^+ \rho^+ \phi^+}{\phi^+(\rho^+ + \rho_s) - \phi^-(\rho^- + \rho_s)},$$

$$A_1 = u^+ \rho^+ \phi^+ - \frac{u^+ \rho^+ \phi^+}{\phi^+(\rho^+ + \rho_s) - \phi^-(\rho^- + \rho_s)} (\rho_f \phi + \rho_s(1 - \phi)).$$

В результате стандартных преобразований приходим к следующей системе для определения ρ_f и ϕ :

$$k(\phi) R \theta \frac{d\rho_f}{d\xi} = |c| \left(\phi + \frac{\rho_s}{\rho_f} (1 - \phi) \right) - \frac{A_1}{\rho_f},$$

$$\frac{d}{d\xi} \left(\ln \left(\frac{\phi}{1 - \phi} \right) \right) = - \frac{G(\rho_f - \rho_n)}{|c| \rho_s}.$$

Основным результатом работы является доказательство принципов максимума для ρ_f и ϕ , вида $0 < \rho_f < \rho_n$ и $0 \leq \phi \leq 1$.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ «Гидроупругие и термодинамические эффекты при взаимодействии пороупругого снежно-ледового покрова с конструкциями», №16-08-00291, РФФИ «Расчет физических характеристик почвогрунтов в процессе внутренней эрозии и прогноз их разрушения» №17-41-220314.

Библиографический список

1. Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С. Физико-математические основы фильтрации воды. – М.: Мир, 1971. – 452 с.
2. Кучмент Л.С., Демидов В.Н., Мотовилов Ю.Г. Формирование речного стока. Физико-математические модели. – М.: Наука, 1983. – 214 с., с. 105.
3. Fowler, A.C., and X.Yang (1999), Pressure solution and viscous compaction in sedimentary basins, J. Geophys. Res., 104, 12,989–12,997.
4. Groot Zwaafink C. D., Löwe H., Mott R., Bavay M., and M. Lehnin. Drifting snow sublimation : A high-resolution 3-D model with temperature and moisture feedbacks, 2011.
5. Токарева М.А. Конечное время стабилизации решения уравнений фильтрации жидкости в пороупругой среде // Известия Алтайского государственного университета. – 2015. – Т. 2, №1. – С. 153–157.

6. Tokareva M.A. Solvability of in initial boundary value problem for the equations of filtration in poroelastic media // Journal of Physics: Conference Series. – 2016. – V. 722, №1. – P. 012037.

7. Ахмерова И.Г., Папин А.А., Токарева М.А Математические модели механики неоднородных сред : учебное пособие. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2012. – Ч. 1.

8. Папин А.А., Разрешимость модельной задачи тепломассопереноса в тающем снеге // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – Т. 49, № 4(290). – С. 13–24.

9. Shishmarev K., Khabakhpasheva T., Korobkin A. The response of ice cover to a load moving along a frozen channel // Applied Ocean Re-search 59 (2016) 313–326.

10. Papin A.A., Sibin A.N. Model isothermal internal erosion of soil // J. Phys.: Conf. Ser. Volume 722, conference 1. – 2016. – P. 1–8.

11. Папин А.А., Сибин А.Н. Автомодельное решение задачи поршневого вытеснения жидкостей в пороупругой среде // Известия АлтГУ. – 2016. – №1(89). – С. 152–156.

532.5, 519.63

**Численное моделирование процесса формирования
жидкого сферического микробаллона,
содержащего пузырьки газа**

*А.В. Закурдаева, Е.В. Резанова
АлтГУ, г. Барнаул*

В настоящее время в связи с разработкой новых материалов, содержащих в своей структуре так называемые микробаллоны, актуальность приобрела задача математического моделирования течений в сферических жидких слоях, содержащих пузырьки газа.

В данной работе проводится численное моделирование динамики жидкой оболочки, заключающей в себе пузырьки газа. Этот же газ растворен в жидкости в качестве пассивной добавки [1–3]. Задача рассматривается в сферически симметричной постановке ввиду предположения об условиях кратковременной невесомости процесса. Таким образом, все определяемые в ходе решения физические величины зависят от времени и радиальной координаты. Коэффициенты кинематической вязкости, поверхностного натяжения, диффузии, температуропроводности и коэффициент в законе Генри зависят от температуры.

Математическое моделирование физических процессов в жидком слое основано на уравнениях Навье-Стокса, переноса тепла и диффу-

зии. Внутри газового пузырька функции удовлетворяют уравнению состояния идеального газа. На внутренней и внешней движущихся границах жидкого слоя выполняются кинематическое и динамические условия и закон Генри. Также на внутренней границе заданы условия непрерывности температуры и баланса энергии, а на внешней – условие теплообмена с внешней средой первого, второго или третьего рода.

Для численного решения задачи осуществляется переход в лагранжеву систему координат (в фиксированную область). Положение внутренней границы жидкого слоя, плотности газа в пузырьке и скорости изменения объема оболочки определяется с помощью метода Рунге-Кутты четвертого порядка точности. Распределение температуры и концентрации газа в жидкости вычисляются с помощью неявных конечно-разностных схем второго порядка аппроксимации [2, 4, 5].

С помощью предложенного численного алгоритма исследуется влияние различных внешних факторов таких, как нагрев внешней среды, внешнее давление и количество газа внутри пузырька, на формирование сферических микробаллонов. Проведено сравнение результатов исследования полученных при решении задачи в квазиизотермической, тепловой и полной постановках.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-08-00291).

Библиографический список

1. Гончарова О.Н. Математическая модель формирования сферических оболочек в условиях кратковременной невесомости // Динамика сплошной среды. СО АН СССР, Институт Гидродинамики –1987. – №82. – С. 66–79.
2. Гончарова О.Н., Пухначев В.В. Диффузионное приближение в задаче формирования сферических микробаллонов в условиях кратковременной невесомости // Моделирование в механике. Институт гидродинамики СО АН СССР. – 1990. – №5. – С. 83–95.
3. Гончарова О.Н. Глобальная разрешимость задачи о формировании сферических микробаллонов // Динамика сплошной среды. Институт гидродинамики СО АН СССР. –1993. – №106. – С. 36–48.
4. Резанова Е.В. Численное исследование динамики сферической газосодержащей оболочки // Известия АлтГУ. – 2013. – №1/2(77) – С. 42–47.
5. Закурдаева А.В., Резанова Е.В. Численное исследование влияния давления внешней среды на динамику жидкой сферической оболочки // Омский научный вестник. – 2015 – №3(143) – С. 312–315.

УДК 517.9

Управление решениями симметрической системы

С.С. Кузиков

АлтГУ, г. Барнаул

В работе предлагается метод решения задачи управления для симметрической системы двух дифференциальных уравнений первого порядка смешанного типа. В качестве управления выбираются граничные условия задачи, функционал представляет собой норму отклонения решения системы от некоторой заданной вектор-функции. Исследование краевых задач для симметрических систем имеет самостоятельный интерес. Для некоторых классов краевых задач, как правило, с однородными или периодическими краевыми условиями, получен ряд глубоких результатов [1–9] и др. Однако для задач управления характерны неоднородные граничные условия, т. к., как правило, недостаточная гладкость функций, являющихся управлениями, или нецелесообразность зачастую не позволяет свести их к однородным. В связи с этим следует отметить работы С.М. Шугрина [10,11], в которых исследована корректность некоторых задач для симметрических систем с неоднородными краевыми условиями.

В данной работе рассматриваемая система является линейным аналогом квазилинейной системы уравнений, описывающей плоское установившееся безвихревое течение невязкого газа [12]. Для прямой и сопряженной задач устанавливаются априорные оценки, которые позволяют доказать существование и единственность решений, что, в свою очередь, дает возможность установить дифференцируемость функционала и найти явный вид его градиента.

В области $\Omega = (-1,1) \times (0,1)$ пространства R^2 рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$Lu = Au_x + Bu_y + Du = f, \quad (1)$$

где $u = (u_1(x,y), u_2(x,y))$, $f = (f_1(x,y), f_2(x,y))$ – вещественные вектор-функции; A, B, D – заданные матрицы. Предполагаются выполненными следующие условия.

$$A = \begin{pmatrix} k(x) & a(x,y) \\ a(x,y) & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & b(x,y) \\ b(x,y) & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} d_{11}(x,y) & d_{12}(x,y) \\ d_{21}(x,y) & d_{22}(x,y) \end{pmatrix},$$

А. $A, B \in C^1(\Omega)$, $D \in C(\Omega)$.

Б. $k_x \geq \delta = \text{const} > 0$, $k(0) = 0$, $|b(x,y)| \geq \delta$.

В. $2D \pm (A_x + B_y) \geq \delta E$, E – единичная матрица.

Г. $A|_{x=1} \geq \delta E$.

Здесь $C(\Omega)$, $C^1(\Omega)$ – пространства непрерывных и непрерывно дифференцируемых в $\bar{\Omega}$ функций.

Замечание 1. Отметим, что из условия (А) следует равномерная ограниченность евклидовых норм матриц A, B, D , а так же норм производных матриц A и B с некоторой постоянной $M > 0$. Условие (Б) дает неравенство $|k(-1)| \geq \delta$. Тип системы (1) определяется знаком коэффициента $k(x)$. При $x < 0$ система имеет эллиптический тип, при $x > 0$ – гиперболический.

Будем рассматривать граничные условия вида

$$u_2(x, 0) = u_2(-1, y) = 0, u_2(x, 1) = \varphi(x), -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \quad (2)$$

где $\varphi(x)$ играет роль управления.

Далее рассмотрим задачу, которую назовем формально сопряженной к задаче (1, 2)

$$L^*v = -(Av)_x - (Bv)_y + D^*v = g, \quad (3)$$

где $v = (v_1, v_2)$, $g = (g_1, g_2)$, а D^* – транспонированная матрица D .

Граничные условия имеют вид:

$$v_2(x, 0) = v_2(x, 1) = (kv_1 + av_2)|_{x=-1} = 0 \quad (4)$$

$$v|_{x=1} = r(y) = (r_1(y), r_2(y)), -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1.$$

Далее, по стандартной схеме, определяются слабые и сильные расширения операторов исходной и сопряженной задач при выбранных граничных условиях. Априорные оценки полученные для этих задач гарантируют существования хотя бы одного слабого решения из H [7] каждой из задач. Далее показано, что полученные решения краевых задач определяются однозначно, т.е. имеет место

Теорема. При выполнении условий (А) – (Г), для любых $f, g \in H_\Omega$, $\varphi \in L_2(-1, 1)$, $r_1, r_2 \in L_2(0, 1)$ задачи (1), (2) и (3), (4) имеют единственное решение из H . Теперь рассмотрим задачу минимизации функционала

$$J(\varphi) = \int_{-1}^1 \left((u_1(x, 0) - p(x))^2 \right) dx, \quad (5)$$

где $u = (u_1, u_2)$ – решение задачи (1), (2), в которой $\varphi(x)$ является управлением, а $p = p(x) \in L_2(0, 1)$ – заданная функция. Доказанная разрешимость задачи (1), (2), свойства решения, позволяют утверждать, что если последовательность $\{\varphi_k\}$ сходится слабо в $L_2(-1, 1)$ к φ , то $J(\varphi_k) \rightarrow J(\varphi)$, т.е. функция (5) слабо непрерывна на $L_2(-1, 1)$. Из [13] следует, что в задаче (1), (2), (5) множество U_* оптимальных управлений не пусто. Показано, что функция (5) дифференцируема в $L_2(-1, 1)$ и получен явный вид градиента $J(\varphi)$:

$$J'(\varphi) = b(x, 1)v_1(x, 1). \quad (6)$$

Для численного решения краевых задач (1)–(4) можно использовать разностные схемы приведенные и исследованные в [12, 14, 15]. Для построения минимизирующей последовательности $\{\varphi_k\}$ можно применить один из градиентных методов [13].

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ «Расчет физических характеристик почвогрунтов в процессе внутренней эрозии и прогноз их разрушения» №17-41-220314.

Библиографический список

1. Friedrichs K. O. The identity of weak and strong extensions of differential operators // Trans. Amer. Math. – 1944. – S. 55. – P. 132–151.
2. Friedrichs K. O. Symmetric hyperbolic linear differential equations // Comm. Pure Appl. Math. – 1954. – V. 11. – P. 345–392.
3. Friedrichs K.O. Symmetrical positive linear differential equations // Comm. Pure Appl. Math. – 1958. – V. 11. – P. 333–418.
4. Агранович М.С. О положительных граничных задачах для некоторых систем первого порядка // Тр. Моск. матем. Общества. – 1967. – Т. 16. – С. 2–24.
5. Березанский Ю.М. Разложение по собственным функциям самосопряженных операторов. – Киев: Наукова думка, 1965.
6. Дезин А.А. Теоремы существования и единственности решений граничных задач для уравнений с частными производными в функциональных пространствах // УМН. – 1959. – Вып. 3, т. 14. – С. 21–73.
7. Дезин А.А. Граничные задачи для некоторых симметричных линейных систем первого порядка // Мат. сборник. – 1959. – Т. 49, №4. – С. 459–484.
8. Мозер Ю. Быстросходящийся метод итераций и нелинейные дифференциальные уравнения // УМН. – 1968. – Вып. 4, т. 23. – С. 179–238.
9. Peyser G. Symmetric positive system in corner domains // Journal of Differential Equations. – 1975. – V. 18. – P. 135–157.
10. Шугрин С.М. Симметричные дифференциальные уравнения // Сиб. мат. журн. – 1970. – Т. 11, №3. – С. 677–696.
10. Шугрин С.М. Сильное и слабое расширение дифференциальных операторов // ДУ. – 1975. – Т. 11, № 11. – С. 2067–2082.
12. Кузиков С.С. Об одном методе расчета околосзвуковых течений в плоских соплах // Динамика сплошной среды: сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. – 1976. – Вып. 25. – С. 143–153.
13. Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1981.

14. Воеводин А.Ф., Шугрин С.М. Методы решения одномерных эволюционных систем. – Новосибирск: Наука, 1993.

15. Кузиков С.С. К методам решения обратных задач трансзвуковой газовой динамики // Известия АлтГУ. – 2010. – №1(65).

УДК 517.95, 532.51

Точные решения нестационарных уравнений вязкоупругой жидкости Максвелла

С.В. Мелешко¹, Н.П. Мошкин^{2,3}, В.В. Пухначев^{2,3}

¹*ТУ Суранари, г. Накхон-Ратчасима, Таиланд;*

²*ИГ им. М.А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск;*

³*НГУ, г. Новосибирск*

В докладе представлены точные решения нестационарных двумерных уравнений несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла. Среда характеризуется постоянными временем релаксации τ , плотностью ρ и вязкостью μ . В качестве объективной производной в реологическом соотношении выбирается верхняя конвективная производная [1]. Уравнения записаны в лагранжевых переменных и найдено точное решение задачи около критической точки встречных потоков.

Система уравнений движения состоит из шести квазилинейных дифференциальных уравнений 1-го порядка, имеющей как вещественные, так и комплексные характеристики [2]. Неизвестными функциями являются горизонтальная u и вертикальная v компоненты скорости, давление p и элементы тензора вязкоупругих напряжений $S_{xx} = A$, $S_{xy} = S_{yx} = B$, $S_{yy} = C$.

$$\rho(u_t + uu_x + uv_y) = -p_x + A_x + B_y,$$

$$\rho(v_t + uv_x + vv_y) = -p_y + B_x + C_y, \quad u_x + v_y = 0,$$

$$A_t + uA_x + vA_y - 2(Au_x + Bu_y) + \tau^{-1}A = 2\mu\tau^{-1}u_x, \quad (1)$$

$$B_t + uB_x + vB_y - Av_x - Cu_y + \tau^{-1}B = 2\mu\tau^{-1}(u_y + v_x),$$

$$C_t + uC_x + vC_y - 2(Bv_x + Cv_y) + \tau^{-1}C = 2\mu\tau^{-1}v_y.$$

На основе теоретико-группового анализа в работе [3] выписаны гиперболические подмодели несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла (1). С их помощью изучена задача о слоистом течении между

параллельными пластинами (аналог классического течения Куэтта в динамике вязкой несжимаемой жидкости). Решения системы (1), построенные в [2, 3], являются эффективно одномерными.

Система (1) допускает двухпараметрическую группу операторов переноса и галилеева переноса по оси x . Ей соответствует частично инвариантное решение ранга два $u = xf_y(y, t)$, $v = -f(y, t)$

Интересно рассмотреть случай $f(t, y) = yf_1(t) + f_0(t)$. Функции $A(t, x, y)$, $B(t, x, y)$ и $C(t, x, y)$ удовлетворяют системе уравнений

$$\tau(A_t + A_x xf_1 - A_y(f_0 + f_1 y)) + A(1 - 2\alpha\tau f_1) - 2\mu f_1 = 0, \quad (2)$$

$$\tau(2B_t + 2B_x xf_1 - 2B_y(f_0 + f_1 y)) + 2B = 0, \quad (3)$$

$$\tau(C_t + C_x \tau xf_1 - C_y \tau(f_0 + f_1 y)) + C(1 + 2\alpha\tau f_1) + 2\mu f_1 = 0. \quad (4)$$

Также необходимо требовать выполнения условия совместности, $A_{xy} - B_{xx} + B_{yy} - C_{xy} = 0$, из которого следует, что $B = g_{xy}$, $C = A - g_{xx} + g_{yy}$, где $g(t, x, y)$ некоторая функция. Уравнение (3) можно проинтегрировать по x, y

$$g_t + g_x xf_1 - g_y(f_0 + f_1 y) + \tilde{g}_1 + \tilde{g}_2 + \tau^{-1}g = 0, \text{ при этом (4) примет вид}$$

$$2g_{xx} \tau f_1 (1 - \alpha) + 2g_{yy} \tau f_1 (1 + \alpha) + 4\mu f_1 + \tau(\tilde{g}_{1xx} - \tilde{g}_{2yy}) = 0, \quad (5)$$

где $\tilde{g}_1(t, x)$, $\tilde{g}_2(t, y)$ произвольные функции интегрирования. При $\alpha = \pm 1$ (верхняя или нижняя конвективные производные) получим

$$A = \frac{\alpha}{4} (2g_{xx}(\alpha - 1) - 2g_{yy}(\alpha + 1) + f_1^{-1}(\tilde{g}_{2yy} - \tilde{g}_{1xx})) - \alpha \frac{\mu}{\tau}$$

Используя последнее равенство, перепишем уравнение (2)

$$4\tau f_1^2 (1 - \alpha^2)(g_{xx} - g_{yy}) - \tau(\tilde{g}_{1xx} + \tilde{g}_{1xx} xf_1 - \tilde{g}_{1xx} f_1^{-1}((f_1' + 2f_1^2) - f_1 \tau^{-1})) + \tau(\tilde{g}_{2yy} - \tilde{g}_{2yy}(f_0 + f_1 y) - \tilde{g}_{2yy} f_1^{-1}((f_1' - 2f_1^2) - f_1 \tau^{-1})) - 4\tau^{-1} \mu f_1 = 0$$

Последнее уравнение при $\alpha^2 = 1$ упрощается

$$\tilde{g}_{1xx} + \tilde{g}_{1xx} xf_1 - \tilde{g}_{1xx} f_1^{-1}((f_1' + 2f_1^2) - f_1 \tau^{-1}) - \tilde{g}_{2yy} + \tilde{g}_{2yy}(f_0 + f_1 y) + \tilde{g}_{2yy} f_1^{-1}((f_1' - 2f_1^2) - f_1 \tau^{-1}) + 4\tau^{-2} \mu f_1 = 0$$

и может быть явно проинтегрировано

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{8} e^{-t\tau^{-1}} \left(4H_{z_1} \psi^{-2} (1-\alpha) - 4H_{z_2} \psi^2 (1+\alpha) - g_1 \psi^2 (\alpha+1) \right. \\
&\quad \left. + g_2 \psi^{-2} (\alpha-1) + 8\psi^{2\alpha} q_1 \right), \quad B = e^{-t\tau^{-1}} H_{z_1}, \\
C &= \frac{1}{8} e^{-t\tau^{-1}} \left(-4H_{z_1} \psi^{-2} (\alpha+1) + 4H_{z_2} \psi^2 (1-\alpha) - 8\psi^{2\alpha} q_1 \right. \\
&\quad \left. + g_1 \psi^2 (1-\alpha) + g_2 \psi^{-2} (1+\alpha) - 16\psi^{-2\alpha} q_2 \right),
\end{aligned}$$

где $q'_1 = 2 \frac{\mu}{\tau} e^{t\tau^{-1}} \frac{\psi'}{\psi^{2\alpha+1}}$, $q'_2 = -2\alpha\psi^{4\alpha-1} q_1 \psi'$.

Здесь использованы обозначения $z_1 = x\psi^{-1}$, $z_2 = y\psi + \varphi$, $f_0 = \varphi' \psi^{-1}$, $f_1 = \psi' \psi^{-1}$, а $H(z_1, z_2)$ произвольная функция.

Рассмотрим случай, когда функция C не зависит от x , функция B линейна по x , а функции p и A квадратичны по x , $A(t, x, y) = x^2 a(y, t) + d(y, t)$, $B(t, x, y) = xb(y, t)$, $C(t, y) = c(t, y)$, $p = x^2 P(y, t) + Q(y, t)$. Система определяющих уравнений после перехода к лагранжевым координатам сводится к слабо нелинейной симметрической гиперболической системе и квадратуре. Этот переход выполняется с помощью решения задачи Коши $y_t = v(y, t)$, $t > 0$; $y = \xi$, $t = 0$. В системе появляется дополнительная искомая функция $y_\xi = z$, удовлетворяющая уравнению в вариациях $z_t = wz$, где обозначено $w(\xi, t) = v_y[y(\xi, t), t]$. Обозначим далее $a = f(\xi, t)$, $b = g(\xi, t)$, $c = h(\xi, t)$. Вместо f удобно ввести новую функции $r = f + \mu\tau^{-1}$. В результате получается система пяти квазилинейных уравнений

$$\begin{aligned}
w_t + z^{-1} g_\xi = w^2 - 2h - \varphi(t), \quad g_t + z^{-1} r w_\xi = (w - W_i^{-1}) g, \\
h_t + 2z^{-1} g w_\xi = -W_i^{-1} h, \quad r_t = (2w - W_i^{-1}) r + \tau^{-2}, \quad z_t = wz.
\end{aligned} \tag{6}$$

Здесь W_i безразмерное число Вайсенберга (критерий подобия, характеризующий вязкоупругое течение и выражающийся как соотношение между временем релаксации и сдвиговой скоростью). После решения (6) и возвращения к эйлеровым координатам функции P, Q находятся в квадратурах, а функция d определяется из линейного уравнения первого порядка.

Прямая проверка показывает, что система (6) имеет решения, в которых функции w, h, r, z не зависят от ξ , а $g = \xi s(t)$. В этом случае система (2) принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dt} + z^{-1}s &= w^2 - 2h - \varphi(t), & \frac{ds}{dt} &= (w - W_i^{-1})s, \\ \frac{dh}{dt} &= -W_i^{-1}h, & \frac{dr}{dt} &= (2w - W_i^{-1})r + W_i^{-2}, & \frac{dz}{dt} &= wz. \end{aligned} \quad (7)$$

Третье уравнение (7) интегрируется $h = c_1 \exp(-t/W_i)$. Видно, что все уравнения системы (7), кроме первого линейные относительно искомым функций, легко решаются, если найдена функция w . Более того, функция s , входящая в первое уравнение системы (7), может быть из него исключена используя подстановку $s = zh$. Первое уравнение сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению первого

порядка $\frac{dw}{dt} = w^2 - 3h - \varphi(t)$. Отметим случай, когда

$\varphi(t) = -3h = -3c_1 \exp(-t/W_i)$. Можно выбрать константу $c_1 = 1$. В этом случае $w(t) = -(t + c_4)^{-1}$. Зная $w(t)$ можно найти z и s в явном виде, $z(t) = (t + c_4)^{-1}$, $s(t) = zh$. В начальный момент $z(0) = 1$, следовательно $c_4 = 1$. Линейное уравнение для $r(t)$ решается явно

$$r(t) = \frac{2W_i}{(t+1)^2} - \frac{2}{(t+1)} + c_6 \frac{\exp(-tW_i^{-1})}{(t+1)^2} + W_i^{-1}.$$

Вернемся к Эйлеровым координатам

$$v = \int_0^y w(t) ds = -y(t+1)^{-1}; \quad u = -xv_y = x(t+1)^{-1},$$

$$y(t+1) = \xi; \quad g = \xi s(t) = y \exp(-tW_i^{-1}), \quad a(t) = \exp(-tW_i^{-1}).$$

Функцию $d(t)$ можно найти, решая линейное уравнение первого порядка

$$d(t, y) = \frac{\left\{ -e^{-W_i^{-1}y^{-2}} Ei\left(1, -\frac{1}{yW_i}\right) + W_i \left[c_7 W_i^2 y^{-2} - \left(\frac{1}{y} + W_i\right) e^{tW_i^{-1}} \right] \right\} e^{-tW_i^{-1}}}{W_i^3},$$

где $Ei(a, z) = \int_1^{\infty} e^{-kz} k^{-a} dk$ экспоненциальный интеграл, c_7 произвольная константа. Окончательно получаем следующее решение

$$v = -y(t+1)^{-1}, \quad u = x(t+1)^{-1};$$

$$A = S_{xx} = x^2 a(t) + d(t) = x^2 h(t) + d(t) = x^2 \exp(-tW_i^{-1}) + d(t);$$

$$B = S_{xy}(t, x, y) = xb(t, y) = x\xi g(t) = xy \exp(-tW_i^{-1});$$

$$C = S_{yy}(t) = c(t) = f(t) = \left[2(W_i - (t+1)) + c_6 \exp(-tW_i^{-1}) \right] (t+1)^{-2}$$

Давление восстанавливается с помощью квадратур

$$p(t, x, y) = \frac{1}{2} \frac{(x^2 + y^2)(t+1)^2 \exp(-tW_i^{-1}) - (1+y)x^2 - 3y^2}{(t+1)^2}.$$

Работа поддержана грантом Президента РФ для поддержки ведущих научных школ РФ НШ-8146.2016.1 и грантом РФФИ (проект 16-01-00127).

Библиографический список

1. Астарита Дж., Марручи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. – М.: Мир, 1978. – 312 с.
2. Пухначев В.В. Математическая модель несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла // ПМТФ. – 2010. – Т. 51, №4. – С. 116–126.
3. Ляпидевский В.Ю., Пухначев В.В. Гиперболические подмодели несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла // Современные проблемы механики: сборник статей к 80-летию со дня рождения академика А.Г. Куликовского, Тр. МИАН, 281, МАИК, М., 2013, 84–97.

УДК 517.958

Разрешимость задачи фильтрации в пороупругой среде в классе непрерывных функций

А.А. Папин, М.А. Токарева

АлтГУ, г. Барнаул

Постановка задачи

В работе рассматривается математическая модель фильтрации жидкости в пороупругой среде. В предположении, что пороупругая среда обладает преимущественно вязкими свойствами, данный процесс может быть описан следующим нелинейным уравнением для пористости φ [1, 2, 3]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varphi}{1-\varphi} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(\varphi) \left((1-\varphi) \frac{\partial^2 G(\varphi)}{\partial x \partial t} - g(\rho_{tot} + \rho_f) \right) \right), \quad (1)$$

которое решается в области $(x, t) \in \underline{Q}_T = Q \times (0, T)$, $Q = (0, 1)$, при краевых и начальных условиях

$$\varphi|_{t=0} = \varphi^0, (k(\varphi)((1-\varphi) \frac{\partial^2 G(\varphi)}{\partial x \partial t} - g(\rho_{tot} + \rho_f)))|_{x=0,1} = 0, \quad (2)$$

Здесь функция $G(\varphi)$ определяется равенством $dG/d\varphi = \xi(\varphi)/(1-\varphi)$, $\rho_{tot} = (1-\varphi)\rho_s + \varphi\rho_f$ – общая плотность, ρ_f, ρ_s соответственно плотности жидкой и твердой фаз, g – плотность массовых сил, $k(\varphi)$ – коэффициент фильтрации, $\xi(\varphi)$ – коэффициент объемной вязкости (заданные функции).

Определение. Решением задачи (1)–(2) называется функция $\varphi \in C(\underline{Q}_0) \cap C^2(\Omega)$, такая, что $0 < \varphi < 1$, а также удовлетворяет уравнению (1) и начальным и граничным условиям (2) как непрерывная в \bar{Q}_T функция.

Теорема. Пусть данные задачи (1)–(2) подчиняются следующим условиям: 1) функции $k(\varphi), \xi(\varphi)$ и их производные до второго порядка непрерывны для $\varphi \in (0, 1)$ и удовлетворяют условиям

$$k_0^{-1} \varphi^{q_1} (1-\varphi)^{q_2} \leq k(\varphi) \leq k_0 \varphi^{q_3} (1-\varphi)^{q_4}, \frac{1}{\xi(\varphi)} = a_0(\varphi) \varphi^{\alpha_1} (1-\varphi)^{\alpha_2-1}, 0 < R_1 \leq a_0(\varphi) \leq R_2 < \infty,$$

где $k_0, \alpha_i, R_i, i = 1, 2$ – положительные постоянные, q_1, \dots, q_4 – фиксированные вещественные числа, 2) функция g , начальная функция φ^0 удовлетворяет следующим условиям гладкости $g \in C^1(\bar{Q}_T) \cap C^1(\Omega)$, $\varphi^0 \in C^2(\bar{\Omega})$, а также функции φ^0 и g удовлетворяют неравенствам $0 < m_0 \leq \varphi^0(x) \leq M_0 < 1$, $|g(x, t)| \leq g_0 < \infty$, $x \in \bar{\Omega}$, где m_0, M_0, g_0 – известные положительные константы. Тогда задача (1)–(2) имеет единственное локальное решение, т.е. существует значение t_0 такое, что $\varphi \in C(\underline{Q}_0) \cap C^2(\Omega)$, $\varphi \in (0, 1)$. Более того $0 < \varphi(x, t) < 1$ в \bar{Q}_0 .

Доказательство теоремы

Поскольку функция $G(\varphi) = \psi$ монотонно возрастает при $\varphi \in (0, 1)$, то существует обратная функция $\varphi = G^{-1}(\psi)$. Положим $z = \partial G / \partial t$ и

вместо уравнения (1) с условиями (2) рассмотрим начально-краевую задачу для системы относительно функций G, z :

$$z = \frac{\partial G}{\partial t}, G|_{t=0} = G^0(x), \quad (3)$$

$$\frac{z}{d(G)} - \frac{\partial}{\partial x} (a(G) \frac{\partial z}{\partial x} - b(G)) = 0, \quad (a(G) \frac{\partial z}{\partial x} - b(G))|_{x=0, x=1} = 0, \quad (4)$$

где

$$d(G) = (1 - \varphi(G))\xi(\varphi(G)), a(G) = k(\varphi(G))(1 - \varphi(G)), \\ b(G) = k(\varphi(G))g((1 - \varphi(G))\rho_s + (1 + \varphi(G))\rho_f), G(m_0) \leq G^0(x) \leq G(M_0).$$

Поскольку $0 < m_0 \leq \varphi^0(x) \leq M_0 < 1$ и $G(m_0) \leq G^0(x) \leq G(M_0)$, то из (3) имеем, что при $t_0 \geq t > 0$ справедлива оценки вида

$$G_1(m_0) \leq G(m_0) - c_0 t_0 \leq G(x, t) \leq G(M_0) + c_0 t_0 \leq G_2(M_0), \\ 0 < m_1 \equiv G^{-1}(G_1(m_0)) \leq \varphi(x, t) \leq G^{-1}(G_2(M_0)) \equiv M_1 < 1. \quad (5)$$

Пусть $G_0(x, t)$ – непрерывная по x и t функция, удовлетворяющая неравенству (5) и имеющая непрерывную по x, t производную $\partial G_0 / \partial x$. Подставляя эту функцию в коэффициенты уравнения и условий (4), приходим к линейной задаче, в которой $a > 0, b > 0$ и $d > 0$. Решение этой задачи единственно. Существование следует из теоремы Гильберта [4, с. 334] для обыкновенных линейных уравнений второго порядка. Переменная t играет роль параметра. Тем самым, $(z, z_x, z_{xx}) \in C(Q_{t_0})$. После нахождения $z(x, t)$ можно найти из (3) новое значение $G(x, t)$, удовлетворяющее (5).

Для доказательства разрешимости задачи (3)–(4) воспользуемся методом последовательных приближений. Пусть $z^i(x, t)$ и $G^i(x, t)$ – решение задачи

$$\frac{\partial G^{i+1}}{\partial t} = z^{i+1}, G^{i+1}(x, 0) = G^0(x), \quad (6)$$

$$\frac{z^{i+1}}{d(G^i)} - \frac{\partial}{\partial x} (a(G^i) \frac{\partial z^{i+1}}{\partial x} - b(G^i)) = 0, \quad (a(G^i) \frac{\partial z^{i+1}}{\partial x} - b(G^i))|_{x=0, x=1} = 0, \quad (7)$$

где $i = 0, 1, 2, \dots$. Подставляя на первом шаге $G^0(x)$ в (7) находим $z^1(x, t)$. После этого из (6) находим $G^1(x, t)$ и т.д. При каждом i существует единственное решение $z^i(x, t)$ и $G^i(x, t)$,

удовлетворяющее (5). Докажем, что $z^i(x, t)$ и $G^i(x, t)$ фундаментальны в $C(Q_0)$. Для этого сначала получим равномерные по i оценки. При $i = 0$ коэффициенты (7) удовлетворяют условиям:

$$d_1 \leq d(G^0) \leq d_2, \quad \frac{1}{d} \leq \frac{1}{d_1}, \quad h_1 \leq a(G^0) \leq h_2, \quad \frac{1}{a} \leq \frac{1}{h_1}, \quad |b(G^0)| \leq b_2, \quad (8)$$

где d_1, d_2, h_1, h_2, b_2 зависят только от m_1, M_1 и фиксированных ρ_s, ρ_f, g_0, K_0 . Умножая (6) на z^1 и интегрируя по $x \in [0, 1]$, с учетом (7) получим

$$\int_0^1 (|z^1|^2 + |z_x^1|^2) dx \leq c_1(m_1, M_1) = \frac{b_2}{2d_1 \min\{1, d_1/2\}}.$$

Следовательно,

$$(\max_{(x,t) \in Q_0} z^1)^2 \leq \left(\int_0^1 z^2 dx + 2 \left(\int_0^1 z^2 dx \right)^{1/2} \left(\int_0^1 z_x^2 dx \right)^{1/2} \right) \leq 3c_1(m_1, M_1).$$

Из (6) имеем

$$|G^1(x, t) - G^0(x)| = \left| \int_0^1 z^1(x, t) dx \right| \leq \sqrt{3c_1(m_1, M_1)} t.$$

Берем в (5) $c_0 = \sqrt{3c_1}$ и для достаточно малого t_0 приходим к неравенству $G_1(m_1) \leq G^1(x, t) \leq G_2(M_1)$. В терминах φ имеем

$$0 < m_1 \equiv G^{-1}(G_1(m_0)) \leq \varphi \leq G^{-1}(G_2(M_0)) \equiv M_1 < 1.$$

Тогда $\max_{(x,t)} |z|$ оценивается одной и той же постоянной и, следовательно, выбирается одно и то же t_0 . Итак

$$\max_{(x,t)} |z^i(x, t)| \leq c_0(m_1, M_1), \quad m_1 \leq G^i(x, t) \leq M_1.$$

После этого из (7) сначала получим $|z_x^i(x, t)| \leq c_2$ и, следовательно, $|G_x^i| \leq c_3$, и значит $|z_{xx}^i| \leq c_4$, равномерно по i . Далее положим $y^{i+1} = z^{i+1} - z^i, \omega^{i+1} = G^{i+1} - G^i$. Из (6)–(7) выводим

$$\frac{\partial \omega^{i+1}}{\partial t} = y^{i+1}, \quad \omega^{i+1}(x, 0) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{y^{i+1}}{d(G^i)} + A_1 \omega^i - \frac{\partial}{\partial x} (A y_x^{i+1} + A_2 \omega^i) = 0, \quad (A y_x^{i+1} + A_2 \omega^i)|_{x=0, x=1} = 0, \quad (10)$$

где A_1, A_2 легко восстанавливаются и являются ограниченными. Имеем из (10) следующее неравенство

$$\int_0^1 (|y^{i+1}|^2 + |y_x^{i+1}|^2) dx \leq c_5 \int_0^1 |\omega^i|^2 dx. \quad (11)$$

Из (9) следует $\max_x |\omega^{i+1}| \leq \int_0^t \max_x |y^{i+1}| d\tau$. Т.о.

$\max_x |y^{i+1}|^2 \leq 2c_5 t \int_0^1 |\omega^i|^2 dx$, а значит $z^{i+1} \leq 2c_5 t \int_0^t z^i d\tau$. Откуда следует, что $z^i \rightarrow 0, \omega^i \rightarrow 0$ [5, с. 27]. Т.о. теорема доказана.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ «Расчет физических характеристик почвогрунтов в процессе внутренней эрозии и прогноз их разрушения» №17-41-220314, «Гидроупругие и термодинамические эффекты при взаимодействии пороупругого снежно-ледового покрова с конструкциями» №16-08-00291.

Библиографический список

1. Папин А.А., Токарева М.А. О разрешимости в целом начально-краевой задачи для системы уравнений, описывающей движение магмы // Известия Алтайского государственного университета. – 2017. – №1(93). – С. 115–119.
2. Tokareva M.A. Solvability of initial boundary value problem for the equations of filtration in poroelastic media // Journal of Physics: Conference Series. – 2016. – Т. 722, №1. – С. 012–037.
3. Папин А.А., Токарева М.А. Модельная задача о движении сжимаемой жидкости в вязкоупругой горной породе // Известия Алтайского государственного университета. – 2010. – №1-1. – С. 35–37.
4. Лизоркин П.И. Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа. – М.: Наука, 1981. – 383 с.
5. Папин А.А. Краевые задачи двухфазной фильтрации. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2009. – 220 с.

УДК 532.546 + 544.344.015.4

Математическое моделирование процесса сублимации снега

*А.А. Папин, Е.С. Юст
АлтГУ, г. Барнаул*

Постановка задачи

В работе рассматривается математическая модель движения воды и воздуха в снеге с учетом сублимации. Снег представляет собой пористую среду, твердый каркас которой составляют неподвижные

частицы льда. Для моделирования процесса сублимации льда в снеге используется следующая система уравнений:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_i \vec{u}_i) = \sum_{j=1}^4 I_{ij}, \quad i = 1, 2, 3, 4,$$

$$I_{ij} = -I_{ji}, \quad \sum_{j=1}^4 I_{ij} = 0 \quad (1)$$

$$\vec{v}_i = -K_0 \frac{k_{0i}}{\mu_i} (\nabla p_i + \rho_i^0 \vec{g}), \quad i = 1, 2,$$

$$p_2 - p_1 = p_c(s_1, \theta), \quad s_1 + s_2 + s_4 = 1, \quad (2)$$

$$\left(\sum_{i=1}^4 \rho_i^0 c_i \alpha_i \right) \frac{\partial \theta}{\partial t} + \left(\sum_{i=1}^2 \rho_i^0 c_i \vec{v}_i \right) \nabla \theta =$$

$$= \operatorname{div}(\lambda_c \nabla \theta) - \mu \frac{\partial \rho_3^0 \phi}{\partial t}. \quad (3)$$

Здесь t – время; ϕ – пористость; \vec{u}_i – истинные скорости фаз; $\rho_i^0, \vec{v}_i = \phi s_i \vec{u}_i$ – соответственно истинные плотности воды, воздуха, льда, пара и скорости фильтрации воды и воздуха, s_1, s_2, s_4 – насыщенности воды, воздуха и пара; ρ_i – приведенная плотность, α_i – концентрация, $\rho_i = \alpha_i \rho_i^0$ ($\alpha_i = \phi s_i, i = 1, 2, 4, \alpha_3 = 1 - \phi$); I_{ij} – интенсивность перехода массы из i -ой в j -ю составляющую в единице объема и в единицу времени; K_0 – тензор фильтрации; k_{0i} – относительные фазовые проницаемости ($k_{0i} = k_{0i}(s_i) \geq 0, k_{0i}|_{s_i=0} = 0$); μ_i – коэффициенты динамической вязкости; p_i – давления фаз; p_c – капиллярное давление; \vec{g} – вектор ускорения силы тяжести; θ – температура среды ($\theta_i = \theta, i = 1, 2, 3, 4$); $c_i = \text{const} > 0$ – теплоемкость i -й фазы при постоянном давлении; $\mu = \text{const} > 0$ – удельная теплота сублимации льда; λ_c – коэффициент теплопроводности снега.

Система замыкается гипотезами:

$$I_{34} = I_{34}(\theta), \quad I_{12} = I_{32} = I_{31} = I_{24} = I_{14} = 0, \quad \vec{u}_3 = \vec{u}_4 = 0,$$

$$\phi = \phi(\theta), \quad s_4 = s_4(\theta).$$

Похожие по тематике задачи рассмотрены в [1–3]. В [4] получено автомодельное решение данной задачи и доказан физический принцип максимума для насыщенности водной фазы. Математические модели процесса сублимации изложены в [5–7].

Определение. Слабым решением задачи (1)–(3) в области $R^- = (-\infty, 0)$ называются функции $\theta(\xi)$, $s_1(\xi)$, $v_i(\xi)$, $p_i(\xi)$ и параметр c , если:

1) $\theta(\xi)$ имеет непрерывную производную, удовлетворяет уравнению $\lambda_c \frac{d\theta}{d\xi} = f_1(\theta)$, и условиям $\theta(0) = \theta^+$, $\theta|_{\xi \rightarrow -\infty} = \theta^-$, $\frac{\partial \theta}{\partial \xi}|_{\xi \rightarrow -\infty} = 0$;

2) $s(\xi)$ имеет непрерывную производную с весом $a(s)$, удовлетворяет уравнению $a_0(s_1) \frac{ds_1}{d\xi} = f_2(s_1, \theta)$ и условиям $s_1(0) = s_1^+$, $s_1|_{\xi \rightarrow -\infty} = 0$;

3) $v_i(\xi)$ удовлетворяют равенствам $v_1 = c\phi s_1 + c \frac{\rho_3^0}{\rho_1^0} (\phi^- - \phi) + c \frac{\rho_4^0}{\rho_1^0} \phi s_4$, $v_2 = c\phi s_2 - c\phi^-$ и условиям $v_i(0) = v_i^+$, $v_i|_{\xi \rightarrow -\infty} = 0$;

4) $p_i(\xi)$ удовлетворяют равенствам

$$p(\xi) = p^+ - p_0(\theta^+)b(s_1^+) - \int_{\xi}^0 f_3(s_1(x), \theta(x)) dx, \quad p_2(\xi) = p(\xi) + p_0(\theta)b(s_1),$$

$$p_1(\xi) = p_2(\xi) - p_c(s_1(\xi), \theta(\xi))$$

и условию $p_2(0) = p_2^+$.

Теорема. Пусть положительные числа a_c , b_c , μ , ϕ^- , K_0 , θ^- , θ_1 , θ^+ , ρ_i^0 , c_i , α_4^* , ($i = 1, 2, 3, 4$), $s_1^+ \in (0, 1]$ и непрерывные по $s_1 \in [0, 1]$ и $\theta \in [\theta^-, \theta^+]$ функции $\phi(\theta)$, $s_4(\theta)$, $k_{0i} = \bar{k}_{0i}(s_1, \theta) s_i^{n_i}$, $n_i > 1$, $\mu_i(s_1, \theta)$, ($i = 1, 2$), $p_c(s_1, \theta) = p_0(\theta)\gamma(s_1)$, $\lambda_c = a_c + b_c \rho_c^2$, $\rho_c = \rho_1^0 s_1 \phi + \rho_2^0 s_2 \phi + \rho_3^0 (1 - \phi) + \rho_4^0 s_4 \phi$ удовлетворяют условиям:

$$1. \rho_2^0 < \rho_4^0 < \rho_3^0 < \rho_1^0, \quad c_4 < c_3 < c_1 < c_2, \quad \alpha_4^* < \frac{\rho_3^0(c_1 - c_3)}{\rho_4^0(c_1 - c_4)} (1 - \phi^-);$$

$$2. s_4(\theta) < \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}\right)^{1/n_2};$$

$$3. 0 < (a = -k_{01}k_{02} \frac{d\gamma}{ds_1}, k_{01}, k_{02}) \text{ при } s_1 \in (0, 1),$$

$$a|_{s_1=0,1} = k_{01}|_{s_1=0} = k_{02}|_{s_1=1} = 0, \quad \frac{1}{s_1} k_{01}k_{02}\gamma|_{s_1=0} = 0,$$

$$\frac{d\gamma}{ds_1} < 0, \quad a_0 \geq v_0(s_1(1 - s_1))^{\kappa}, \quad \kappa > 1, \quad \frac{a_0(s_1)}{s_1}|_{s_1=0} = 0,$$

$$\left(\left\| \frac{d\gamma}{ds_1} \right\|_{C[0,1]}, \left\| \frac{dp_0}{d\theta} \right\|_{C[\theta^-, \theta^+]}\right) \leq v_0,$$

$$0 < v_0^{-1} < \left\langle (\mu_i(s_1, \theta), \bar{k}_{0i}(s_1, \theta), p_0(\theta), \left| \frac{d\gamma(s_1)}{ds_1} \right|) \right\rangle \leq v_0.$$

Тогда существует по крайней мере одно слабое решение задачи (1)–(3), обладающее свойствами:

$$0 \leq s_1(\xi) \leq 1, \quad \theta^- \leq \theta(\xi) \leq \theta^+,$$

$$c = \frac{(1 + \lambda)v_2^+}{(1 - \phi^-)(1 - \rho_3^0/\rho_1^0)} < 0.$$

Кроме того, существует точка $\xi_* \in (-\infty, \xi_1]$ такая, что $s_1(\xi) = 0$ для всех $\xi \leq \xi_*$. Теорема доказывается аналогично [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ «Расчет физических характеристик почвогрунтов в процессе внутренней эрозии и прогноз их разрушения» №17-41-220314; «Гидроупругие и термодинамические эффекты при взаимодействии пороупругого снежно-ледового покрова с конструкциями» №16-08-00291.

Библиографический список

1. Папин А.А. Разрешимость модельной задачи тепломассопереноса в тающем снеге // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – Т. 49, №4 (290). – С. 13–24.
2. Папин А.А., Токарева М.А. Динамика тающего деформированного снежно-ледового покрова // Сибирский журнал чистой и прикладной математики. – 2012. – Т. 12, №4. – С. 107–113.
3. Папин А.А. Краевые задачи двухфазной фильтрации. – Барнаул, 2009. – 220 с.
4. Юст Е.С. Модельная задача тепломассопереноса в тающем снеге с учетом сублимации // Материалы Межд. школы-семинара «Ломоносовские чтения на Алтае – 2015». Барнаул, 20-25 октября. – 2015. – С. 780–789.
5. Fowler A.C., and Yang X. Pressure solution and viscous compaction in sedimentary basins // J. Geophys. Res. 104, 12,989-12,997, 1999.
6. Groot C. D., Zwaafink H. Lowe, R. Mott, M. Bavay, and M. Lehnin. Drifting snow sublimation : Ahigh-resolution 3-D model with temperature and moisture feedbacks, 2011.
7. Xioqing Dai, Ning Huang Numerical simulation of drifting snow sublimation in the saltation layer, 2014.

Расчет физических характеристик почвогрунтов в процессе внутренней эрозии

А.Н. Сибин, Н.Н. Сибин

АлтГУ, г. Барнаул

Эрозия почв отрицательно влияет практически на все отрасли сельскохозяйственного производства. Наряду со снижением плодородия почв, уменьшением урожая культур и другими вредными воздействиями на сельскохозяйственное производство, эрозия значительно ухудшает условия функционирования сельскохозяйственных машин и агрегатов при выполнении ими технологических работ. Это проявляется в снижении производительности работы сельскохозяйственной техники на склонах, расчлененных промоинами и оврагами, в ухудшении качества полевых работ, в увеличении износа машин [1].

В данной работе рассматриваются процессы фильтрации воды в верхних слоях почвогрунтов и внутренней суффозии. Почвогрунт моделируется как трехфазная сплошная пористая среда. Поры полностью заполнены смесью воды ($i = 1$) и подвижных твердых частиц ($i = 2$). Доля пор в грунте ($i = 3$) определяется пористостью $\phi = (V_1 + V_2)/V$, где $V = V_1 + V_2 + V_3$ – общий объем грунта, V_1, V_2, V_3 – соответственно объемы воды, подвижных твердых частиц и скелета грунта.

В одномерном случае система уравнений, описывающая процесс внутренней эрозии имеет вид

$$\phi \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (a \frac{\partial s}{\partial x} + bv + F) - s \frac{\partial \phi}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (K \frac{\partial p}{\partial x} + f) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{I}{\rho_3^0}. \quad (3)$$

где I – интенсивность фазового перехода (суффозионный поток); $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$ – соответственно истинные скорости воды, подвижных твердых частиц грунта и скелета грунта; $\rho_1 = \phi s_1 \rho_1^0$, $\rho_2 = \phi s_2 \rho_2^0$, $\rho_3 = (1 - \phi) \rho_3^0$ – приведенные плотности воды, подвижных твердых частиц грунта и скелета; $s = V_1/(V_1 + V_2)$, $s_2 = V_2/(V_1 + V_2)$ – концентрации воды (насыщенность) и подвижных твердых частиц в порах; $\rho_1^0, \rho_2^0, \rho_3^0$ – истинные плотности воды, подвижных твердых частиц грунта и скелета грунта.

$$k(s) = k_{01} + k_{02}, \quad K = K_0(\phi)k(s), \quad a(s, \phi) = -K_0 \frac{k_{01}k_{02}}{k} \frac{\partial p_c}{\partial s},$$

$$\vec{F} = \frac{k_{01}k_{02}K_0\vec{g}}{k}(\rho_1^0 - \rho_2^0), \quad b(s) = \frac{k_{02}}{k}, \quad p = p_2 + \int_s^1 \frac{k_{01}(\xi)}{k(\xi)} \frac{\partial p_c}{\partial \xi} d\xi.$$

где p так называемое «приведенное» давление [2].

Уравнения сохранения импульса для воды и подвижных твердых частиц грунта берем в виде [1, 2]

$$\vec{v}_i = -K_0(\phi) \frac{\bar{k}_{0i}}{\mu_i} (\nabla p_i + \rho_i^0 \vec{g}), \quad i = 1, 2.$$

Здесь $K_0(\phi)$ – симметрический тензор фильтрации пористой среды; \bar{k}_{0i} – относительные фазовые проницаемости ($k_{0i} = k_{0i}(s_i) \geq 0, k_{0i}|_{s_i=0} = 0, 0 \leq s_i \leq 1$); μ_i – коэффициенты динамической вязкости; \vec{g} – ускорение силы тяжести; p_1, p_2 – соответственно давления первой и второй фаз.

Интенсивность фазового перехода задается функцией [3, 4]

$$I = \begin{cases} \lambda \rho_3^0 (1 - \phi)(1 - s) \phi (|\vec{v}_1| - |v_k|), & |\vec{v}_1| \geq |v_k|; \\ 0, & |\vec{v}_1| < |v_k|. \end{cases}$$

На поверхности грунта поддерживается слой воды глубиной $h_{\text{воды}}$, достаточной для возникновения суффозионного процесса. Предполагается, что на нижней границе рассматриваемой области суффозионный процесс не происходит, так как скорость воды меньше критической скорости необходимой для возникновения суффозионного процесса.

Начальные и граничные условия задачи имеют вид:

$$\begin{aligned} s(x, 0) = 1, \quad \frac{\partial s}{\partial x}(0, t) = 0, \quad s(H, t) = 1, \\ \text{при } x = 0 \quad v_1 < v_k, \quad p(x, H) = 0,01\rho_1^0 g, \\ \phi(x, 0) = \begin{cases} 1 & \text{при } x > 0,01; \\ 0,3. \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

$x \in [0, H]$.

Алгоритм численного решения начально-краевой задачи следующий: используя начальное значение пористости ϕ и концентрации s из условия (4) на первом шаге по времени ($n = 0$) находим приведенное давление p_i^0 ($i = 0, \dots, N$) численно решив уравнение (2). Уравнение (3) решаем методом Рунге-Кутты второго порядка точности и находим пористость грунта ϕ_i^1 на первом шаге по времени, используя найденное давление p_i^0 . Подставив найденные давления и пористость в коэффициенты уравнения (1) найдем концентрацию воды s_i^1 . Повторяя данный алгоритм для следующего шага по времени найдем значения искомым функций на всем временном интервале [5].

В численных расчетах использовался следующий набор модельных параметров [6]:

$$\begin{aligned} \rho_1^0 &= 1000 \text{ кг/м}^3, & \rho_2^0 &= 1440 \text{ кг/м}^3, \\ B &= 0.00001 \text{ м}^2, & g &= 9.8 \text{ м/с}^2, \\ \mu_1 &= 0.001787 \text{ кг/мс}, & \mu_2 &= 0.003574 \text{ кг/мс}. \end{aligned}$$

На рисунках 1 и 2 представлены графики изменения пористости грунта и концентрации. С течением времени выделяется область, где почва размывается полностью ($\phi = 1$) см. рисунок 1.

Данная модель позволит определить оптимальную интенсивность полива, при которой влияние суффозионного процесса минимально.

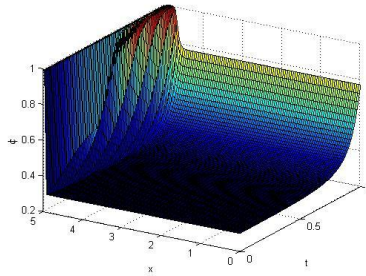


Рисунок 1 –Изменение пористости грунта

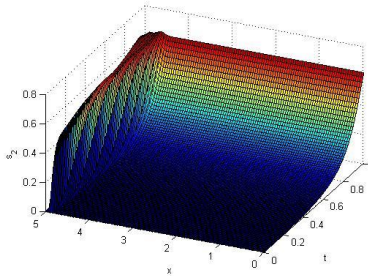


Рисунок 2 – Изменение концентрации подвижных частиц грунта в фильтрационном потоке

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №16-08-00291 и РФФИ №17-41-220314.

Авторы статьи признательны А.А. Папину и С.С. Кузикову за обсуждение задачи и конструктивные замечания.

Библиографический список

1.Vieira D.A.N., Dabney S.M. Modeling edge effects of tillage erosion // Soil Tillage Research. – 2011. 111(2):197–207.

2. Папин А.А., Сибин А.Н. О разрешимости первой краевой задачи для одномерных уравнений внутренней эрозии // Известия АлтГУ. – Барнаул, 2015. – Вып. 1/2 (85). – С. 136–140.

3. Wang J., Walters D.A., Settari A., Wan R.G. Simulation of cold heavy oil production using an integrated modular approach with emphasis on foamy oil flow and sand production effects // 1st Heavy Oil Conference. – 2006.

4. Vardoulakis I., Stavropoulou M., Papanastasiou R. Hydro-Mechanical Aspects of the Sand Production Problem // Transport in Porous Media. – 1996. – V. 22. – P. 225–244.

5. Сибин А.Н., Сибин Н.Н. Численное решение одномерной задачи фильтрации с учетом суффозионных процессов // Известия АлтГУ. – 2017. №1(93). – С. 123–127.

6. Chetti A., Benamar A., Hazzab A. Modeling of Particle Migration in Porous Media: Application to Soil Suffusion // Transport in Porous Media. – 2016. – V. 113(3). – P. 591–606.

УДК 519.6

О решении одномерных сеточных уравнений несжимаемой жидкости с краевыми условиями по формуле Вудса

Ш.А. Уальжанова, С.Ф. Аменова

ВКГУ им.С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск

Одно из направлений численного исследования двумерных течений несжимаемой жидкости основывается на решении уравнений Навье-Стокса, записанные в переменных «функция тока, вихрь скорости» с применением различных способов задания граничных условий для вихря скорости [1–7]. Наряду с популярной формулой Тома [1–6] для вихря скорости с успехом используется формула Вудса [14], который имеет второй порядок точности. В работе [4] исследовалась корректность разностных начально-краевых задач для уравнения Стокса при использовании для вычисления граничных условий формул первого и второго порядка аппроксимации (Тома и Вудса).

В работе [5] исследуется устойчивость неявных разностных схем для двумерных уравнений, записанные для переменных «функция тока-вихрь скорости». В настоящей исследовательской работе рассматривается одномерная разностная задача, получены оценки скорости сходимости одномерных итерационных алгоритмов, результаты которой, используются в дальнейших наших исследованиях двумерных задач для несжимаемой жидкости.

Постановка задачи. В области $D = \{0 \leq x \leq 1\}$ рассмотрим систему стационарных уравнений для несжимаемой жидкости следующего вида

$$\omega_{xx} = f(x), \quad (1)$$

$$\psi_{xx} = \omega, \quad 0 < x < 1, \quad (2)$$

с краевыми условиями $\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$, при

$$x = 0, 1. \quad (3)$$

Для аппроксимации уравнений (1–2) в сеточной области $\bar{D}_h = \{x_k = kh, k = \overline{0, N}\}$ рассмотрим одномерную разностную задачу для несжимаемой жидкости следующего вида

$$\omega_{xx,k} = f_k, \quad (4)$$

$$\psi_{xx,k} = \omega_k \quad k = \overline{1, N-1}, \quad (5)$$

$$\psi_0 = \psi_N = 0,$$

с краевыми условиями для вихря скорости по формуле Вудса, который имеет второй порядок точности

$$\omega_0 + \frac{1}{2}\omega_1 = \frac{3}{h}\psi_{x,0}, \quad \omega_N + \frac{1}{2}\omega_{N-1} = -\frac{3}{h}\psi_{x,N}. \quad (6)$$

Устойчивость и сходимость разностной задачи. Соотношение (4) умножим на ψ_k , просуммируем по внутренним узлам сетки.

Отсюда, можно получить следующую оценку устойчивости

$$\|\psi_{xx}\| \leq c_0 \|f\|_{L_2(D_h)}.$$

Введем обозначения $z_k = \omega_k - \omega$, $\phi_k = \psi_k - \psi$. Здесь ω_k, ψ_k – решения разностной задачи (4)–(6), ω, ψ – решения дифференциальной задачи (1)–(3), вычисленные в узлах сетки D_h .

Для численного решения (4)–(6) рассмотрим явный итерационный алгоритм вида

$$\frac{\omega_k^{n+1} - \omega_k^n}{\tau} = \omega_{xx,k}^n + f_k, \quad (7)$$

$$\psi_{xx,k}^{n+1} = \omega_k^{n+1}, \quad k = \overline{1, N-1}, \quad (8)$$

$$\psi_0^{n+1} = \psi_N^{n+1} = 0, \quad \psi_k^0 = \psi_0(kh), \quad k = \overline{0, N}, \quad (9)$$

$$\omega_N^{n+1} + \frac{1}{2}\omega_{N-1}^{n+1} = -\frac{3}{h}\psi_{x,N}^{n+1}. \quad (10)$$

Введем обозначения $z_k^n = \omega_k^n - \omega_k$, $\phi_k^n = \psi_k^n - \psi_k$. Здесь ω_k^n , ψ_k^n – решения итерационной схемы (7)–(10), ω_k , ψ_k – решения разностной задачи (4)–(6).

Тогда для погрешности итерации имеем следующие соотношения

$$\frac{z_k^{n+1} - z_k^n}{\tau} = z_{xx,k}^n, \quad (11)$$

$$\phi_{xx,k}^{n+1} = z_k^{n+1}, \quad k = \overline{1, N-1}, \quad (12)$$

$$\phi_0^{n+1} = \phi_N^{n+1} = 0, \quad (13)$$

$$z_0^{n+1} + \frac{1}{2}z_1^{n+1} = \frac{3}{h}\phi_{x,0}^{n+1}, \quad z_N^{n+1} + \frac{1}{2}z_{N-1}^{n+1} = -\frac{3}{h}\phi_{x,N}^{n+1}. \quad (14)$$

Соотношение (11) умножим на $2\tau\phi^{n+1}$ и просуммируем по узлам сетки D_h . В результате можно получить следующее энергетическое тождество:

$$\|\phi_x^{n+1}\|^2 - \|\phi_x^n\|^2 + \|\phi_x^{n+1} - \phi_x^n\|^2 + 2\tau(z_0^n\phi_{x,0}^{n+1} - z_N^n\phi_{x,N}^{n+1}) + 2\tau(\phi_{xx}^n, \phi_{xx}^{n+1}) = 0.$$

Далее, для разностной задачи (4)–(6) рассмотрим итерационный алгоритм следующего вида

$$\frac{\omega_k^{n+1} - \omega_k^n}{\tau} = \omega_{xx,k}^{n+1} + f_k, \quad (15)$$

$$\psi_{xx,k}^{n+1} = \omega_k^{n+1}, \quad k = \overline{1, N-1}, \quad (16)$$

$$\psi_0^{n+1} = \psi_N^{n+1} = 0, \quad \psi_k^0 = \psi_0(kh), \quad k = \overline{0, N}, \quad (17)$$

$$\omega_N^{n+1} + \frac{1}{2}\omega_{N-1}^{n+1} = -\frac{3}{h}\psi_{x,N}^n \quad (18)$$

Для погрешности итерации имеем следующие соотношения

$$\frac{z_k^{n+1} - z_k^n}{\tau} = z_{xx,k}^{n+1}, \quad (19)$$

$$\phi_{xx,k}^{n+1} = z_k^{n+1}, \quad k = \overline{1, N-1}, \quad (20)$$

$$\phi_0^{n+1} = \phi_N^{n+1} = 0, \quad z_0^{n+1} + \frac{1}{2}z_1^{n+1} = \frac{3}{h}\phi_{x,0}^n,$$

$$z_N^{n+1} + \frac{1}{2} z_{N-1}^{n+1} = -\frac{3}{h} \varphi_{x,N}^n. \quad (21)$$

$$\text{При выполнении условия } 1 - \frac{2\tau}{h^2} \geq 0, \quad (22)$$

имеем

$$\left\| \varphi_x^{n+1} \right\|^2 - \left\| \varphi_x^n \right\|^2 + \frac{11\tau\delta_0}{6} \left\| \varphi_x^{n+1} \right\|^2 \leq 0, \left\| \varphi_x^{n+1} \right\|^2 \leq q \left\| \varphi_x^n \right\|^2,$$

где

$$q = \frac{1}{1 + \frac{11\tau\delta_0}{6}} < 1, \quad (23)$$

т.е. при выполнении условия (22) итерации алгоритма (15)–(18) сходятся к решению (4)–(6) со скоростью геометрической прогрессии и

$$n_0(\varepsilon) \approx o\left(\frac{1}{h^2}\right) \ln \frac{1}{\varepsilon}.$$

Библиографический список

1. Рочу П. Вычислительная гидродинамика. – М. : Мир, 1980. – 616 с.
2. Данаев Н.Т., Смагулов Ш. Об одной методике численного решения уравнений Навье-Стокса в переменных (ψ, ω) // Моделирование в механике. – 1991. –5(22):4. – С. 38–47.
3. Тарунин Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. – Иркутск : Изд. Иркут. ун-та, 1990. – 228 с.
4. Воеводин А.Ф. Об устойчивости разностных граничных условий для функции вихря на твердой стенке // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1998. – №38:5. – С. 855–859.
5. Воеводин А.Ф. Устойчивость и реализация неявных схем для уравнений Стокса // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1993. – №33:1. – С. 119–130.
6. Danaev N., Amenova F. About one Method to Solve Navier-Stokes in Variables (Ψ, Ω) // Advances in Mathematical and Computational Methods, 3:2, (2013), 72–78.
7. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М. : Наука, 1977.

УДК 519.6:539.3

О численном исследовании напряженно-деформированного состояния материала в окрестности отверстия

А.В. Устюжанова, Г.В. Кравченко

АлтГУ, г. Барнаул

Полости или пустоты в геологических материалах, образовавшиеся в результате природных процессов или вследствие технологической деятельности человека, могут быть причиной возникновения провалов земной поверхности. В связи с этим становится актуальной задача исследования напряженно-деформированного состояния материала в окрестности отверстий и определение условий, при которых начинается разрушение. В качестве критерия разрушения рассмотрен предел прочности материала.

Процессы деформирования, протекающие в геологических материалах, достаточно сложные и зависят от разных факторов, в том числе от размеров отверстия и механических свойств окружающей среды.

Решению задач о напряженно-деформированном состоянии в окрестности отверстий аналитическими и численными методами посвящены работы разных авторов, например, [1–4].

В данной работе представлено численное решение задачи нахождения полей напряжений σ_{ij} ($i, j = 1, 2$) в плоской упругой области в окрестности круглого отверстия.

Постановка задачи включает уравнения равновесия

$$\sigma_{ij,j} = 0,$$

закон Гука

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \varepsilon_{mm} \right),$$

где ν – коэффициент Пуассона, E – модуль упругости, и соотношения, связывающие компоненты деформаций ε_{ij} ($i, j = 1, 2$) с перемещениями u_i ($i = 1, 2$),

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}).$$

Краевые условия задаются на внешней границе прямоугольной области. Граница отверстия считается свободной от напряжений.

Алгоритм численного решения, реализованный в виде компьютерной программы, основан на методе конечных элементов [5]. Исследу-

емая область разбивается конечными треугольными элементами. Вблизи отверстия сетка конечных элементов корректируется так, чтобы узлы сетки проходили через граничные точки отверстия. Применение метода конечных элементов к рассматриваемой задаче сводится к решению системы алгебраических линейных уравнений, где K – глобальная матрица жесткости, U – вектор искомых узловых перемещений, а вектор правых частей F строится на основе известных данных. После определения узловых перемещений вычисляются деформации и напряжения в каждом конечном элементе. В результате полученных величин строятся изолинии полей напряжений в исследуемой области.

Построенный алгоритм численного решения позволяет получать результаты в зависимости от граничных условий, а также для разных форм отверстий.

В вычислительных расчетах размеры исследуемой области приведены к безразмерному виду. В качестве характерного линейного размера выбран горизонтальный размер прямоугольника. Вертикальный размер прямоугольника, отнесенный к горизонтальному размеру, равен H . В качестве характерного напряжения выбрано значение.

Численные расчеты проведены при следующих значениях параметров: $E = 42000$ МПа, $\nu = 0.3$, $H = 1.015$. Центр круглого отверстия находится в точке с координатами $x_0 = 0.5$, $y_0 = 0.495$, а радиус равен $a = 0.071$. Условия на границе: $\sigma_{11} = 0.006$ при $x_1 = 0$, $\sigma_{11} = -0.006$ при $x_1 = 1$, $\sigma_{22} = -0.012$ при $x_2 = H$.

На рисунке 1 построены изолинии максимального касательного напряжения $\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2}$.

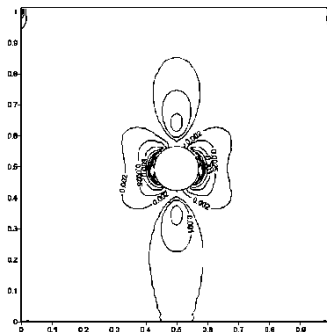


Рисунок 1 – Изолинии

Если рассмотреть значение предела прочности, равное 25 МПа, которое соответствует в безразмерном виде значению 0.059, то отметим,

что напряжения, полученные в результате вычислений, в окрестности отверстия меньше этого значения и материал не подвергается разрушению в данном случае.

Анализ напряженно-деформированного состояния показывает, что наибольшая концентрация напряжений наблюдается вблизи самого отверстия. При достижении предела прочности материал начнет разрушаться вокруг отверстия. Разрушение может сопровождаться постепенным разрыхлением материала в верхней части над отверстием, его послойным обрушением и уплотнением в нижней части отверстия. Такой процесс может быть достаточно длительным и привести к обрушению (образованию провала) земной поверхности.

Библиографический список

1. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
2. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. – Киев: Наукова думка, 1968. – 352 с.
3. Мокряков В.В. Применение метода мультипольного разложения для расчета напряженного состояния в бесконечной упругой плоскости, содержащей несколько круговых отверстий // Вычислительная механика сплошных сред. – 2012. – Т. 5, №2. – С. 168–177.
4. Устюжанова А.В., Кравченко Г.В. Численное исследование напряженно-деформированного состояния в окрестности горной выработки // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2017. – №1 (93). – С. 136–139.
5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 543 с.

УДК 532.5+519.6

Характерные особенности трёхмерных конвективных течений с границей раздела

Ж.С. Филимонова¹, В.И. Хибченко¹, О.Н. Гончарова^{1,2}

¹АлтГУ, г. Барнаул; ²ИТ СО РАН, г. Новосибирск

Изучаются двухслойные конвективные течения несмешивающихся вязких несжимаемых жидкостей на основе точных решений уравнений Обербека-Буссинеска. Полагается, что жидкости заполняют бесконечный канал с прямоугольным поперечным сечением и находятся под действием продольного градиента температуры и поперечно направленной силы тяжести. На термокапиллярной границе раздела, которая

остаётся недеформированной плоской поверхностью, выполняются кинематическое и динамические условия, а также условия непрерывности скорости, температуры и тепловых потоков. Твёрдые неподвижные стенки канала предполагаются теплоизолированными. Построение точных решений трёхмерных задач конвекции проводится на основе исследований [1], подтвердивших групповую природу решения Остроумова-Бириха [2, 3]. Стационарное решение, построенное в [1, 4], может быть названо трёхмерным обобщением известного двумерного точного решения Бириха [3]. В [5] трёхмерные точные решения впервые обобщены на случай конвективных течений с учётом испарения на термокапиллярной границе раздела и эффектов Дюфура и Соре в газопаровой фазе.

Точные решения стационарных уравнений конвекции, описывающие двухслойные течения, характеризуются тем, что поле скоростей имеет три ненулевые компоненты, представляющие собой функции, зависящие от поперечных координат. Температура и давление также имеют аналогичные составляющие. Аналитическое построение точных решений дополняется численным решением цепочки двумерных задач для нахождения компонент скоростей обеих жидкостей (или жидкости и газа), давления и температуры. Численный алгоритм базируется на продольно-поперечной конечно-разностной схеме, известной как метод переменных направлений. При построении численного алгоритма вводятся новые искомые функции: аналоги функции тока и завихренности вместо поперечных компонент скорости. Условия на границе раздела также формулируются в терминах новых функций. Разностные условия для вихря (условия типа Тома) задаются на твёрдых непроницаемых границах областей, занятых жидкостями.

Общая схема решения стационарной задачи состоит в организации итерационного процесса при последовательном осуществлении нескольких этапов. (I): Исходим из заданного состояния, предполагая, что поперечные компоненты векторов скорости найдены. С данными компонентами решаем численно задачи о нахождении третьих компонент векторов скорости обеих жидкостей. (II): Для нахождения неизвестных составляющих температуры численно решаем уравнения с учётом условий на границе раздела и на твердых границах. (III): Следующим этапом является решение системы уравнений и граничных условий для определения двух полей: функций тока и вихря. Зная функции тока, можно определить поперечные компоненты векторов скорости. (IV): Возвращаемся к этапу (I). Итерационный процесс организован с применением вполне определённых критериев сходимости. Проведено тестирование численного алгоритма, позволяющее устано-

вить экспериментальный порядок сходимости, а также провести сравнение с известными тестами о конвекции в замкнутой кювете в условиях нагрева одной грани.

Проведено численное моделирование течений системы «этанол-азот» и «HFE 7100 – азот». Разработаны способы визуализации течения и поля температуры в канале. Построены альбомы трёхмерных течений. Исследованы возможности управления механизмами конвекции в условиях нормальной и пониженной гравитации, а также для различных значений постоянного продольного градиента температуры, поддерживаемого вдоль границы раздела. Течение имеет сложную структуру, ярко выраженный вихревой характер и поступательную направленность. Примеры трёхмерных течений (см. рисунки 1 и 2) в стационарном случае представлены в данной работе для системы «этанол-азот» в условиях микрогравитации (см. рисунок 1, число Грасгофа $Gr = 1$) и нормальной гравитации (см. рисунок 2, $Gr = 10^4$). При этом значения продольного градиента температуры, чисел Рейнольдса и Марангони равны, соответственно, $\tilde{T} = 1$, $Re=1$, $Ma=10^4$.

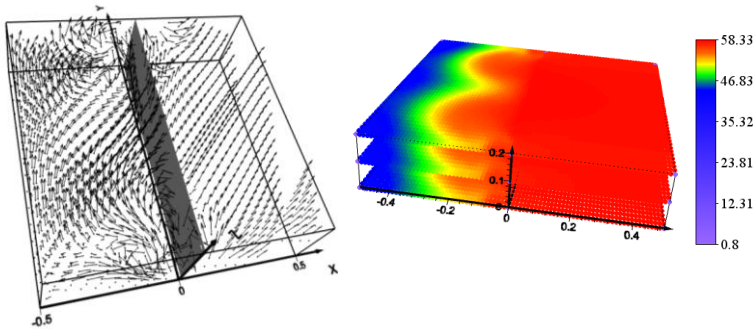


Рисунок 1 – Поле скоростей (слева) и температуры (справа);
 $Gr = 1$, $Pr = 10$, $Ma = 10^4$, $Re = 1$, $\tilde{T} = 1$

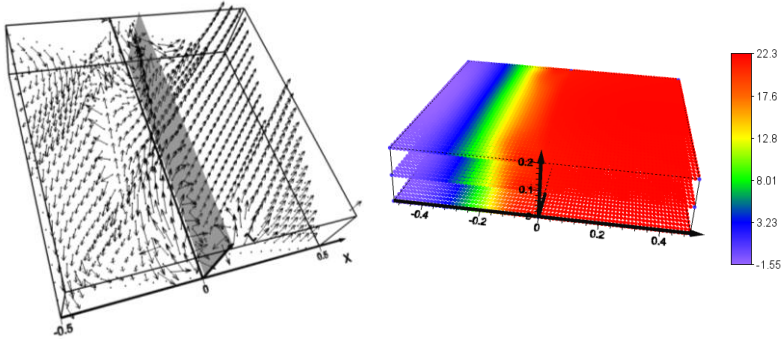


Рисунок 2 – Поле скоростей (слева) и температуры (справа);
 $Gr = 10^4$, $Pr = 10$, $Ma = 10^4$, $Re = 1$, $\bar{T} = 1$
 Работа выполнена при поддержке РФФ (проект 15-19-20049).

Библиографический список

1. Пухначёв В.В. Теоретико-групповая природа решения Бириха и их обобщения // Симметрии и дифференциальные уравнения: сб. науч. тр. – Красноярск: РАН. Сиб. отд.-ние. Ин-т вычисл. моделирования. – 2000. – С. 118–183.
2. Остроумов Г.А. Свободная конвекция в условиях внутренней задачи. – Москва-Ленинград: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1952. – 256 с.
3. Бирих Р.В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // ПМТФ. – 1966. – №3. – С. 69–72.
4. Goncharova O.N., Kabov O.A., Pukhnachov V.V., Solutions of special type describing the three dimensional thermocapillary flows with an interface. *Int. J. Heat Mass Transfer*. – 2012. – 55(4). – P. 715–725.
5. Goncharova O.N., Kabov O.A. Investigation of the two-layer fluid flows with evaporation at interface on the basis of the exact solutions of the 3D problems of convection. *Journal of Physics: Conference Series*. – 2016. – 754 (032008). – P. 1–6.

УДК 532.135

**Анализ соотношений нелинейной вязкоупругости
полимерных материалов
при их больших периодических деформациях**

*Н.А. Черпакова
АлтГТУ, г. Барнаул*

Анализ вязкоупругих свойств различных материалов при наложении больших периодических деформаций относится к важнейшим и наиболее распространенным способам характеристики этих веществ.

На основе модифицированной реологической модели Виноградова-Покровского, были выполнены численные расчёты, наложения периодических деформаций с большой амплитудой на течения полимерных жидкостей. Особенностью этой модели является учет тензорного характера коэффициента трения бусинок, который определен наведенной анизотропией сдвигового потока. Данная модель имеет вид [1–2]:

$$\sigma_{ik} = -p\delta_{ik} + 2\eta_1\gamma_{ik} + 3\frac{\eta_0}{\tau_0}a_{ik};$$

$$\frac{d}{dt}a_{ik} - v_{ij}a_{jk} - v_{kj}a_{ji} + \frac{1 + (\kappa - \beta)I}{\tau_0}a_{ik} = \frac{2}{3}\gamma_{ik} - 3\frac{\beta}{\tau_0}a_{ij}a_{jk}.$$

Здесь σ_{ik} – тензор напряжений; p – гидростатическое давление; η_0 и τ_0 – начальные значения сдвиговой вязкости и времени релаксации для полимерной составляющей; η_1 – остаточная сдвиговая вязкость, учитывающая наличие растворителя; v_{ik} – тензор градиентов скорости; a_{ik} – симметричный тензор анизотропии второго ранга; $I = a_{jj}$ – первый инвариант тензора анизотропии; $\gamma_{ik} = (v_{ik} + v_{ki})/2$ – симметризованный тензор градиентов скорости; κ, β – феноменологические параметры модели, учитывающие в уравнениях динамики макромолекулы размеры и форму молекулярного клубка [1]. Отметим, что значения параметров κ и β не являются независимыми $\kappa = 1,2\beta$, что соответствует условию независимости асимптотического поведения стационарной сдвиговой вязкости от молекулярного веса полимера.

С помощью модифицированной реологической модели Виноградова-Покровского было проведено моделирование колебаний как с большой, так и с малой амплитудой. При исследовании предполагалось, что образец подвергался деформациям с частотой ω по гармоническому закону с заданной большой амплитудой γ_0 : $\gamma(t) = \gamma_0 \sin(\omega t)$. Отклик материала представляет собой зависимость напряжения от

времени. При малой амплитуде возникающие в материале напряжения прямо пропорциональны деформации. Отклик при периодическом деформировании материала с большой амплитудой уже не является правильной гармоникой. Это подтверждается как результатами моделирования (рисунок 1), а также экспериментами.

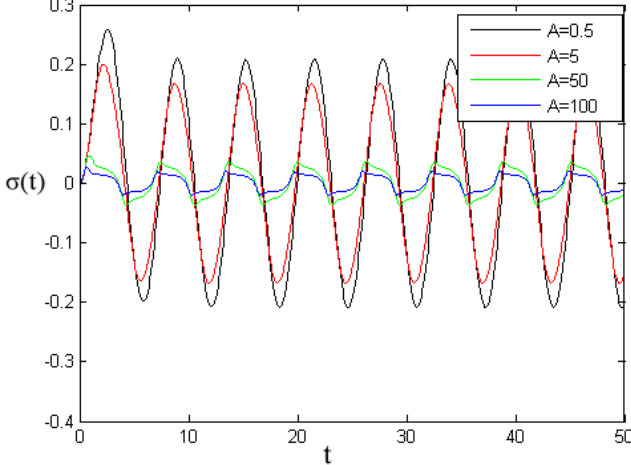


Рисунок 1 – Изменение отклика материала при увеличении амплитуды деформирования материала

При исследовании поведения материала при больших деформациях, была получена нелинейность вязкоупругих свойств, которую можно интерпретировать, с помощью построения фигур Лиссажу. Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод об увеличении нелинейности отклика образца при увеличении амплитуды колебаний.

Для линейного вязкоупругого поведения фигуры Лиссажу являются эллипсами, а при нелинейном отклике образца преобразуются в фигуры различной формы [3].

На рисунке 2 представлены фигуры Лиссажу, при различных амплитуде и частоте. Нелинейность механического поведения при больших деформациях отражается в неэллиптичности фигур Лиссажу.

В ходе сравнительного анализа полученных результатов с известными ранее экспериментальными и теоретическими данными [4], можно сделать вывод, что модель позволяет достаточно точно описать поведение полимерных материалов при наложении больших периодических деформаций.

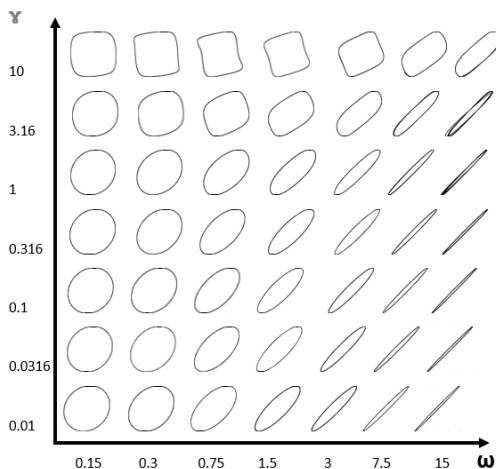


Рисунок 2 – Изменение фигур Лиссажу при увеличении амплитуды, при различной частоте колебаний

Библиографический список

1. Головичева И.Э., Зинович С.А., Пышнограй Г.В. Влияние молекулярной массы на сдвиговую и продольную вязкость линейных полимеров // Прикладная механика и техническая физика. – 2000. – Т. 41, №2 (240). – С. 154–160.
2. Гусев А.С., Пышнограй Г.В. Частотные зависимости динамических характеристик линейных полимеров при простом сдвиге // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2001. – Т. 7, № 2. – С. 236–245.
3. Ильин С.О., Малкин А.Я., Куличихин В.Г. Применение метода высокоамплитудных гармонических воздействий для анализа свойств полимерных материалов в нелинейной области механического поведения // Высокомолекулярные соединения. Серия А, 2014. – Т. 56, №1. – С. 99–112.
4. Randy H. Ewoldt, A.E. Hosoi, and Gareth H. McKinley New measures for characterizing nonlinear viscoelasticity in large amplitude oscillatory shear (LAOS) // Hatsopoulos Microfluids Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139.

**Свободные и вынужденные волны в канале,
покрытом битым льдом**

К.А. Шишмарев, К.Н. Завьялова

АлтГУ, г. Барнаул

1. Постановка задачи

Во многих прикладных задачах, учитывающих взаимодействие ледового покрова и жидкости, возникает необходимость изучения свободных и вынужденных волновых колебаний жидкости. Поверхность жидкости может рассматриваться как классическая свободная поверхность, инертная поверхность (ненулевая масса поверхности) или упругая поверхность (ненулевые масса и жесткость поверхности). Исследования задач волнового движения жидкости, покрытой тонкой упругой пластиной, имеет практическое значение для природных (ледовый покров) и искусственных (плавающие аэропорты) структур [1–4]. Основными искомыми характеристиками прогрессивных волн являются зависимость частоты волны от волнового числа и скорости распространения волн в пространстве.

Рассматривается безвихревое течение идеальной жидкости с плотностью ρ_l в канале. Канал имеет прямоугольное сечение с шириной $2L$, $(-L < y < L)$, и высотой H , $(-H < z < 0)$, вдоль оси x канал считается неограниченным, (x, y, z) – декартова система координат. Жидкость в канале покрыта битым льдом. Потенциал скорости течения $\varphi(x, y, z, t)$ удовлетворяет уравнению Лапласа в области течения

$$\Delta\varphi(x, y, z, t) = 0 \quad (-\infty < x < \infty, -L < y < L, -H < z < 0) \quad (9)$$

и условиям непротекания на стенках канала

$$\varphi_z = 0 \quad (z = -H), \quad \varphi_y = 0 \quad (y = \pm L). \quad (10)$$

В общем случае, вертикальное отклонение поверхности жидкости $w(x, z, t)$ удовлетворяет следующим линеаризованным кинематическому и динамическому условиям [5]

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (z = 0), \quad D\Delta^2 w + Q\Delta w + \rho_\ell \frac{\partial \varphi}{\partial t} + g\rho_\ell w = 0 \quad (z = 0), \quad (11)$$

где $D = Eh_1^3/[12(1 - \nu^2)]$ – жесткость пластины; $M = \rho_i h_i$ – единица массы на единицу площади; $\Delta_2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; g – ускорение свободного падения; E – модуль Юнга; Q – поперечное напряжение, (сжатие при

$Q > 0$, растяжение при $Q < 0$), и ν, ρ_i, h_i являются коэффициентами Пуассона, плотности и толщины упругой пластины соответственно.

Решение задачи (1)–(3) будем искать в виде распространяющихся волн [3, 6]

$$w(x, y, t) = \operatorname{Re}\{AF(y)e^{i(kx-\omega t)}\}$$

$$\varphi(x, y, z, t) = -\operatorname{Re}\{i\omega A\Phi(y, z)e^{i(kx-\omega t)}\}, \quad (12)$$

где A – амплитуда волны; k – волновое число; $\omega(k)$ – частота волны; $F(y)$ – профиль колебаний поверхности; $\Phi(y, z)$ – комплекснозначный потенциал, удовлетворяющий уравнению Гельмгольца в сечении канала.

Подставляя (4) в систему (1)–(3), получим систему уравнений для определения $\omega(k)$, $F(y)$ и $\Phi(y, z)$

$$-\omega^2 MF(y) = \omega^2 \rho_\ell \Phi(y, 0) - \rho_\ell g F(y), \quad (13)$$

$$\Delta \Phi(y, z) = k^2 \Phi(y, z) \quad (-L < y < L, -H \leq z \leq 0), \quad (14)$$

$$F(y) = \Phi_z(z=0), \quad \Phi_z = 0 \quad (z = -H), \quad \Phi_y = 0 \quad (y = \pm L). \quad (15)$$

Для исследования вынужденных колебаний, в динамическое условие (3) необходимо добавить слагаемое, связанное с внешней нагрузкой, затем вместо рассмотрения частных решений в виде (4) нужно использовать методы интегральных преобразований для системы (1)–(3) [3].

2. Алгоритм решения

Функцию $F(y)$ будем искать в виде разложения на функции колебаний поверхности жидкости поперек канала

$$F(y) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n f_n(y), \quad (16)$$

где a_n – коэффициенты разложения, $f_n(y)$ является решением следующей краевой задачи

$$f_{n,yy}(y) = -\lambda_n^2 f_n(y), \quad f_{n,y} = 0 \quad (y = \pm L).$$

Функцию $\Phi(y, z)$ будем искать из уравнения (6) методом разделения переменных. Пусть $\Phi = Y(y)Z(z)$, тогда для Y имеем

$$Y_{yy} + \mu Y = 0, \quad Y_y = 0 \quad (y = \pm L).$$

Откуда получим представление для $Y(y)$

$$Y_n(y) = C_n \cos(\sqrt{\mu_n} y) + S_n \sin(\sqrt{\mu_n} y),$$

где Y_n определяется из краевых условий $Y_y(\pm L) = 0$. Заметим, что решением для Y_n могут быть четные или нечетные функции. Рассмотрим случай четности $Y_n(y)$. В этом случае для $Y_n(y)$ и $f_n(y)$ получим следующие формулы

$$Y_n(y) = C_n \cos(\sqrt{\mu_n} y), \quad f_n(y) = \cos(\lambda_n y), \quad \mu_n = \lambda_n^2 = \left(\frac{\pi n}{L}\right)^2.$$

Для определения $Z(z)$ получим следующую задачу

$$Z_{zz}(z) + (-\mu_n - k^2)Z(z) = 0, \quad Z_z(-H) = 0,$$

откуда получим формулу для вычисления Z

$$Z_n = B_n e^{2\sqrt{\mu_n+k^2}H} e^{\sqrt{\mu_n+k^2}z} + B_n e^{-\sqrt{\mu_n+k^2}z}.$$

Подставляя полученные формулы для Y_n и Z_n в уравнение для $\Phi(y, z)$, получим

$$\Phi(y, z) = \sum_n D_n \cos(\sqrt{\mu_n} y) e^{\sqrt{\mu_n+k^2}H} \cosh\left(\sqrt{\mu_n+k^2}(H+z)\right),$$

$$D_n = C_n B_n.$$

Привлекая кинематическое условие (7), и находя константу D_n , после простых преобразований в итоге получим представление для Φ

$$\Phi(y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\cos(\sqrt{\mu_n} y) \cosh(\sqrt{\mu_n+k^2}(H+z))}{\sqrt{\mu_n+k^2} \sinh(\sqrt{\mu_n+k^2}H)}. \quad (17)$$

Последовательно подставляя (8) и (9) в уравнение (5), домножая на $\cos(\sqrt{\mu_n} y)$ и интегрируя по y от $-L$ до L , выводим зависимость для $\omega(k)$

$$\omega_n(k) = \sqrt{\frac{\rho_\ell g M \sqrt{\mu_n+k^2}}{M \sqrt{\mu_n+k^2} + \rho_\ell \coth(\sqrt{\mu_n+k^2}H)}}.$$

Заметим из последней формулы, что для зависимости между волновым числом и частотой волны будет счетное число соотношений, соответствующих разным профилям колебаний поперек канала. Это верно как для четных, рассмотренных в данной статье, колебаний, так и для нечетных.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ «Гидроупругие и термодинамические эффекты при взаимодействии пороупругого снежно-ледового покрова с конструкциями», №16-08-00291, «Расчет физических характеристик почвогрунтов в процессе внутренней эрозии и прогноз их разрушения» №17-41-220314.

Библиографический список

1. Squire V., Hosking R., Kerr A., Langhorne P. Moving loads on ice plates. Kluwer Academic Publishers; 1996.

2. Коробкин А.А., Папин А.А., Шишмарев К.А. Поведение ледового покрова канала под действием поверхностных волн // Известия АлтГУ. – 2012. – №1/1. – С. 55–59.

3. Batyaev E.A., Khabakhpasheva T.I. Hydroelastic waves in channel with free ice cover. *Fluid Dynamics* 2015;6:84-101.
4. Shishmarev K., Khabakhpasheva T., Korobkin A. The response of ice cover to a load moving along a frozen channel // *Applied Ocean Research* 59 (2016) 313–326.
5. Sturova I.V. Unsteady three – dimensional sources in deep water with an elastic cover and their applications // *J. Fluid Mech.* (2013), vol. 730, p. 26.
6. Korobkin A.A., Khabakhpasheva T.I., Papin A.A. Waves propagating along a channel with ice cover. *Eur J Mech B/Fluids* 2014;47:166-75.

Секция 4. ИНФОРМАЦИОННЫЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 57.087

Применение ансамбля методов проекции на латентные структуры в задаче анализа пептидных микрочипов

Д.С. Анисимов, М.А. Рязанов, А.И. Шаповал
АлтГУ, Барнаул

В работе рассматривается применение мета-алгоритма машинного обучения в задаче классификации участников медицинского эксперимента. Теоретическое описание и исходные данные эксперимента рассмотрены в работах [1–3]. К результатам эксперимента были применены методы уменьшения размерности [4]. Однако одним из существенных недостатков вышеприведённых методов является маленькая обучающая выборка. Для решения данной проблемы предлагается использовать мета-алгоритм bagging, в основе которого лежит создание ансамбля моделей, каждая из которых обучается на своём «bootstrap» [5].

Рассмотрим мета-алгоритм bagging. Пусть n – размер исходной выборки, m – количество подвыборок, которое нужно получить. Каждая из m подвыборок также имеет размер n и строится на основании исходной методом изъятия с возвращением, то есть каждый объект исходной выборки имеет вероятность $p=1/n$ быть добавленным в подвыборку на i -й итерации её построения независимо от того, был ли он добавлен туда на предыдущих итерациях. Вероятность того, что объект не попадёт в некоторую подвыборку определим так:

$$p_{oob} = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{e} \approx 0,368$$

то есть, при больших n примерно 37% объектов не попадут в bootstrap и их можно использовать для проверки модели. Данный способ проверки известен как out-of-bag estimation [6]. Далее на каждой из m подвыборок обучается модель, в данном случае регрессия на латентные структуры. Затем для тестового объекта находим отклик в каждой модели, после чего производим агрегирование откликов усреднением (в случае регрессии) или голосованием (в случае классификации).

Для экспериментов использовались данные пептидных микрочипов (330К) имеющих на своей поверхности 330 тысяч пептидов. В качестве предварительной обработки использовались исследованные ранее методы [2, 3]. В частности, данные предварительно логарифмирова-

лись по основанию 2, затем подвергались медианной нормализации для подавления отклонений фонового свечения различных чипов.

Результаты перекрёстной проверки, в ходе которой на каждой итерации в качестве тестовой выборки использовались все технические повторы одного из доноров, а все остальные данные образовывали обучающую выборку, оценивались на основании кривой мощности критерия (ROC-кривой), чувствительности и специфичности.

По результатам тестов ошибка классификации с использованием ансамбля из 100 моделей равнялась 30% ($Se \approx 73\%$, $Sp \approx 61\%$) при семи латентных структурах. Более полные результаты будут представлены в докладе.

Библиографический список

1. Подлесных С.В., Колосова Е.А., Щербаков Д.Н., Шайдуров А.А., Анисимов Д.С., Рязанов М.А., Джонстон С.А., Шойхет Я.Н., Петрова В.Д., Лазарев А.Ф., Шаповал А.И. Взаимодействие антител сыворотки крови пациентов при раке молочной железы с синтетическими пептидами // Бюлл. Эксп. Биол. Мед. – 2015.

2. Анисимов Д.С., Рязанов М.А., Шаповал А.И. Подход к обработке многомерных данных пептидных микрочипов // Известия АлтГУ. – 2015. – №1/2(85). С. 77-80.

3. Анисимов Д.С., Рязанов М.А., Шаповал А.И. Применение метода проекции на латентные структуры в задачах классификации на примере данных пептидных микрочипов // МАК-2016: сборник трудов все-русской конференции по математике, Барнаул, 29 июня – 1 июля 2016 г. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2016. – С. 92

4. Эсбенсен К. Анализ многомерных данных. Избранные главы / пер. с англ. С.В. Кучерявского; под ред. О.Е. Родионовой. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2003. – 157 с.

5. Breiman L. Bagging predictors // Machine Learning. – 1996. – 24 (2): P. 123–140. doi: 10.1007/BF00058655

6. James G., Witten D., Hastie T., Tibshirani R. An Introduction to Statistical Learning. – New York: Springer. 2013. – 426 p.

Каскадные коды

А.Н. Гамова, А.А. Ефремова

Саратовский государственный университет

им. Н.Г. Чернышевского, г. Саратов

Каскадирование. Разные способы последовательного соединения кодов породили интересные подклассы линейных блочных кодов [1]. Рассматриваемые здесь каскадные схемы обеспечивают эффективное декодирование при меньших затратах в сравнении с обыкновенными кодами. На рисунке 1 представлена модель каскадного кодирования. Внешний код C_2 является линейным недвоичным блочным (N, K) кодом над $GF(2^m)$. Внутренний код C_1 может быть блочным или сверточным и, в случае блочного, это двоичный (n, k) код.

Схема кодирования каскадным кодом изображена на рисунке 1. Информационное сообщение, последовательность двоичных символов, разбивается на K k -элементных блоков. Каждый из этих блоков рассматривается как символ нового (q -ичного) алфавита, который кодируется (N, K) q -ичным кодом C_2 , где N – длина внешнего кода, K – длина входной информационной последовательности кода C_2 . В результате применения процедуры кодирования (N, K) кодом к k -элементным блокам добавляется $N - K$ избыточных k -элементных блоков, или символов q -ичного алфавита. Далее каждый из N k -элементных символов этого кода кодируется двоичным (n, k) кодом C_1 , что приводит к еще большей избыточности по сравнению с первым этапом, после чего сообщение направляется в канал. Перемежитель, устанавливаемый между внешним и внутренним кодером, может выполнять разные функции: преобразовывать блоки размера k в векторы, размерность которых соответствует размерности внутреннего кода, или, в случае внутреннего сверточного кода, разбивать пакеты ошибок. Перемежитель добавляет лишь несколько простых операций и несущественно увеличивает сложность каскадного кода.

На приемном конце последовательно работают декодеры внутреннего кода D_1 , а затем внешнего кода D_2 . Важным преимуществом каскадных кодов является то, что декодирование производится посредством отдельных компонентных кодов, что существенно снижает сложность по сравнению с декодированием полного кода.



Рисунок 1 – Процедура кодирования каскадным кодом

На рисунке 2 [2] приведены экспериментальные исследования вероятности ошибки декодирования для обыкновенного кода C_0 того же класса, что и D_1 , с параметрами (n_0, k_0) при кодовой скорости $R_0 = k_0/n_0$, вероятность ошибки декодирования которого определяется кривой 1 на рисунке 2.

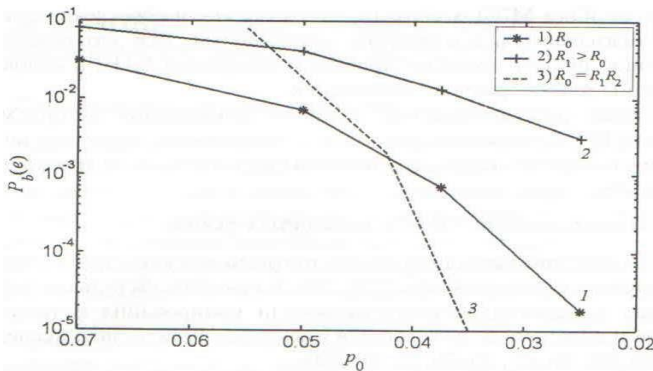


Рисунок 2 – Иллюстрация преимуществ каскадных схем перед обычными алгоритмами

Каскадный код имеет компонентные коды: внутренний код C_1 с параметрами (n_1, k_1) , алгоритмом декодирования D_1 , кодовой скоростью $R_1 > R_0$, и внешний код C_2 с параметрами (n_2, k_2) , кодовой скоростью R_2 . Одношаговая процедура кодирования заменяется двумя независимыми последовательными процедурами, причем, суммарная кодвая скорость остается неизменной $R_0 = R_1 R_2$.

Код C_1 может быть выбран существенно короче C_0 с процедурой декодирования $D_1=D_0$. Результирующая вероятность ошибки декодирования (на бит) $P_b(\epsilon)$ в силу условия $R_1 > R_0$ и выбора более простого кода C_1 будет соответствовать кривой 2 на рисунке 2. Далее, применяя к символам кода C_1 процедуру декодирования кода C_2 со сложностью T_2 , получаем результирующую вероятность ошибки декодирования, представленную кривой 3 на рисунке 2.

При сложности $T_1 + T_2 < T_0$ и малом шуме кривая 3 лежит ниже кривой 1. Таким образом, каскадные схемы обеспечивают лучшее декодирование при меньших затратах по сравнению с обыкновенным кодом. Как видно на рисунке 2, при большом шуме существует узкая полоса входных значений P_0 , где код C_0 может быть эффективнее каскадного, но это имеет место при больших вероятностях ошибки декодирования $P_b(\epsilon)$ обеих кодовых систем, где применение кодирования вообще неэффективно.

Как правило, в качестве внешнего двоичного кода выбирается код Рида-Соломона (РС). До недавнего времени этот выбор был единственным, хотя его характеристика далека от шенноновской границы хороших корректирующих возможностей $R=C$. Главная проблема в том, что коды РС, будучи алгебраическими, имеют длину, не более основания q . И даже для больших значений $q=256$ при любой избыточности и всех допустимых длинах кода n его эффективность далека от границы $R=C$. Использование эффективных декодеров, например алгоритма Витерби, приводит к сложности вычислений, которая будет экспоненциально расти по мере увеличения n . Таким образом, очевидна необходимость применения двоичных многопороговых декодеров (МПД).

Метод многопорогового декодирования [2]. Итеративные мажоритарные декодеры привлекли внимание тем, что выполняли требования эффективности к алгоритму декодера. Хотя эти процедуры не являлись оптимальными, но были существенно проще оптимальных и мало отличались от них по эффективности, но накапливали пакеты ошибок на выходе декодеров. Проблема была решена в декодерах многопорогового кодирования МПД.

Теорема [2]. Если на j -ом шаге декодирования МПД изменяет информационный символ i_j , то:

1) МПД находит новое кодовое слово A_2 , более близкое к принятому Q , чем то кодовое слово A_1 , которому соответствовало значение i_j перед j -ым шагом декодирования:

$$|B_1| = |A_1 + Q| > |A_2 + Q| = |B_2|;$$

2) после окончания j -го шага возможно декодирование любого очередного символа i_k , $k \neq j$, так что при его изменении будет осуществлено дальнейшее приближение к принятому сообщению.

Из теоремы следует, что МПД при каждом изменении декодируемых символов приближается к принятому вектору Q , отыскивая все более правдоподобные векторы-гипотезы A_i . При этом просматривается не экспоненциальное количество кодовых слов, а лишь пары, отличающиеся между собой только в одном информационном символе, причем одно из сравниваемых слов находится в декодере. В случае, если второе кодовое слово окажется ближе к вектору Q , чем то, информационные символы которого находятся в соответствующих регистрах памяти МПД, сравнения производятся уже с новым промежуточным вектором A_i и т.д. Тем самым осуществляется движение МПД к решению оптимального декодера (ОД).

Следствие [2]. МПД не изменит решения ОД.

Главные особенности новых декодеров:

- малое число операций на пороговом элементе такого декодера требовало небольшого объема вычислений;
- способность самого мажоритарного алгоритма исправлять во многих случаях даже больше ошибок, чем это гарантируется кодовым расстоянием;
- рост правдоподобия решений в течение всего процесса исправления ошибок, а при достижении МПД декодером самого правдоподобного решения оно оказывается оптимальным;
- сложность МПД в отличие, например, от декодера Витерби остается линейно растущей функцией независимо от длины кодового вектора.

Разработаны также недвоичные декодеры многопорогового типа [2], обладающие теми же достоинствами, что двоичные декодеры. Так что проблема замены РС кодов в каскадных кодах решена.

Библиографический список

1. Волкова Т.В., Гамова А.Н. Помехоустойчивое кодирование как метод обеспечения высокого уровня надежности передачи дискретной информации // МАК–2016 : сб. трудов всероссийской конференции по математике, Барнаул, 1-5 июля 2016 г. – Барнаул: Изд-во Алт.ун-та, 2016. – С. 93–94.
2. Золотарев В.В. Теория и алгоритмы многопорогового декодирования. – М.: Радио и связь, 2006. – 266 с.

Создание краудфандинговой платформы для студентов ВУЗов

М.В. Досымова, Р.С. Агапов, А.А. Фарафонов
РИ (филиал) АлтГУ, г. Рубцовск

Краудфандинг (Crowdfunding) – привлечение финансовых ресурсов от большого количества людей (от англ. crowd – толпа и funding – финансирование) с целью реализации продукта или услуги, помощи нуждающимся, проведения мероприятий, поддержки как физических, так и юридических лиц, и так далее. Считается, что термин «краудфандинг» появился в 2006 году, и его автором является писатель Джефф Хауи (Jeff Howe).

Краудфандинг осуществляется при помощи специальных сайтов – краудфандинговых платформ. По сути, краудфандинг – это сбор частных пожертвований разного объема.

Краудфандинг можно разделить по цели краудфандингового проекта: бизнес-проект, креативный, политический, социальный; по виду вознаграждения для спонсоров: без вознаграждения (пожертвование), нефинансовое вознаграждение, финансовое вознаграждение (краудинвестинг).

Модель краудфандинга с добровольными пожертвованиями применяется в социальных, политических и медицинских проектах – сбор средств на помощь в лечении заболевания или на деятельность благотворительной организации. До 2012 года это направление было доминирующим в рамках всего краудфандинга.

При всем этом размещение IT-проектов для студентов на разрекламированных краудфандинговых площадках достаточно сложно: при размещении проекта на Boomstarter в обязательном порядке нужно выбрать один из предложенных вариантов платного продвижения; а что касается платформы Planeta.ru, то там проекты создаются по другим направлениям (кино, музыка и так далее).

Для заполнения обозначенной ниши было решено создать собственную краудфандинговую платформу для студентов РИ (филиала) АлтГУ, где каждый студент мог бы поделиться своими идеями для создания проекта, который осуществит его мечту. Средством реализации проекта была выбрана система управления контентом WordPress.

Главная страница платформы StudStartUp позволяет перейти к созданию собственного проекта, а также просмотреть последние добавленные проекты, пройти процедуру авторизации. Гость может ознако-

миться со всеми размещенными на площадке проектами и даже пожертвовать средства на те проекты, которые более всего его заинтересовали. Отдельная страница «Все проекты» нужна для того, чтобы можно было увидеть все размещенные проекты пользователей в одном месте.

Страница «Вход» и страница «Регистрация» нужны для пользователей, которые будут принимать активное участие в деятельности краудфандинговой платформы, потому что только после регистрации доступно создание проекта.

Страница «Создание проекта» является ключевой для сайта, так как благодаря ей возможна отправка созданного пользователем проекта модератору на рассмотрение. Модератор, в свою очередь, рассмотрев данный проект, должен связаться с пользователем по электронной почте для того, чтобы сообщить, насколько данный проект соответствует всем требованиям размещения проектов на платформе.

Главная особенность размещения проектов на краудфандинговой площадке заключается в том, чтобы привлечь инвестиции для воплощения в жизнь замысла автора.

Для возможности сбора средств на сайте необходим плагин. Был выбран российский плагин Онлайн-Лейка – система для краудфандинга, фандрайзинга и сбора пожертвований на сайте. Этот плагин разработан и поддерживается Теплицей социальных технологий.

Библиографический список

1. Visual Composer – лучший визуальный конструктор страниц для WordPress [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://danilin.biz/visual-composer.htm>. (дата обращения 21.01.2017)

2. Bizlight – Бесплатные темы для WordPress [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.wordpress.org/themes/bizlight/>. (дата обращения 04.02.2017).

3. Добавляем область для виджетов в WordPress [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://tkacheff.ru/362/dobavlyaem-oblast-dlya-vidzhetov-widjet-area-v-wordpress/>. (дата обращения 01.02.2017).

4. Страницы WordPress [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://codex.wordpress.org/%D0%A1%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%B%D0%B8%D1%86%D1%8B>. (дата обращения 05.04.2017).

5. Наполнение сайта Wordpress [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://bistrosite.in.ua/wordpress/>. (дата обращения 05.04.2017).

Разработка приложения идентификации лиц с использованием облачного сервиса

А.В. Жариков, И.И. Михайлов

АлтГУ, г. Барнаул

Системы идентификации, работающие в реальном времени, находят все большее применение при решении различных задач на предприятиях, использующих активно современные методы IT-индустрии для учета рабочего времени и эффективность работы сотрудника. Задача идентификации лиц позволит более точно учитывать время работы сотрудника, а для образовательного учреждения контролировать посещаемость студентов и численность посещения лекционных и другого вида занятий.

Процесс идентификации может, осуществляется с использованием средств фотовидеофиксации. В качестве технического решения задачи распознавания лиц было предложено использовать общедоступные средства, размещенные в сети Интернет (облачные сервисы).

В качестве возможных средств решения поставленной задачи рассматривались наиболее популярные облачные системы, такие как «SkyBiometry»[1], «Microsoft Cognitive Services – Face API»[2], «Kairos»[3], «Face++ Cognitive Services»[4]. Помимо облачных сервисов рассматривались свободно распространяемые системы обработки изображений, например «Emgu CV» [5].

Проведенный анализ и тестирование подобного рода систем показал, что сервис «Face API» [2] является одним из наиболее функциональным и при тестировании идентификации лиц по фотографиям точность была наибольшей по сравнению с другими системами.

Данный сервис работает на платформе облачных вычислений Microsoft Azure и реализован в качестве подписки, что позволяет использовать данную функциональность в проекте работающем на любом компьютере с доступом в сеть Интернет.

В качестве преимуществ следует указать возможность идентификации лиц с предварительным обучением системы.

Разработано приложения на платформе APS.Net с использованием языка программирования CSharp. В качестве входного массива данных используются фотографии объектов идентификации, после чего происходит распознавание лиц. На рисунке 1 изображена главная форма приложения. В качестве исходных данных использовались панорамные снимки с мобильного устройства студентов ФМиИТ АлтГУ.

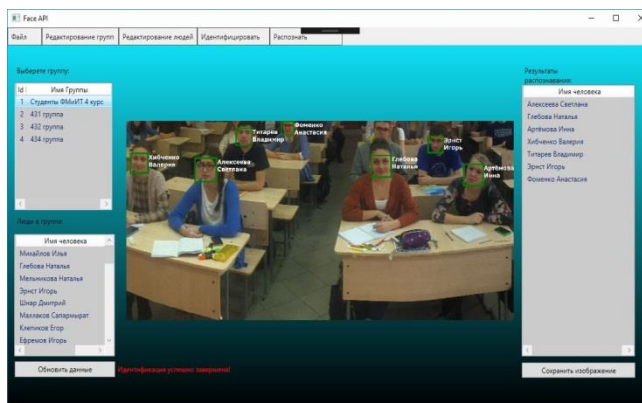


Рисунок 1 – Главная форма приложения

Одним из существенных ограничений бесплатного использования сервиса «Face API» является идентификация не более 10 лиц на одной фотографии.

Средний процент идентифицированных лиц на изображениях с не более 10 студентами составил 93%, а среднее время идентификации – 8,54 сек.

В приложении реализована функция кадрирования изображения на части, в каждой из которых не более 10 лиц. В результате среднее время идентификации – 102 сек. Время затраченное работу приложения выросло.

На рисунке 2 изображен пример результатов идентификации.



Рисунок 2 – Пример результатов идентификации

Данные о результатах идентификации представляются в виде отчета в формате электронных таблиц.

В результате тестирования и разработки приложения были выявлены следующие недостатки:

1. Алгоритм распознавания лиц, реализованный в облачном сервисе, не может быть изменен и улучшен.

2. Бесплатная подписка на данный сервис, не позволяет распознавать больше 10 лиц на фотографии. Данное ограничение существенно снижает функциональность и привлекательность разработанной программы.

3. Запросы к сервису лимитированы по времени.

4. Алгоритм распознавания лиц требует усовершенствования для фотографий с плохим качеством.

Преимуществом данного подхода, является использование более мощных средств вычислений, предоставленных в облачном сервисе, которые не могут быть развернуты локально на компьютерном оборудовании предприятия.

Данная архитектура проектирования систем распознавания объектов является наиболее актуальной на сегодняшний день, что позволяет резко снизить затраты на содержание локальных ресурсов.

Библиографический список

1. Облачный сервис «SkyBiometry». [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://skybiometry.com/>.

2. «Face API» [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.microsoft.com/cognitive-services/en-us/face-api/documentation/overview>.

3. Облачный сервис «Kairos». [Электронный ресурс]. – Заглавие с экрана. Режим доступа: <https://www.kairos.com/>.

4. Облачный сервис «Face++». [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.faceplusplus.com/>.

5. Библиотека обработки изображений «Emgu CV». [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.emgu.com/wiki/index.php/Main_Page.

6. «Face Detection Concepts Overview» [Электронный ресурс]. – Заглавие с экрана. Режим доступа: <https://developers.google.com/vision/face-detection-concepts>.

УДК 519.254

Плотность интервальных оценок

С.И. Жилин^{1,2}

¹ООО «СиСорт», г. Барнаул; ²АлтГУ, г. Барнаул

Интервальный подход к внешнему оцениванию параметров зависимостей по экспериментальным данным с неопределенностями заключается в построении интервальных брусков, содержащих в себе информационное множество, т.е. множество возможных значений параметров зависимости, совместных с наблюдениями, видом зависимости и априорными ограничениями на значения параметров [1-5]. Гарантирующий характер интервальной оценки, т.е. свойство заключать в себе все точки информационного множества является одним из достоинств интервального оценивания. Однако наряду с информационным множеством, интервальная оценка почти всегда содержит в себе и избыточные точки пространства параметров. Некоторое представление о соотношении информационного множества и его интервальной оценки может давать отношение их объемов. Вполне естественным представляется именовать эту величину *плотностью интервальной оценки*.

Однако такой интегральный показатель не позволяет описать особенности формы и локализации информационного множества внутри бруска интервальной оценки. В этом смысле более информативными могут оказаться своего рода «проекции» информационного множества на оси пространства параметров, которые могут отражать распределение объема информационного множества вдоль каждой из осей. Более формально каждая из таких «проекции» может выражаться функцией, сопоставляющей точке на оси объем сечения информационного множества плоскостью, проходящей через эту точку ортогонально оси. Такая функция, нормированная на объем сечения той же плоскостью бруска интервальной оценки, может рассматриваться как *функция распределения плотности интервальной оценки* вдоль соответствующей оси.

В совокупности функции распределения плотности интервальной оценки дают довольно содержательное представление об устройстве информационного множества и могут быть полезны при решении следующих задач.

1. Визуальное представление информационного множества для анализа и интерпретации. Как известно, информационное множество может иметь довольно сложное строение для его непосредственной визуализации и восприятия пользователем. Особенно актуальным этот

вопрос становится при размерности пространства параметров выше трех, когда непосредственная визуализация информационного множества становится невозможной. Функции распределения плотности интервальной оценки могут служить некоторым компромиссным представлением, в том числе, и визуальным (рисунок 1), — менее сложным, чем полное описание информационного множества, но более информативным, чем границы интервальной оценки.

2. Построение менее консервативных (более рискованных) интервальных оценок. В некоторых задачах имеет смысл поступиться свойством гарантированности интервальных оценок ради получения более узких интервальных оценок [3]. Функции распределения плотности интервальной оценки могут быть основой для обоснованного выбора границ таких новых оценок. Известно [6], что точки информационного множества, лежащие вблизи его границы и, в особенности, близкие к его вершине, на практике относительно редко могут соответствовать истинному оцениваемому значению. Поэтому логично границы более рискованных оценок выбирать как процентиля функций распределения плотности интервальной оценки (рисунок 1).

3. Построение точечных оценок. В практических целях наряду с интервальными оценками параметров, бывают необходимы и точечные оценки, соответствующие тем или иным образом выбранным точкам информационного множества [2, 4]. К уже известным вариантам конструирования точечных оценок таким, как геометрический центр интервальной оценки, чебышевский центр, центр Оскорбина и т.п., можно добавить и алгоритмы, опирающиеся на функции распределения плотности интервальной оценки. К примеру, небесмысленными оценками могут быть точка, соответствующая максимальным значениям функций распределения плотности по каждому из параметров, либо точка, соответствующая 50%-м процентилям функций распределения плотности (рисунок 1). Выяснение свойств этих точечных оценок и их сравнительное исследование по отношению к прочим представляется интересной задачей.

Следует ожидать, что список задач, при решении которых, могут стать полезными функции распределения плотности интервальной оценки, будет расширяться.

По аналогии с одномерными функциями распределения плотности интервальной оценки могут быть определены и двумерные «проекции» информационного множества на плоскости, определяемые какой-либо парой параметров модели.

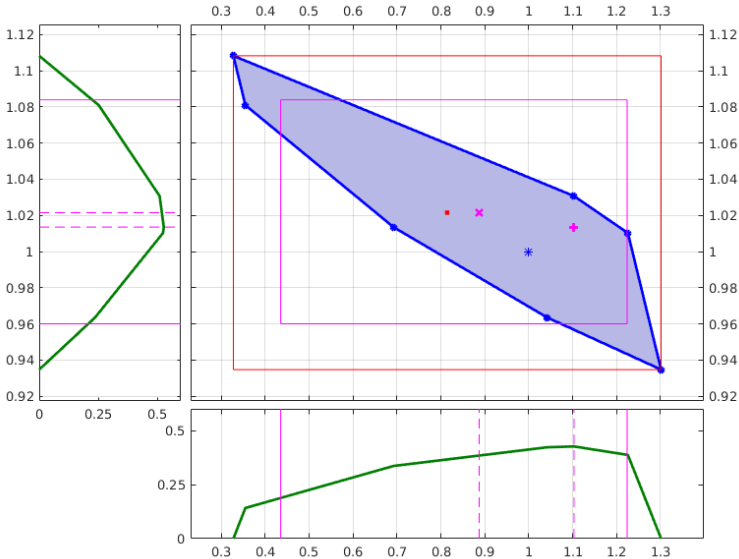


Рисунок 1 – Пример информационного множества для двухпараметрической линейной модели и соответствующих функций распределения плотности интервальной оценки

Показаны гарантированная интервальная оценка (большой прямоугольник) и оценка, соответствующая 5%-м перцентилем функций распределения плотности (меньший прямоугольник). Символом * показано истинное значение параметров, символом • показан геометрический центр гарантированной интервальной оценки, символами × и + показаны точечные оценки: соответствующая 50%-м перцентилем и пикам функций распределения плотности соответственно.

Важно заметить, что задача вычисления объема выпуклых многомерных полиэдров довольно сложна и относится к классу $\#P$ [7]. Тем не менее, для размерностей пространства до 100 разработаны алгоритмы, позволяющие оценить объем выпуклых полиэдров [8] за практически приемлемое время с практически приемлемой точностью.

Библиографический список

1. Канторович Л.В. О некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений // Сиб. мат. журнал. – 1962. – Т. 3, №5. – С. 701–709.
2. Вошинин А.П., Бочков А.Ф., Сотиров Г.Р. Метод анализа данных при интервальной нестатистической ошибке // Заводская лаборатория. – 1990. – Т. 56, №7. – С. 76–81.

3. Вошинин А.П., Сотиров Г.Р. Оптимизация в условиях неопределенности. – Изд-во МЭИ (СССР); Техника (НРБ), 1989.
4. Оскорбин Н.М., Максимов А.В., Жилин С.И. Построение и анализ эмпирических зависимостей методом центра неопределенности // Известия Алтайского государственного университета. – 1998. – №1. – С. 37–40.
5. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. – Новосибирск, 2017.
6. Шарый С.П. Интервальный анализ или методы Монте-Карло? // Вычислительные технологии. – 2007. – Т. 12, №1. – С. 103–115.
7. Dyer M.E., Frieze A.M. On the complexity of computing the volume of a polyhedron // SIAM Journal of Computing 17 (5), 1988, pp. 967–974.
8. Cousins B., Vempala S. A practical volume algorithm // Mathematical Programming Computation 8 (2), 2016, pp 133–160.

УДК 004.89

Применение машинного обучения к задачам анализа историй болезней детей с заболеваниями почек

Д.П. Налимов
АлтГУ, Барнаул

На сегодняшний день такой раздел искусственного интеллекта, как машинное обучение имеет приложения в разнообразных областях знаний. Комбинируя в себе методы математической статистики, оптимизации, теории вероятностей, алгоритмов и графов, алгебры, математического анализа и других наук, машинное обучение позволяет решать множество задач: от кредитного скоринга и построения рекомендаций до генерации изображений и музыкальных композиций. Очень важным и перспективным является применение методов машинного обучения в медицине (в частности, в доказательной медицине). Сюда относятся диагностика заболеваний, прогнозирование состояния пациента, создание индивидуальной терапии, проверка эффективности лекарственных препаратов и многое другое.

При применении методов машинного обучения для диагностики заболеваний возникает множество проблем. Например, исследуемые данные неструктурированы: выписки пациентов часто отличаются от шаблона, содержат массу опечаток, неточностей, а порой представлены в рукописном виде. Признаков зачастую огромное количество: различные показатели анализов, данные осмотра пациента, результаты терапий и прочее, поэтому процесс отбора наиболее значимых призна-

ков трудоемок и предполагает сотрудничество аналитика с экспертом (врачом).

В рамках данной работы были рассмотрены порядка 4000 выписок пациентов (с 2008 по 2017 года) с различными заболеваниями почек в формате *.doc, либо *.docx. Основной целью исследования являлось прогнозирование заболевания пациента на основе его показателей, т.е. решение задачи многоклассовой классификации.

Вначале необходимо было обезличить выписки и удалить из них ФИО (заменив его на уникальный идентификатор) и адрес. Уникальный идентификатор зависит непосредственно от ФИО, даты рождения и конкретной выписки (у одного пациента возможно наличие нескольких выписок). Предполагается, что вероятность встретить двух различных пациентов с одинаковыми показателями, которые перечислены ранее, пренебрежительно мала.

Далее необходимо было решить, какие признаки будут участвовать в формировании базы данных и разработать методы их извлечения (парсинг), причем каждое заболевание должно быть зашифровано согласно МКБ-10.

Заболевания почек имеют свои характерные особенности, поэтому совместно с экспертом-врачом было принято решение использовать показатели общего анализа крови (11 признаков), биохимического анализа крови (15 признаков) и общего анализа мочи (7 признаков). На этом этапе возникали серьезные трудности с извлечением признаков, т.к., помимо всевозможных опечаток, многие выписки (особенно разных годов) существенно отличались друг от друга. В ряде случаев значения отсутствовали.

Из 4000 выписок было обработано около 500, на основе которых и проводился анализ. В качестве показателей первоначально были выбраны общий и биохимический анализы крови.

Первым был опробован метод K-NN (K-ближайших соседей). Его довольно часто используют в медицинских задачах, т.к. результат легко интерпретируется: пациенту присваивается такой класс заболевания, который наиболее распространен среди его K ближайших соседей (другие пациенты) по некоторой метрике. К тому же база данных пациентов будет лежать локально на дисковом пространстве, поэтому выбор данного метода вполне обоснован. Однако K-NN выдал хорошую точность (0.86) только на объектах 2 класса (хронический пиелонефрит). Это говорит о том, что он верно распознал 86% объектов данного класса. Однако, точность составила 0.54, т.е. из всех объектов, которые были классифицированы как 2 класс, классификатор верно распознал только 54% объектов 2 класса. Наибольшая точность у 7

класса (гломерулонефрит) – 1.0, т.к. классификатор распознал всего лишь один объект из одного предсказанного, однако полнота составила 0.21, что является плохим результатом.

Согласно f1-мере (0.43) и верности (0.45), результаты классификации неадекватны.

Также в рамках данного исследования был применен метод случайного леса. Этот метод легко интерпретируем и позволяет моделировать стиль мышления врача: на основе сравнения значений показателей предполагать наличие какого-либо диагноза. Данный метод выдал более адекватный результат, за исключением того, что 7 класс не был обнаружен вообще и в качестве ответа не выдавался. f-мера равна 0.46, а верность – 0.53. Однако это не является достаточно хорошим результатом и не дает право говорить о применимости данного метода к задаче.

Для более тщательной проверки результатов методов необходимо наличие всей выборки и всех показателей, а также проверка на выбросы в данных, которые могут повлиять на точность.

В дальнейшем планируется обработать остальные выписки и параметры и добавить их в составленную базу. После этого необходимо будет выявить выбросы в данных, заполнить пропущенные значения (различными методами), применить более сложные методы машинного обучения и нейронные сети, сравнить результаты их работы и сделать визуализацию данных. Также существует необходимость в отборе более значимых признаков во избежание переобучения классификаторов и для улучшения их точности.

Библиографический список

1. Peter Flah Machine Learning. – United Kingdom. Cambridge, 2012.
2. Себастьян Рашка Python и машинное обучение. – Москва, 2017.
3. Abraham Jacob Frandsen Machine learning for disease prediction. – USA, 2016.
4. Tom Schaul, Justin Bayer, Daan Wierstra, Sun Yi, Martin Felder, Frank Sehnke, Thomas Rückstieß, Jürgen Schmidhuber. PyBrain. To appear in: Journal of Machine Learning Research, 2010.

УДК 004.94:658.012.12

**Проектирование программного обеспечения для анализа
финансовой устойчивости предприятия на основе
динамического норматива**

Д.С. Орлова, А.В. Кутышкин
ЮГУ, г. Ханты-Мансийск

Для оценки экономического и финансового состояния предприятия в настоящее время чаще всего используется достаточно обширный перечень традиционных финансовых оперативных показателей, которые характеризуют ключевые аспекты его функционирования. Зачастую расчетные значения этих показателей, полученные на основании финансовой отчетности предприятия, носят в определенной степени противоречивый характер, что существенно затрудняет как выработку управленческих решений менеджментом предприятия, так принятие инвестиционных решений со стороны внешних агентов и участников рынка.

В качестве альтернативного варианта для оценки финансового состояния предприятия предлагается использовать так называемый динамический норматив, методика расчета которого представлена в работе [1]. Авторами данной статьи была поставлена цель – разработать проект программного обеспечения (ПО) «Анализ динамики финансовых показателей» для оценки и анализа изменения финансового состояния хозяйствующего субъекта. Актуальность проектирования и последующей разработки подобного этого ПО состоит в упрощении оценки финансового состояния предприятия без уменьшения количества используемых показателей, что в целом позволит снизить требования к уровню подготовки аналитиков.

В проектируемом программном продукте предполагается сформировать следующие модули:

– расчетный модуль, в котором происходит отбор информации из баз данных о финансовом состоянии предприятия и расчет динамического показателя на основе данных его баланса;

– модуль для финансовых аналитиков, предназначенный для сравнительного анализа показателей о финансовом состоянии предприятия по ряду отчетных периодов;

– модуль инфографики, обеспечивающий составление инфографики и распечатка полученных результатов.

В итоге был создан комплекс диаграмм IDEF0 (Icam DEFinition for Function Modeling) и DFD (Data Flow Diagram), необходимых для последующей разработки обозначенного ПО.

На рисунках 1 и 2 представлены результаты разработки диаграмм первого уровня моделей IDEF0 и DFD предметной области проектируемого программного обеспечения. Полный пакет разработанных диаграмм моделей стандартов IDEF0 и DFD в данной работе не приводится из-за ограничений объема публикации.

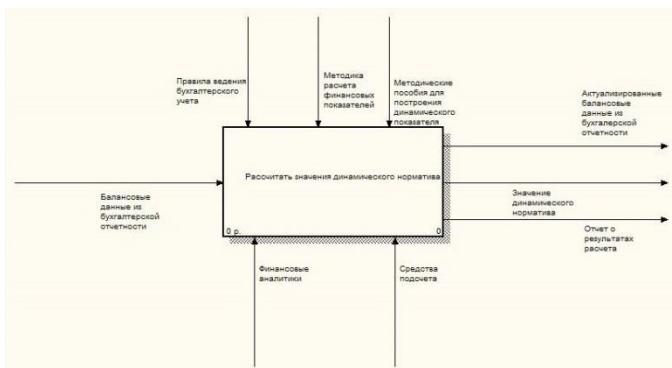


Рисунок 1 – Уровень A0 IDEF0-диаграммы

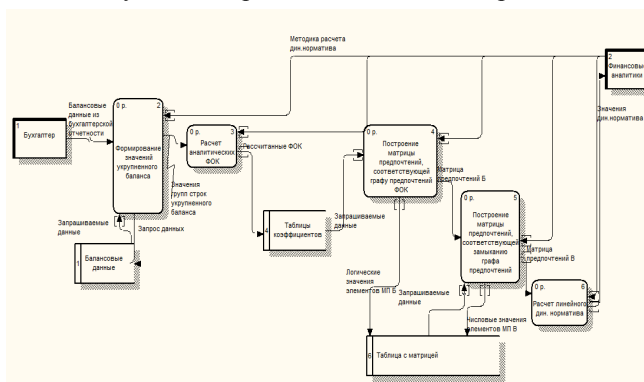


Рисунок 2 – Первый уровень декомпозиции DFD-диаграммы

Применение методик стандартов IDEF0 и DFD для проектирования ПО, предназначенного для расчета динамического норматива, характеризующего как текущее финансовое состояние предприятия, так и позволяющего проводить ретроспективный анализ этих значений для выявления тенденций в его функционировании и управлении, пред-

ставляет собой логическое развитие системного подхода к анализу финансовой отчетности хозяйствующих субъектов.

Библиографический список

1. Погостинская Н.Н., Погостинский Ю.А. Системный анализ финансовой отчетности. – СПб.: Изд-во Михайлова В.А., 1999. – 96 с.

УДК 579.64

Интервальные оценки точности растровой карты М 1:500 на территории ГИС-полигона г. Барнаула

Н.М. Оскорбин, С.И. Суханов, В.В. Школин
АлтГУ, г. Барнаул

В данной работе рассматривается задача совместного анализа картографической и геодезической информации на территории ГИС-полигона г. Барнаула, сбор и предварительная обработка которой выполнена в работе [1]. Следует отметить, что в приведенной работе выводы обосновывались с использованием точечных оценок пространственного положения геообъектов, которые вычислялись методом центра неопределенности (МЦН). В работе [2] показано, что в рассматриваемом случае обработку базы данных следует проводить в рамках объединенного множества решений интервальных систем линейных алгебраических уравнений (ИСЛАУ) и использовать для обоснования выводов интервальные оценки пространственного положения исследуемых геообъектов. Методические вопросы и математические задачи оценки решений ИСЛАУ представлены в работах [3, 4]. С использованием этих методов оценим пространственное положение осевой линии железной дороги, данные по которой представлены в таблицах 1 и 2. Результаты исследований можно использовать для проверки выводов работы [1] относительно точности растровой карты М 1:500 на территории ГИС-полигона. Положение линии железной дороги показано на рисунке 1.

ГИС-полигон расположен в северо-западной части города Барнаула и включает территорию тепличного хозяйства, магистраль автомобильной дороги и железнодорожные пути, участок теплосети. Выбранная территория насыщена опознаваемыми точечными объектами (пересечение линейных объектов, характерные точки обочины магистральной автомобильной дороги, угловые точки границ земельных участков и зданий) линейными объектами и полигонами. Размеры выбранной территории позволяют с достаточной точностью и полнотой

исследовать картографические данные и проводить геодезические измерения для построения крупномасштабных карт и планов [5].

Таблица 1 – Данные для построения линейной функции по GPS точкам

№ п/п	x_i^{GPS}	y_i^{GPS}	ε_x^{GPS}	ε_y^{GPS}
1	13368,31	-2762,55	0,03	0,03
2	13397,38	-2759,54	0,03	0,03
3	13478,29	-2751,04	0,03	0,03
4	13616,66	-2736,60	0,03	0,03
5	13616,66	-2736,60	0,03	0,03
6	13763,51	-2721,25	0,03	0,03
7	13907,02	-2706,30	0,03	0,03
8	14091,86	-2687,02	0,03	0,03

Таблица 2 – Данные «сколки» точек осевой линии на карте М 1:500

№ п/п	x_i^{CK}	y_i^{CK}	ε_x^{CK}	ε_y^{CK}
1	13 655,21	-2 732,62	0,16	0,16
2	13 673,26	-2 730,74	0,16	0,16
3	13 872,09	-2 709,83	0,16	0,16
4	13 619,45	-2 736,40	0,16	0,16
5	13 637,33	-2 734,51	0,16	0,16
6	13 782,37	-2 719,15	0,16	0,16
7	13 980,58	-2 698,52	0,16	0,16
8	13 890,11	-2 708,03	0,16	0,16
9	13 907,99	-2 706,11	0,16	0,16
10	13 505,29	-2 748,30	0,16	0,16
11	13 483,22	-2 750,38	0,16	0,16
12	13 350,57	-2 764,39	0,16	0,16
13	13 356,46	-2 763,82	0,16	0,16
14	13 374,56	-2 761,79	0,16	0,16
15	13 854,18	-2 711,66	0,16	0,16
16	13 709,64	-2 726,72	0,16	0,16
17	13 691,43	-2 728,77	0,16	0,16
18	13 764,24	-2 720,96	0,16	0,16
19	13 368,38	-2 762,56	0,16	0,16
20	13 836,21	-2 713,40	0,16	0,16
21	13 362,44	-2 763,03	0,16	0,16
22	13 392,60	-2 759,87	0,16	0,16
23	13 998,54	-2 696,69	0,16	0,16
24	13 926,18	-2 704,23	0,16	0,16
25	13 944,40	-2 702,29	0,16	0,16
26	13 962,53	-2 700,40	0,16	0,16

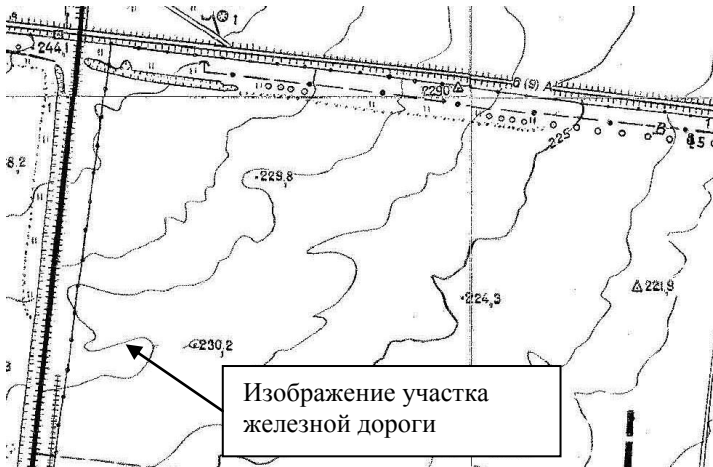


Рисунок 1 – Фрагмент растровой карты ГИС-полигона г. Барнаула М 1: 10000

Координаты точек осевой линии легко идентифицируются на карте и на местности. Данные таблицы 1 были определены с высокой точностью благодаря совместному применению спутниковой системы GPS Trimble 5700 и тахеометрических измерений. Измерения проводились двумя приемниками Trimble по схеме: база – подвижный приемник, совместно с тахеометрическими измерениями. Вычисление и уравнивание координат точек выполнено в программе «Trimble Geomatics Office» в местной системе координат города Барнаула. Погрешности взаимного места определения точек съемочного обоснования не превышает $\pm 0,03$ м.

Данные таблицы 2 получены сколкой с карты, которая в настоящее время широко применяется в землеустройстве и при геодезических измерениях, однако, информация о точности отображения объектов на ней для широкого круга пользователей не доступна. Кроме того, создание этой карты проводилось в прошлом, а технологии обработки данных в настоящее время не могут быть восстановлены. В работе [1] оценивалась погрешность положения геобъектов ($\Delta x_0, \Delta y_0$) в целом по территории ГИС-полигона и угла поворота $\Delta \alpha$ относительно истинного их положения на местности. Основной вывод состоит в оценке интервального смещения объектов на карте равного 0,1 м. Относительно погрешности $\Delta \alpha$ проверена и подтверждена нулевая гипотеза. Этот вывод следует из равенства оценок углов наклона осевой линии железной дороги, полученных по данным таблиц 1 и 2.

Обработка данных таблиц 1, 2 выполнена в среде Excel с использованием инструмента «Поиск решения». Схема анализа данных в основных этапах сводится к оценке согласованности и достоверности данных таблиц 1, 2; к оценке применимости метода линейного программирования (ЛП) для исследования объединенного множества решений ИСЛАУ; к преобразованию исходных данных в математическую систему координат, в которой коэффициенты уравнения осевой линии строго положительны; к получению интервальных оценок уравнения осевой линии и обоснованию параметров смещения растровой карты на территории ГИС-полигона.

Первый этап оценки согласованности и достоверности данных таблиц 1 и 2 выполнен с использованием МЦН и МНК. Показано, что данные таблицы 1 достоверны, а оценки погрешностей измерения не превышают заданных значений. Комплексный анализ данных таблицы 2 показал, что наблюдения с номерами 18 и 20 не являются достоверными и их следует исключить. Найденные точечные значения коэффициентов осевой линии не лежат в главном квадранте и обосновано решение в переходе в математическую систему координат.

Изменение данных таблиц 1 и 2 выполнено с использованием 2D преобразования местной системы координат г. Барнаула (МСК) в математическую систему координат (МК):

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{МК} = m \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{МСК} + \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где m – коэффициент сжатия (принимается $m=1$); α – угол поворота координат МСК; $\Delta x, \Delta y$ – координата нулевой точки МСК в системе координат МК.

В нашем случае система МК выбрана по угловым точкам ГИС-полигона, а параметры 2D преобразования (1) выбраны следующими: $\alpha=0$; $\Delta x = -13333,40$; $\Delta y = 2792,70$. В таблице 3 представлены угловые точки ГИС-полигона в рассматриваемых системах координат, а в таблице 4 – координаты, полученные по данным таблицы 1.

Таблица 3 – Координаты угловых точек ГИС-полигона в МСК и МК

Угловые точки	Координаты МСК		Координаты МК	
	x_i	y_i	x_i	y_i
Северо-запад	14017,07	-2792,70	683,71	0,00
Северо-восток	14017,07	-1645,57	683,71	1147,13
Юго-восток	13333,36	-1645,57	0,00	1147,13
Юго-запад	13333,36	-2792,70	0,00	0,00

Аналогичный пересчет в МК проведен и данных таблицы 2. Анализ данных в новых системах координат показал, что коэффициенты урав-

нений осевой линии железной дороги неотрицательны, а положение линейного участка дороги находится на территории ГИС-полигона.

Таблица 4 – Данные в МК для построения линейной функции по GPS точкам

№ п/п	x_i^{GPS}	y_i^{GPS}	ε_x^{GPS}	ε_y^{GPS}
1	34,95	30,15	0,03	0,03
2	64,02	33,16	0,03	0,03
3	144,93	41,66	0,03	0,03
4	283,30	56,10	0,03	0,03
5	283,30	56,10	0,03	0,03
6	430,15	71,45	0,03	0,03
7	573,66	86,40	0,03	0,03
8	758,50	105,68	0,03	0,03

Пусть $y = a_1x_1 + a_2x_2$ – общий вид уравнения осевой линии, где $a = (a_1, a_2)$ – вектор искоемых коэффициентов, а $x_1 = 1$ – свободный член уравнения, x_2 – координаты в МК положения линии железной дороги по оси x .

Объединенное множество решений (множество $A(X, Y)$ значений вектора a) для нашего случая задается ИСЛАУ, которая записывается так [2]:

$$Xa = Y \quad (2)$$

Интервальное задание СЛАУ (2) состоит в том, что элементы матриц X, Y заданы интервалами: $X^H \leq X \leq X^V$ и $Y^H \leq Y \leq Y^V$.

В нашем случае показано, что выполнено условие: $A(X, Y) \subset R_+^2$.

Тогда множество $A(X, Y)$ определяется следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} X^H a \leq Y^V; \\ X^V a \geq Y^H. \end{cases} \quad (3)$$

В выражениях (2), (3) число строк ИСЛАУ совпадает с числом наблюдений, первый столбец матрицы X заполняется единицами, второй столбец и правые части в выражении (3) – определяются точками измерений переменных (x_i, y_i) с учетом сложения или вычитая предельных ошибок.

Так ИСЛАУ для данных таблицы 3 имеет матрицы, заданные таблицей 5.

Таблица 5 – Задание ИСЛАУ в МК для GPS точек

№ п/п	X^H		X^V		Y^H	Y^V
1	1	34,92	1	34,98	30,12	30,18
2	1	63,99	1	64,05	33,13	33,19
3	1	144,90	1	144,96	41,63	41,69
4	1	283,27	1	283,33	56,07	56,13
5	1	283,27	1	283,33	56,07	56,13
6	1	430,12	1	430,18	71,42	71,48
7	1	573,63	1	573,69	86,37	86,43
8	1	758,47	1	758,53	105,65	105,71

Согласно интервальному анализу методами ЛП вычисляются оценки координаты y при фиксированном положении точки на оси x .

$$y^H(x) = \min_{a \in A(X,Y)} (a_1 x_1 + a_2 x_2); \quad y^V(x) = \max_{a \in A(X,Y)} (a_1 x_1 + a_2 x_2) \quad (4)$$

Следующие задачи решаются с целью получения интервальных оценок компонент вектора a :

$$a_i^H = \min_{a \in A(X,Y)} a_i; \quad a_i^V = \max_{a \in A(X,Y)} a_i, \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

Задачи (4) решались для крайних точек ГИС-полигона. При $x=0$ получен по GPS точкам интервал [26,489, 26,509], по данным СК [26,444, 26,652]. При $x=683,71$ получен по GPS точкам интервал [97,888, 97,903], по данным СК [97,818, 98,130].

Задача (5) решалась для расчета интервальной оценки угла наклона уравнений осевой линии. По GPS точкам интервал для a_2 равен [0,10440, 0,10445], по данным СК – [0,10409, 0,10485].

Анализ проведенных интервальных оценок подтверждает вывод работы [1] о нулевой величине поворота раstra М 1:500 на территории ГИС-полигона относительно его истинного положения, но противоречит выводу о наличии систематической ошибки при отображении пространственного положения геообъектов. Данный вывод базируется на том, что интервальные оценки по данным скелки строго включают интервалы, определенные по данным GPS-съемки. Дополнительным результатом исследований данной работы является оценка погрешности позиционирования геообъектов по растровой карте, которая составляет порядка 30 см. Анализ показывает потенциально высокую точность комплексных исследований с использованием спутникового позиционирования, дополнительных геодезических данных, привлечение априорной информации о взаимном положении геообъектов. В нашем случае вычисления пространственного положения осевой линии железной дороги выполнено с точностью до 2 см.

Библиографический список

1. Суханов С.И. Оценка точности растровой карты, с использованием метода центра неопределенности // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2010. – №1. – С. 116–118.
2. Оскорбин Н.М., Суханов С.И. Методы интервального анализа данных: Учебное пособие. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – 21 с.
3. Жолен Л. и др. Прикладной интервальный анализ. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. – 468 с.
4. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. – Новосибирск: Изд-во «XYZ». 2016. – 611 с.
5. Оскорбин Н.М., Суханов С.И. Создание полигона для оценки точности имеющихся растровых карт и космических снимков высокого разрешения // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2011. – №1. – С. 108–112.

УДК 004.032.26

Использование нейронных сетей глубокого доверия для распознавания различного вида транспорта на аэрокосмическом снимке

***В.Ю. Петроченко, В.М.Татьянкин**
ЮГУ, г. Ханты-Мансийск*

Высокоэффективные решения задач распознавания образов, являются одними из самых востребованных в современном мире. Это обуславливается тем, что понятие образа, очень обширно, это и изображения, звуки, сигналы и т.д.– то есть охватывает все сферы человеческой деятельности, соответственно спрос на высокоэффективные решения является величиной постоянно возрастающей. Этому также способствует развитие как теоритической, так и практической науки. В настоящее время одним из эффективных подходов к решению данных задач являются искусственные нейронные сети, особенно нейронные сети глубокого доверия. По мнению Массачусетского технологического института, нейронные сети глубокого доверия входят в 10 технологий, которые коренным образом в ближайшее время изменят мир.

В связи с развитием направления аэрокосмического зондирования и наблюдения встаёт задача нахождения на фотоснимке требуемого объекта.

В статье рассматривается использование нейронных сетей глубокого доверия для распознавания различного вида транспорта: самолёты,

корабли и автомобили. Практическим применением предложенных решений, является разработка автоматизированных систем идентификации транспорта по аэрофотоснимкам. Сфера применения это и различные спасательные операции, а так же мониторинг и слежение.

В качестве обучающей выборки были подготовлены различные аэрофотоснимки, на которых расположен транспорт, представленный на рисунках 1–3.

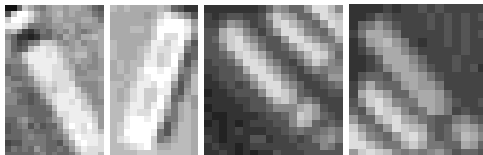


Рисунок 1 – Аэрофотоснимки автомобиля

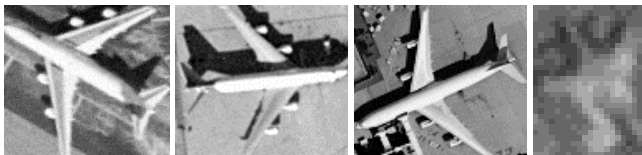


Рисунок 2 – Аэрофотоснимки самолета

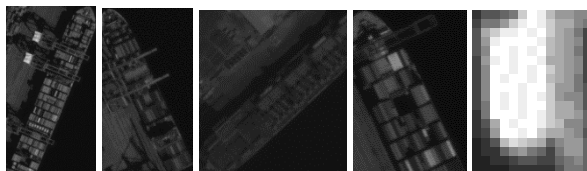


Рисунок 3 – Аэрофотоснимки кораблей

Как показывает анализ рисунков 1–3, качество изображений разное и если для крупных объектов, таких как корабли и самолётов оно приемлемо, то для автомобилей, большое количество аэрофотоснимков низкого качества.

Так же имеется ряд аэрофотоснимков, на которых отсутствует транспорт, примеры изображений представлены на рисунке 4.

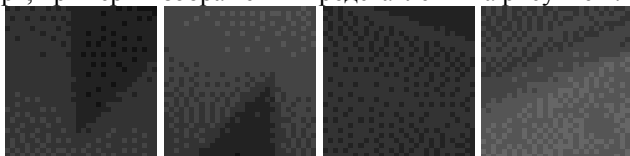


Рисунок 4 – Аэрофотоснимки дорог

Для решения задачи идентификации представленных объектов на изображении была выбрана нейронная сеть глубокого доверия с вход-

ным слоем 400 нейронов. Размер входного слоя определил размер изображений для обучающей выборки, который составляет 20 на 20 пикселей. Объём обучающей выборки для каждого идентифицируемого объекта составил 400 изображений, при этом было 4 варианта модели нейронной сети:

Обучающая выборка состояла из 400 изображений одного объекта.

Обучающая выборка состояла из 200 изображений одного объекта и 200 другого.

Обучающая выборка состояла из 133 изображений самолета, 133 изображений автомобиля и 134 изображений корабля.

Обучающая выборка состояла из 200 изображений одного объекта и 200 изображений без объекта.

Единица и ноль, выступали в качестве эталонных значений. Один соответствовал объекту, ноль, если объект отсутствовал. Для формирования обучающей выборки использовались рекомендации, описанные в статьях [3, 4]. Для формирования оптимальной архитектуры нейронной сети глубокого доверия применялись способы, описанные в [1, 5]. Для обучения нейронной сети глубокого доверия использовался алгоритм, представленный в статье [7]. Выбор инструментов обучения, и формирование архитектуры нейронной сети глубокого доверия обусловлен высокими подтвержденными результатами [2, 6]. Характеристика ЭВМ, на которой производилось обучение: процессор Inte(R) Core(TM) i7-3770, 3.4 GHz, ОЗУ 16 ГБ.

Результаты обучения нейронной сети представлены в таблице 1. В таблице 1, представлен процент верно идентифицированных объектов на изображение. По строкам в таблице расположены различные варианты моделей нейронной сети, по столбцам количество изображений из обучающей выборки для проверки качества обучения нейронной сети.

Таблица 1 – Результаты обучений нейронной сети глубокого доверия

Количество изображений/ Вид изображения	50	100	150	300
Самолет	60%	58%	57%	52%
Корабль	65%	64%	62%	61%
Автомобиль	20%	19%	18%	15%
Самолет+Автомобиль	32%	30%	27%	25%
Самолет+Корабль	55%	54%	52%	51%
Автомобиль+Корабль	33%	32%	32%	30%
Самолет+Автомобиль+Корабль	44%	42%	40%	38%
Самолет+нет объекта	49%	45%	41%	38%
Корабль +нет объекта	58%	57%	55%	53%
Автомобиль +нет объекта	8%	7%	5%	5%

Анализ таблицы 1, подтвердил высокий потенциал нейронных сетей глубокого доверия. Особенно это хорошо проявляется при идентификации одиночных объектов с хорошим качеством, таких как самолет и корабль. Конечно же, если рассматривать задачу в целом, то есть идентификацию всех изображений на всех рассматриваемых шаблонах составила 38%. Довольно низкий результат можно объяснить низким качеством обучающей выборки, при этом аэрофотоснимки с автомобилями не поддаются идентификации даже человеку.

Библиографический список

1. Татьянакин В.М. Подход к формированию архитектуры нейронной сети для распознавания образов // Вестник Югорского государственного университета. – Ханты-Мансийск, 2016. – №2(41). – С. 61–64.
2. Татьянакин В.М., Дюбко И.С. Нейронные сети глубокого доверия в сравнение с многослойным перцептроном // Вестник Югорского государственного университета. – Ханты-Мансийск, 2015. – №2 (37). – С. 87–89.
3. Татьянакин В.М., Дюбко И.С. Обучающая выборка в задаче распознавания образов при использовании нейронной сети // Вестник Югорского государственного университета. – Ханты-Мансийск, 2015. – №2 (37). – С. 94–98.
4. Татьянакин В.М. Способ идентификации образов // Вестник Югорского государственного университета. – Ханты-Мансийск, 2015. – №2 (37). – С. 79–81.
5. Татьянакин В.М. Алгоритм формирования оптимальной архитектуры многослойной нейронной сети // Новое слово в науке: перспективы развития: материалы II Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 30 дек. 2014 г.) / редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2014. – С. 187–188.
6. Татьянакин В.М. Использование многослойных нейронных сетей в прогнозировании временных рядов // Приоритетные направления развития науки и образования: материалы III Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 4 дек. 2014 г.) / редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2014. – С. 195–197.
7. Татьянакин В.М. Модифицированный алгоритм обратного пространства ошибки // Приоритетные направления развития науки и образования: Материалы III Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 04 дек. 2014 г.) / редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2014. – №3 (3). – С. 197–198.

УДК 004.738.5

Декларирование фреймовых структур средствами языка Prolog

О.Н. Половикова
АлтГУ, г. Барнаул

На сегодняшний день является актуальными исследования в области структуризации и формализации данных. Такие исследования имеют широкое практическое применение для различных прикладных областей, в том числе и в области систем основанных на знаниях.

Итогом процесса структуризации какой-либо предметной области может быть создание новых структур данных или заполнение данными структур-шаблонов. Сами по себе структуры данных могут быть классическими (множества, деревья, графы, фреймы и т.д.) или иметь специфические особенности, отвечающие потребностям своей предметной области. Некоторыми структурами можно описывать только данные (массивы, стеки, множества, карты и т.д.). Но, на сегодняшний день, наиболее востребованными являются структуры знаний, в которые можно закладывать не только свойства или значения каких-то сущностей, предметов, но и отношения, правила, связи, функциональный аппарат, логику формирования нового знания и т.д.

Несмотря на разнообразие структур представления знаний, любая структура является производным продуктом от наложения выбранной модели представления знаний на предметную область исследования. Разработка структуры представления знаний, выбор способа её хранения, заполнение структуры знаниями должны подчиняться единой концепции в рамках реализации задачи представления и поиска знаний. Другими словами, решение подзадачи построения структуры знаний является лишь элементом системы к задаче поиска и интерпретации знаний. Поэтому выбор структуры знаний, конечно, зависит от специфики самих знаний, но специфика определяется и выстраивается для процессов обработки, поиска и вывода знаний.

В дальнейшем, после выполнения этапов моделирования и определения структуры знаний (модели знаний) можно сформировать базовые требования к аппаратно-программной реализации системы. Анализ этих требований позволит выбрать приемлемую технологию для реализации системы, программные среды и языки программирования для разработки.

В рамках данной работы обозначим преимущества и недостатки фреймов в качестве модели представления знаний (структура знаний), а также выделим возможности декларативного подхода для программирования систем, основанных на знаниях на примере среды программирования VisualProlog.

Фреймовые структуры получили широкую применимость благодаря заложенным в них возможностям работать как декларативными, так и процедурными знаниями. Особенность совместного использования задекларированных знаний (абстракций для структур, самих знаний оформленных в шаблонах) и задекларированных процедур их вывода и обработки (логику манипулирования и вывода знаний) закладывает дополнительный потенциал для разработки систем, и для их дальнейшего развития. Используя возможность добавления в систему нового знания можно расширять и углублять её функции, повышать релевантность поиска хранимых и выводимых (получаемых системой) знаний.

Универсальность фреймовых структур в качестве модели представления знаний, а также их схожесть с концептуальными структурами, на которые базируется и организуется человеческая память, делают их востребованными для систем, основанных на знаниях. Анализ теоретических работ и практических примеров применения фреймовой модели представления знаний для различных прикладных областей позволяет сократить время и повысить качество процессов проектирования и разработки систем.

При поиске знаний в системе, основанной на фреймовых структурах, в каждой конкретной ситуации можно задействовать актуальную часть всей сети или подсети фреймов, а можно активизирован только конкретный фрейм или его часть (слот). Можно гибко менять фокус, управляя конструкциями от абстрактного к конкретному знанию, от конкретного к абстрактному знанию. Это позволяет динамически настраивать глубину поиска знаний, управлять различного уровня абстракциями, гибко настраивать детализацию выводимых знаний.

Многопрофильность фреймовых структур обеспечивает описание широкого спектра свойств, ролей, понятий, отношений, процедур вывода и операций, также сценариев поведения и режимов состояний и деятельности сущностей какой-либо предметной области. Это подтверждается исследованиями [1, 3], в которых представлены примеры создания фреймов-структур (для обозначения объектов и понятий), фреймов-ролей (для обозначения ролевых обязанностей), фреймов-сценариев (для обозначения поведения), фреймов-ситуаций (для обозначения режимов деятельности, состояний). Возможности углублен-

ного описания самих хранимых знаний, а также конструкций поиска и построения нового знания предоставляют проектировщикам и разработчикам настраиваемую под потребности предметной среды базу для моделирования и создания систем, основанных на знаниях.

Также следует отметить, что фреймовое представление данных имеет схожую специфику с объектно-ориентированной методологией. Но, объектно-ориентированные модели представления знаний и языки программирования (ООЯ) не поддерживают различного рода процедур-демонов (автоматически запускаемые скрипты), которые реализуют определенные действия в системе при наступлении каких-то событий. Например, для фреймовой модели представления, в том числе и операционного знания, существенным является возможность автоматического выполнения процедур, связанных с заполнением (изменением) значения слота (или слотов) отдельного фрейма или с созданием нового фрейма. Поэтому совместно с объектно-ориентированными языками для реализации процедур-демонов (присоединенных процедур) можно использовать низкоуровневые скриптовые языки.

Конструкции знаний на основе фреймов и фреймовых структур могут быть задекларированы средствами языка Prolog. В рамках данной работы выделим только некоторые возможности и особенности данного языка для представления и обработки фреймовых структур. Описать фреймы-шаблоны (определенного уровня абстракции) можно на основе доменных структур, которые поддерживает любые базовые и специально-определенные типы данных, в том числе списки и процедуры (набор одноименных фактов и правил). Ниже на рисунках представлена структура понятия *Группа студентов* и задекларирован пример кода на языке Visual Prolog для описания фрейма-понятия (шаблона): *Группа_Студенов*.

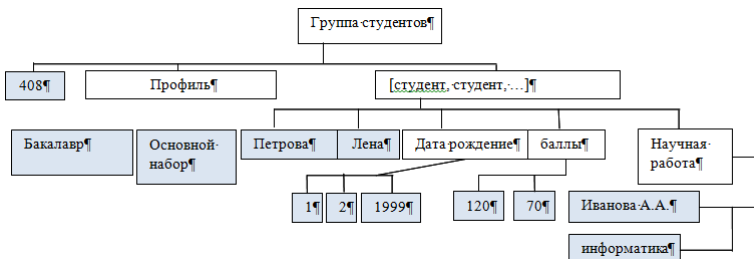


Рисунок 1 – Структура *Группа студентов*

```

domains
birthday=birthday (integer, integer, integer).
ball=ball(integer, integer).
nauch=nauch(string, string).
student=student(string, string, birthday, ball, nauch).
cp=cp(string, string).
group_stud(integer, cp(string, string), student*).

class facts
gr: (integer, cp| student*).

```

Рисунок 2 – Доменная структура *Группа студентов*

Создавать и заполнять на основе фреймов-шаблонов фреймы с конкретными данными предметной области можно с использованием визуальных форм. Иерархические связи от общего к частному можно определить с использованием механизмов наследования, от абстрактного к конкретному – на основе принадлежности фрейма-экземпляра к классу фреймов. При этом следует отметить, что операционные знания фреймовых моделей можно также описать средствами данного языка, используя в качестве элементов доменных структур наборы фактов и правил, которые также декларируются в Пролог-системе. Процедура фактов и правил может храниться в доменной структуре, пока не возникнет необходимость её обработать, вычислить.

Если опираться на общеизвестную классификацию систем в области искусственного интеллекта (предложенную С.С. Лавровым) по форме выдаваемого (формируемого) ответа, то среда Visual Prolog позволяет создавать программы, как с фактографическим, так и процедурными ответами. В конструкции языка заложена возможность формировать ответ в качестве цепочки фактов и правил, также можно предоставлять в качестве ответа и процедуру решений или рассуждений (в общем случае, требуемое решение может быть не найдено, но этапы рассуждений по поиску данного решения предоставлена пользователю). Поэтому системы фреймовых знаний, созданные в среде Visual Prolog, могут конкурировать с системами знаний, построенных специализированными языками разработки фреймов (FRL, KRL, фреймовая оболочка Карра, PILOT/2).

Библиографический список

1. Карпов В.Э. Фреймы. Пролог [Электронный ресурс] //электронная книга (версия от 19.05 2017). – Режим доступа: <http://rema44.ru/resurs/study/ai/present/L05-02-frame.pdf>, свободный.
2. Половикова О.Н. Формализация процесса построения решения с использованием списков для класса логических задач в программах на

языке Пролог // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2011. – №1/1 (69). – С. 117–120.

3. Фреймовая модель знаний [Электронный ресурс] // (версия от 19.05 2017). – Режим доступа: <http://helpiks.org/7-30113.html>, свободный.

УДК 519.65

Исследование статистических данных на выбросы

И.В. Пономарев

АлтГУ, г. Барнаул

При обработке статистических данных появляется необходимость оценить их на предмет выбросов. Выброс – это результат измерения, выделяющийся из общей выборки. Выбросы способны исказить статистики и результаты статистического моделирования.

В данной статье исследуются методы определения выбросов как для классических статистических регрессионных моделей, так и для моделей нечеткой регрессии.

Рассмотрим линейную регрессионную модель

$$y = a_0 + a_1 x_1 + \dots + a_k x_k + \varepsilon, \quad (1)$$

где y – зависимая переменная; x_i ($i = \overline{1, k}$) – независимые переменные; ε – ошибка; a_i ($i = \overline{0, k}$) – параметры модели.

Наиболее часто применяемым методом оценки параметров модели (1) является метод наименьших квадратов (МНК), который является очень чувствительным к выбросам, т.е. наличие в исходной выборке выбросов может привести к неверным выводам о наблюдении процесса и ставит под угрозу результаты статистического анализа модели.

В работе [1] для исследования выборки на выбросы предлагается использовать статистику Стьюдента

$$t_i = \frac{\tilde{y}_i - \tilde{y}_i^*}{s_i^2 \sqrt{1 + X_i (X_i^T X_i)^{-1} X_i^T}}, \quad (2)$$

где $\tilde{y}_i, \tilde{y}_i^*$ – прогнозные значения зависимой переменной с учетом и без учета i -го наблюдения; X_i – матрица наблюдений без i -го наблюдения; s_i^2 – оценка дисперсии ошибки регрессии без учета i -го наблюдения. Данная статистика имеет распределение Стьюдента с $N - k - 2$ степенями свободы (N – объем выборки). Если гипотеза подтвержда-

ется, то делается вывод о том, что i -ое наблюдение является выбросом. Сложностью данного алгоритма является последовательная проверка всех наблюдений.

Аналогичный подход к определению выбросов предложен в работе [2]. Оценка критерия происходит с помощью расстояния Кука, которое имеет распределение Фишера, и работает со всеми прогнозными значениями зависимой переменной.

В работе [3] предложен подход, позволяющий проверять на выбросы сразу несколько наблюдений. Это способствует ускорению процесса исследования выборки и уменьшению вычислительной трудности алгоритма.

Следуя логике приведенных исследований, нами предложен способ оценки выборки с использованием преобразований Лежандра. Пусть из данного множества наблюдений $\Omega = \{(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}, y_i) : i = \overline{1, N}\}$ требуется исключить фиксированный процент наблюдений так, чтобы оставшиеся Ω_0 данные имели наименьшую величину разброса $\alpha_p(\Omega_0)$, т.е.

$$\alpha_p(\Omega_0) = \min \{ \alpha_p(\Omega') : \Omega' \subset \Omega, \#[\Omega'] = N_0 \}, \quad (3)$$

где $\#[\Omega']$ – число элементов во множестве Ω' ; $N - N_0 = M_0$ – число выбросов.

Данный алгоритм может быть применен к регрессионным моделям, использующим различные нормы p при расчете функционала качества. Так, например, в работах [4,5,6] была использована нечеткая линейная регрессионная модель. Для анализа выборки в такой модели необходимо использовать чебышевскую норму $\alpha_\infty(\Omega_0)$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты: № 16-01-00336А, № 16-31-00048 мол_а).

Библиографический список

1. Weisberg S. Applied linear regression. – 3th ed. – Jonh Wiley & Sans, Inc., 2005.
2. Cook R.D. Detection of Influential Observation in Linear Regression // Technometrics. – 1977. – Vol. 19, №1. – P. 15–18.
3. Andrews D.F., Pregibin D. Finding the outliers that matter // Journal of the Royal Statistical Society. – 1978. – Vol. 40. – P. 84–93.
4. Ponomarev I.V., Slavsky V.V. Uniformly fuzzy model of linear regression // Journal of Mathematical Sciences. – 2012. – Vol. 186. – Issue 3. – P. 478 – 494.

5. Пономарев И.В., Родионов Е.Д., Родионова Л.В., Славский В.В. Комплекс моделей для построения и оценки вариантов развития регионального рынка труда // Вестник Алтайской науки. – 2013. – №1. – С. 86–88.

6. Родионов Е.Д., Родионова Л.В., Славский В.В. и другие. Применение пакетов символьных вычислений к решению задач теории и практики: монография. – Концепт, Барнаул, 2014.

УДК 004.4

Разработка дополнительных модулей для информационной системы учета археологических находок

*А.С. Шевченко, Н.Н. Камышиникова, В.В. Костенко,
К.А. Гумеров*

РИ (филиал АлтГУ), г. Рубцовск

Описание археологических находок является сложной технологической задачей. В течение длительного времени на практике используется технология описания вручную, которая предполагает сбор и классификацию исходной информации, составление вспомогательных таблиц, непосредственное составление описания находок, его проверку и корректировку. При такой технологии трудно учитывать огромное количество археологических находок, проверять достоверность их описания и выполнять поиск нужной находки в хранилище или музее. Поэтому проектирование и создание системы автоматизации учета археологических находок является актуальной проблемой.

На сегодняшний день большинство экспедиций использует табличный процессор MS Excel для учета археологических находок. У такого подхода есть ряд недостатков: дискомфорт в использовании, сложность визуального восприятия информации, появление ошибок при вводе информации, отсутствие возможности создания различных отчетов по определенным археологическим находкам.

Кроме Microsoft Excel создавались и специализированные прикладные программы. Примерами таких программ, являются программы «Полевая Опись» и «Autodesk Land Desktop». Но практика показала, что данные программы не полностью удовлетворяют потребностям археологов, требуют больших вычислительных мощностей от аппаратной части или же являются очень дорогостоящими решениями.

Нами в качестве среды разработки было решено использовать Visual Studio Community [1]. Данная среда была выбрана, потому что

имеет большое количество различных функций упрощающих процесс разработки программ и др. Еще одной технологией, которая применяется для разработки, стала Microsoft Azure [2], которая облегчит хранение временных баз данных.

Разработанная нами система учета археологических находок [3] сокращает временные затраты на процесс описания и обработку археологических находок, повышает степень достоверности обрабатываемой информации, исключает появление ошибок.

Библиографический список

1. Голощапов А.Л. Microsoft Visual Studio 2010. – СПб.: БХВ-Петербург. – 2011. – 544 с.
2. Таллоч Митч и команда Windows Azure. Знакомство с Windows Azure. Для ИТ-специалистов. – М.: ЭКОМ Паблишерз. – 2014. – 154 с.
3. Камышникова Н.Н., Шевченко А.С., Гумеров К.А., Грибенников А.В., Костенко В.В., Шалда С.В. Разработка информационной системы учета археологических находок // Современные научные исследования и разработки. – 2016. – №6(6). – С. 273–279.

УДК 004.032.26

Система автоматической кластеризации текстов с применением искусственных нейронных сетей

*А.В. Шицелов, В.В. Бурлуцкий, В.В. Славский
ЮГУ, г. Ханты-Мансийск*

Введение. В настоящее время обнаружение материалов в сети интернет, которые противоречат Российскому законодательству, является актуальной задачей. Для того чтобы быстро и эффективно находить такие материалы среди большого потока данных необходимо использовать специальные системы, которые способны автоматически определять принадлежность текста или его части к определённой категории. Сложность данной задачи определяется текстом, содержащим большое количество специфических терминов и жаргонного сленга, а также орфографических ошибок. В статье описана система кластеризации текста с применением искусственных нейронных сетей. Искусственные нейронные сети в настоящий момент являются эффективным инструментом в задачах прогнозирования [6], распознавания образов [3], идентификации образов [4].

Модель кластеризации текста. Для любой обработки текста его следует преобразовать в числовой вид, так как компьютер умеет хо-

рошо оперировать числам, а не словами, к тому же числа занимают намного меньше памяти, нежели слово. Есть несколько способов преобразования слова в число. В разрабатываемой системе использовался способ, основанный на сопоставлении каждому слову числового вектора, предварительно подобранный, так что бы максимально отражать семантику слова. Данный метод называется Word2Vec. Данный алгоритм построен на основе нейронных сетей глубокого доверия [2] и процесс подбора вектора называется обучением сети. При обучении нейронной сети глубокого доверия использовались подходы, описанные в [1, 5, 7]. После обучения сети word2vec каждому слову в словаре сопоставлен многомерный вектор, который очень сильно отражает семантику слова. Пример такой зависимости представлен на рисунке 1.

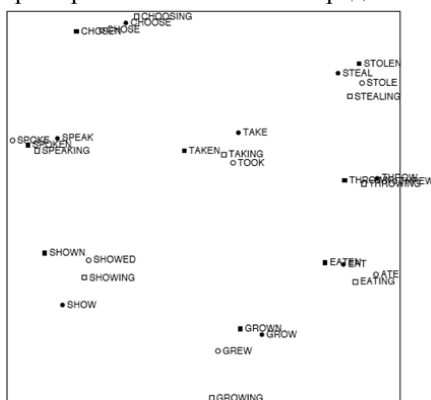


Рисунок 1 – Распределение слов в пространстве

Стоит так же упомянуть что перед подачей слов на вход word2vec, текст предварительно разбивается по словам, а также чистится от служебных слов и цифр. После обучения word2vec на входе мы получаем очень большой словарь слов. К сожалению, в него попадает очень много похожих слов. Что и вызывает разрастание его в размере. Для дальнейшей работы необходимо уменьшить размер словаря, объединив похожие слова в одно общее слово, тем самым сильно уменьшив количество слов. Для реализации такой задачи было решено использовать нейронную сеть, а именно самоорганизующуюся сеть Кохонена. Идея обобщения заключается в следующем – похожие слова сгруппированы и при этом разные слова наоборот находятся далеко друг от друга (в разных группах). К тому же если учесть особенности работы word2vec, то можно понять, что к похожим словам будут отнесены все слова с ошибками в оригинальном слове, его синонимы, и его употребления в жаргонных сленгах, и близкие по значению термины, а

также слова из других языков. Суть обобщения всех этих слов в том, чтобы найти центр кластера слов и определять слова на некотором расстоянии от него как принадлежащие этому кластеру.

В теории кластеризации и классификации текста можно выделить два подхода:

1. Выделение общих черт текста через понимания самого текста и затем их кластеризация.
2. Выделение темы текста через нахождения слов среди текстов с одной темой.

Для реализации системы был выбран второй подход. В качестве алгоритма кластеризации был выбран LDA (Латентное распределение Дирихле). Главной причиной для выбора данного алгоритма стало то, что данный метод кластеризует, а не классифицирует данные. По-другому говоря методы, при которых данные классифицируются предполагают, что у каждого текста из обучающей выборке есть заранее известная тема и на основе этой пары текст-тема происходит обучение. Кластеризация же не использует заранее известную тему. Алгоритмы кластеризации относятся к алгоритмам обучения без учителя и способны сами выделять набор тем среди текстов. В предоставленном наборе текстов для обучающей выборки отсутствовало разбиение текстов по темам это и стало поводом для проведения кластерного анализа за место классификации. LDA – иерархическая байесовская модель, состоящая из 2 уровней:

1. На первом уровне – смесь, компоненты которой соответствуют темам.
2. На втором уровне – мультиномиальная переменная с априорным распределением Дирихле, которое задаёт распределение тем в документе.

Пример разбиения текста на темы представлен на рисунке 2.

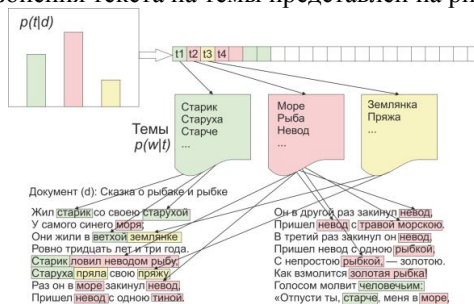


Рисунок 2 – Схема работы алгоритма LDA

В итоге получаем 4 этапа работы с текстом:

1. Обработка текста – разбиение текста на слова и откидывание не нужных слов.

2. Определение вектора слова – используя алгоритм word2vec, вычислить вектор для каждого слова в тексте.

3. Нахождение обобщающего слова – используя самоорганизующуюся нейронную сеть Кохонена для каждого слова, получаем другое слово, являющееся общим для всего кластера слов к которому относится исходное слово.

4. Определение категории, к которым принадлежит текст с использованием алгоритма LDA.

Библиографический список

1. Татьянакин В.М. Подход к формированию архитектуры нейронной сети для распознавания образов // Вестник Югорского государственного университета. – Ханты-Мансийск, 2016. – №2 (41). – С. 61–64.

2. Татьянакин В.М., Дюбко И.С. Нейронные сети глубокого доверия в сравнение с многослойным перцептроном // Вестник Югорского государственного университета. – Ханты-Мансийск, 2015. – №2 (37). – С. 87–89.

3. Татьянакин В.М., Дюбко И.С. Обучающая выборка в задаче распознавания образов при использовании нейронной сети // Вестник Югорского государственного университета. – Ханты-Мансийск, 2015. – №2 (37). – С. 94–98.

4. Татьянакин В.М. Способ идентификации образов // Вестник Югорского государственного университета. – Ханты-Мансийск, 2015. – №2 (37). – С. 79–81.

5. Татьянакин В.М. Алгоритм формирования оптимальной архитектуры многослойной нейронной сети // Новое слово в науке: перспективы развития: материалы II Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 30 дек. 2014 г.) / редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2014. – С. 187–188.

6. Татьянакин В.М. Использование многослойных нейронных сетей в прогнозировании временных рядов // Приоритетные направления развития науки и образования: материалы III Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 4 дек. 2014 г.) / редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2014. – С. 195–197.

7. Татьянакин В.М. Модифицированный алгоритм обратного распространения ошибки // Приоритетные направления развития науки и образования: материалы III Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары,

УДК 004.5**Информационно-аналитический модуль
геоинформационной системы доступности объектов
социальной инфраструктуры**

*А.Р. Шугуров, С.П. Семенов
ЮГУ, г. Ханты-Мансийск*

Во многих развитых странах мира значительное внимание уделяется проблеме перемещения маломобильных граждан. Один из аспектов такой проблемы – недостаточность информации об объектах социальной инфраструктуры (далее ОСИ). Возможным решением является разработка геоинформационной системы доступности мест социальной инфраструктуры. Система Geowheel [3, 4] является примером методики проектирования и реализации информационного ресурса на базе ГИС-технологий, отражающего комплексную оценку современного фонда городской застройки с точки зрения доступности для маломобильных граждан.

Однако, наряду с этим, существует потребность в динамическом представлении информационно-аналитических данных об ОСИ для эффективного принятия управленческих решений органами местного самоуправления.

Разработка информационно-аналитического модуля (ИАМ) геоинформационной системы доступности мест социальной инфраструктуры Geowheel позволит обеспечить доступ органов местного самоуправления к информационно-аналитическим данным для детальной проработки проблемы физической недоступности ОСИ и поиска путей ее эффективного решения.

В данной статье рассматривается проектирование и реализация информационно-аналитического модуля геоинформационной системы Geowheel.

Модуль разрабатывается с целью предоставления органам власти различного уровня систематизированной и структурированной оперативной информации по объектам социальной инфраструктуры в виде интерактивного веб-приложения для комплексного анализа состояния фонда городской застройки и принятия управленческих решений.

Процесс разработки модуля можно разделить на несколько основных этапов:

- поиск и сбор первичной информации об ОСИ;
- систематизация и структурирование этой информации;
- проектирование БД и интерфейса пользователя;
- реализация информационно-аналитического модуля, включая интерфейс пользователя;
- интеграция информационно-аналитического модуля в геоинформационную систему доступности мест социальной инфраструктуры Geowheel;

Из открытых источников получены паспорта ОСИ, содержащие актуальные данные о доступности объектов для маломобильных групп населения.

Полученная информация проанализирована, проведена выборка наиболее значимых ОСИ в приоритетных сферах жизнедеятельности людей с ограниченными возможностями. После разбивки на категории данные были занесены в БД.

База данных (см. рисунок 1 – «Фрагмент базы данных») содержит в себе множество таблиц, базовыми из которых являются:

- cms_map_cats – категории доступности ОСИ;
- cms_map_items – ОСИ и основная информация о них;
- cms_map_chars – элементы безбарьерной среды.

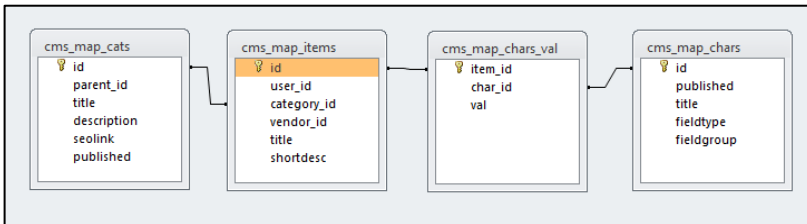


Рисунок 1 – «Фрагмент базы данных»

Выполнение мероприятий по анализу нормативной литературы и взаимодействию с предполагаемыми пользователями ресурсов позволило спроектировать сводные статистические отчёты.

Например, отчет «Информация о доступности объектов социальной инфраструктуры» содержит информацию о наименовании ОСИ, его адрес, категорию доступности и наличие/отсутствие паспорта ОСИ.

Технология проектирования отчетов построена на sql-запросах для получения динамических данных из БД, включая использование фильтров по параметрам. Задача, сформированная пользователем системы, а также параметры визуализации результатов, передаются на сервер

приложений в виде запроса к CMS, принимающего и возвращающего sql-запросы.

Интерфейс разработан с помощью языков DHTML, PHP и JavaScript. Для взаимодействия с системой на клиентском уровне пользователь оперирует веб-браузером, который является «тонким» клиентом, установленным на рабочей станции. Средство отображения данных и инструмент управления представляют собой интерфейс эксплуатации и администрирования системы, предоставляющий пользователю возможность в интуитивно понятной форме сформировать задание на обработку информационно-аналитических данных (см. рисунок 2 – «Архитектура системы»).

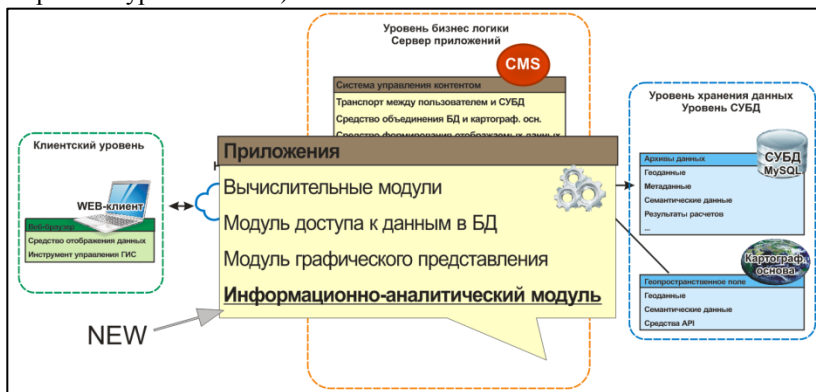


Рисунок 2 – «Архитектура системы»

Интеграция производилась путем заливки данных на веб-сервер и настройки ссылки из меню главной страницы геоинформационной системы Geowheel. Обмен и загрузка данных и файлов модуля осуществлялась по протоколам HTTP(S), FTP, SFTP.

При тестировании информационно-аналитического модуля в рамках семинаров для маломобильных групп населения выявлены недочёты, составлено мнение пользователей об интерфейсе и функционале приложения. На основании результатов доработаны проблемные участки информационно-аналитического модуля с учетом мнения и пожеланий конечного пользователя.

Полученная социально-ориентированная информационная система может быть применена:

- в качестве готового программного средства для удовлетворения информационной потребности маломобильных групп населения относительно объектов социальной инфраструктуры;

- для накопления, ведения, обработки и представления информационно-аналитических данных в сети Интернет;
- для интеграции в ресурсы, содержащие данные по объектам социальной инфраструктуры, организациям и иным объектам;
- для интеграции в порталы и сайты органов власти различного уровня.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам РФФИ 15-41-00092 р-урал-а.

Библиографический список

1. Об утверждении методики, позволяющей объективизировать и систематизировать доступность объектов и услуг в приоритетных сферах жизнедеятельности для инвалидов и других маломобильных групп населения, с возможностью учета региональной специфики: приказ Минтруда России №627 от 25 декабря 2012 г.

2. Министерство труда и социальной защиты Российской Федерации. Методика паспортизации и классификации объектов и услуг с целью их объективной оценки для разработки мер, обеспечивающих их доступность: методическое пособие. – Москва, 2012 г. – 188 с.

3. Семенов С.П., Ташкин А.О. Интерактивная геоинформационная система для маломобильных граждан // Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования», Барнаул, 20–24 октября, 2015. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 1007–1010.

4. Семенов С.П., Славский В.В., Ташкин А.О. Анализ информационных ресурсов, направленных на удовлетворение информационных потребностей людей с ограниченными возможностями // Вестник НГУ Серия: (в печати).

УДК 004.032.26

Использование нейронных сетей глубокого доверия для распознавания жилых объектов на аэрокосмическом снимке

*А.В. Якимчук, В.М. Татьянакин
ЮГУ, г. Ханты-Мансийск*

В настоящее время значение систем искусственного интеллекта трудно переоценить. Сфера их применения затрагивает все виды человеческой деятельности. Одним из основных направлений развития искусственного интеллекта является распознавание образов. Среди популярных подходов к распознаванию образов стоит отметить подход,

основанный на искусственных нейронных сетях, а именно на нейронных сетях глубокого доверия. В статье рассматривается распознавание объектов на изображении при использовании нейронных сетей глубокого доверия.

В связи с развитием направления аэрокосмического зондирования и наблюдения возникает задача нахождения на фото - снимке требуемого объекта.

Рассмотрим аэрофотоснимок земной поверхности, представленный в инфракрасном диапазоне, размер изображения – 16000x576 пикселей, представленный на рисунке 1:



Рисунок 1 – Аэрофотоснимок земной поверхности

На этом рисунке представлен ряд интересующих объектов. В основном данные объекты относятся к строениям, средний размер которых 20 на 20 пикселей. Пример строения представлен на рисунке 2:



Рисунок 2 – Строение на аэрофотоснимке

Так как изображение аэрофотоснимка в десятки раз превышает исходное изображение, то для эффективной обработки требуется автоматизация процесса идентификации изображения. Для решения этой задачи выбрана нейронная сеть глубокого доверия с входным слоем 10000 нейронов. Размер входного слоя определяет размер изображений для обучающей выборки, который составляет 100 на 100 пикселей. Объем обучающей выборки для каждого строения составил 500 изображений, то есть 10 шаблонов местности для каждого изображения и 25 различных расположений строений на каждом шаблоне, плюс 250 изображений шаблона без строения. Пример расположения строений представлен на рисунке 3.



Рисунок 3 – Расположение строения на одном шаблоне

Единица и ноль выступали в качестве эталонных значений. Единица соответствует строению, ноль – отсутствию строения. Для формирования обучающей выборки использовались рекомендации, описанные в [3, 4]. Всего было около 900 строений. Итоговая выборка состояла из 450000 изображений. В силу большого объема выборки и размера архитектуры нейронной сети обучение проводилось как для одного строения, так и нескольких. Для формирования оптимальной архитектуры нейронной сети глубокого доверия применялись способы, описанные в [1, 5]. Для обучения нейронной сети глубокого доверия использовался алгоритм, представленный в [7]. Выбор инструментов обучения и формирование архитектуры нейронной сети глубокого доверия обусловлены хорошо подтвержденными результатами [2, 6]. Характеристика ЭВМ, на которой производилось обучение: процессор Inte(R) Core(TM) i7-3770, 3.4 GHz, ОЗУ 16 ГБ.

Результаты обучения нейронной сети представлены в таблице 1. В таблице 1 представлен процент верно идентифицированных строений на разном количестве шаблонов и строений. В строках таблицы представлено количество шаблонов, в столбцах – количество строений. Например, пересечение шестой строки и третьего столбца показывает процент правильно идентифицированных строений на 5 шаблонах 10 различных зданий.

Таблица 1 – Результаты обучений нейронной сети глубокого доверия

Количество шаблонов\строений	1	10	100	900
1	100%	95%	87%	65%
2	99%	93%	85%	65%
3	99%	89%	82%	64%
4	99%	87%	79%	63%
5	98%	85%	78%	63%
6	98%	83%	75%	63%
7	98%	82%	73%	61%
8	97%	79%	72%	61%
9	97%	76%	69%	59%
10	96%	74%	68%	58%

Анализ таблицы 1 подтверждает высокие обобщающие свойства нейронной сети глубокого доверия. Так, для одного шаблона и одного строения идентификация составила 100%. Если рассматривать задачу в целом, т.е. идентификацию всех изображений на всех рассматриваемых шаблонах, то результат обучения составляет 58%. Данный низкий результат можно объяснить малыми вычислительными сложностями. Так, например, для обучения всей выборки было выделено семь дней,

за этот срок прошло 10 итераций обучения, что является недостаточно для более качественных результатов.

Решение данной проблемы заключается в распараллеливании операций и наращивании мощности ЭВМ.

В таблице 2 представлены результаты использования обученной нейронной сети для идентификации изображений, которые не входили в обучающую выборку.

Таблица 2 – Результаты идентификации изображений с использованием обученной нейронной сети глубокого доверия

Количество Шаблонов\строений	1	10	100	900
1	97%	92%	84%	64%
2	96%	89%	81%	61%
3	95%	88%	80%	60%
4	94%	87%	79%	57%
5	93%	86%	77%	54%
6	90%	83%	74%	51%
7	88%	80%	73%	48%
8	87%	77%	71%	46%
9	85%	75%	68%	43%
10	83%	72%	67%	42%

Согласно таблице 2, процент идентификации изображений, которые не входили в обучающую выборку, ниже.

Библиографический список

1. Татьянакин В.М. Подход к формированию архитектуры нейронной сети для распознавания образов // Вестник Югорского государственного университета. – Ханты-Мансийск, 2016. – №2 (41). – С. 61–64.

2. Татьянакин В.М., Дюбко И.С. Нейронные сети глубокого доверия в сравнение с многослойным перцептроном // Вестник Югорского государственного университета. – Ханты-Мансийск, 2015. – №2 (37). – С. 87–89.

3. Татьянакин В.М., Дюбко И.С. Обучающая выборка в задаче распознавания образов при использование нейронной сети // Вестник Югорского государственного университета. – Ханты-Мансийск, 2015. – №2 (37). – С. 94–98.

4. Татьянкин В.М. Способ идентификации образов // Вестник Югорского государственного университета. – Ханты-Мансийск, 2015. – №2 (37). – С. 79–81.

5. Татьянкин В.М. Алгоритм формирования оптимальной архитектуры многослойной нейронной сети // Новое слово в науке: перспективы развития: материалы II Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 30 дек. 2014 г.) / редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2014. – С. 187–188.

6. Татьянкин В.М. Использование многослойных нейронных сетей в прогнозирование временных рядов // Приоритетные направления развития науки и образования: материалы III Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 4 дек. 2014 г.) / редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2014. – С. 195–197.

7. Татьянкин В.М. Модифицированный алгоритм обратного пространства ошибки // Приоритетные направления развития науки и образования: Материалы III Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 04 дек. 2014 г.) / редкол.: О.Н. Широков [и др.]. – Чебоксары: ЦНС «Интерактив плюс», 2014. – №3 (3). – С. 197–198.

Секция 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ, ЭКОНОМИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

УДК 519.86

Равновесие в моделях динамики взаимодействий при неполной информации

Г.И. Алгазин, Д.Г. Алгазина
АлтГУ, г. Барнаул

Принятие решений агентами, осуществляющими деятельность на конкурентном рынке, тесно связано с их информированностью, информированностью и поведением остальных агентов. В соответствующих теоретико-игровых моделях это находит отражение введением определенных предположений о взаимной информированности агентов и принципах принятия ими решений [1, 2].

В конкурентных системах агенты зачастую намеренно скрывают друг от друга свои истинные издержки. Поэтому в моделях принятия решений вполне естественно допускать, что агенты могут иметь неверные представления о затратах других агентов.

В соответствии с положениями теории игр, одинаково информированные рациональные агенты выбирают одинаковые действия. Поэтому при повторении игры, если все ее условия являются общим знанием среди агентов и не меняются, агенты выберут те же действия. Такого рода положение понимается как равновесие [1].

В докладе представлены механизмы достижения равновесия рациональными агентами на конкурентном рынке в условиях ложной информированности о предельных издержках конкурентов, теоретической основой которых являются теория игр и теория коллективного поведения. Теоретико-игровой подход и теория коллективного поведения часто дополняют друг друга тем, что равновесия игры являются устойчивыми исходами динамических процедур коллективного поведения [1, 3].

В представленной модели конкурентного рынка агенты разыгрывают игру Курно или игру Штакельберга. Игра повторяется. Агенты от игры к игре на основе модели динамики коллективного поведения изменяют свои представления о предельных затратах конкурентов с целью прийти к положению равновесия с истинными значениями затрат.

Для игры Курно в [4] получены результаты, которые свидетельствуют, что модели коллективного поведения могут в динамике приводить к истинному равновесию по Нэшу.

В игре Штакельберга рассмотрены варианты информированности агентов. Для случая когда ведущий агент точно знает предельные затраты ведомых, а последние, в свою очередь, имеют неточные первоначальные представления о предельных затратах других агентов, соответствующая модель динамики приведена и исследована в [4].

В журнал «Автоматика и телемеханика» принята к публикации статья авторов доклада, в которой рассмотрены другие случаи априорной информированности агентов о предельных затратах конкурентов в игре Штакельберга:

- 1) все агенты имеют неточные первоначальные представления;
- 2) ведущий агент (лидер) имеет неточные первоначальные представления о предельных затратах ведомых агентов, которые точно знают предельные затраты остальных агентов;
- 3) ведущий агент имеет неточные первоначальные представления о предельных затратах ведомых агентов, которые точно знают предельные затраты других ведомых агентов, но не знают точно предельные затраты лидера.

В игре, состоящей только из ведущих агентов, к заблуждениям агентов относительно предельных издержек добавляются также заблуждения относительно принципов принятия конкурентами решений. Исследования процесса коллективного поведения для этой игры представлены в [5].

Для всех рассмотренных игр в качестве базовой используется классическая модель олигополии с линейными функциями спроса и затрат агентов. Получены и приведены необходимые и достаточные условия на параметры моделей динамики коллективного поведения для их сходимости к положению равновесия. Обсуждаются ситуации, когда агенты не могут придти к равновесию. Исследования показали, что модели коллективного поведения позволяют агентам в динамике уточнять свои представления о предельных издержках других агентов и прийти в состояние равновесия, соответствующее истинным представлениям, даже оставаясь неизменными в своих неверных исходных предположениях о принципах принятия решений конкурентами.

Библиографический список

1. Novikov D., Chkhartishvili A. *Reflexion and Control: Mathematical Models*. – London: CRC Press, 2014. – 298 p.
2. Алгазин Г.И. Централизация и децентрализация в базовых игровых моделях организационных систем // *Управление большими системами*. – 2012. – № 36. – С. 144–172.

3. Васин А.А., Васина П.А., Рулева П.Ю. Об организации рынков однородных товаров // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2007. – №1. – С. 98–112.

4. Алгазин Г.И., Алгазина Д.Г. Информационное равновесие в модели динамики коллективного поведения на конкурентном рынке // Управление большими системами. – 2016. – № 64. – С. 112–136.

5. Алгазин Г.И., Алгазина Д.Г., Пятковский О.И. Неравновесие по Штакельбергу и динамика коллективного поведения // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2017. – №1 (93). – С. 62–66.

УДК 338.242

Исследование равновесных состояний товарных рынков с посредниками

Ю.Г. Алгазина

АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

Развитие торговых систем с посредниками во многом обеспечивается достижением и исследованием равновесных состояний товарных рынков.

В работе рассматривается фрагмент рынка одного товара, состоящего из одного его производителя и нескольких торговых посредников. Посредник продает потребителю товар по определенной цене, покупая его у производителя по цене закупки. Таким образом, появляется разница между ценой спроса и ценой предложения на этом рынке. Эта разница и формирует доход каждого посредника.

Базисной для исследования рынка является модель, в которой интересы сторон представляются в виде целевых установок на максимизацию их прибыли [1]. В базисной модели полагается линейность функций спроса и функций затрат участников.

В работе представлены постановка и решение задачи оптимизации числа посредников на конкурентном рынке при предположении, что все посредники несут одинаковые предельные переменные издержки. Эта задача рассмотрена по различным критериям: максимизация общей (суммарной) прибыли производителя и посредников; максимизация общего (суммарного) дохода; максимизация прибыли производителя. Также представлены результаты исследований по изучению влияния числа посредников на основные показатели функционирования товарного рынка в условиях равновесия: объем производства товара, объем закупаемого у производителя и реализованного потребителям

товара каждым посредником, рыночную цену продукции, прибыль производителя и посредников и др.

Установлено, что в состоянии равновесия Курно [2, 3] при всех указанных выше критериях задачи оптимизации числа посредников наблюдается одна закономерность: чем выше предельные переменные издержки посредников, тем больше нужно посредников на рынке; если предельные переменные издержки посредников равны нулю, то оптимально иметь только одного посредника.

Показано, что в равновесии Курно с ростом числа посредников растет выпуск товара производителем, но вместе с тем падает количество проданных каждым посредником товаров. Поэтому рост общего выпуска обеспечивается исключительно за счет новых посредников. С ростом числа посредников падают цена товара, стоимость закупленного посредником товара у производителей и прибыль посредника. С ростом средних и суммарных предельных издержек посредников падает выпуск производителя, растет рыночная цена.

Получены и исследованы аналитические выражения для определения в состоянии равновесия Штакельберга [2, 3] оптимального по различным критериям числа посредников.

Из проведенных модельных исследований следует, что в равновесии Штакельберга с ростом числа посредников растет выпуск товара производителем, количество проданных товаров не изменяется для первого посредника, являющегося лидером на рынке, но падает для ведомых посредников. Поэтому рост общего выпуска обеспечивается исключительно за счет новых ведомых посредников. С ростом же числа ведомых посредников цена товара падает, падает и стоимость товара, закупленного каждым посредником у производителя, их прибыль. С ростом предельных переменных издержек посредников падает выпуск производителя, но растет цена товара.

Библиографический список

1. Алгазина Ю.Г. Исследование рисков торговой системы с применением принципов системного компромисса : монография. – Барнаул: Азбука, 2014. – 165 с.

2. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики.– М.: Мир, 1985.– 200 с.

3. Петросян Л. А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр: учеб. пособие для ун-тов. – М.: Высш. шк., Книжный дом «Университет», 1998. – 304 с. – ISBN 5-06-001005-8, 5-8013-0007-4.

Нейтрософские компоненты математических моделей системы капитального ремонта многоквартирных домов

Е.В. Богарова

АлтГУ, г. Барнаул

Проведение капитального ремонта многоквартирных домов (КР МКД) за счет средств фонда КР, требует решения многих организационных и методических вопросов на основе самых современных достижений математики и информационных технологий [1]. Источники, предоставляющие информацию, объединяют в себе три степени: степень истинности (Т), степень неопределённости (I), степень ложности (F). Такие компоненты для 3D-нейтрософского пространства ввёл Ф.Смарандаке [2] в 1995 г. В классической вероятности отсутствует элемент I. Развитие теории ведётся по многим направлениям современной математики: нейтрософская алгебра (теория групп), нейтрософская логика, нейтрософская вероятность, нейтрософская статистика и др. Нейтрософское множество – объект, имеющий вид $A = \langle X, A_1, A_2, A_3 \rangle$, где X – непустое фиксированное множество, A_1, A_2, A_3 – подмножества X , удовлетворяющие условию $A_1 \cap A_2 \cap A_3 = \emptyset$. Множество A_1 называется множеством принадлежности, множество A_2 – множеством неопределённости, множество A_3 – множеством ложности (непринадлежности). Можно записать также:

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x), \sigma_A(x), \gamma_A(x) \rangle : x \in X \},$$

где $\mu_A(x), \sigma_A(x), \gamma_A(x)$ представляют соответственно степень принадлежности, степень неопределённости, степень непринадлежности каждого элемента $x \in X$ множеству A . Определим нейтрософские 0_N и 1_N следующим образом [3]:

$$0_N = \{ \langle x, 0, 0, 1 \rangle : x \in X \}; \quad 0_N = \{ \langle x, 0, 1, 1 \rangle : x \in X \};$$

$$0_N = \{ \langle x, 0, 1, 0 \rangle : x \in X \}; \quad 0_N = \{ \langle x, 0, 0, 0 \rangle : x \in X \};$$

$$1_N = \{ \langle x, 1, 0, 0 \rangle : x \in X \}; \quad 1_N = \{ \langle x, 1, 0, 1 \rangle : x \in X \};$$

$$1_N = \{ \langle x, 1, 1, 0 \rangle : x \in X \}; \quad 1_N = \{ \langle x, 1, 1, 1 \rangle : x \in X \}.$$

A_1, A_2, A_3 (Т, I, F) могут быть стандартными или нестандартными вещественными подмножествами $]^-0; 1^+[$. Таким образом, сумма нейтрософских компонентов может превышать не только 1, но и 3. С

одной стороны, для целей программирования можно применять классический единичный интервал $[0;1]$, с другой, существуют ситуации, где необходимо подчеркнуть и использовать выход за границы интервала (в одну или обе стороны).

Так, множество

$$A = \{(x, \langle T(x), I(x), F(x) \rangle), x \in U\}$$

с превышением единичного предела $\Omega > 1$, называется нейтрософским оверсетом, где функции $T(x), I(x), F(x): U \rightarrow [0, \Omega]$.

Множество

$$A = \{(x, \langle T(x), I(x), F(x) \rangle), x \in U\}$$

с недостижением нулевого предела $\Psi < 0$, называется нейтрософским андерсетом, где функции $T(x), I(x), F(x): U \rightarrow [\Psi, 1]$.

Множество

$$A = \{(x, \langle T(x), I(x), F(x) \rangle), x \in U\}$$

с двусторонним выходом за единичный интервал, называется нейтрософским оффсетом. где функции $T(x), I(x), F(x): U \rightarrow [\Psi, \Omega], \Psi < 0 < 1 < \Omega$.

Нейтрософская вероятность представляет собой обобщение классической вероятности и неточной вероятности, в которой шанс, что событие A имеет место, составляет $t\%$ истины – где t принадлежит подмножеству T , $i\%$ неопределено – где i принадлежит подмножеству I и $f\%$ ложно – где f принадлежит подмножеству F .

Используем введенные понятия к процессу накопления и расходования средств КР МКД. Существует два способа формирования фонда капитального ремонта: на специальном счете и на счете регионального оператора [4–6]. Региональный оператор принимает на себя обязанность обеспечить проведение КР в соответствии с региональной программой и его финансирование за счет средств фонда капитального ремонта данного дома, а также может использовать для ремонта одних домов средства, сформированные из взносов собственников помещений в других домах.

Система взаимного финансирования капитального ремонта не является замкнутой: на неё действует «внешняя сила» возможности перехода от счёта регионального оператора к спецсчёту и наоборот. Эта возможность тем выше, чем ближе сумма собранных собственниками средств в конкретном МКД к минимальному размеру фонда КР, установленному законом субъекта РФ (действует только в случае формирования фонда КР на спецсчёте, и субъекты уменьшают сроки перехода от счёта регионального оператора к спецсчёту). Переход возможен в случае если нет задолженность по оплате оказанных услуг и (или) вы-

полненных работ по КР. Смысл в том, что по достижении некоторого минимума собранных средств на спецсчёте на общем собрании собственников можно принять решение о приостановлении обязанности по уплате взносов на КР (за исключением должников). Однако если переход прошёл, но собираемость средств стала менее 50% (когда минимум не достигнут, или он не установлен субъектом РФ) или подошло время проведения КР согласно региональной программе, но он не начался, МКД снова автоматически переходит к региональному оператору. Степень неопределённости относительно принадлежности МКД системе взаимного финансирования лучше всего отражается в модели взаимодействием нейтрософских множеств.

Если в классической модели стандартная собираемость взносов - случайная величина, равномерно распределенная в интервале $[0,7; 1,2)$ (значение больше 100% означает учёт возможных пеней, выплат долгов за предыдущие периоды), то в модели, учитывающей неопределённость множество собранных средств может быть нейтрософским оверсетом. Ситуация перехода к спецсчёту неоднозначна, её лучше представлять через нейтрософский оффсет.

Неоднозначная ситуация с новостройками – если МКД введён в эксплуатацию после утверждения региональной программы и включён в программу после её актуализации, то обязанность собственников платить взносы на КР должна наступить не позднее чем через 5 лет (решает орган государственной власти субъекта РФ), но выбор способа формирования фонда за собственниками. Здесь также, если МКД-новостройка начал вносить средства на общий счёт, переход к спецсчёту - фактор неопределённости, увеличивающийся в связи с тем, что КР этому МКД может потребоваться в отдалённый период.

Получение/неполучение бюджетной поддержки конкретным МКД зависит от множества факторов, одними из которых будут условия того, что на проведение ремонта не будут использованы средства регионального оператора, сформированные за счет взносов на КР помещений другого МКД, а также при отсутствии задолженности собственников помещений в данном МКД перед региональным оператором в связи с использованием таких средств регионального оператора в прошлом. Влияют также процент собираемости средств за определённый период и планируемый срок проведения КР. Несмотря на то, что чаще всего указанный процент точен (например, 50%: размер финансовой поддержки не может превышать 50% общей стоимости КР МКД, собираемость средств не менее 50%), целесообразно ввести уточнение, учитывающее неопределённость, применив нейтрософское статистическое число $N=d+i$, где d – определенная (точная) часть N , i –

неопределенная (неточная) часть N . Например, $a=5+i$, где $i \in [0, 0.4]$, равносильно $a \in [5, 5.4]$, точная часть $a \geq 5$ (это означает, что определенная часть a есть 5), в то время как неопределенная часть $i \in [0, 0.4]$ означает возможность того, что число a может быть немного больше, чем 5.

Таким образом применение нейтрософских компонент позволяет более точно провести моделирование КР МКД. Представленный подход реализуется в программном комплексе в среде AnyLogic [4, 5].

Библиографический список

1. Богарова Е.В., Пронь С.П. Структура данных имитационной модели финансового потока для формирования фонда КР МКЖД в среде AnyLogic // Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования», Барнаул, 20-24 ноября, 2015. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 526–530.

2. Smarandache F. Neutrosophy. Neutrosophic Probability, Set, and Logic. – USA, Michigan: ProQuest Information & Learning, 2006. – 105 p.

3. Hanafy I.M., Salama A.A., Mahfouz K.M. Neutrosophic classical events and its probability // International Journal of Mathematics and Computer Applications Research (IJMCAR), Vol. 3, Issue 1, Mar 2013. – Pp. 171–178.

4. Богарова Е.В., Пронь С.П. Разработка имитационной модели финансового потока для формирования фонда КР МКЖД в среде AnyLogic // МАК-2015: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 128–132.

5. Богарова Е.В., Пронь С.П. Имитационное моделирование финансовых потоков фонда капитального ремонта МКД с использованием данных по Алтайскому краю на 2014-2043 гг. в среде AnyLogic // МАК-2016: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – С. 123–128.

6. Богарова Е.В., Оскорбин Н.М., Пронь С.П. Математическая и имитационная модели системы взаимного финансирования КР МКД // Труды семинара по геометрии и математическому моделированию: сб. ст. – Вып. 2. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – С. 4–7.

Математическая модель платежей в фонд капитального ремонта многоквартирных домов

Е.В. Богарова, С.П. Пронь

АлтГУ, г. Барнаул

В системе капитального ремонта многоквартирных домов (КР МКД) рассматривается два вида платежей: платежи собственников МКД и кредитные платежи, сглаживающие недостаток средств, собранных собственниками для КР. При этом кредитные платежи могут быть обременены процентами, например, кредит банка для проведения КР, и беспроцентные платежи, например, кредит предоставляет сам фонд КР, привлекая для этого средства, собранные собственниками других МКД, в которых не проводится в текущий момент КР. Полученных фондом платежей должно быть достаточно для проведения КР в текущий момент. У собственников МКД есть дополнительная возможность, перевести свой специальный счет конкретного МКД в региональный фонд КР.

В [1–4] представлен программный комплекс, использующий систему AnyLogic, моделирующий финансовые потоки в ходе КР. Очевидно, что качество математических моделей указанных платежей, их полнота и настраиваемость на фактически сложившуюся практику сбора средств для проведения КР обеспечивает эффективность имитационного моделирования финансовых потоков КР.

Основной задачей имитационного моделирования является подбор таких параметров процесса наполнения фонда и параметров расходования средств фонда, чтобы привлечение средств банков было минимальным:

$$B(t) = D(t) - C^{\Phi}(t) - C^c(t) \frac{\rightarrow}{r(t)} \rightarrow \min \quad (1)$$

где $B(t)$ – заемные средства фонда в банках;
 $D(t)$ – необходимые суммы для проведения ремонтов;
 $C^{\Phi}(t)$ – суммы, которые может внести фонд;
 $C^c(t)$ – средства собственников, собранные в фонде на момент t ;
 $R(t)$ – параметры имитационной модели системы КР;
 t – время, для которого рассчитывается необходимый $B(t)$, при t из $[t_k, t_{k+1})$ периода действия процентной ставки r_k $r_t = r_k, k=1, \dots, K$.
 $T=tK$ – период, рассматриваемый при моделировании.

В [1, 2] приведены модели платежей собственников, необходимые для начальных затрат на капитальный ремонт. Упрощенно для начала

имитационного моделирования платежи собственников можно моделировать по формуле

$$C^c(t) = \sum_{i=1}^n C_i^c(t) l_i(t) \quad (2)$$

где $i=1, \dots, n$ тип МКД; n – число типов, участвующих в формировании фонда КР МКД и включенных в систему моделирования; $C_i^c(t)$ – средства собственников i -го типа МКД, собранные в фонде на момент t ; $l_i(t)$ – число МКД i -го типа.

При этом $B(t) \leq 0$ для некоторого t тогда и только тогда, когда

$$D(t) \leq C^c(t), C^\phi(t) = 0 \quad (3)$$

У каждого типа МКД выделены укрупнённые элементы, классификация которых приведена в [3, 4] для использования в имитационном моделировании в системе AnyLogic, например, крыша; фасад; фундамент; подъезд; система электроснабжения; система отопления и теплоснабжения, система газоснабжения, системы холодного водоснабжения и горячего водоснабжения, системы канализации и водоотведения и др. Для всех элементов известны утвержденные для Алтайского края стоимости их ремонта и срок начала ремонта [5]. Таким образом, величины $D(t)$ известны.

Однозначно определить не удаётся лишь величину $C^\phi(t)$, сумму, которую может внести фонд на ремонт в текущий момент. Эту задачу возможно решить с использованием построенной в AnyLogic имитационной модели мониторинга накопления и расходования средств фонда КР [3, 4] Модель позволяет оценить чувствительность системы КР к платежам собственников и к возможной поддержке фондом КР и прогнозировать размер кредитования в банке или определить допустимое изменение сроков ремонта в зависимости от размеров средств.

Библиографический список

1. Богарова Е.В., Пронь С.П. Структура данных имитационной модели финансового потока для формирования фонда КР МКЖД в среде AnyLogic // Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования», Барнаул, 20-24 ноября, 2015. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 526–530.

2. Богарова Е.В., Пронь С.П. Разработка имитационной модели финансового потока для формирования фонда КР МКЖД в среде AnyLogic // МАК–2015: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во: Алт. ун-та, 2015. – С. 128–132.

3. Богарова Е.В., Пронь С.П. Имитационное моделирование финансовых потоков фонда капитального ремонта МКД с использованием данных по Алтайскому краю на 2014-2043 гг. в среде AnyLogic // МАК-2016: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов все-российской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – С. 123–128.

4. Богарова Е.В., Оскорбин Н.М., Пронь С.П. Математическая и имитационная модели системы взаимного финансирования КР МКД // Труды семинара по геометрии и математическому моделированию: сб. ст. – Вып. 2. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – С. 4–7.

5. Постановление Администрации Алтайского края от 27.03.2014 г. № 146 «Об утверждении краевой программы «Капитальный ремонт общего имущества в многоквартирных домах, расположенных на территории Алтайского края» на 2014–2043 годы».

УДК 004

Алгоритмы для классификации отпечатков пальцев на основе применения фильтра Габора, вейвлет/преобразования и многослойной нейронной сети

Д.В. Бутаков
ЮГУ, г. Ханты-Мансийск

Введение. В каждом отпечатке пальца можно определить два типа признаков – глобальные и локальные. Глобальные признаки – характеристики отпечатка пальца, которые можно увидеть невооруженным глазом. Глобальные признаки включают в себя область образа, ядро, пункт «дельта», счетчик линий, папиллярный узор. Локальные признаки, называемые минуциями, являются маленькими уникальными точками для каждого отпечатка пальца, которые успешно используются для идентификации личности. У отпечатка пальца могут быть одинаковые глобальные признаки, но локальные признаки всегда являются уникальными.

Целью данной работы является создание алгоритма для классификации отпечатков пальцев по типам папиллярных узоров на основе совместного применения фильтра Габора, вейвлет – преобразования и нейронной сети. Решение этой задачи позволит ускорить поиск отпечатков пальцев в больших базах данных.

Глобальные признаки отпечатка пальца. Область образа является фрагментом отпечатка пальца, в котором расположены все глобальные признаки [1]. Отпечатки пальцев могут быть прочитаны и класси-

фицированы на основе информации области образа. Минуции, которые используются для идентификации личности, могут находиться вне области образа, поэтому при идентификации личности лучше использовать информацию целого отпечатка пальца.

Ядро является точкой, которая находится в приблизительном центре отпечатка пальца, и используется в качестве ориентира для чтения и классификации.

Пункт «дельта» является начальной точкой, где происходит разделение или соединение бороздок папиллярных линий, может иметь вид очень короткой бороздки, в предельном случае – точки.

Счетчик линий – число папиллярных линий на области образа, либо между ядром и пунктом «дельта».

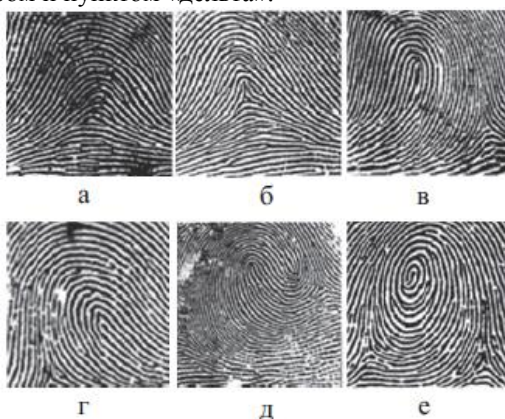


Рисунок 1 – Типы папиллярных узоров:

- а) простая арка; б) треугольная арка; в) левая петля; г) правая петля;
д) двойная петля; е) завиток

Папиллярные узоры разделены на три типа: арки (дуги), петли и завитки [2]. Арки редко встречаются и занимают 5–10% всех отпечатков пальцев. Петли обнаруживаются у большинства людей (60–65%). Завитки проявляются значительно реже – 30% из всех отпечатков пальцев. Примеры типов папиллярных узоров арки, петли и завитка представлены на рисунке 1.

Локальные признаки отпечатка пальца. Линии отпечатков пальцев не являются прямыми. Они часто сломаны, разветвлены, меняют направление и имеют разрывы. Точки, в которых линии кончаются, разветвляются или изменяют направление, называются точками минуции. Эти точки минуции обеспечивают уникальную информацию об отпечатке пальца при идентификации личности. Примеры типов этих точек представлены на рисунке 2.



Рисунок 2 – Типы точек минуции:

- 1) фрагмент папиллярной линии; 2) начало папиллярной линии; 3) глазок;
- 4) бифуркация; 5) крючок; 6) мостик; 7) островок; 8) точка;
- 9) окончание папиллярной линии; 10) бифуркация слияние; 11) включение

Практика показывает, что отпечатки пальцев разных людей могут иметь одинаковые глобальные признаки, но совершенно невозможно наличие одинаковых локальных признаков, т.е. точек минуции. Поэтому процесс идентификации личности обычно состоит из двух этапов. Первым этапом является классификация отпечатков пальцев по глобальным признакам, использующая базы данных для разделения на классы. Вторым этапом заключается в распознавании отпечатка пальца на основе сравнения структуры и коэффициента совпадения точек минуции.

Фильтр Габора. Фильтр Габора – линейный фильтр, импульсная переходная характеристика которого представляется в виде произведения функции Гаусса на гармоническую функцию [3]:

$$g(x, y) = \text{Gauss}(x', y') \cos\left(\frac{2\pi x'}{\lambda} + \varphi\right),$$

$$\text{Gauss}(x', y') = e^{-\left(\frac{x'^2}{2\pi\sigma_x^2} + \frac{y'^2}{2\pi\sigma_y^2}\right)},$$

$$x' = x \cos \theta + y \sin \theta, \quad y' = -x \sin \theta + y \cos \theta,$$

где λ – длина волны; φ – фаза; угол θ указывает ориентацию нормали к параллельным полосам функции Габора; γ – коэффициент сжатия. Изменение ориентации θ дает возможность менять направление обнаружения края. Примеры фильтра Габора с ориентациями в диапазоне $0 \dots \pi$ с шагом $\pi/16$ представлены на рисунок 3.



Рисунок 3 – Примеры фильтра Габора с различными ориентациями

В обработке изображений фильтр Габора обычно используется для выделения краев, обнаружения контура объекта, извлечения признаков текстуры, выделения области образа отпечатка пальца, извлечения локального направления и других целей [4, 5]. В данной работе для улучшения изображения отпечатка пальца используются различные ориентации фильтра Габора, рисунок 3. Пример результата применения фильтра Габора к изображению отпечатка пальца приведен на рисунке 4.



Рисунок 4 – Пример результата применения фильтра Габора:
 а) исходное изображение отпечатка пальца;
 б) изображение, обработанное фильтром Габора

Вейвлет-преобразование. Главной задачей в каждом виде обработки изображения является нахождение эффективного представления, позволяющего отобразить его в компактной форме. В современной теории и практике сигналов, в частности при спектральном анализе, используются сигналы специального вида – вейвлеты. В работах [6, 7] представлены разложение изображения и извлечение его признаков для классификации изображений самолетов на основе применения вейвлет – преобразования Хаара и многослойной нейронной сети. В данной работе используются вейвлет – преобразования Хаара и Добеши для извлечения признаков изображения отпечатка пальца. Пример применения вейвлет – преобразования Добеши 5-ого уровня для извлечения признаков изображения отпечатка пальца представлен на рисунке 5.

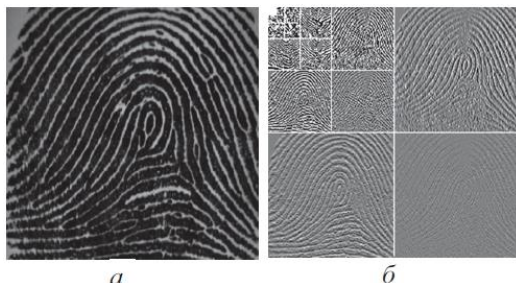


Рисунок 5 – Извлечение признаков отпечатка пальца:

а) исходное изображение; б) полученные признаки на основе применения вейвлет – преобразования Добеши

Способ классификации отпечатков пальцев. В данной работе предложен способ классификации изображений отпечатков пальцев по типам папиллярных узоров на основе применения фильтра Габора, вейвлет – преобразования и нейронной сети. Функциональная схема предложенного способа представлена на рисунке 6.

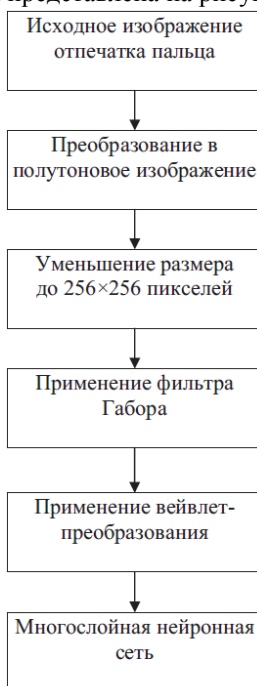


Рисунок 6 – Функциональная схема предложенного способа классификации отпечатков пальцев

В предложенном способе используются вейвлет – преобразования Хаара и Добеши для извлечения признаков изображения отпечатка пальца. Для того чтобы оценивать эффективность извлечения признаков, используются вейвлет – преобразования 5-го и 6-го уровня. Создана нейронная сеть с 192 входами для вейвлет – преобразования 5-го уровня. Число скрытых нейронов для этой сети изменяется от 200 до 250. Для вейвлет – преобразования 6-го уровня создана нейронная сеть с 48 входами, для которой число скрытых нейронов изменяется от 80 до 120. Обе сети имеют 7 выходов в соответствии с числом категорий классификации отпечатков пальцев.

Эксперименты. Для тестирования работы алгоритмов используется часть базы данных отпечатков пальцев FVC2006 [8], содержащая 9 изображений каждой категории для обучения (всего $9 \times 7 = 63$ изображения), и 14 изображений каждой категории для тестирования (всего $14 \times 7 = 98$ изображений). Результаты сравнения эффективности извлечения признаков представлены на рисунках 7 и 8. Анализ приведенных результатов показывает, что алгоритм, использующий вейвлет – преобразование Добеши, дает лучшие результаты, чем алгоритм, основанный на вейвлете Хаара.

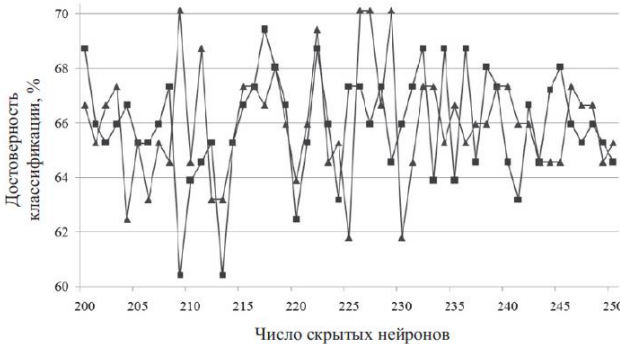


Рисунок 7 – Результат сравнения эффективности алгоритма на основе применения пятиуровневого вейвлет – преобразования:

■ – Добеши; ▲ Хаара

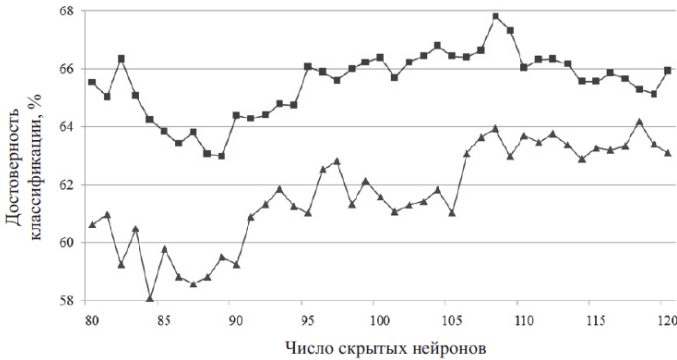


Рисунок 8 – Результат сравнения эффективности алгоритма на основе применения шестиуровневого вейвлет – преобразования:
 ■ – Добеши; ▲ Хаара

Также проведено сравнение работоспособности алгоритма, использующего фильтр Габора, с алгоритмом без применения этого фильтра, рисунки 9 и 10. Приведенные результаты показывают, что алгоритм, использующий фильтр Габора, работает эффективнее, чем алгоритм без применения этого фильтра.

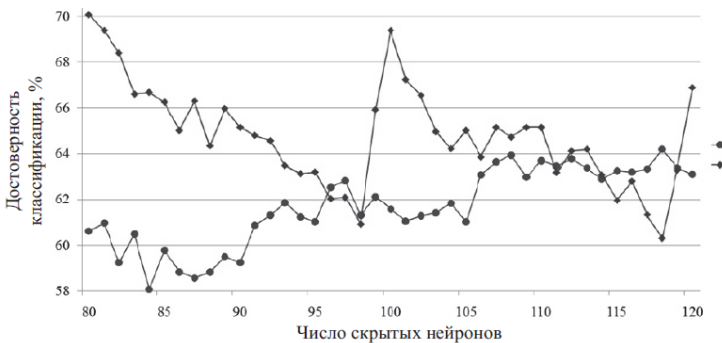


Рисунок 9 – Результат сравнения эффективности алгоритма на основе применения шестиуровневого вейвлет – преобразования Хаара и:
 ◆ – с фильтром Габора; ● – без фильтра Габора

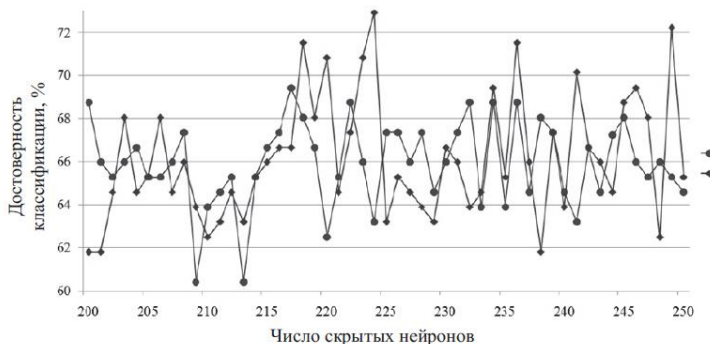


Рисунок 10 – Результат сравнения эффективности алгоритма на основе применения пятиуровневого вейвлет – преобразования Добеши и:
 ◆ – с фильтром Габора; ● – без фильтра Габора

Выводы

1. Предложены и описаны алгоритмы классификации изображений отпечатков пальцев по типам папиллярных узоров, основанные на применении фильтра Габора, вейвлет – преобразования Хаара, Добеши и многослойной нейронной сети.

2. На основе анализа результатов численных экспериментов установлено, что наилучшей достоверностью классификации отпечатков пальцев обладает алгоритм, основанный на совместном применении фильтра Габора, пятиуровневого вейвлет – преобразования Добеши и многослойной нейронной сети.

Библиографический список

1. Maltoni D., Maio D., Jain A.K., Prabhakar S. Handbook of fingerprint recognition. – N.Y.: Springer, 2003. – 348 p.
2. Ashbaugh D.R. Quantitative_qualitative friction ridge analysis: an introduction to basic and advanced ridgeology. – CRC Press, 1999. – 234 p.
3. Movellan J.R. Tutorial on Gabor filters. 2008. URL: <http://mplab.ucsd.edu/tutorials/gabor.pdf> (дата обращения: 01.03.2017).
4. Dolezel M., Hejtmanekova D., Busch C., Drahanaky M. Segmentation procedure for fingerprint area detection in image based on enhanced Gabor filter // Intern. Conf. of Bio_Science and BioTechnology. – Daedok, Korea, 2010. – №3. – P. 39–50.
5. Bernard S., Boujemaa N., Vitale D., Bricot C. Fingerprint segmentation using the phase of multiscale Gabor wavelets // The 5th Asian Conf. on Computer Vision. – Melbourne, Australia, 2002. – P. 27–32.

6. Буй Тхи Тху Чанг, Спицын В.Г. Разложение цифровых изображений с помощью двумерного дискретного вейвлет – преобразования и быстрого преобразования // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 318, №5. – С. 73–76.

7. Буй Тхи Тху Чанг, Фан Нгок Хоанг, Спицын В.Г. Алгоритмическое и программное обеспечение для классификации цифровых изображений с помощью вейвлет – преобразования Хаара и нейронных сетей // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 319, №5. – С. 103–106.

8. Fierrez J., Ortega_Garcia J., Torre_Toledano D., Gonzalez_Rodriguez J. BioSec baseline corpus: A multimodal biometric database //Pattern Recognition. – 2007. – V. 40, №4. – P. 1389–1392.

УДК 51.77

Моделирование демографических показателей Алтайского края методом нечеткой линейной регрессии

С.В. Вараксин, Н.В. Вараксина
АлтГУ, Барнаул

Научные исследования, использующие технику нечетких множеств и нечеткой логики, ведут начало от основополагающей работы Л. Заде [1]. Предполагается, что аппарат нечетких множеств будет особенно полезен в гуманитарных областях знаний, при описании социальных процессов, когда многие понятия и правила являются достаточно размытыми, законы распределения случайных величин неизвестны. В стандартной вероятностной регрессии возникают проблемы при исследовании коротких временных рядов, с неясными законом распределения и зависимостью между входной и выходной переменными. При построении модели нечеткой регрессии не требуются подобные предположения. В данной работе производится определяются параметры линейной регрессии вида $x = kt + b$, в которой k является четким числом, а b – треугольным нечетким числом вида $(b-\Delta, b, b+\Delta)$. Исходный временной ряд $\{x(t)\}$ является обычным числовым рядом, а его значения считаются дефазификациями соответствующих нечетких треугольных чисел A_i . Согласно работе Пономарева И.В., Славского В.В [2], параметры подобной нечеткой линейной регрессии находятся из условия наибольшего правдоподобия как параметры наиболее узкой полосы между двумя параллельными линиями, содержащей все точки временного ряда $\{x(t)\}$. Эта задача сводится к задаче линейного программирования,

$2\Delta = u - v \rightarrow \min, u \geq kt_i - x_i, v \leq kx_i - x_i, i=1, \dots, n, b=(u+v)/2$, которую можно решить симплекс-методом в два этапа с введением искусственных переменных, т.к. исходная задача не имеет подходящего исходного опорного решения. В работе авторов [3] предложено использовать аппарат нечеткой линейной регрессии для моделирования демографических процессов. В данной работе определяются параметры линейной регрессии для коэффициентов рождаемости и смертности.

Данные Алтайского краевого статистического управления представлены в следующих таблицах:

Таблица 1 – Численность населения Алтайского края (в тыс. чел.)

2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
2651,6	2641,1	2621,0	2602,6	2572,0	2539,4	2503,5	2473,0
2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
2453,5	2438,9	2430,8	2417,4	2407,2	2398,7	2390,6	2384,8

Таблица 2 – Число родившихся в Алтайском крае

2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
24674	25221	26889	28010	27736	26395	25594	28363
2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
30741	30906	30853	30705	32879	32193	31414	30080

Таблица 3 – Число умерших в Алтайском крае

2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
37813	38641	41028	41177	40577	42571	38558	37402
2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
37497	35774	36369	35108	35132	33887	33971	33661

Получаем коэффициенты рождаемости и смертности (в промилле)

Таблица 4 – Коэффициент рождаемости

2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
9,31	9,55	10,26	10,76	10,78	10,39	10,22	11,47
2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
12,53	12,67	12,69	12,70	13,66	13,42	13,14	12,61

Таблица 5 – Коэффициент смертности

2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
14,26	14,63	15,65	15,82	15,78	16,76	15,40	15,12
2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
15,28	14,67	14,96	14,52	14,59	14,13	14,21	14,11

Применение симплекс-метода для коэффициента рождаемости применительно к выбранному периоду дает коэффициенты линейной регрессии $k=0,26$, $b= -521$, $\Delta= 0.92$. Линию регрессии изобразим на графике, построенном в системе MatLab (рисунок 1).

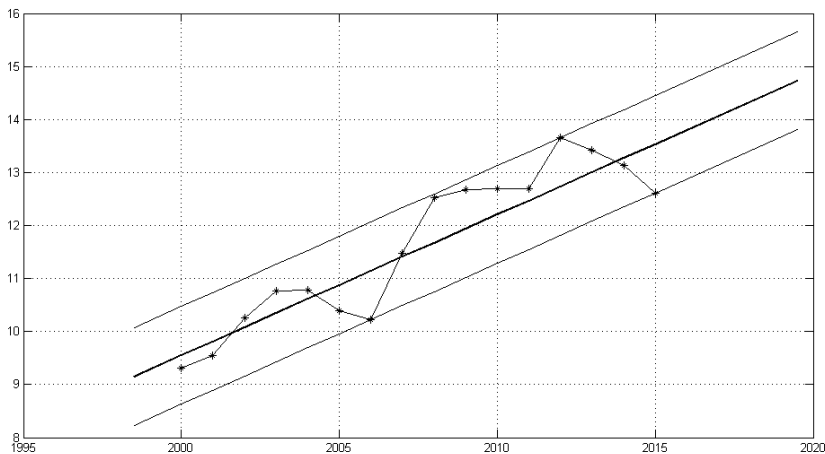


Рисунок 1 – Динамика коэффициента рождаемости в Алтайском крае

Применение симплекс-метода для коэффициента смертности применительно к выбранному периоду дает коэффициенты линейной регрессии $k= -0.0102$, $b= 36.03$, $\Delta= 1.28$, линию регрессии также изобразим на графике (рисунок 2):

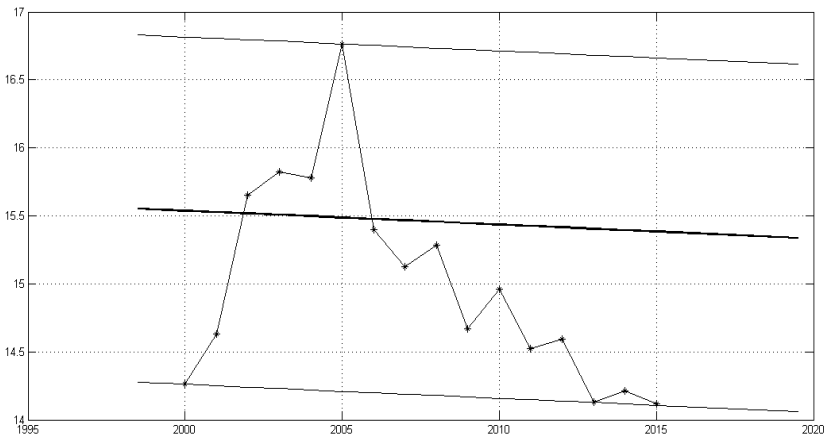


Рисунок 2 – Динамика коэффициента смертности в Алтайском крае

Все вычисления проведены в системе MatLab.

Статья подготовлена при финансовой поддержке РФФИ, проект №16-06-00350 «Прогностический потенциал теории нечетких временных рядов в построении модели демографического поведения населения».

Библиографический список

1. Zadeh L. A., Fuzzy sets // Information and Computation, vol. 8, pp. 338–353, 1965.
2. Пономарев И.В., Славский В.В. Нечеткая модель линейной регрессии // Доклады Академии наук. – 2009. – Т. 428, №5. – С. 598–600.
3. Вараксин С.В., Вараксина Н.В., Гончарова Н.П. Потенциал математических моделей в прогнозировании демографического поведения населения // Управление социальными изменениями в нестабильных условиях: Всероссийская научная конференция; 24 мая 2016 г., Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова, социологический факультет: материалы конференции / под общ. ред. В.П. Васильева. – М.: МАКС Пресс, 2016. – 768 с. – С. 572–576.

Экспериментальное исследование состоятельности оценок периодической составляющей

М.С. Вершинина

ЦУКС ГУ МЧС России по ХМАО-Югре, г. Ханты-Мансийск

Исследуются отрезки временных рядов конечной длины. Методом наименьших квадратов находится периодическая составляющая такого ряда, определяется функция T -спектра [1], с помощью которой для заданной достоверности находятся периоды процессов в предположении разностно-стационарности.

В мире и России среди катастроф техногенного характера две трети приходится на транспортные происшествия. Еще одну треть составляют крупные пожары и аварии на промышленных и энергетических объектах. В Ханты-Мансийском автономном округе-Югре транспортная система представлена автомобильным транспортом, гражданской авиацией, водным транспортом, железнодорожным транспортом. Перевозка грузов и пассажиров автомобилями и автобусами в округе происходит более быстрыми темпами и большими объемами, чем на других видах транспорта. С помощью модели краткосрочного мониторинга и прогноза [1] исследуем временной ряд 1 – ежедневное количество дорожно-транспортных происшествий (ДТП) в ХМАО-Югре за 2016 год.

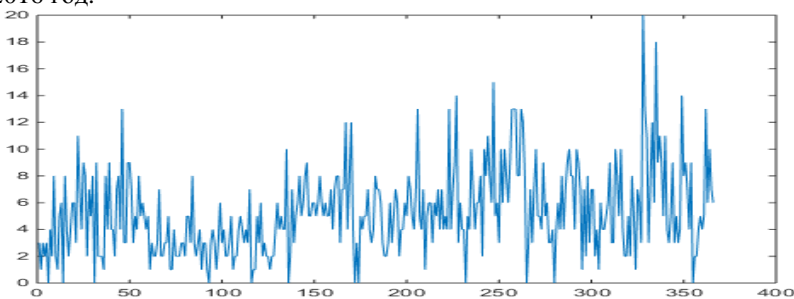


Рисунок 1 – Временной ряд 1

Теорема. Пусть дана функция $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$ – функция класса $L^2[a, b]$, и число $0 < T < b - a$. Существует единственная функция $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$ класса $L^2[a, b]$, имеющая период T на отрезке $[a, b]$, то есть такая, что $g(t) = g(t + T)$, при условии $t, t + T \in [a, b]$, и наилуч-

шим образом аппроксимирующая функцию f в пространстве $L^2[a, b]$. Таким образом, существует функция минимум

$$J(T) = \min \left\{ \|f - g\|_{L^2[a, b]} : g \in L^2[a, b], g(t) = g(t+T); \forall t, t+T \in [a, b] \right\}.$$

Определение: Функцию $J(T)$ назовем T -спектром функции $f : [a, b] \rightarrow C$ [1].

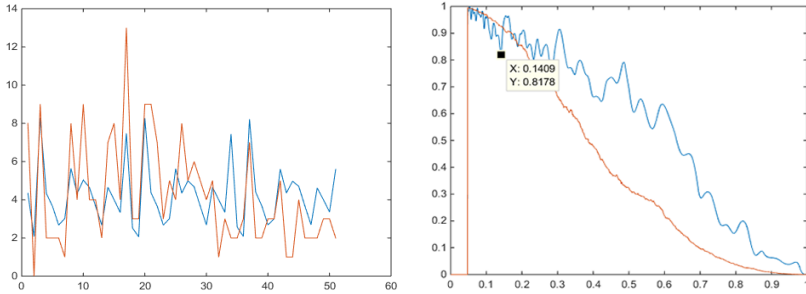


Рисунок 2 – Временной ряд 1 и T -спектр на интервале [30;80]

Локальным минимумам функции $J(T)$ -спектра (рисунок 2) соответствуют периодические составляющие, ставится задача оценить достоверность полученных результатов.

Предположим, что временной ряд разностно-стационарный с независимыми приращениями, подчинёнными некоторому закону F_0 . Вычисляя разностный ряд, находим эмпирическое распределение F_0 .

Делая случайные перестановки разностного ряда и находя кумулятивную сумму можно построить эмпирическое распределение для разностно-стационарных процессов с данным законом разностей F_0 . Вместе с ним находится эмпирическое распределение функций T -спектра для данного закона F_0 .

Далее ищется не центрально-симметричный доверительный интервал, строится кривая состоятельности локальных минимумов функции $J(T)$.

В рамках сформулированной гипотезы, с определённой уверенностью можно сказать, что минимумы, лежащие ниже кривой состоятельности не случайны, откуда находятся T_0 -периоды.

Вычислительный эксперимент с исходным временным рядом 1 показал устойчивость периодов, определённым по точкам локального минимума функции T -спектра, лежащим ниже заданного квантиля. Нижняя линия на рисунке 2 представляет собой квантиль функции T -

спектра на уровне 98%. При имитационном моделировании, на полученном T -спектре отмечаем значение краткосрочного недельного периода $T = 0,14 \times 50 = 7$ суток. Проверим этот результат на состоятельность. Исследуем временной ряд 2 – ежедневное количество ДТП в ХМАО-Югре за 2015 год (рисунок 3).

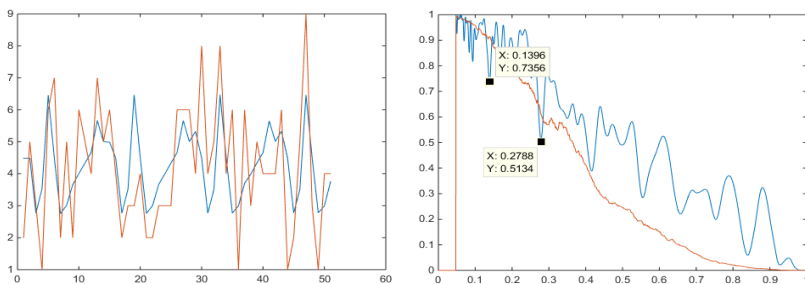


Рисунок 3 – Временной ряд 2 и T -спектр на интервале [30;80]

На полученном T -спектре по точкам локального минимума отмечаем значение недельного периода $T = 0,1396 \times 50 = 6,98$ и кратного периода ему периода $T = 0,2788 \times 50 = 13,94$. Описанный алгоритм позволяет оценивать длину периода и восстанавливать периодическую составляющую временного ряда достаточно точно с практической точки зрения.

Адекватную процедуру выделения периодической составляющей динамики временных рядов можно рассматривать как эффективный инструмент анализа и прогнозирования последствий чрезвычайных ситуаций. Краткосрочный прогноз ДТП позволяет проанализировать тенденции развития состояния аварийности и оценить состояние аварийности в будущем, а также обосновать управленческие решения по оптимальному распределению имеющихся сил, средств, финансовых и материальных ресурсов.

Библиографический список

1. Козаченко М.С., Славский В.В. Модель краткосрочного мониторинга и прогноза динамики лесных пожаров // Международная школа-семинар «Ломоносовские чтения на Алтае», г. Барнаул, 20–23 ноября 2012 г. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2012. – С. 167–172.

2. Современные системы мониторинга и прогнозирования чрезвычайных ситуаций / под общ. ред. В.А. Пучкова. МЧС России. – М.: ФКУ ЦСИ ГЗ МЧС России, 2013. – 352 с.

3. Попов Ю.В. О выделении периодической компоненты из временного ряда показателя количества катастроф // Проблемы безопасности полетов. – 2008. – №8. – С. 10–17.

УДК 338.3, 51.77

Моделирование производственных систем с позиции экологической парадигмы

Т.А. Егорова¹, И.А. Лобанова², А.В. Новиков³

¹Санкт-Петербургский государственный экономический университет; ²Международный банковский институт;

³Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург

Проектирование любого производственного предприятия нуждается в проведении серьезных подготовительных работ, в целеполагании и пошаговом планировании. Грамотное изначальное проектирование наряду с достоверным прогнозированием и постоянный анализ с оперативным внесением актуализирующих корректировок обеспечат устойчивое развитие проекта и приведут, в итоге, к успешной его реализации.

Учитывая тот факт, что наибольший эффект дает системный подход, при проектировании необходимо уделять внимание в равной степени созданию специальных экономических, правовых, организационных и иных механизмов, рассматривая производственное предприятие как целостную систему, одним из элементов которой является вопрос обеспечения экологической безопасности, в первую очередь, с точки зрения экономического механизма природопользования и охраны окружающей среды (ОС). Во многом последующее экономическое развитие как отдельного предприятия, так и отрасли в целом базируется на природно-ресурсной базе, имеющейся производственной инфраструктуре, особенностях климата, природных и земельных ресурсах, сложившейся специализации производства и характере трудовых ресурсов, экономического окружения и т.п. Из этого следует, что выбор оптимальных экологических издержек, обеспечивающих приемлемое или заданное качество окружающей среды имеют не менее значимую роль для обеспечения национальной экономической безопасности любой страны. Важно учитывать экологическую специфику в модели социально-экономического развития для соблюдения принципа сбалансированности при системном подходе.

При этом еще одним из предупреждающих элементов безопасности является грамотное прогнозирование последствий деятельности производственных систем. Учитывая всё возрастающую сложность проведения прогнозных расчетов ввиду увеличения количества факторов, оказывающих влияние на систему, усложнение их взаимосвязей и, как результат, рост неопределенности, становится неоспоримо целесообразным применение различных моделей, как чисто математических, так и имитационных эколого-экономических моделей, разрабатываемых чаще всего для долгосрочного прогнозирования экономического роста и общей оценки влияния человеческой деятельности на окружающую среду.

В независимости от выбранной модели, на начальном этапе моделирования производственных систем в любом случае необходимо определиться с наиболее значимыми задействованными факторами. Возможно, модель будет основана на принципе лимитирующих факторов, а, возможно, на законе совокупного действия факторов.

Так, например, при выборе технологии можно принять за основу метод оптимизации природоохранных издержек, основанный на следующих положениях. Любое предприятие образует отходы (V_{omx} – общий объем образующихся на предприятии отходов). В большей части они могут быть переработаны (V_{nep} – объем отходов, которые возможно переработать), и лишь малая часть при современных технологиях не поддается обезвреживанию (V_{nen} – объем отходов, размещенные в ОС, не поддающихся переработки). Очевидно, что $V_{omx} = V_{nep} + V_{nen}$. Однако по разным причинам (чаще всего высокая стоимость технологий) не все отходы, которые могут быть переработаны, обезвреживаются на предприятии. Остальная часть отходов ($V_{nep} - V'_{nep}$) = V'_{nen} вместе с неподдающимися обезвреживанию отходами V_{nen} размещаются в ОС, загрязняя её (V_3). Справедливо выражение $V_3 = V'_{nen} + V_{nen}$. Т.к. величиной V_{nen} управлять невозможно, то основной задачей метода становится выявление такого значения величины V'_{nen} , при котором природоохранные издержки будут минимальными с обеспечением заданного уровня качества окружающей среды. Основой для определения этого уровня могут быть санитарно-гигиенические нормативы качества ОС (законодательно установленный минимум качества ОС) или другие, не менее жесткие, выбранные по усмотрению лица, принимающего решения.

Рассмотрим этап проектирования предприятия. Выбранной технологии производства соответствует определенный объем V_{nep} поддающихся переработке отходов. Часть V'_{nep} из них предполагается обезвреживать, неся издержки $C_{ПОИ}(V'_{nep})$. Остальную часть $V_3 = V'_{nen} + V_{nen}$

отходов предполагается размещать в ОС, оплачивая негативное воздействие на ОС, тем самым добавляя природоохранные издержки на величину $C_{ПОИ}(V'_{нен} + V_{нен})$.

Общая величина природоохранных издержек составит: $C_{ПОИ} = C_{ПОИ}(V'_{пер}) + C_{ПОИ}(V'_{нен} + V_{нен}) = C_{ПОИ}(V_{пер} - V'_{нен}) + C_{ПОИ}(V'_{нен} + V_{нен}) = f(V'_{нен})$, так как величины $V_{пер}$ и $V_{нен}$ для определенной технологии производства являются константами. На рисунке 1 представлена зависимость $C_{ПОИ}(V'_{пер})$ величины природоохранных издержек от объема обезвреживаемых отходов.

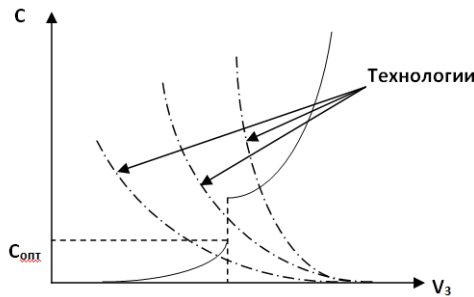


Рисунок 1 – Диаграмма зависимостей $C_{ПОИ}(V'_{пер})$ и $P(V'_{нен})$ для оптимального выбора параметров проектирования нового производства

Очевидно, что для другой технологии производства зависимость $C_{ПОИ}(V'_{пер})$ будет иметь другой вид. На этапе проектирования необходимо знать все возможные технологии производства и соответствующие им зависимость $C_{ПОИ}(V'_{пер})$.

Кроме того, необходимо знать сложившуюся в предполагаемом месте строительства экологическую обстановку. Для этого проводится экологическое обследование района для определения фоновых величин загрязнений (отходов), которые уже содержатся в ОС в предполагаемом месте строительства.

В любом случае, добавление загрязнений (отходов) будет приводить к ущербу окружающей среде. Ущерб ОС – понятие многоаспектное, которое до сих пор не нашло четкого метода оценивания. Однако выражение его в виде стоимости P работ (мероприятий и т.д.) по приведению ОС в исходное состояния достаточно полно характеризует его величину.

На рисунке 1 так же представлена типовая зависимость ущерба ОС в денежном эквиваленте от объема $V_3 = V'_{нен} + V_{нен}$ отходов (загрязнений), размещаемых в ОС. Так как величин $V_{нен}$ для определенной технологии производства являются константами, то на графике представ-

лена зависимость $P(V'_{нен})$. Важны некоторые общие закономерности зависимости ущерба P от объема V_3 :

– при размещении отходов до определенного значения $V_{с/оч}$ окружающая среда самостоятельно обезвреживает отходы за счет механизмов самоочистки без каких-либо действий со стороны человека (конечно, нужно стремиться размещать в ОС не больше этого количества отходов);

– при дальнейшем увеличении объемов размещаемых отходов ОС не может справляться самостоятельно, однако существенно «помогает» в обезвреживании отходов;

– при еще большем увеличении объемов размещения отходов выше некоторого порогового значения $V_{порог}$ экологическая система ОС разрушается, и величина ущерба скачком увеличивается. При этом скорость роста величины ущерба становится близкой к экспоненциальной.

Зависимость $P(V'_{нен})$ будет индивидуальной для каждого конкретного места будущего строительства. Если место уже достаточно сильно загрязнено, то резерв по самоочистке ОС может быть уже выбран, а, возможно, и местная экологическая система будет существенно угнетена. Тогда строительство нового источника загрязнения гарантировано ее уничтожит, взвинчивая ущерб ОС и компенсационные выплаты предприятия.

На этапе проектирования желательно рассматривать несколько альтернативных мест под застройку.

В итоге имеется два семейства зависимостей $C_{ПОИ}(V'_{пер})$ и $P(V'_{нен})$ с общей переменной $V'_{пер}$. Это позволяет наложить данные графики друг на друга. Анализ точек пересечения зависимостей $C_{ПОИ}(V'_{пер})$ и $P(V'_{нен})$ позволит выбрать оптимальный набор составляющих бизнес-проекта: технологии производства, места строительства, возможностей по охране ОС, природоохранных издержек, ущерба ОС.

УДК 519.87

Исследование модели доуполии Хотеллинга на плоскости в условиях субсидирования

К.И. Костюк, Е.В. Понькина

АлтГУ, г. Барнаул

Ключевые слова: товарный рынок, рассредоточенный рынок, поведение агентов, равновесные цены, субсидирование, налогообложение, пространственная конкуренция.

Целью исследования выступает изучение эффектов дифференциации цен на рынке при пространственной рассредоточенности участников на основе модели пространственной конкуренции Хотеллинга на плоскости.

Модель Хотеллинга [1; 2, с. 10] описывает ситуацию в которой агенты-продавцы могут изменять свое месторасположение в рамках ограниченного пространства (города), условно представленного в виде прямоугольника на плоскости, при этом первично принимая решения о местоположении (x, y) , а вторично – о цене продаваемого блага (p) . Важным является выполнение предположений об однородности продаваемого блага и равномерности распределения потребителей на всей территории «города». При наличии не менее чем двух продавцов на рынке возникает конкуренция, т.к. местоположение агента-продавца и назначаемая им цена реализации блага определяет долю общего рыночного спроса и соответственно экономические результаты его деятельности. Равновесной ситуацией на рынке является такое расположение агентов и уровень цен, при котором агенты гарантированно не могут улучшить уровень прибыли.

В работе исследован вариант модели Хотеллинга на плоскости в условиях субсидирования объемов продаж каждого агента, при этом государство назначает различные ставки субсидирования для продавцов. Показано, что субсидирование способствует снижению рыночных цен, при этом цена агента будет ниже цены конкурента в случае получения более высокой субсидии от государства, большая величина субсидий для конкурента является фактором получения меньшей доли спроса. Уровень спроса же зависит, от распределения субсидий и транспортных издержек, которые несут потребители.

Найденные решения и проведенный анализ показывают, что различия в субсидировании агентов стимулируют, либо наоборот снижают продажи агентов. Агенты-продавцы, получающие большую величину субсидий имеют большие возможности для расширения рынков и могут «позволить» снизить цены ниже, чем у конкурента, при этом возрастающий эффект масштаба обеспечивает им большую величину прибыли. Перемещение каждого агента происходит в направлении увеличения потенциального дохода. В итоге, наличие субсидий приводит к нивелированию эффекта минимальной дифференциации и пространственного «оттеснения» аутсайдера в пространстве рынка.

Библиографический список

1. Дифференциация продукта [Электронный ресурс]. – Заглавие с экрана. Режим доступа: <http://window.edu.ru/resource/248/42248/files/chap6.pdf>.

2. Дмитриенко К.Ю. Моделирование оптимального поведения фирмы на рынке олигополии при условии неценовой дифференциации товара // Вестник НГУ. Серия: Социально-экономические науки. – 2009. – Т. 9, вып. 1. – 42 с.

УДК 579.64

Схема разведочного анализа данных при статистической обработке результатов наблюдений

М.Н. Мадияров¹, Н.С. Бабкина², Л.Л. Смолякова²
¹ВКГУ им. С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск, Казахстан; ²АлтГУ, г. Барнаул

В работе рассматриваются методы предварительного анализа данных при построении эмпирических зависимостей по результатам наблюдений. Эта задача возникает в случае, когда таблица наблюдений за совокупностью входных переменных моделируемого процесса и выходной переменной является избыточной и/или содержит грубые ошибки измерений. Задача моделирования процессов в этих условиях рассматривалась, например, в работах [1–4]. Термин «разведочный анализ данных» предложен в работе [1]. В данной статье рассматривается возможность применения рекомендаций работы [1] задачах построения зависимостей с использованием методов интервальной математики [4–7].

Разведочный анализ данных применяется для нахождения связей между переменными в ситуациях, когда отсутствуют (или недостаточны) априорные представления о природе этих связей. Как правило, при разведочном анализе учитывается и сравнивается большое число переменных, а для поиска закономерностей используются самые разные методы, которые тесно связаны с регрессионным анализом, дисперсионным анализом и т. п.

Основная проблема при обработке реальных данных состоит в том, чтобы привести их в такой вид, в котором они будут легче восприниматься. В связи с этим надо иметь в виду:

– все, что упрощает описание, облегчает его восприятие;

– все, что позволяет заглянуть глубже какого-то ранее достигнутого уровня понимания, делает описание более эффективным.

В процессе проведения разведочного анализа следует:

– оставлять истолкование результатов большей частью специалистам в данной области знаний;

– излагать методы, а не законченные исследования конкретных данных;

– считать, что каждое описание нуждается в углублении, главным образом с помощью анализа остатков (невязок);

– считать согласованность используемых приемов желательной, но не обязательной.

Итогом описанных выше подходов служит логическая схема, опираясь на которую, исследователь сможет достаточно четко представить себе алгоритм работы.

Формирование правильной таблицы факторов и наблюдений для анализа зависимостей при эмпирическом моделировании процессов является многоэтапной процедурой [1, 2]. Дадим общую характеристику задач, решаемых на каждом из 5 выделенных этапов.

1. *Формирование исходной матрицы.* На этом этапе формулируются требования к модели, определяется область пространства входных переменных, в рамках которой проводится моделирование, выбирается способ описания и вид эмпирической зависимости.

2. *Анализ наличия зависимых факторов.* Используя анализ коэффициентов корреляционной матрицы, метод корреляционных плеяд и метод главных компонент можно выявить в выборке группы существенно зависимых факторов.

3. *Устранение зависимых факторов.* Включение каждого фактора сопровождается определением его ценности. Содержание настоящего этапа состоит в выделении факторов, имеющих не нулевую ценность. Факторы, интервальные оценки которых содержат нули, должны быть устранены, что позволяет сократить размерность задачи.

4. *Анализ наличия выбросов.* Для анализа выбросов можно использовать методы интервального анализа выявлять ситуации, в которых собранные для построения зависимости совокупности знаний и данных противоречивы.

5. *Исключение выбросов.* Исключение следует проводить поэтапно, проверяя, не является ли рассматриваемый выброс попыткой системы сгладить получаемую функцию. В результате может оказаться, что далеко не все выбросы являются таковыми на самом деле.

В процессе разведочного анализа исследователю не известно, где и какие аномалии в данных возникли, выявятся ли они, и насколько

применимы методы, рекомендуемые в литературе. Эффективным инструментом изучения возможностей разведочного анализа данных на практике в соответствии с предлагаемой схемой является использование техники компьютерного (имитационного) моделирования. Путем применения методов имитационного моделирования можно накопить опыт, который будет полезен экспериментатору или использован в учебном процессе.

Библиографический список

1. Тьюки Дж. Анализ результатов наблюдений. – М.: МИР, 1981 – 696 с.
2. Максимов А.В., Оскорбин Н.М. Многопользовательские информационные системы: основы теории и методы исследования. – 2-е изд. испр. и доп. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2013. – 264 с.
3. Оскорбин Н.М., Жилин С.И., Максимов А.В. Построение и анализ эмпирических зависимостей методом центра неопределенности // Известия Алтайского гос. ун-та. – 1998. – № 1. – С. 35–38.
4. Оскорбин Н.М., Суханов С.И. Теоретические и эмпирические модели процессов и их приложения // Известия Алтайского гос. ун-та. – 2017. – №1. – С. 110–114.
5. Мадияров М.Н., Оскорбин Н.М. Применение интервальной математики в задачах регрессионного анализа // «Постиндустриальный мир: зеленый рост и зеленая экономика»: сборник материалов республиканской научно-практической конференции. – Усть-Каменогорск, Изд-во ВКГУ, 2016. – С. 235–241.
6. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. – Новосибирск: Изд-во «XYZ». 2016. – 611 с.
7. Жолен Л. и др. Прикладной интервальный анализ. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. – 468 с.

УДК 681.518.3

Актуальные направления автоматизации планирования и учёта перевозок производственных предприятий и их объединений

А.В. Михалева, Н.М. Оскорбин
АлтГУ, г. Барнаул

Ключевые слова: грузоперевозки, автоматизация, интеллектуальные транспортные системы, моделирование.

Торговля занимает важнейшее место в экономике страны. Именно поэтому компании занимающиеся предоставлением услуг транспортировки грузов находят с каждым годом всё большее распространение. Стабильная и эффективная работа транспортного комплекса является важнейшим условием жизнеобеспечения многоотраслевой экономики и реализации основных направлений социально-экономического развития страны. Но управление процессами такой компании с определенного момента, а именно, когда число клиентов и грузов достигает определенной границы, становится мало эффективным. Выйдя на высокие объемы перевозок любой, предприниматель рассматривает возможности автоматизации своей работы. У такого решения есть явные плюсы:

- отсечение случаев, когда сотрудники, просто, забывают что-либо;
- внедрение нетривиальных алгоритмов оптимизации затрат;
- уменьшение рутинной нагрузки на сотрудников и ускорение их работы;
- создание, выравнивание и контроль планов работы.

Есть и минусы:

- допущенная ошибка в исходных данных может автоматически масштабироваться программой;
- дополнительные затраты на разработку, внедрение и поддержку программы;
- дестабилизация бизнес-процессов компании во время внедрения.

Но даже, с учётом этих минусов, корректная автоматизация – это безусловное благо. Для руководства – это прозрачность работы подразделений и аналитические данные в любом разрезе. Для подчинённых – освобождение от рутинных обязанностей и возможность заняться творческой работой. При использовании информационных технологий существенно повышается точность расчетов и обоснованность управленческих решений. Ошибки систем автоматизации – это ошибки проектировщиков, которые по мере использования программного обеспечения рано или поздно всплывают и устраняются.

Эффективность систем автоматизации существенно зависит от начальных решений о перечне функций, который компания хочет получить от новой системы [1]. Причём не важно, собирается ли компания для автоматизации использовать готовый продукт как есть, переделывать его под свои нужды или, проводить разработку программного обеспечения с нуля – в любом случае, в первую очередь надо решить вопрос о необходимом функционале такого программного решения.

В докладе представлены результаты анализа приложений, программ, сайтов и онлайн сервисов для автоматизации работы транспортных компаний в следующем составе [2–7]:

- Махортра – онлайн сервис, где в режиме реального времени можно отслеживать передвижение транспорта и вести учет по транспортным средствам [2].
- SLS-Перевозки – комплексное решение по постановке учета для компаний, специализирующихся на организации доставки грузов автотранспортом с зарубежных грузовых терминалов по заказу клиента. Программа имеет инструментарий, позволяющий смоделировать весь цикл планирования и проведения перевозок, включая прохождение таможи, ведение расчетов с владельцами грузов, анализ себестоимости перевозок и затрат на содержание автотранспорта [3].
- ДТК Софт. ИАС Грузоперевозки. Программа предназначена для автоматизации транспортного бизнеса. Система «ИАС Грузоперевозки» [4] предоставляет множество инструментов для работы с грузами, сделками, платежами, контрагентами, транспортом, прицепами, водителями, почтой, топливом и т.д.

Так же существует немало программных продуктов, основанных на платформе 1С. Например, к таким продуктам относятся:

- «АХЕЛОТ: TMS Управление транспортом и перевозками» призван решать весь спектр задач — от управления мультимодальными перевозками до формирования маршрута внутри каждого рейса, от учета ГСМ до спутникового мониторинга [5].
- *ITOB:FMS* – система управления автопарком (fleetmanagementsystems) [6].
- «1С: Предприятие 8. Управление автотранспортом Стандарт» – продукт производства компании «Рарус», предназначен для автоматизации управленческого и оперативного учета в автотранспортных предприятиях и организациях, а также в автотранспортных подразделениях торговых, производственных и прочих предприятиях, использующих автотранспорт для собственных нужд [7].
- *Форес: Автотранспорт, редакция 3.0* – дополнение к типовой конфигурации «Управление торговлей» среды 1С: Предприятия 8.0. Данное решение предназначено для автоматизации транспортно-экспедиционной компании, основным видом деятельности которой являются городские и междугородние перевозки грузов автотранспортом перевозчиков, арендованным и собственным автотранспортом. Программа позволяет автоматизировать отдел логистики, работу диспетчеров, транспортный отдел, бухгалтерию.

Таким образом, в настоящее время созданы объективные предпосылки в виде методических разработок, программных средств и информационных технологий автоматизации планирования и учёта перевозок производственных предприятий и их объединений.

Библиографический список

1. Веселова А.О. Логистика: учеб. пособие для студ. экон. направлений. – Пермь; Перм. гос. нац. исслед. ун-т, 2014. – 154 с.
2. Система планирования, оптимизации и контроля маршрутов движения [Электронный ресурс] : // Махотра, 2017. URL: <http://www.mahotra.ru> (дата обращения: 20.02.2017).
3. SLS-Перевозки – автоматизация грузовых перевозок. [Электронный ресурс] : //SoftLand Systems разработка программных продуктов. URL: <http://www.sls.ru/produce/cargotran.php> (дата обращения: 21.02.2017).
4. ИАС Грузоперевозки [Электронный ресурс] : // URL: <http://www.cdmail.ru/business/finances/ias-gruzoperevozki-2.htm> (дата обращения: 20.02.2017).
5. Талызина М. Комплексное планирование и контроль перевозок [Электронный ресурс] : // Control Engineering Russia, 2017. URL: http://controlengrussia.com/otraslevye-resheniya/axelot_logisty/ (дата обращения: 25.02.2017).
6. ИТОВ:FMS – система управления автопарком [Электронный ресурс] : // ИТОВ 2007—2016. URL: http://itob.ru/solutions/fleet_management_systems/fms.php (дата обращения: 27.02.2017).
7. 1С:Предприятие 8. Управление автотранспортом Стандарт [Электронный ресурс] : // «1С-Паpus» 1998-2017.URL: <https://rarus.ru/1c-transport/1c8-avtotransport-standart/> (дата обращения: 21.02.2017).

УДК 519.876

Математическая модель системного компромисса сбережения ресурсов корпоративной производственной системы

***Т.В. Михеева**
АлтГУ, г. Барнаул*

В данной работе рассматривается математическая модель системного компромисса [1, с. 24] экономии ресурсов, являющаяся частным

случае задачи, описанной в [2, с. 45]. В качестве исследуемого ресурса была выбрана электроэнергия, т.к. планирование и реализация мероприятий энергосбережения в подразделениях производства является важной задачей, решение которой позволит снизить затраты на оплату электроэнергии, как следствие, снизить затраты на производство продукции и повысить ее конкурентоспособность.

Решение этой задачи состоит из следующих этапов:

1. Разработка энергосберегающих технологий структурных подразделений:

– частично потенциал энергосбережения может быть реализован за счет активности элементов – \mathcal{E}_1 ;

– частично потенциал энергосбережения может быть реализован мероприятиями центра – \mathcal{E}_2 .

Тогда, экономия составит $\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2$.

2. Оценка потенциала энергосбережения каждого подразделения (в рамках выбранных технологий энергосбережения).

3. Реализация энергосберегающих технологий структурных подразделений.

При этом нужно учитывать, что реализация технологий зависит от трудовых и денежных ресурсов, и, следовательно, является:

а) ограниченной сверху;

б) зависит от информированности и механизма стимулирования (административный механизм – ограничения, экономический механизм – премирование рабочих).

В указанных условиях задача организации функционирования организационной системы может быть записана в виде следующих моделей I и II.

I. Потенциал энергосбережения реализуется за счет активности элементов. Модель основывается на следующих базисных положениях:

1. Подразделение считается активным элементом (АЭ) системы, т.е. оно свободно выбирает размер экономии, который может быть осуществлен на данном производстве за определенный промежуток времени, \mathcal{E}_i^* в пределах $[0, \alpha^s \cdot \bar{\mathcal{E}}_i]$. Здесь $\alpha^s \in [0, 1]$ информированность подразделений о возможном потенциале экономии.

2. Поведение подразделений зависит от трудозатрат в области экономии ресурса, которые можно выразить функцией $c_i(\mathcal{E}_i)$, зависимой только от активности подразделения и удовлетворяющей специальным ограничениям:

- 1) при нулевой активности трудозатраты равны нулю: $c_i(0) = 0$;
- 2) при любой ненулевой активности (в пределах от 0 до $\bar{\mathcal{E}}_i$) функция трудозатрат положительна: $c_i(\mathcal{E}_i) \geq 0 \quad \forall \mathcal{E}_i \in [0, \bar{\mathcal{E}}_i]$;
- 3) функция трудозатрат – монотонно возрастающая функция: $c_i(\mathcal{E}_{i_1}) > c_i(\mathcal{E}_{i_2})$, если $\mathcal{E}_{i_1} > \mathcal{E}_{i_2}$, т.е. производная $c'_i(\mathcal{E}_i)$ функции $c_i(\mathcal{E}_i)$ положительна: $c'_i(\mathcal{E}_i) \geq 0 \quad \forall \mathcal{E}_i \in [0, \bar{\mathcal{E}}_i]$;
- 4) трудозатраты на фиксированный прирост экономии ресурса возрастают с ростом экономии ресурса, т.е. вторая производная $c''_i(\mathcal{E}_i)$ неотрицательна: $c''_i(\mathcal{E}_i) \geq 0 \quad \forall \mathcal{E}_i \in [0, \bar{\mathcal{E}}_i]$;
- 5) при приближении к максимальному размеру экономии ресурса трудозатраты становятся большими, что математически учитывается следующим условием: $\lim_{\mathcal{E}_i \rightarrow \bar{\mathcal{E}}_i} c_i(\mathcal{E}_i) = \infty$.

Примером функции $c_i(\mathcal{E}_i)$, удовлетворяющей этим условиям, может служить логарифмическая функция:

$$c_i(\mathcal{E}_i) = \delta \left| \ln \left(1 - \frac{\mathcal{E}_i}{\bar{\mathcal{E}}_i} \right) \right|, \quad \delta > 0.$$

3. Фонд оплаты экономии ресурсов K формируется за счет экономии ресурсов, а плата за экономию устанавливается как доля $x_0 \in [0, 1]$ этого фонда. Оценку оптимальной доли от экономии ресурса x_0^* определяет работодатель (центр), который принимает решения исходя из собственных экономических интересов и информированности $\alpha^c \in [0, 1]$ о возможностях подсистем. Т.е. центр устанавливает значение x_0^* из своих независимых расчетов и сообщает это значение подразделениям.

В указанных условиях задача организации функционирования организационной системы принимает следующий вид.

Математическая модель поведения центра с учетом описанных условий может быть представлена в виде следующей модели системного компромисса:

$$\begin{cases} F_0(x_0, \mathcal{E}) = (1-x_0) \cdot \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i \rightarrow \max_{x_0, \mathcal{E}_i}, \\ x_0 \in [0, 1], \\ \mathcal{E} = (\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_n), \\ \mathcal{E}_i \in [0, \alpha^c \bar{\mathcal{E}}_i], \end{cases}$$

задача подсистем –

$$\begin{cases} f_i(x_0, \mathcal{E}_i) = x_0 \cdot \mathcal{E}_i - c_i(\mathcal{E}_i) \rightarrow \max_{\mathcal{E}_i}, \\ \mathcal{E}_i \in [0, \alpha^s \bar{\mathcal{E}}_i], \\ i = \overline{1, n}. \end{cases}$$

Центр должен определить оптимальное значение x_0^* , при котором экономия ресурсов подразделений с учетом оплаты труда была бы максимальной. Для этого решается задача типа Γ_1 :

$$\begin{cases} F_0(x_0, \mathcal{E}) \rightarrow \max_{x_0}, \\ x_0 \in [0, 1], \\ f_i(x_0, \mathcal{E}_i) \rightarrow \max_{\mathcal{E}_i}, \\ \mathcal{E}_i \in [0, \alpha^c \bar{\mathcal{E}}_i], \\ i = \overline{1, n}. \end{cases}$$

Решение о целесообразности стимулирования подразделений на экономию ресурсов принимает руководство путем сравнения полученного дохода от экономии этих ресурсов с затратами на организацию системы стимулирования и поддержания ее функционирования (например, на установку приборов учета ресурсов).

II. Потенциал энергосбережения реализуется мероприятиями центра. Модель, когда потенциал энергосбережения реализуется мероприятиями центра, отличается от предыдущей модели тем, что здесь реализация энергосберегающих технологий зависит от трудовых и денежных ресурсов по решениям центра в виде производственной функции Кобба-Дугласа:

$$\mathcal{E}_i = \alpha_0 \cdot K^{\alpha_1} \cdot L^{1-\alpha_1},$$

где K – вложенные средства, L – трудовые ресурсы, осуществляющие энергосбережение. Значения коэффициентов α_0, α_1 определяются согласно общепринятой методике.

Другим отличием является возникновение новой задачи по оценке оптимального распределения указанных ресурсов, ответственным за определение которого выступает центр.

Тогда в указанных условиях задача может быть решена:

1. Нахождение коэффициента x_0 ;
2. Задача распределения ресурсов.

Предложенная математическая модель системного компромисса экономии ресурсов, позволяет с использованием соответствующих данных оперативно корректировать нормы расхода ресурса и оценки информированности подразделений.

Данная модель может быть использована при оценке потенциала энергосбережения производственных подразделений (в рамках выбранных технологий энергосбережения).

Библиографический список

1. Алгазин Г.И. Модели системного компромисса в социально-экономических исследованиях : монография. – Барнаул: Азбука, 2009. – 239 с.
2. Михеева Т.В. Исследование корпоративных производственных систем с применением математического и компьютерного моделирования : монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – 121 с.

УДК 519.6

Метод Данцига-Вулфа: алгоритм локализации блочного квадратичного программирования

Н.М. Оскорбин, Д.С. Хвалынский
АлтГУ, г. Барнаул

В докладе рассматриваются методы решения задач оптимизации большой размерности, которые имеют композиционно-блочную структуру целевой функции и функций – ограничений следующего вида [1–5]:

$$F^* = \max_{x_t \in X_t, t=1, \dots, T} \{f(\tilde{z}_1(x_1), \dots, \tilde{z}_T(x_T)) \mid g(\tilde{z}_1(x_1), \dots, \tilde{z}_T(x_T)) \leq 0\} \quad (1)$$

где $\tilde{z}_t : X_t \rightarrow Z_t \subset R^m$; $f : Z \rightarrow R$; $g : Z \rightarrow R^m$; $Z = Z \times \dots \times Z$.

Эквивалентное преобразование этого класса задач позволяет предложить новый класс методов декомпозиции, которые отличаются способом аппроксимации множества допустимых решений задачи координатной.

Показано, что в частном случае задач выпуклого программирования рассмотренный подход аналогичен методу разложения Данцига-Вульфа, который ранее применялся для задач линейного программирования [1, 2].

В данной работе этот подход используется для построения иерархического алгоритма решения задач квадратичного программирования, который исследован теоретически и с использованием численных методов.

Исследование проводится на примере задачи квадратичного программирования, которая рассматривается как математическая модель планирования объединения T промышленных предприятий в следующем виде:

$$\max_{x \in X} \left\{ \sum_{t=1}^T -(P_t^H - p_t x_t)^2 \mid x_t \in X_t, t = 1, \dots, T; \sum_{t=1}^T \bar{A}_t x_t \leq B \right\}, \quad (2)$$

где P_t^H – потенциальная прибыль, а X_t – допустимое множество планов блока t : $X_t = \{x_t \in R^{n_t} \mid A_t x_t \leq B_t; x_t \geq 0\}$.

Матрицы в приведенных выражениях имеют следующие размерности: $p_t - (1 \times n_t)$; $x_t - (n_t \times 1)$; $\bar{A}_t - (m \times n_t)$; $B - (m \times 1)$; $A_t - (m_t \times n_t)$.

Экономический смысл модели планирования состоит в оптимизации планов производства объединения, при котором потенциальные возможности предприятий по прибыли максимально реализуются при ограниченных ресурсах объединения.

Для задачи (2) введем агрегаты $P_t = p_t x_t$, $S_t = \bar{A}_t x_t$ и множество Z_t допустимых значений этих агрегатов. Координирующая задача для (2) имеет вид [1]:

$$\max_{(P,S)} \left\{ \sum_{t=1}^T -(P_t^H - P_t)^2 \mid (P_t, S_t) \in Z_t, t = 1, \dots, T; \sum_{t=1}^T S_t \leq B \right\}. \quad (3)$$

Для итерационного решения задачи (3) в данной работе мы предлагаем новый алгоритм локализации, который базируется на обобщенном правиле множителей Лагранжа [6; 2, с. 262].

Пусть на итерации k алгоритма найдены множества $Z_t^k \subseteq Z_t$, а при решении задачи (3) на этих множествах получены точки $z_t^k \in Z_t$ и двойственные переменные u^k . В отличие от стандартной процедуры мы считаем, что найденная точка будет оптимальной для соответствующего блока задачи (3) если для всех $z_t \in Z_t$ будет справедливо неравенство:

$$2(P_t^H - P_t)(P_t - P_t^k) - u^k(S_t^k - S_t) \leq 0. \quad (4)$$

Если неравенства (4) выполнены для всех $t = 1, \dots, T$, то в данном случае мы можем вычислить вектор x^* – решение задачи (2).

Введем обозначения: $\beta_t^k = u^k S_t^k$. Тогда при переходе к исходным переменным неравенство (4) эквивалентно следующему неравенству:

$$\delta_t^k = \left[\max_{x_t} \left\{ -2(p_t x_t - P_t^H)(p_t x_t - P_t^k) + u^k \bar{A}_t x_t \mid x_t \in X_t \right\} - \beta_t^k \right] \leq 0. \quad (5)$$

В сравнении с работой [1], в которой индикатор оптимальности сводился к задаче линейного программирования, проверка неравенства (5) проводится решением задачи квадратичного программирования. В этом случае при выполнении условия (5) мы получаем решение исходной задачи (2), что является отличительной особенностью иерархических алгоритмов локализации [2].

На тестовых задачах проверена сходимость данного алгоритма, т.е. проверено, что рассчитывается последовательность $\{z^k\}_{k=1}^{\infty}$, которая сходится к z^* – решению координирующей задачи (3). Еще одно отличие предложенного алгоритма от классического алгоритма Данцига-Вульфа состоит в необходимости задания требуемой точности решения задачи (3).

Рассмотренный алгоритм для задачи квадратичного программирования (2) реализован в среде MS Excel и проведено исследование его работоспособности. На тестовых задачах определена скорость сходимости по числу глобальных итераций и показано, что предложенный алгоритм по этому показателю не существенно отличается от алгоритма Данцига-Вульфа в блочном квадратичном программировании, предложенного в работе [1]. Так задача (2) с 12 переменными и 24 ограничениями при двух видах ресурсов объединения на четырех начальных итерациях имела оценки погрешности по функционалу в 46,59%; 30,43%; 0,88%; -0,02% соответственно. Изменение знака оценки погрешности на последней итерации свидетельствует о том, что расчеты уже проводятся в зоне ошибок вычислений.

Библиографический список

1. Оскорбин Н.М., Хвалынский Д.С. Декомпозиция экстремальных задач на основе метода Данцига-Вульфа // Ломоносовские чтения на Алтае : сборник научных трудов Международной молодежной школы-семинара, 5–8 ноября 2013. – Барнаул : Из-во Алт. ун-та, 2013. – С. 199–203.

2. Мамченко О.П., Оскорбин Н.М. Моделирование иерархических систем: учеб. для вузов. – Барнаул : Изд-во АлтГУ, 2007.

4. Оскорбин Н.М. О схемах блочного программирования // Экономика и математические методы. – 1981. – Вып. 5. – С. 964–972.

5. Первозванский А.А., Гайцгори В.Г. Декомпозиция, агрегирование и приближенная оптимизация. – М.: Наука, 1979.

6. Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. – М. : Наука, 1978.

УДК 51-74

Применение кластерного анализа для выявления однотипных участков автомобильной дороги

Е.В. Печатнова

АлтГУ, г. Барнаул

Определение потенциальной опасности участков автомобильных дорог имеет большое значение при их проектировании, строительстве, а также планировании мероприятий по повышению безопасности дорожного движения. Для оценки потенциальной опасности большую роль играет выделение среди участков однотипных – схожих по дорожным параметрам.

Применение методов кластерного анализа позволит разбить множество участков L выбранной автомобильной дороги на n кластеров (подмножеств подобных участков) $O_1, O_2 \dots O_n$, так чтобы каждый участок L_i принадлежал только одному подмножеству, а участки внутри одного кластера были сходными, в то время как участки дороги принадлежащие разным подмножествам значительно отличались между собой [1].

В качестве объекта исследования выбран отрезок автомобильной дороги федерального значения А322 Барнаул – Рубцовск – граница с Республикой Казахстан в Калманском районе. Заданный отрезок разбит на 48 участков равной длины – на километровые участки. Для каждого километра дороги оценивались показатели дороги, дорожных объектов и придорожной ситуации и в качестве основных параметров выбраны: характеристики кривизны дороги, продольного уклона, пересечений, геометрические характеристики элементов дороги, наличие объектов улично-дорожной сети (АЗС, кафе и пр) [2]. Всего выбрано 25 основных параметров.

Для реализации выбрана программа STATISTICA, позволяющая провести кластеризацию иерархическим методом. В качестве метода выбран метод полной связи.

Результат кластеризации представлен на дендрограмме, представленной на рисунке 1.

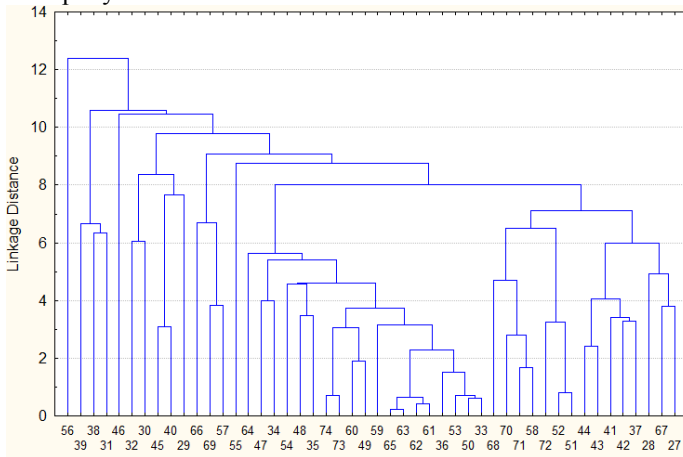


Рисунок 1 – Дендрограмма для отрезка дороги А322 в Калманском районе

На основе полученной дендрограммы с помощью анализа уровней объединения возможно определение оптимального числа кластеров. Уровнем считается очередной шаг алгоритма, на котором происходит объединение кластеров. Наибольшая разница по оси расстояний между соседними уровнями указывает на предпочтительное число классов [3].

Таким образом, оптимальным количеством кластеров будет число равное разности количества наблюдений и количества шагов до скачкообразного увеличения коэффициента [4].

В соответствии с приведенным правилом и анализом графика процесса объединения (рисунок 2) делаем вывод о том, что оптимальное количество кластеров: 2.

Деление участков дороги на 2 кластера ведет к разделению дороги в Калманском районе на 56-ой км и остальные участки (см. рисунок 1). Первый кластер (56-ой км) отличается особыми дорожными параметрами: на нем находится поворот на р.ц. Калманка, несколько АЗС, поворот на небольшой населенный пункт (Шилово), а также на большей части участка не обеспечены условия видимости (сочетание высокого значений уклона дороги и радиуса поворота). Однако такое разделение не позволяет сгруппировать остальные однотипные участки.

Дальнейший анализ шагов объединения (рисунок 2) позволяет разбить участки исследуемой автомобильной дороги на 41 кластер, далее на 5 кластеров.

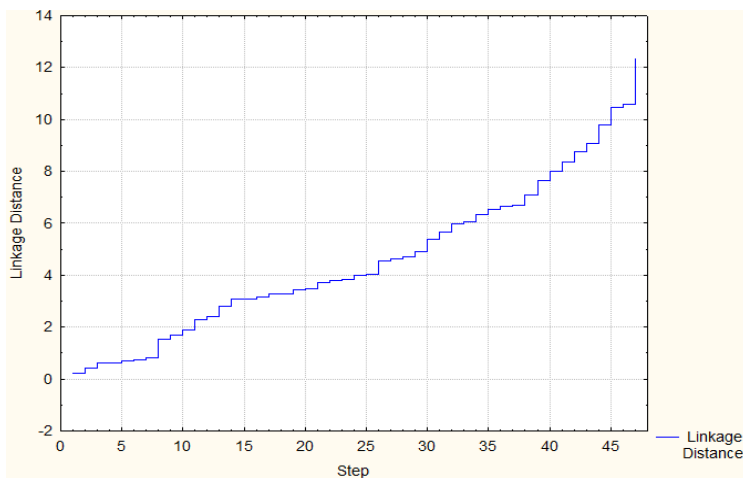


Рисунок 2 – График процесса объединения кластеров

Разделение отрезка автомобильной дороги на 5 кластеров проводилось по методу К-средних. На основании уровня значимости выделены незначимые параметры дороги и повторно проведена кластеризация по оставшимся 18 параметрам.

Таким образом, с помощью кластерного анализа получены 5 групп участков дороги на заданном ее отрезке. Выделение однотипных участков позволит разрабатывать общие мероприятия по повышению дорожного движения по однотипным участкам.

Библиографический список

1. Буреева Н.Н. Многомерный статистический анализ с использованием ППП «STATISTICA». Учебно-методический материал по программе повышения квалификации «Применение программных средств в научных исследованиях и преподавании математики и механики». – Нижний Новгород, 2007. – 112 с.
2. Печатнова Е.В. Моделирование опасности возникновения ДТП на трассе А322 в Калманском районе // МАК-2015: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та. – 2015. – С. 151–155.

3. Яцкив И., Гусарова Л. Методы определения количества кластеров при классификации без обучения // *Transport and Telecommunication*. – 2003. – Vol.4, №1.– С. 23–28.

4. Интеллектуальный анализ данных: учеб. пособие для студентов специальности 080801.65 «Прикладная информатика (в экономике)» / Саратовский государственный социально-экономический университет. – Саратов, 2012. – 92 с.

УДК 330.15.519.95

Оценка влияния инновационных рисков компаний на результативность ресурсного мегапроекта

Н.И. Пляскина

ИЭиОПП СО РАН, НГУ, Новосибирск

Предлагаемое исследование направлено на использование аппарата сетевых моделей инвестиционных программ как формы стратегического планирования и управления мегапроектом и их адаптацию для учета экономических и инновационных рисков компаний, оценки их влияния на эффективность формирования мегапроекта и сроки реализации инвестиционной программы, а также формирование приоритетных направлений государственной инновационной политики.

1. Актуальность. В стратегическом планировании наименее разработанными являются методы обоснования государственной инновационной политики, участия государства в снижении технологических, геологических, экологических и экономических рисков, согласовании во времени инвестиционных проектов компаний с учетом неопределенности и вероятностного характера ожидаемых экономических, экологических и социальных эффектов. Актуальность данного исследования обусловлена недостаточной разработанностью методов взаимодействия бизнеса и власти, государственного управления и координации инвестиционной и инновационной политики компаний в освоении перспективных нефтегазодобывающих районов с принципиально новыми геологическими и природными условиями.

2. Постановка задачи и обозначения. Предлагаемое исследование направлено на использование аппарата сетевых моделей инвестиционных программ как формы стратегического планирования и управления мегапроектом и их адаптацию для учета экономических и инновационных рисков компаний, оценки их влияния на эффективность формирования нефтегазового комплекса в регионе и сроки реализации инве-

стиционной программы, а также формирование приоритетных направлений государственной инновационной политики.

Наиболее адекватным инструментом для решения данной задачи является сетевая стохастическая модель. Модель данного типа позволяет учитывать альтернативные технологии выполнения отдельных работ (например, выполнения геологоразведочных работ (ГРП), подготовки запасов, разработки месторождения) с определенной вероятностью их реализации, что отражается множеством возможных исходов с различными путями и временем выполнения каждого из них. Технологическая последовательность выполнения работ проекта задана в виде ориентированного графа $G = (X, U)$, без контуров и петель, где X – множество вершин, соответствующих событиям сетевой модели; $U \subset X \times X$ – множество дуг, соответствующих работам.

Предполагается, что заданы следующие величины:

n – число работ сетевой модели; M – число вершин (событий); (x_ν, y_ν, τ_ν) – список работ сетевой модели, где x_ν, y_ν, τ_ν – начальное событие, конечное событие и длительность работы $\nu, \nu = 1, \dots, n$; T_{\max} – пессимистическая оценка длительности проекта, РС – список решающих событий, который включает в себя информацию о каждом альтернативном событии сети, массив T_p для вычисления наиболее ранних времен вершин (событий) сетевой модели, N – число реализаций сетевой модели.

3. *Алгоритм статистического розыгрыша.* Алгоритм статистического розыгрыша одной реализации сетевой стохастической сетевой модели основан на моделировании дискретного распределения методами «Бинарного поиска» и приведения вероятностей к общему знаменателю. В результате применения алгоритма получаем детерминированную сетевую модель. В каждой конкретной реализации решается задача отыскания такого допустимого расписания работ, входящих в данную реализацию, при котором продолжительность проекта минимальна. Требуется найти допустимое расписание η^* минимальной длительности, при котором достигается минимума целевая функция $T(\eta) = \max_{u \in V} (t_u + \tau_u) \rightarrow \min_{\eta}$. При этом выполняются условия:

1) соблюдается технология выполнения работ, т.е. $t_u + \tau_u \leq t_\nu$, для любой пары работ $u, \nu \in U$ такой, что $y_u = x_\nu$;

2) выполняются директивные сроки, т.е. $t_u + \tau_u \leq T^{Dir}(x)$ для всех работ $u \in U$ с $y_u = x$, где $x \in X^{Dir}$;

3) в любой момент времени $t=t, \dots, T$ и для любого типа ресурсов ($k=1 \dots m$) суммарная интенсивность потребляемых ресурсов не превышает количества ресурсов, имеющихся в момент t , то есть

$$\sum_{u \in U_k(t)} r_u^k \leq \bar{R}_t^k, \text{ где } \bar{R}_t^k - \text{запас ресурсов } k\text{-го типа в } t\text{-м промежутке планируемого времени.}$$

Утверждение. «Пусть η^* – длина оптимального расписания. Тогда η^* – позднее расписание оптимально» [1] позволяет искать оптимальное расписание среди η -поздних допустимых расписаний методом дихотомии. После розыгрыша заданного числа реализаций производится:

- вычисление эмпирической функции распределения времени выполнения проекта;
- вычисление коэффициентов реализуемости работ $r_v = r_v / N^+$, $v = 1, \dots, n$; N^+ – число успешных реализаций;
- оценка вероятности неудачного исхода сетевого проекта (т.е. событий, для которых $T_{кр} > T_{\max}$) величиной $P_H = 1 - N^+ / N$.

3. Реализация алгоритма на стохастической сетевой модели. Алгоритм статистического розыгрыша реализован на стохастической сетевой модели, в качестве примера взят модуль месторождения (рисунок 1).

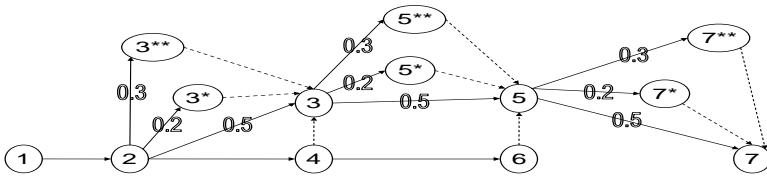


Рисунок 1 – Сетевой модуль разработки группы месторождений региона

Сетевой модуль разработки группы месторождений региона описывает следующие работы: (1, 2) – инженерная подготовка территории 1-я очередь; (2, 4) – инженерная подготовка территории 2-я очередь; (4,6) – инженерная подготовка территории 3-я очередь; (2,3); (2,3*); (2,3**) – нарастающая добыча; (3,5); (3,5*); (3,5**) – постоянная добыча; (5,7); (5,7*); (5,7**) – падающая добыча. На рисунке 1 представлена базовая технология выполнения работы с вероятностью 0,5 и иннова-

ционные технологии – с вероятностью 0,2 и 0,3 (сумма вероятностей по всем вариантам, включая базовый, равна 1).

4. *Результаты расчетов.* В таблицах 1–2 представлены результаты реализации алгоритма стохастического розыгрыша по сетевому модулю разработки группы месторождений республики Саха (Якутия).

Таблица 1 – Результаты расчётов по модулю разработки группы месторождений республики Саха (Якутия)

№ реализации	$T_{кр}$, год	КВ, млн. долл.	СМР, млн. долл.	Удельные КВ, млн. долл/т	Объем работ, млн. т.
1	33,5	31637,52	17553,12	17553,12	1014
2	25,5	30620,22	15310,41	15310,41	520
3	32,5	29637,6	17985,51	17985,51	520
4	33,5	36587,36	20523,02	20523,02	1348,6

Эффективная реализация выбирается по условию минимума удельных капиталовложений (долл/т). Расчеты показали, что эффективной является 4-я реализация, в которую входят следующие работы: (1,2); (2,4); (2,3**); (3**,3); (4,3); (4,6); (6,5); (3,5*); (5*,5); (5,7*); (7*,7).

Таблица 2 – Времена наступления событий (наиболее ранние и наиболее поздние) для эффективной реализации

№	1	2	3	3**	4	5	5*	6	7	7*
$T_p(i)$	0	0,5	7,5	5	7,5	13,5	13,5	10,5	33,5	33,5
$T_n(i)$	0	0,5	7,5	7,5	7,5	13,5	13,5	13,5	33,5	33,5

Предлагаемый алгоритм решения сетевой модели нефтегазодобывающего комплекса использован для управления и координации выполнения инвестиционных проектов во времени, оценки влияния экономических и инновационных рисков на сроки, масштабы и эффективность выполнения Программы [2]. Адаптация данного алгоритма осуществлена на примере формирования мегапроекта создания нефтегазового комплекса Восточной Сибири и Дальнего Востока и выхода России на Азиатско-Тихоокеанский энергетический рынок [3], как важнейшей составной части «Энергетической стратегии России на период до 2020 г.».

Библиографический список

1. Гимади Э.Х., Глебов Н.И. Дискретные экстремальные задачи принятия решений. – Новосибирск, 1991.
2. Пляскина Н.И. Прогнозирование комплексного освоения недр перспективных нефтегазодобывающих районов (методология и инструментарий) // Проблемы прогнозирования. – 2008. – №2. – С. 72–93.
3. Пляскина Н.И., Харитонов В.Н., Гимади Э.Х., Гончарова Е.Н. Сетевые модели принятия решений в межотраслевых мегапроектах освоения нефтегазовых регионов // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Социально-экономические науки. – 2012. – Т. 12, вып. 3. – С. 97–109. <http://www.nsu.ru/exp/ref/Media:5109e44083ec39dd2b0dc95e11.pdf>.

УДК 51-77

Некоторые подходы к моделированию производительности труда в агропромышленном регионе

И.В. Пономарев, Е.Д. Родионов, Л.В. Родионова
АлтГУ, г. Барнаул

Вопросы повышения производительности труда имеют фундаментальное значение для роста экономики и уровня жизни населения, укрепления политической и социальной стабильности в обществе, обеспечения национальной безопасности. В условиях глобальной экономической неопределенности, нарастающего санкционного давления и усиливающихся демографических ограничений их актуальность в нашей стране существенно возрастает.

Необходимость специального рассмотрения производительности труда на региональном уровне обусловлена ее значительной территориальной дифференциацией, а также разной интенсивностью воздействия общих и наличия на местах специфических факторов и барьеров ее роста. Для агропромышленных регионов, большинство которых отличается крайне низким уровнем производительности труда, эти вопросы в современных условиях приобретают особую значимость. Глубокое качественное изучение сложных объектов с большим количеством связей и зависимостей возможно лишь на основе разработки и внедрения современных экономико-экономических методов и моделей.

Главной целью нашего исследования является разработка комплекса экономико-математических моделей для анализа и прогнозирования

производительности труда в агропромышленном регионе в условиях глобальных вызовов. Она будет достигнута в ходе решения конкретных задач, связанных общим замыслом, логикой и стадиями реализации проекта.

Первоначально предполагается построить теоретическую модель объекта исследования, раскрыть содержание и взаимосвязь ключевых понятий, выявить наиболее существенные факторы и механизмы движения производительности труда в современных условиях, обосновать основные гипотезы и ограничения, лежащие в основе теоретической модели. Особое внимание следует уделить изучению новых факторов и барьеров роста производительности труда, в частности, западных санкций и нашего ответного продовольственного эмбарго, необходимости импортозамещения и инноваций, сокращения трудового потенциала и повышения его качественных характеристик. Кроме того, на этом этапе необходимо сформировать информационную базу исследования и провести традиционный «домодельный» анализ производительности труда в регионе.

На второй стадии планируется разработать комплекс математических моделей для анализа и прогнозирования производительности труда в агропромышленном регионе и их программное обеспечение. Здесь предусматривается выделить кластер агропромышленных регионов РФ и применительно к ним построить модели, выявить их особенности по сравнению с моделями, построенными на данных по российским регионам в целом. Кроме классических эконометрических моделей предполагается использовать математический аппарат, связанный с нечеткими множествами и нечеткими математическими моделями. Эти модели особенно востребованы в условиях экономической нестабильности. На ретроспективном материале за 2000–2015 годы планируется проверить адекватность разработанного инструментария реальным социально-экономическим процессам, происходящим в экономике агропромышленных регионов, и, в случае необходимости, внести коррективы в разработанную систему моделей.

На третьей стадии, с использованием системы построенных моделей предполагается провести ретроспективный анализ уровней, динамики и механизмов изменения производительности труда в Алтайском крае в 2000–2016 годах с учетом глобальных экономических и демографических вызовов, осуществить прогнозные расчеты производительности труда на краткосрочную и среднесрочную перспективы, выявить резервы ее роста и разработать предложения по их использованию.

Результаты исследований будут использованы при разработке концепций, стратегий и схем социально-экономического развития Алтайского края до 2025 г. Полученные результаты могут внести существенный вклад в развитие экономики труда и эконометрии, теории математического моделирования социально-экономических систем и процессов. Методические подходы к комплексному исследованию социально-трудовых процессов в Алтайском крае могут быть полезны при их исследовании и прогнозировании в регионах России. Другие работы по данной тематике представлены в трудах [1–17].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты: № 16–01–00336_а, № 16–31–00048_мол_а).

Библиографический список

1. Bojadziev G., Bojadziev M. Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Applications. – World Scientific Pub Co. – 1996.
2. Zimmerman H.-J. Fuzzy Set Theory and its Applications. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. – 1996. – 315p.
3. Zadeh L., Bellman R. Decision-making in a fuzzy environment // Management Science. – 1970. – vol. 17, No. 4.
4. Tah, H. M., Carr, V., J. A proposal for construction project risk assessment using fuzzy logic // Construction Management & Economics. – 2000. – Vol. 18, No. 4.
5. Korolkov M., Nedosekin A., Segeda A. How to Select a Corporate Information System Using Fuzzy Sets; Buckley, J. The Fuzzy Mathematics of Finance // Fuzzy Sets & Systems. – 1987, N 21.
6. Бочарников В.П. Fuzzy-технология: Математические основы. Практика моделирования в экономике. СПб.: Наука. – РАН. – 2001.
7. Родионов Е.Д., Пономарев И.В., Родионова Л.В. и др. Математическое моделирование в социально-экономических и естественных науках: монография. – АлтГУ, ИЭ и ОПП СО РАН, Барнаул, 2012.
8. Пономарев И.В., Родионов Е.Д., Родионова Л.В. и др. Математическое моделирование объектов науки: монография. – Концепт. – Барнаул, 2010. – 160 с.
9. Ponomarev I.V., Slavsky V.V. Uniformly fuzzy model of linear regression // Journal of Mathematical Sciences. – 2012. – Vol. 186. – Issue 3. – P. 478 – 494.
10. Гуров А.В., Пономарев И.В. Моделирование численности вакансий на рынке труда Алтайского края // Известия Алтайского государственного университета. – 2014. – №1/2. – С. 81–85.

11. Перекаренкова Ю.А., Пономарев И.В., Родионов Е.Д., Родионова Л.В. Региональный рынок труда: анализ, моделирование, прогноз // Вестник Алтайской науки. – 2014. – №1(19). – С. 57–65.

12. Перекаренкова Ю.А., Родионова Л.В. Социально-трудовые права сельского населения: формальные нормы, реальные практики и перспективы, социологические исследования // Социологические исследования. – 2014. – №5. – С. 88–96.

13. Родионов Е.Д., Родионова Л.В., Славский В.В. и др. Применение пакетов символьных вычислений к решению задач теории и практики: монография. — Концепт, Барнаул, 2014.

14. Пономарев И.В. Нечеткие временные ряды и их применение к моделированию социально-экономических процессов // «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования». Сборник научных статей международной конференции. – 2014. – С. 511–513.

15. Пономарев И.В., Родионов Е.Д., Родионова Л.В., Славский В.В. Комплекс моделей для построения и оценки вариантов развития регионального рынка труда // Вестник Алтайской науки. – 2013. – №1. – С. 86–88.

16. Родионова Л.В., Перекаренкова Ю.А., Социально-трудовые аспекты устойчивого развития сельских территорий: монография. – Изд-во Алт. ун-та, Барнаул, 2013. – С. 271–314.

17. Троцковский А.Я., Мочалов В.М., Перекаренкова Ю.А., Родионова Л.В., Родионова О.Е., Сергиенко А.М., Троцковская В.А., Щетинин М.П. Алтайское село: тенденции и механизмы социального развития: науч. ред. А.Я. Троцковский ; Министерство образования и науки РФ, Алтайский государственный университет; Центр социально-экономических исследований и региональной политики; Институт экономики и организации промышленного производства СО РАН; Алтайская лаборатория экономических и социальных исследований ИЭОП СО РАН. Новосибирск-Барнаул, Изд-во Алтайского ун-та, Барнаул, 2011.

УДК 629.5:004.94

Опыт имитационного моделирования арктических транспортных систем

*А.Г. Тонаж, О.В. Таровик, А.А. Кондратенко
Крыловский государственный научный центр,
г. Санкт-Петербург*

Вопросы анализа и проектирования морских транспортных систем (МТС) лежат на стыке множества научных направлений – судостроительных дисциплин, морской логистики, экономических специальностей и информационных технологий. При этом модельная или математическая интерпретация МТС и, соответственно, выбор адекватного аппарата ее описания зачастую оказывается существенно различающейся для специалистов разной «ведомственной» принадлежности.

Так, среди специалистов-судостроителей принято рассматривать МТС в контексте решения задачи проектирования судна. Отдельно в судостроительном направлении стоит ряд работ, выполненных в 1970–1980-х годах под руководством академика В.М. Пашина, где предложена концепция двухуровневой оптимизации судна. При этом верхний уровень оптимизации посвящен определению состава флота и основных характеристик судов для заданного региона на основе решения задачи математического программирования [1].

Для специалистов в области морской логистики на первый план выходят вопросы создания оптимального плана грузоперевозок, определения необходимых площадей и объемов береговых хранилищ и подобные смежные задачи логистической направленности. Для их решения также используются методы исследования операций, в частности разнообразные модификации транспортной задачи, а также подходы теории массового обслуживания [2].

Вместе с тем, любые аналитические методы, которые в принципе могут быть признаны адекватными для описания транспортных систем низких широт, оказываются совершенно непригодными для арктических транспортных систем, где принципиальное значение приобретает существенная нестационарность и плохая предсказуемость внешних условий, в основном – ледовой обстановки. Без учета фактора льда и ходовых качеств судов во льдах все получаемые модельные прогнозы и результаты оказываются зависящими от критической неопределенности входных данных и допущений, сделанных в процессе расчета.

Авторы убеждены, что единственным средством создания качественных и адекватных реальности моделей арктических МТС является

ся междисциплинарный подход с переходом от узконаправленных аналитических и полуаналитических моделей к гибридным имитационным моделям. С этой целью, начиная с 2012 года, в рамках Федеральной целевой программы «Развитие гражданской морской техники» был выполнен комплекс работ по созданию универсального информационного комплекса, предназначенного для проектирования и анализа работы морских транспортных систем, работающих в ледовых условиях [3, 4]. Основная идея данной работы заключается в интеграции в рамках единого программного обеспечения методов и подходов из различных предметных областей:

- объектно-ориентированного подхода (ООП);
- геоинформационных сред (ГИС);
- динамических имитационных моделей.

В настоящем сообщении излагается опыт применения разработанного решения в ряде практических заказных работ с упором на значимость специфических математических методов, имеющих особую важность в каждом конкретном случае.

Модель эксплуатации атомного ледокола-лидера мощностью 120 МВт (по заказу Минпромторга России). Целью исследования была оценка эксплуатационных возможностей и показателей эффективности работы перспективного проекта атомного ледокола-лидера при проводке судов в восточном и западном секторах Арктики. Важной теоретической проблемой, решенной в рамках этой работы, была задача выбора оптимального маршрута движения во льдах (роутинга). Известно, что арктические суда практически не ходят во льдах прямыми курсами, а максимальным образом используют имеющиеся полыньи и районы более слабого льда, значительно отклоняясь от стандартных прямолинейных маршрутов. Помимо проблемы выбора оптимального пути следования существует также задача обоснования необходимых объемов ледокольной проводки судов. В ряде случаев суда могут как самостоятельно пробиваться через лед, так и воспользоваться услугами ледокольной проводки, увеличивая скорость движения и экономя топливо, но одновременно неся дополнительные затраты на фрахт ледокола. Очевидно, что существует некоторый экономически оправданный объем ледокольного сопровождения, при котором условные затраты на прохождение ледового участка будут минимальными. Дополнительную сложность придает факт сильной динамичности изменения ледовой обстановки, когда ледовые условия в конкретной географической точке могут существенно меняться в ходе следования судна по маршруту.

Для решения этих задач был применен алгоритм А*, позволяющий найти оптимальный путь на трехмерном ориентированном графе, причем стоимость ребра высчитывается динамическим способом по мере прохождения графа от начала к концу. Иллюстрация к постановке оптимизационной задачи представлена на рисунке 1. Географический регион между начальной и конечной точками маршрута представляется в виде регулярной сеточной области, для каждого ребра которой определяется условная цена прохождения, равная произведению фрахтовой ставки судна и прогнозной длительности прохождения модельным судном данного ребра. Помимо этого вычисляется также цена прохождения каждого ребра для случая движения судна с ледоколом, которая учитывает сумму фрахтовых ставок судна и ледокола и скорость движения каравана. В результате образуется характерный «двухслойный» граф, на одном слое которого определены параметры самостоятельного движения судна, а на другом – движения с ледоколом. Переход с верхнего слоя на нижний возможен в любой точке графа; цена этого перехода определяется как произведение условного времени ожидания ледокола и его фрахтовой ставки. Примеры решения задач ледового роутинга показали высокую эффективность предложенного алгоритма.

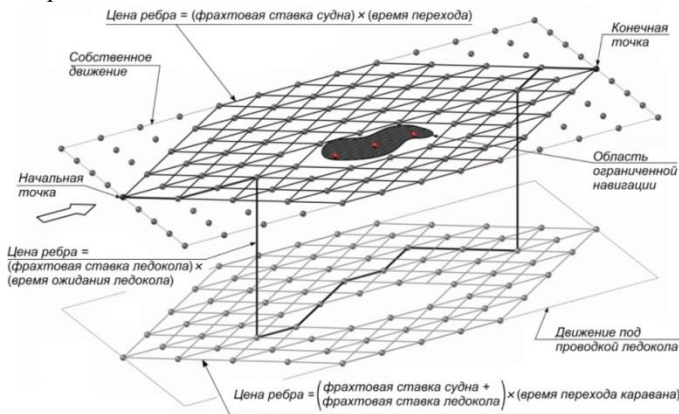


Рисунок 1 – Описание постановки задачи поиска оптимального маршрута в ледовых условиях

Имитационная модель работы арктических танкеров Новопортовского месторождения на линии от мыса Каменный (Обская губа) до порта Мурманск в условиях смерзающего ледового канала в припае (по заказу ООО «Газпром нефть Новый Порт»). Особенностью данного исследования являлось определяющее влияние протяженного ледо-

вого канала на все элементы МТС: танкеры, береговое хранилище, дежурный ледокол. Модификация модели ледового канала [5] и интеграция ее в основную имитационную модель позволили решить ряд важных практических задач. Пожалуй, наиболее значимым результатом здесь было нахождение факта принципиальной важности обеспечения регулярности движения танкеров (даже путем искусственного замедления их хода по чистой воде и битому льду) с целью предотвращения эффекта «скупивания» всех транспортных ресурсов и, соответственно, длительных временных промежутков смерзания периодически обновляемого канала.

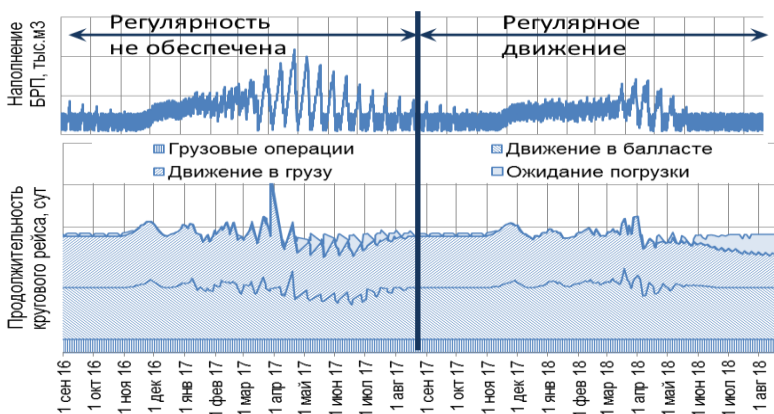


Рисунок 2 – Влияние регулярности движения судов на показатели эффективности МТС

Комплексный анализ и выработка рекомендаций по оптимизации морской транспортно-технологической системы нефтедобывающей платформы «Приразломная» (по заказу ООО «Газпром нефть шельф»). Морская ледостойкая стационарная платформа «Приразломная» (МЛСП) – первая и единственная в мире стационарная платформа, которая ведет добычу нефти на шельфе в тяжелых условиях Арктики. Транспортная система МЛСП подвержена влиянию ряда уникальных факторов, которые сказываются на исполнении плана перевозок и поэтому должны учитываться при построении комплексной имитационной модели снабжения платформы и вывоза добытой нефти. К таким факторам относятся:

1. Вариабельность метеорологической и ледовой обстановки как у самой платформы, так и на маршрутах следования судов.

2. Наличие нескольких альтернативных терминалов со специфическими ограничениями на возможность осуществления грузовых операций в зависимости от складывающейся погодной обстановки.

3. Наличие ограничений на возможность одновременного осуществления грузовых операций у МЛСП танкерами и судами снабжения, что приводит к конкуренции танкеров и судов снабжения за «окна погоды» терминалов.

4. Динамичность грузопотоков нефти и грузов снабжения, наличие причинно-следственных связей между объемами доставки снабжения на платформу и вывоза отработанных материалов.

5. Ограниченность объема хранилища нефти и площадей складирования тарных грузов на платформе.

6. Сложная и вариативная логика операций грузообработки транспортных судов у платформы (как правило, погрузка танкеров и разгрузка судов снабжения вынужденно производится не непрерывно, а за несколько последовательных подходов).

Очевидно, что одновременный учет всех перечисленных факторов с приемлемой степенью точности возможен только в рамках комплексной динамической имитационной модели, включающей в себя элементы дискретно-событийного и агентного подходов. Дополнительно в состав этой имитационной модели для решения поставленных задач был интегрирован ряд специфических оригинальных модулей:

- Стохастический генератор природных условий морской акватории в районе МЛСП позволяет получать временные ряды 15-ти имитируемых метеозадаваемых элементов (скорость и направление ветра, течения и волнения, температура, видимость, параметры ледовой обстановки и т.д.) Внутренняя логика алгоритма погодного генератора содержит в себе как элементы формального статистического моделирования (получение реализаций погоды как многомерного дискретного случайного процесса с заданными авто- и кросскорреляционными свойствами методами формирующих фильтров и марковских цепей), так и физически-обоснованные подходы. Запуск генератора погоды в режиме моделирования в «будущем времени» позволяет эмулировать в имитационной модели наличие гипотетических краткосрочных прогнозов погоды длительностью 4–7 часов, характеризующихся 100% оправданностью. Такой прогноз позволяет осуществлять оперативное планирование грузовых операций.
- Алгоритм тактического планирования перевозок служит для получения расписания рейсов всех судов (танкеров и судов снабжения) на период моделируемого цикла работы системы. План дол-

жен содержать загрузку судов в каждом рейсе и рационально удовлетворять ограничениям, в роли которых выступают требования обеспечения интегральных объемов перевозок и доставки грузов к срокам, обусловленным технологическими процессами на платформе. Основная идея примененного подхода состоит в удовлетворении критических потребностей снабжения «от начала к концу» и выборе лучшего судна-исполнителя с учетом ограничений на объемы стационарных и судовых хранилищ, характерных времен рейсов и длительности грузовых операций. Алгоритм планирования воспроизводит динамику наполнения грузовых хранилищ и площадок МЛСП, однако в отличие от имитационной модели в нем отсутствуют стохастические факторы, а сам план создается «оптимистичным», что позволяет раскрыть все возможности транспортной системы при его исполнении.

- Дискретно-событийная модель операций судов у МЛСП описывает процесс осуществления погрузочно-разгрузочных операций у терминалов платформы с учетом складывающихся условий и технологических ограничений. В нее заложена возможность проведения последовательных операций с грузами различного типа, заблаговременного прерывания операции при ожидаемом прекращении «окна погоды» с пережиданием неблагоприятного периода у терминала, переходом к альтернативному терминалу или отходом судна за пределы трехмильной зоны МЛСП. Полный вид соответствующей дискретно-событийной потоковой диаграммы в нотации AnyLogic® приведен на рисунке 3.

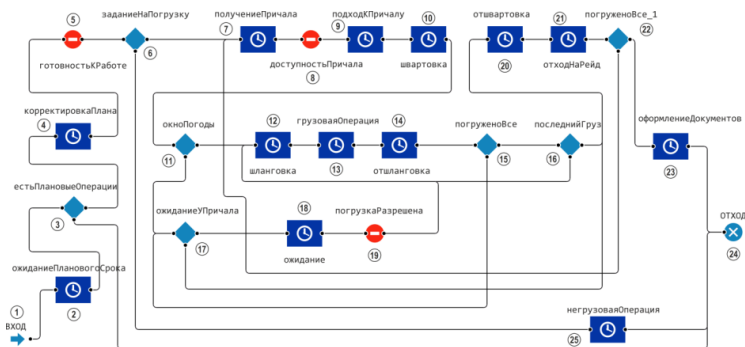


Рисунок 3 – Потоковая диаграмма прохождения заявок на погрузку/выгрузку судна для МЛСП

- Модель управления интенсивностью добычи схематизированно описывает реальные технологические процессы МЛСП. Оборудо-

вание платформы позволяет осуществлять ситуативное снижение интенсивности добычи нефти по сравнению с плановыми номинальными показателями. Это значительно повышает гибкость системы хранения и перевозки нефти, позволяя компенсировать длительные неблагоприятные погодные явления и различные отклонения от идеального плана снабжения и вывоза нефти. Модель реализована с помощью простого конечного автомата с пятью возможными состояниями: плановая добыча, снижение, сниженная добыча, останов, восстановление добычи.

На основе созданного программного инструмента была смоделирована работа более 30 различных вариантов конфигурации транспортной системы МЛСП «Приразломная». Программа исследований включала анализ влияния на эффективность системы 11 улучшающих мероприятий организационно-технического характера, имеющих различный масштаб и стоимость реализации. Результаты проведенной работы послужили основой для принятия управленческих решений на верхнем уровне компании «Газпром нефть шельф», а полученные рекомендации внедряются в практику работы МЛСП «Приразломная» и реализуются в виде руководящих документов. Экономический эффект от данной работы представляется весьма значительным. Столь масштабное и детальное исследование работы реального объекта арктической шельфовой техники на основе дискретно-событийного и агентного имитационного моделирования было выполнено впервые в мировой практике [6].

Не будет преувеличением декларировать, что «рекламируемый» подход – мультипарадигменное имитационное моделирование – это единственный на сегодняшний день реальный инструмент, позволяющий адекватно ответить на те вызовы, которые предъявляет необходимость комплексного анализа столь сложных объектов как арктические транспортные системы.

Библиографический список

1. Пашин В.М. Оптимизация судов. – Л.: Судостроение, 1983. – 296 с.
2. Maisiuk I., Gribkovskaia I. Fleet Sizing for Offshore Supply Vessels with Stochastic Sailing and Service Times // 2nd International Conference on Information Technology and Quantitative Management (ITQM-2014). – [S. l.], 2014. – P. 939–948.
3. Таровик О.В., Топаж А.Г., Крестьянцев А. Б., Кондратенко А.А. Моделирование систем арктического морского транспорта: основы

междисциплинарного подхода и опыт практических работ // Арктика: экология и экономика. – №1 (25). – 2017. – С. 86–101.

4. Топаж А.Г., Таровик О.В., Косоротов А.В., Бахарев А.А. Программный комплекс имитационного моделирования для проектирования и анализа морских транспортных систем // В сборнике трудов конференции «Имитационное и комплексное моделирование морской техники и морских транспортных систем – ИКМ МТМТС-2015», Санкт-Петербург, 3 июля 2015 г. – Санкт-Петербург, 2015. – С. 143–147.

5. Сазонов К. Е. Влияние смерзаемости ледяного канала в припайном льду на ледовую ходкость судна // Тр. Крылов. гос. науч. центра. – 2015. – Вып. 88 (372). – С. 159–166.

6. Зайкин Д.А., Крестьянцев А.Б., Таровик О.В., Топаж А.Г. Использование имитационного моделирования для анализа морской транспортно-технологической системы платформы «Приразломная» // Транспорт Российской Федерации. – 2017. – №1 (68). С. 44–48.

УДК 519.673

Анализ графов социальных взаимодействий в реальной и виртуальной среде

*А.С. Тякунов, В.В. Славский, А.О. Ташкин
ЮГУ, г. Ханты-Мансийск*

Анализ социальных взаимодействий как в теоретическом, так и в практическом плане находится на пересечении многих существующих областей науки (математика, психология, социология и т.д.), а также порождает такие смежные дисциплины как, например, киберпсихология, что позволяет сделать вывод о важности исследований, проводимых в данном направлении. Так, важной задачей подобного анализа следует назвать выделение центральных узлов сети - субъектов социальных взаимодействий, оказывающих максимальное информационное взаимодействие на остальных участников внутри некоторого сообщества. Главный аспект здесь состоит в том, что взаимодействия разных типов, складываясь в единый комплекс, зачастую могут существенно изменить общую структуру передачи информации внутри группы людей. В качестве анализируемой структуры, совмещающей в себе возможности реальных и виртуальных взаимодействий, предлагается использовать рабочий коллектив организации - данная форма объединения позволяет предположить некоторую общность людей по

трудовому признаку, а также сама по себе обладает упорядоченностью.

Первый шаг анализа состоит в том, чтобы создать граф социальных взаимодействий организации на основании штатного расписания. В этом случае каждый сотрудник компании является вершиной графа, а ребра указывают на прямое подчинение. К примеру, вершина $\{A\}$ – руководитель, $\{B, C\}$ – заместители руководителя по двум несмежным направлениям, каждый из которых курирует работу некоторого количества отделов. Начальники отделов вершины $\{D, E, F\}$ подчиняются заместителю $\{B\}$, а вершины $\{G, H\}$ – заместителю C . Сотрудников каждого отдела можно указать, прибавляя индекс к букве начальника отдела. Связи, в самом общем случае, распределяются по нисходящей, и подразумевается, что взаимодействие происходит только между соседними уровнями иерархии:

- ребра связей руководителя с его заместителями: A-B, A-C;
- заместителей с начальниками отделов: B-D, B-E, B-F, C-G, C-H;
- начальников отделов с сотрудниками отделов: D-D1, ..., D-Dn; E-E1, ..., E-Em и т.д. (где n, m – количество сотрудников в соответствующем отделе).

Таким образом, формируется граф рабочих связей (рисунок 1), являющийся, в самом простом случае, деревом, то есть связным и ациклическим (между любой парой вершин этого графа существует только один путь).

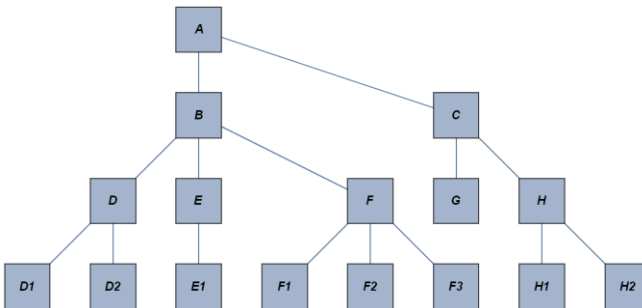


Рисунок 1 – Простейшая структура организации

Следует заметить, что в организации могут присутствовать сотрудники, находящиеся на уровне начальников структурных подразделений, но не имеющие людей в своем подчинении (вершина G).

Вершина A (руководитель), в таком случае, является центральной (поскольку имеет минимальный эксцентриситет), а также шарниром

(удаление данной вершины увеличивает количество компонент связности). Говоря проще, связь между любыми двумя сотрудниками обязательно осуществляется через руководителя всей организации. Кроме А шарнирами являются все вершины со степенью (количеством входящих ребер) больше единицы - В, С, D, E, F и Н. Как следствие, исключение любой из них приводит к нарушению взаимодействия внутри организации.

В реальной жизни дополнительно могут выполняться несколько условий: руководители высшего уровня, а также начальники подразделений, работающих по одному направлению, имеют связи между собой; сотрудники внутри одного отдела, как правило, имеют связи между собой – это может быть обусловлено выполнением однотипных задач, возложенных на подразделение и, как следствие, возможностью замены одного специалиста на другого; в подразделении может быть выделен сотрудник, способный заменять вышестоящего руководителя при отсутствии того. К примеру, в отделе D сотрудник D₁ может иметь связь с заместителем руководителя В.

Учитывая факт того, что рабочие отношения являются существенной частью социальных взаимодействий, очевидно наличие пересечения контактов внутри социальной сети с рабочими отношениями. Говоря проще, среди «друзей» пользователя социальной сети, как правило, найдутся сотрудники организации, в которой работает человек. При этом следует заметить, что не всегда связи внутри организации идентичны связям в социальной сети. Огромное влияние на существование взаимодействия между людьми в Интернет-пространстве оказывает близость возрастов, взглядов, мест рождения и учебы и т.д. Определенную сложность на этапе построения сети сотрудников организации, основанной на взаимодействии в социальных сетях, представляет получение идентификаторов участников. Такое действие может быть проведено централизованно кадровой службой, а во многих современных компаниях существует практика указания сотрудником своих учетных записей в социальных сетях при приеме на работу.

Выявление связей внутри социальной сети возможно произвести в полуавтоматическом режиме средствами системы компьютерной алгебры (например, Wolfram Mathematica), передавая в качестве параметров идентификаторы пользователей. Полученные в результате запроса массивы «друзей» представляют собой списки вида $A - \{B, C\}$.

Считая, что наличие связи (установление «дружбы» или, в расширенном случае, «подписки» в социальной сети) можно считать признаком имеющегося информационного взаимодействия, можно дополнить

исходный граф рабочих связей внутри организации найденными связями (рисунок 2).

Проанализировав полученный граф связей, можно констатировать, что формат взаимодействия в сравнении с исходной «штатной» структурой изменился. Так диаметр графа (максимальный эксцентриситет) уменьшился с 6 до 4; количество центральных вершин (с минимальным эксцентриситетом) увеличилось с 1 до 14, количество периферийных вершин уменьшилось с 8 до 2, связность графа увеличилась с 1 до 2. Устойчивость структуры, в целом, выросла.

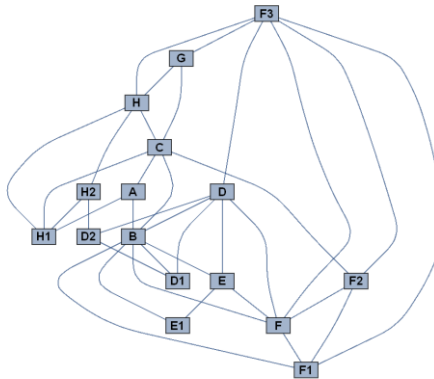


Рисунок 2 – Расширенная схема связей

На основании полученных результатов можно говорить о важности исследования различных типов социальных взаимодействий и информационного взаимодействия между людьми, в том числе и в организации рабочих процессов.

Библиографический список

1. Булгаков С.В., Ковальчук А.К., Цветков В. Я., Шайтура С.В. Интегрированные геоинформационные системы. Учебное пособие по курсу «Геоинформационные системы» / под. ред. С.В. Шайтура. – М.: Изд-во МГОУ, 2007. – 114 с.
2. Воронкин А.С. Социальные сети: эволюция, структура, анализ // Образовательные технологии и общество. – 2014. – №1. – С. 650–675.
3. Wolfram S. An elementary introduction to the Wolfram Language. Wolfram Media, Inc., 2015. – 342 с.

Предмодельный анализ экспериментальных данных об инициализации иммунной системы при пневмонии

***А.А. Яковлев¹, Е.В. Маркелова², А.В. Костюшко²,
А.И. Абакумов³***

*¹Дальневосточный федеральный университет, ²Тихоокеанский
медицинский университет, ³Институт автоматики
и процессов управления ДВО РАН, г. Владивосток*

В докладе представлен анализ экспериментальных данных об активизации иммунной системы при заболеваниях пневмонией. Иммунная система ориентирована на стабилизацию деятельности организма и, в частности, на защиту организма от заболеваний и нарушений его функций.

Целью экспериментального исследования было получение данных о влиянии бактерий, наиболее часто вызывающих внутрибольничную пневмонию, и препаратов с иммуномодулирующими свойствами на активность клеток иммунной системы в отношении синтеза оппозитных цитокинов. Отслеживаются два вида цитокинов: провоспалительный интерферон-гамма (ИФН γ) и противовоспалительный интерлейкин-10 (ИЛ-10). Цитокины – это низкомолекулярные белки, сигнальные молекулы, вырабатываемые активированными клетками иммунной системой в ответ на внедрение в организм бактерий, чужеродных белков. Концентрации цитокинов могут значительно изменяться при заболевании, а также в зависимости от его фазы, степени тяжести, свойств патогена, вызывающего изменения в организме. Таким образом, по уровню вырабатываемых цитокинов можно судить о динамике воспалительного процесса [1, с. 27].

Исследование выполнено на неинбредных белых мышах. Модель экспериментальной пневмонии получали, интраназально заражая мышей штаммом бактерий *Staphylococcus aureus*. Группы сравнения составили интактные мыши, а также мыши, которым разными способами вводили следующие иммуномодулирующие препараты: препарат А – комплекс природных цитокинов на основе цельной крови здоровых доноров; препарат В – рекомбинантный (синтетический) регуляторный цитокин; препарат С – природный препарат на основе морепродуктов (вытяжки из оптических ганглиев кальмара).

Опытные группы составили экспериментальные животные, которым на фоне заражения *S. aureus* производили введение иммуномоду-

лирующих препаратов различными способами и по разным схемам: №1 – введение препарата за 2 суток до заражения, №2 – в один день с заражением, №3 – через 2 суток после заражения (таблица 1). Забор материала для исследования производился на 1, 3, 5, 7, 10, 14 сутки эксперимента. Результатом исследования является динамика концентраций цитокинов в течение двух недель наблюдения. Продукцию цитокинов оценивали по их уровню в сыворотке крови и в супернатанте гомогенизата легочной ткани. В чистой группе концентрации ИЛ-10 находятся в интервале от 10 до 20 пг/мл в крови и от 60 до 150 пг/мл в тканях легких, концентрации ИФН γ в крови имеют значения до 8 пг/мл и от 30 до 150 пг/мл в тканях легких.

Таблица 1 – Схема экспериментов

№ эксперимента для 1-ой, 2-ой, 3-ей схемы введения препарата	Препарат	Способ введения препарата	Материал исследования
1, 5, 9	А	внутримышечно	Сыворотка крови
2, 6, 10		внутримышечно	Супернатант легочной ткани
3, 7, 11		в/м+ингаляция	Сыворотка крови
4, 8, 12		в/м+ингаляция	Супернатант легочной ткани
13, 17, 21	В	подкожно	Сыворотка крови
14, 18, 22		подкожно	Супернатант легочной ткани
15, 19, 23		п/к+ингаляция	Сыворотка крови
16, 20, 24		п/к+ингаляция	Супернатант легочной ткани
25, 29, 33	С	перорально	Сыворотка крови
26, 30, 34		перорально	Супернатант легочной ткани
27, 31, 35		п/о+ингаляция	Сыворотка крови
28, 32, 36		п/о+ингаляция	Супернатант легочной ткани

Кластерный анализ по признаку близости динамики концентраций цитокинов в течение двух недель наблюдений лишь частично указывает на независимость действия препаратов от способа лечения (особенно для препарата С), но демонстрирует и существенное влияние самих способов лечения (рисунок 1). Проведен дополнительный анализ по группировке близких по результатам способов лечения.

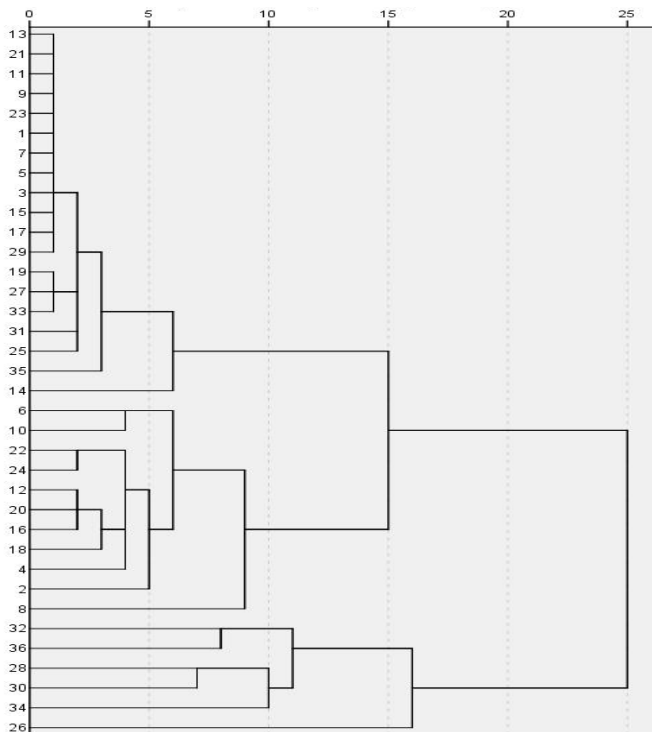


Рисунок 1 – Дендрограмма кластерного анализа

При отсутствии введения иммуномодулирующих препаратов после заражения концентрации ИЛ-10, ИФН γ несколько, но незначительно, снижаются (рисунок 2).

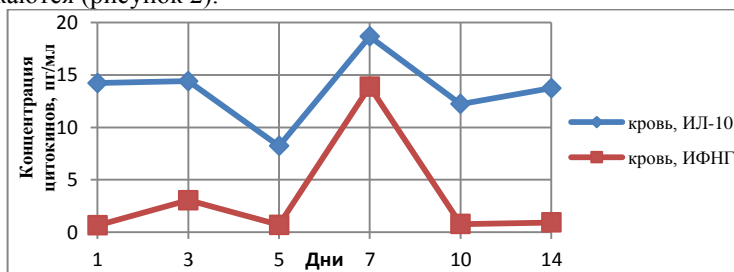


Рисунок 2 – Концентрация цитокинов ИЛ-10, ИФН γ в сыворотке крови при заражении без введения иммуномодулирующих препаратов

При введении зараженным особям иммуномодулирующих препаратов наиболее эффективным оказывается препарат С, дающий существенное повышение концентраций цитокинов (рисунок 3).

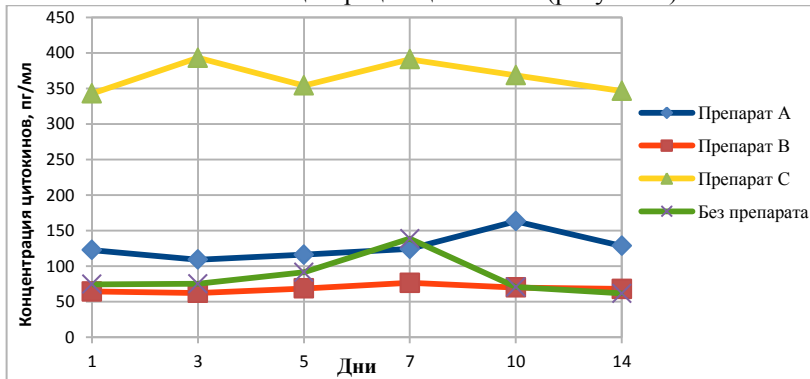


Рисунок 3 – Концентрации цитокинов ИЛ-10 в супернатанте легочной ткани при введении иммуномодулирующих препаратов

Цитокины способствуют активизации клеток иммунной системы к противодействию болезнетворных бактерий при пневмонии. В то же время они могут служить индикаторами активизации иммунной системы при заболевании пневмонией. На основе данных предмодельного анализа и качественного описания функционирования иммунной системы при заболевании пневмонией предполагается разработка динамической модели процесса лечения [2, с. 20]. В модельном описании цитокины будут играть одну из центральных ролей. Моделирование направлено на выработку эффективных методов активизации иммунной системы в борьбе с пневмонией.

Библиографический список

1. Костюшко А.В., Маркелова Е.В. Цитокиновый профиль при энтеробактериальной пневмонии в эксперименте // Патологическая физиология и экспериментальная терапия. – 2010. – №4. – С. 27–30.
2. Романюха А.А. Математические модели в иммунологии и эпидемиологии инфекционных заболеваний. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 296 с.

**Секция 6. ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

УДК 519.85

**Использование строковых матриц смежности
в алгоритмах на графах**

Ю.А. Алябышева¹, А.А. Веряев²
¹АлтГУ, Барнаул; ²АлтГПУ, Барнаул

Истоки постановки решаемой задачи следующие. В литературе, посвященной применению матриц смежности, описывающих графы, доказывается теорема о поиске количества путей заданной длины (см. например [1]): Пусть $A = a_{i,j}$ – матрица смежности ориентированного графа без петель и $A^l = \gamma_{i,j}$, где $l \leq N$. Тогда $\gamma_{i,j}$ равно количеству путей $v_i \rightarrow v_j$ длины l .

Возник вопрос, почему при возведении матриц в степень, элементы получающихся матриц несут информацию только о числе путей и теряется информация, относящаяся к описанию самих путей? Можно ли что-то предпринять, чтобы сохранялась информация о способах перехода из вершины i в вершину j ? Ответам на эти вопросы и посвящены настоящие материалы.

На первый взгляд, вопросы могут показаться не актуальными, однако в ряде авторитетных курсов по разработке и использованию алгоритмов (см., например, [2]) справедливо утверждается, что одной из самых фундаментальных и выразительных структур в математике являются графы, что чем больше работаешь с графами, тем скорее начинаешь замечать их повсюду.

Первое, на что обратим внимание, это то, что при работе программистов с графами происходит, как правило, редукция базовых представлений об этой структуре и манипуляция упрощенными представлениями о графе в памяти компьютера, вернее описанием графа в задачах. При этом сознательную потерю информации о графе при программировании приходится компенсировать введением дополнительных структур данных, параллельно возникающих при решении задачи и чаще всего связанных со спецификой решаемой задачи.

Поясним сказанное. Пусть задано N вершин, которые перенумерованы от 1 до N . Некоторые из вершин соединены между собой дугами/ребрами. Если из вершины i в вершину j идет дуга (ребро), то этот факт описывают величиной $a_{i,j}$. Совокупность всех величин $a_{i,j}$ порождает так называемую матрицу смежности, используемую для задания

графов при работе на компьютерах. Таким образом, матрица смежности графа G с числом вершин N представляет собой квадратную матрицу A размера N , в которой значение элемента $a_{i,j}$ равно числу рёбер из i -й вершины графа в j -ю вершину. Если задан граф не взвешенный без петель, то в этом случае в матрицу на место элементов, соответствующих отсутствующим ребрам ставят 0. Если из вершины в вершину идет одно ребро, на месте элемента для невзвешенных графов ставят 1, диагональные элементы при этом все равны нулю. Во взвешенных графах, на месте единиц, стоят веса ребер. В этом коротком отрезке, поясняющем введение матрицы смежности и присутствующем практически во всех пособиях, посвященных алгоритмам на графах, произошла указанная выше редукция. Действительно, число, стоящее в матрице смежности и элемент $a_{i,j}$ несут разную информацию. В записи элемента $a_{i,j}$ подразумевается и числовое значение, и местоположение в матричной структуре, числа же из матрицы уже не содержат вторую составляющую информации, они имеют смысл не как отдельные объекты, а как составные части структуры, называемой «матрица». При дальнейших манипуляциях с матрицами смежности это различие начинает проявлять себя. Если числа из матрицы смежности «рассыпать», затем перемешать, то граф G уже не будет подлежать восстановлению с помощью этого описания. Набор же элементов a_{ij} , превращенный в простое множество элементов, позволит восстановить G полностью.

Для того, чтобы потери информации при задании матриц смежности не происходило, нужно рассматривать a_{ij} как строковые переменные или слова над алфавитом. Как правило, такой алфавит состоит из множества цифр. Можно использовать любую систему счисления, но заранее необходимо оговорить, сколько разрядов будет использовано для задания индексов и веса (весов) ребра. Логика решения поставленной задачи требует введения операций над словами, а затем модификации некоторых операций над матрицами. Дальнейшее изложение хоть и обладает некоторой общностью, тем не менее ориентировано на применение сказанного к алгоритмам над графами и осуществления операций над матрицами смежности.

1. Слова в алфавите имеют структуру, содержат три поля: первое поле – первый индекс i , второе поле – вес ребра (при работе с мультиграфами во втором поле может быть закодированы несколько весов), третье поле – второй индекс j . Удобно даже записывать слова в виде $i a_j$ (что мы, впрочем, далее делать не будем, но мысленное использование такой записи упрощает понимание дальнейшего). Назовем слово с такой структурой атомарным. Можно рассматривать атомарное слово

как структуру данных, называемую в языках программирования или в теории баз данных «запись». Атомарное слово – двунаправленный связный список, в котором i и j – указатели. «Средняя» часть записи описывает вес ребра.

2. Необходимо ввести операции извлечения веса (весов) из слова $a_{i,j}$, и пары индексов i, j , последовательность которых важна. Для неориентированных графов вес ребер одинаков, сами же элементы $a_{i,j}, a_{j,i}$ – различны.

3. Далее вводится две базовые операции над словами: сложение и конкатенация. Конкатенация возможна, только в том случае, если рядом стоящие индексы у слов одинаковы: $a_{ij}a_{jk}$. В итоге получается составное слово. Операция конкатенации необходима для того, чтобы в дальнейшем сделать возможным переход от матриц смежности к матрицам достижимости, которые описывают не только число путей из вершины i в вершину j , но и будут описывать сами эти пути. Возможны составные слова, состоящие из произвольного количества атомарных слов. Для графа с числом вершин N , как правило, имеет смысл ограничиваться словами, состоящими из N атомарных слов. Возможными оказываются слова, у которых первый и последний индексы одинаковы. Такие слова описывают циклы. В матрицах достижимости они стоят на диагоналях. Конкатенация напоминает традиционную запись умножения двух элементов матрицы, однако веса при работе со словами нужно не умножать, а складывать. Таким образом, извлечение веса из составного слова сводится к фрагментации составного слова на атомарные слова, извлечение весов из атомарных слов и их последующее сложение.

4. Сложение же слов предлагается рассматривать как объединение элементов: $a_{i,j}+b_{i,j}$. Граф может содержать, например, два разных ребра с различающимися весами, соединяющие одни и те же вершины. Если же ребро одно, то есть $a_{i,j}=b_{i,j}$, объединение дает единственный указанный элемент. Объединяться могут слова с разным количеством атомарных слов, содержащие одинаковые первый и последний индексы. Такое объединение описывает разные способы попадания из одной вершины графа в другую.

5. Базовая операция над рассматриваемыми словами – конкатенация – некоммутативна. В общем случае для двух слов a и b $ab \neq ba$.

6. Нужно считать, что на месте нулевых элементов (в матрице смежности) стоит пустое слово Λ , для которого справедливо $\Lambda a = a\Lambda = a$.

7. Теперь о матричных операциях. Первая матричная операция – сложение. Сложение матриц есть, фактически, объединение слов с учетом места слова в матричной структуре. Обратим внимание на ин-

тересный момент. В матричной алгебре всегда указывается, что размерности матриц при сложении должны быть одинаковы. От этого ограничения можно отказаться. Пусть B и C два подграфа, описывающие части графа A . Подграфы могут содержать разное количество вершин, висячие ребра в соответствующих матрицах смежности подграфов не отражены и не описаны. Но, тем не менее, никто не запрещает после согласования и приведения обозначений вершин к единой метрике объединить матрицы B и C . Такое обобщение матричного сложения позволяет в дальнейшем использовать программистскую идею «разделяй и властвуй» в матричных операциях. Никто не запрещает в одной матрице описывать, например, два несвязных графа, в не работать порознь с двумя матрицами.

8. Вторая матричная операция – умножение. Умножение матриц определяется традиционно, как это описано в учебной литературе, но вместо произведения элементов матриц нужно использовать конкатенацию слов, не меняя их порядка следования.

Предложенное рассмотрение матриц смежности, состоящих из строковых данных, позволяет переформулировать встречающиеся в учебной литературе алгоритмы (поиск в глубину, нахождение циклов, определение связности и др.). Нужно последовательно умножать матрицу смежности, состоящую из строковых данных, саму на себя (находить ее степени) и анализировать результаты. Такое умножение есть, фактически, конструирование объектов, требуемых в условиях задачи. Отказ от реальных умножений элементов матриц (в традиционной матричной алгебре, где элементами матриц являются числа) дает некоторый вычислительный выигрыш, однако при этом происходит возрастание количества конструируемых объектов (способов попасть из вершины i в вершину j за число шагов, равное показателю степени матрицы смежности). Если параллельно отфильтровывать ненужные слова (повторяющиеся или иные, ранее учтенные в алгоритмах), можно сократить затраты и на сложениях (объединениях). Известно, что матричные операции распараллеливаются. Поэтому, несмотря на проигрыш в одних операциях, можно получить выигрыш в других.

В заключение обратим внимание на добавление 1 к монографии [3]. Добавление носит название «Булевы методы в теории графов». В нем автор рассматривает ряд задач теории графов и использует не числовое, а буквенное обозначение ребер. Интересно его замечание при рассмотрении задачи о поиске путей в графе [3, с. 499]: «Львиная доля маршрутов в графе обусловлена не особенностями его строения, а неограниченной возможностью банальных «хождений взад-вперед», и можно ожидать, что переход к задаче выявления лишь тех маршрутов,

которые являются простыми цепями, приведет к значительному упрощению элементов в матрицах». Сказанное согласуется со сделанным нами в предыдущем абзаце замечанием.

Материалы, представленные на конференцию, могут оказаться полезными как для организации учебного процесса по дискретной математике (поскольку предоставляют преподавателям возможность постановки разнообразных задач для практических занятий), так и для занятий по информатике, на которых отрабатываются известные алгоритмы на графах, а предложенные способы представления матриц смежности позволяют реализовывать их с некоторыми вариациями, отличающимися от предлагаемых в учебной литературе.

Библиографический список

1. Матрица смежности графа // Заголовок с экрана [Электронный ресурс] // Режим доступа: https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Матрица_смежности_графа.
2. Клейнберг Д., Тардос Е. Алгоритмы: разработка и применение. – СПб., 2016. – 800 с.
3. Зыков А.А. Основы теории графов. – М.: Вузовская книга, 2004. – 664 с.

УДК 372.851

Методы развития мышления студентов на занятиях по математике: технологии и переводы

Е.В. Богарова¹, Г.В. Кравченко¹, В.Н. Токарев²

¹АлтГУ, г. Барнаул; ²АлтГТУ, г. Барнаул

Цель развития мышления – научиться ставить правильные вопросы, переходить от одних вопросов к другим и таким образом получать ответ. Правильно ли решена задача нельзя определить по конечному ответу, т.к. путь к верному ответу может быть пройден и через ложные посылки, но логическое построение математики такого не допускает. У многих студентов данный вопрос вызывает недоумение, поэтому результаты тестовых работ не могут служить подтверждением сформированности математического мышления. Тесты, ориентируя на внешний результат, демотивируют развитие мыслительных операций анализа.

Задача преподавателя – помочь в овладении методами поиска информации, решения задач, а также привить вкус к решению сложных задач. Без предварительной подготовки подойти к решению задач не-

возможно. Мы предлагаем «объединить» математику с языком, т.к. языковые грани науки должны стираться решением математических проблем в разных странах мира. Перевод иностранных источников по математическим дисциплинам поможет ставить вопросы, будет учить «вычерпывать» смысл, т.к. перевод осуществляется не ради перевода, а для поиска новых идей, для того, чтобы понять. Отметим, что чтение математических рассуждений и доказательств – тоже перевод («вычерпывание» смысла).

Английский язык – глобальный язык международного общения, но он не может претендовать на роль единственного языка международного взаимодействия в современном информационном обществе. Мы привыкли к тому, что английский язык безраздельно господствует в сфере науки, особенно в точных и естественных науках. Однако использование лишь одного языка существенно сужает наши возможности и ограничивает мир знаний. Несмотря на то, что к большинству статей независимо от языка, на котором написан основной текст, составляются аннотации на английском языке, составить верное представление о них, совсем не читая, невозможно. Установившееся языковое неравенство уже начинает встречать сопротивление посредством роста стремления к изучению языков [1]. Препятствием к тому, чтобы попытаться разобраться в книге/статье на неродном языке, становится меньше благодаря новым технологиям, но как отмечал один из теоретиков XX в. в области культуры и коммуникаций Г.М. Маклюэн, «каждый, когда пытается привыкнуть к новым возможностям новых технологий тоскует по относительной изоляции прежнего мира» [2].

Следует показать студентам, что в иностранной литературе (используем сеть Интернет и учим поиску, не только по ключевым словам, но и по формулам) есть возможность найти не просто что-то интересное и полезное, но и уникальное (по предмету математики, и, возможно, далее они применят эти знания в других областях науки).

Уникальное содержится и в «несовременных» учебниках, книгах первоисточниках: «Дифференциальное исчисление», «Интегральное исчисление», «Арифметика» Л. Эйлера (дан метод извлечения корней из чисел и алгебраических выражений «столбиком»), «Парадоксы бесконечного» Б. Больцано, «Курс анализа» Коши. Перечисленные книги могут изучаться студентами всех факультетов, для студентов физических и математических факультетов список книг может быть больше и предложен другой уровень ознакомления. Также есть научно-популярный журнал «Вестник Опытной Физики и Элементарной Математики» конца 19-начала 20 века, электронный архив которого до-

ступен в сети Интернет. Все эти источники откроют новые «старые» идеи.

Книги, переведённые с английского, французского, немецкого языков (Эйлер ещё писал на стройном латинском), стали составлять основу математического образования. Но все ценные книги не могут быть переведены на один язык. Эта проблема характерна не только для российского образования. Так, например, замечательные книги Д. Поля не переведены на французский язык: «Границы моего языка означают границы моего мира» (Л. Витгенштейн).

Язык математики благодаря формулам и штампам (ключевым словам, которые ведут рассуждение) объединяет все языки. Перевод текстов научного стиля осуществляется проще, чем художественного, и языковая грамматика как наука, изучающая закономерности построения правильных словоформ, предложений, текстов, имеет много общего с математическими правилами. Сопоставление текстов способствует развитию ассоциативного мышления. Выбор языков преподаватель и студенты осуществляют вместе, богатство выбора обеспечивает в некотором роде равноправие студентов и преподавателей. Можно предложить начать с испанского языка ввиду его схожести с русским языком, не строгим порядком слов в предложении и возможностью читать без сложных правил и транскрипций.

Современные технологии помогают улучшить качество перевода, например, технология Translation Memory (база данных, в которой накапливаются выполненные переводы). Если программа, работающая по такой технологии (например, Déjà Vu) обнаруживает сходство с переводом в её памяти, то она показывает его и указывает процент сходства.

Информационному обществу присущ «культ поверхности» и «культ новизны», большой объём и доступность информации. Смена вербального знака графическим стала мировым трендом. Тенденцию к визуализации необходимо учитывать. Создание визуальных образов математических объектов, например, с помощью программного продукта GeoGebra ускоряется процесс восприятия нового материала [3].

Ключевым моментом, определяющим успех, будет действительное взаимодействие преподавателя со студентами. Большие объёмы доступной информации, соответственно, возникающая при этом перегрузка учащихся, неуверенность в своих силах негативно влияют на формирование положительной самооценки учащихся. Это проблема не только тех, кто учится, но и тех, кто учит. Есть хороший приём «критика в форме самокритики»: преподаватель приписывает себе ошибочное суждение и подвергает это суждение критике, при этом пока-

зывает в чём ошибка и как он её исправляет: «Когда-то мне казалось...», «Раньше я думал, что...», «Для меня стало открытием...», и др. [4].

Подойти к самостоятельному решению задач поможет переписывание (не списывание) решений. Переписывание должно быть заданием для студентов. При переписывании решения задачи развивается понимание и мышление, т.к. записать нужно не так же, как напечатано в источнике, а компактнее или шире (убрав лишние слова, но не логические связки, или добавив комментарии к решению). Интеллектуальная работа с материалом положительно влияет на прочность и длительность хранения его в памяти. Это задание может встретить сопротивление и недоумение: «Зачем?», но самым сомневающимся поможет аргумент, что переписать проще, чем решить. Ещё одним положительным моментом выполнения данного задания является снижение страха сделать ошибку, также создаётся собственная база решений.

Цель обучения не в том, чтобы дать студентам «неудобоваримое и эфемерное» знание, а в том, чтобы передать опыт, но он не должен сложиться в «хаотичную мозаику». На вопрос «Не лучше (не проще, не эффективней) ли будет, если преподаватель проделает всю работу сам (перечитает первоисточники, обратится к иноязычной литературе и выдаст лишь конечный результат – остаток, так сказать?» наш ответ: «Нет». Занятия математикой требуют неспешной внутренней работы в одиночестве, в этом противоречие со скоростной информационной эпохой. Но и «награда» у такой работы высока – понимание. Мыслить человек начинает, когда у него появляется потребность что-то понять [5].

Предлагаемые методы работы помогают преодолеть предметоцентризм, когда преподаватель сосредоточен лишь на своём предмете. В центр ставится некоторая проблема (задача), решению которой помогают современные технологии. Конечно, такая форма работы требует большей ответственности, дисциплинированности, терпения от преподавателя, связь между работой преподавателя и достижениями студентов очень высока. И, если студенты справляются, то результат, очевидно, положительный, если нет, то отрицательный, что заметно всем и сразу. То, что будет усвоено учащимися, никогда не тождественно выданному материалу, но давая возможность студентам выполнить самостоятельную работу, мы обеспечиваем «прирост» знаний. Положительный отзыв студентов о такой самостоятельной работе также будет успехом для преподавателя. Обратная связь осуществляется постоянно.

Библиографический список

1. Палажченко П.Р. Языки в меняющемся мире // Мосты: журнал переводчиков. – М.: Изд-во «Р.Валент». – №2/2004. – С. 8–16.
2. Маклюэн Г.М. Понимание Медиа: Внешние расширения человека / пер. с англ. В. Николаева. – М.; Жуковский: «КАНОН-пресс-Ц», «Кучково поле», 2003. – 464 с.
3. Чернышева Д.А., Кравченко Г.В. Возможности применения интерактивной среды GeoGebra в обучении студентов математическим дисциплинам // МАК-2015: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 225–229.
4. Сенько Ю.В. Развитие учащихся в диалоге // Педагогика развития: Проблемы современного детства и задачи школы. Часть 1. Материалы 3-й научно-практ. конференции. Красноярск, апрель 1996. – Красноярск: Изд-во Красноярского гос. ун-та, 1996. – С. 27–34.
5. Брудный А.А. Психологическая герменевтика. – М.: Лабиринт, 1998. – 336 с.

УДК 371.3

О противоречиях стандартов бакалавриата и магистратуры по иностранным языкам (направления подготовки «Фундаментальная информатика и информационные технологии»)

***М.Ю. Горбухова, Т.В. Скубневская**
АлтГУ, Барнаул*

Дисциплина «Иностранный язык» является федеральным компонентом цикла общегуманитарных и социально-экономических дисциплин.

Требования к ее освоению отражены в государственном образовательном стандарте теперь уже высшего образования (2015 г.) по направлениям подготовки. Так, например, по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии (уровень бакалавриата) [1] и 02.04.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии (уровень магистратуры) [2]. Следует отметить, что федеральные государственные стандарты, отражая государственный заказ на подготовку выпускника по тому или иному направлению, меняются довольно часто, что отражено в соответствующих приказах, например, по обозначенным выше направлениям под-

готовки от 2010, 2011, 2013 гг. (уровень бакалавриата) и от 2009, 2011 и 2014 гг. (уровень магистратуры). Думаем, что вносимые в них изменения связаны не столько с сутью результата освоения программ бакалавриата и магистратуры, сколько со сменой команд в Министерстве образования и науки Российской Федерации, при каждом министре и в переходный период от одного министра образования к другому, когда меняются составы ответственных за документы лиц, и каждая команда вносит свою «лепту».

Так, если взять во внимание аспект требований к уровню владения выпускником иностранным языком после окончания бакалавриата по названному направлению за 2010–2013 годы, то среди общекультурных компетенций (ОК) можно встретить следующие формулировки:

– «способностью владеть одним из иностранных языков на уровне, не ниже разговорного (ОК-7)»;

– «свободно пользоваться русским языком и одним из иностранных языков на уровне, необходимом для выполнения профессиональных задач (ОК-9).

Заметим, обе редакции при министре А. Фурсенко.

Сравним предшествующие формулировки требований к результатам освоения программы бакалавриата по иностранному языку с последней редакцией приложения к приказу от 12 марта 2015 г. № 224 при министре Д. Ливанове: «Выпускник, освоивший программу бакалавриата должен обладать ... способностью к коммуникации в устной и письменной форме на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-5)».

Не вдаваясь в критику филологического анализа формулировок, любому читающему, прежде всего выпускнику, очевидно, что требования госстандарта от широкого «владеть, одним из иностранных языков» сужались к пользованию (ОК-9) и снова расширялись до коммуникации (ОК-5). Что касается при этом сфер общения, то они варьировались, как принято говорить, от разговорно-бытовой сферы к профессиональной и опять возвращались к межличностной и межкультурной сфере.

На фоне меняющейся филологической корректности формулировок в требованиях госстандартов для бакалавриата за указанные годы доминируют устная речь и межличностные взаимодействия.

В то же время известно, что образовательная организация, в нашем случае Алтайский государственный университет, осуществляющий подготовку по направлениям, через кафедры, непосредственно обучающие отдельным дисциплинам, так иностранному языку по профилям, может устанавливать самостоятельно требования к результатам обуче-

ния с учетом требований соответствующих примерных основных образовательных программ [1, пункт 5.7].

Относительно содержаний и требований примерных образовательных программ по дисциплине «Иностранный язык» следует заметить, что они имеют наиболее долговременный характер, возможно, потому что разрабатываются коллективами профессионалов, учитывающих широкий спектр специфики дисциплины «иностранный язык» для естественных факультетов университетов и вузов естественнонаучного и технического профиля со стандартным объемом часов на преподавание дисциплины. Так примерная программа дисциплины «Иностранный язык», рекомендованная НМС по иностранным языкам при Минобрнауке России, от 18 июля 2000 г. в государственном образовательном стандарте высшего профессионального образования второго поколения проработала 9 лет [3]. Следующая за ней программа [4] работает уже 8 лет. При этом сопоставленное и проанализированное подробно содержание примерных программ по иностранным языкам [5, 6] при всех отмеченных Т.В. Скубневской терминологических различиях обязательно включает в обоих случаях профессиональный аспект или язык специальности. То, что это, несомненно, профессиональный и очень важный и нужный аспект «вдруг» выпадает в редакции требований в структуре бакалавров [1] и также «вдруг» по прошествии двух лет после завершения курса обучения (уровень бакалавриата) появляется в требованиях к результатам освоения программы магистратуры, а именно: «готовность к коммуникации в устной и письменной формах... на иностранном языке для решения задач профессиональной деятельности (ОПК-1)» [2], где ОПК являются общепрофессиональными компетенциями, говорит не только о несомненных противоречиях в документах по направлениям подготовки на уровне бакалавриата и магистратуры, но и, страшно подумать, непрофессионализме команды ответственных лиц из Минобра, позволяющих так произвольно «отсекать» в бакалавриате одну из главных составляющих содержания обучения иностранному языку на математическом факультете. Именно поэтому всем работающим и, конечно, думающим преподавателям иностранных языков необходимо неформально относиться к требованиям госстандартов и помнить о том, что программные документы не связывают руки практикам, но дают пищу для размышления. Ключевая роль преподавателя как субъекта образования, как отмечает М.Ю. Горбухова, не подлежит сомнению: «помимо прочных, глубоких знаний своего предмета и искренней заинтересованности в работе со студентами, он должен обладать знаниями из области педагогики и пси-

хологии, ... что позволит сосредоточиться на решении творческих задач [7, с. 55]».

Библиографический список

1. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 12 марта 2015 г. № 224.
2. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 августа 2015 г. № 830.
3. Примерная программа дисциплины «Иностранный язык» (Английский, немецкий, французский и испанский языки) федерального компонента цикла общегуманитарных и социально-экономических дисциплин в государственном образовательном стандарте высшего профессионального образования второго поколения. – М., 2000.
4. «Иностранный язык» для неязыковых вузов и факультетов: примерная программа. – М., 2009.
5. Скубневская Т.В., Таранова Е.С. Обновление содержания дисциплины «Иностранный язык в неязыковом вузе». Теоретические аспекты // Роль иностранного языка в модернизации современного образовательного процесса: материалы Международной научно-практической конференции, Барнаул, 2 июня 2011 г. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2011. – С. 4–8.
6. Скубневская Т.В. Язык специальности в модернизируемом образовательном процессе. Теоретические аспекты // Роль иностранного языка в модернизации современного образовательного процесса: материалы Международной научно-практической конференции, Барнаул, 2 июня 2011 г. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2011. – С. 9–11.
7. Горбухова М.Ю. Использование потенциала курса иностранного языка в аспирантуре естественнонаучных факультетов в подготовке будущих преподавателей вуза // Опыт и перспективы обучения иностранным языкам в евразийском образовательном пространстве: – Вып. 1: сборник научных трудов по материалам VI Международной научно-практической конференции, Барнаул, 5 июня 2016 г. Вып. 1. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2016. – С. 54–60.

Использование математических пакетов в преподавании математики

Е.К. Ергалиев, М.Н. Мадияров

ВКГУ им. С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск, Казахстан

Использование информационных технологий в процессе преподавания математики дает то, что учебник дать не может. Компьютер на уроке математики является средством, позволяющим обучающимся лучше познать самих себя, индивидуальные особенности своего учения, способствуя развитию самостоятельности.

Главной же задачей использования компьютерных технологий, а в частности математического пакета MathCad фирмы MathSoft, Inc., на наш взгляд, является расширение интеллектуальных возможностей человека, с одной стороны, и умение пользоваться информацией, получать ее с помощью компьютера, с другой. И это не маловажно в современном информатизационном веке! Использование математического пакета изменит цели и содержание обучения математики: появятся новые методы и организационные формы обучения. Изучив новые возможности использования программы MathCad, хотелось бы увидеть применение их в школьном курсе математики.

Интерес же к предмету вырабатывается, на мой взгляд, тогда, когда ученику понятно то, о чем говорит преподаватель, когда интересны по содержанию задачи и упражнения, которые побуждают школьника к творчеству, способствуют проявлению самостоятельности при овладении учебным материалом, учат не только делать выводы и обобщения, но и видеть перспективу применения полученных знаний на уроке, развивают их индивидуальные особенности. Вот почему учитель должен стремиться к обновлению системы преподавания, направленному на повышение мотивации школьников к учебному процессу.

Математика в курсе средней школы является довольно сложным предметом. Поэтому для обеспечения максимальной эффективности обучения учителю необходимо найти наилучшее сочетание средств, методов обучения и технологий.

Все педагогические технологии по существу являются информационными, так как учебный процесс невозможен без обмена информацией. Сегодня под термином «информационные технологии» понимаются процессы накопления, обработки, представления и использования информации с помощью электронных средств.

Если говорить о математическом пакете MathCad, то следует сначала рассказать что это за компьютерная программа, что она может и что она способна дать обучающимся в школе.

MathCad – система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентирована на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением, отличается легкостью использования и применения для коллективной работы.

MathCad был задуман и первоначально написан Алленом Рздовом из Массачусетского технического института (MIT), соучредителем компании Mathsoft, которая с 2006 года является частью корпорации PTC (Parametric Tehnology Corparetion).

MathCad имеет интуитивный и простой для использования интерфейс пользования. Для ввода формул данных можно использовать как клавиатуру, так и специальные панели инструментов [1].

Некоторые из математических возможностей MathCad основаны на подмножестве системы компьютерной алгебры Maple (МКМ, Maple Kernel Mathsoft).

Работа осуществляется в пределах рабочего листа, на котором уравнения и выражения отображаются графически, в противовес текстовой записи в языках программирования.

При создании документов-приложений используется принцип WYSIWYG (What You See Is What You Get — «что видишь, то и получаешь») – (рисунок).

Среди возможностей MathCad, которые рекомендуется использовать в школьном курсе математики, можно выделить:

- Решение уравнений, в том числе численными методами (начиная с 5 класса).
- Вычисления с единицами измерения (начиная с 5 класса) и т.д.
- Построение двумерных и трехмерных графиков функций (в разных системах координат, векторные и т.д.) (начиная с 6 класса).
- Символьное решение систем уравнений (начиная с 6–7 класса).
- Поиск корней многочлена и функций (начиная с 7–8 класса).
- Проведение статистических расчетов и работа с вероятностями (10–11 класс).
- Решение интегралов и производных(10–11 класс).

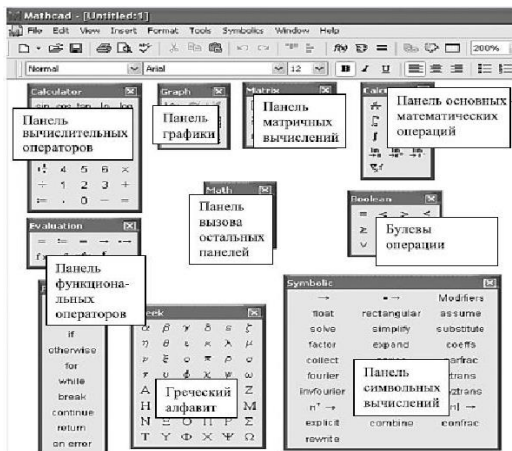


Рисунок – Рабочий лист математического пакета MathCad

Использование компонентов: в программе MathCad есть возможность вставки модулей (component) и других приложений для расширения возможностей визуализации, анализа данных, выполнение специфических вычислений.

Для расширенной визуализации данных предназначен компонент Axum Graph. Для работы с табличными данными – Microsoft Excel. Компоненты Data Acquisition, ODBC Input позволяет пользоваться внешними базами данных [2]. Предлагаются также бесплатные модули (add-in) для интеграции MathCad с программами Excel, AutoCaD. Для статического анализа предназначен компонент Axum S-PLUS Script. Значительное расширение возможностей пакета достигается при интеграции со сверхмощным приложением MATLAB.

Таким образом, можно увидеть, что использование средств математического пакета MathCad является одним из способов оптимизации учебного процесса за счет создания условий для организации активной самостоятельной учебной деятельности учащихся и проверочной работы педагога, для осуществления дифференцированного и индивидуализированного подхода при обучении школьников.

Применяя же программу, учитель не только даёт знания, но еще и показывает их границы, обучает школьников приёмам обработки информации, разным видам деятельности; сталкивает ученика с проблемами, решения которых лежат за пределами изучаемого курса, что нацеливает их на поиски нестандартных решений, на самообразование; благодаря такой работе ученик сможет максимально раскрыться, показать все свои возможности и способности, проявить и развить свои

таланты. А главное – найти себя, почувствовать свою значимость и осознать, что он – личность, способная мыслить, творить, создавать новое.

Библиографический список

1. Дьяконов В.П. *МАТНСАД 8/2000: специальный справочник.* – СПб.: Издательство «Питер», 2000. – 592 с.
2. Говорухин В., Цибулин В. *Компьютер в математическом исследовании. Учебный курс.* – СПб.: Питер, 2001. – 624 с.

УДК 378.4

Разработка модели распределенного обучения в высшей школе (на примере ФГБОУ ВО АлтГУ)

Е.В. Еремкина, Г.В. Кравченко
АлтГУ, г. Барнаул

Современные социально-экономические преобразования и ситуация развития образования характеризуется новыми требованиями к качеству и уровню квалификации работников, обозначили новые формы и методы организации учебного процесса. Современный вуз должен обеспечить доступность и удобство получения образования. Решить эту задачу можно за счет организации сети распределенных учебных площадок. Это позволит создать условия для обеспечения качества образования и реализации идей преемственности многоуровневого непрерывного образования и повышения квалификации. Реализация распределенного обучения в вузе обеспечит доступность знаний для всех категорий обучающихся, распределенных территориально, повышение эффективности подготовки профессиональных кадров, постоянное обновление актуальной профессионально-ориентированной информации.

Под распределенной системой обучения будем понимать определенную технологию обучения, в которой образовательный процесс строится на основе разделенных в пространстве и времени подпроцессов преподавания и учения для организации тесного взаимодействия между обучающимися, преподавателями и образовательным контентом, находящимися в различных нецентрализованных местах с помощью телекоммуникаций.

Выделим следующие признаки распределенного обучения, которые отличают его от других систем обучения [1]: распределенность содержания, форм и методов обучения; возможность обучать и обучаться в

разное время и в разных географических местах; применение ИКТ для достижения эффектов очного обучения; распределенное управление педагогическими, организационными, техническими, финансовыми и иными процессами и др.

Первым этапом движения традиционного образовательного учреждения к распределенной структуре должно быть переосмысление концепции организации обучения. Модель распределенной системы обучения, описывающая взаимосвязи отдельных компонентов системы, должна оказать в этом определенную помощь.

Представим распределенную систему обучения следующими моделями:

1. Модель включения дисциплин образовательных программ других образовательных организаций.
2. Модель, направленная на индивидуальный выбор.
3. Модель «стратегическое партнерство».
4. Модель «базовый вуз-предприятие-научная организация».

Объединяя эти модели, предлагаем следующую концептуальную модель распределенной системы обучения (рисунок 1).

Рассматривая третью модель распределенной системы обучения, отметим, что в 2011 году в качестве основного программного документа, наметившего траекторию реформирования до 2020 года, была принята Инновационная стратегия РФ, определившая цель, задачи и перспективы дальнейшего развития страны. Аналогичный документ был принят в Алтайском крае.

Одним из главных направлений инновационной стратегии является развитие инновационной инфраструктуры, которая представляет собой совокупность субъектов, институтов, условий, средств, ресурсов, обеспечивающих осуществление инновационной деятельности [2].

Высшее образование, являясь важной составляющей инновационной сферы, переживает в настоящий момент активную фазу реформирования и модернизации. Вузы рассматриваются в качестве основных участников процесса модернизации, результатом которого должно стать появление новой несырьевой экономики страны и возврат конкурентных позиций в образовательной и инновационной системах.

Государством создается система опорных вузов. 17 апреля 2017 года Алтайский государственный университет признан Минобрнауки РФ опорным вузом. По словам министра образования и науки РФ О.Ю. Васильевой, перед каждым отобраным вузом ставится задача «стать настоящей опорой региону, обеспечивая его необходимыми кадрами и развивая его образовательный и научный потенциал» [3].

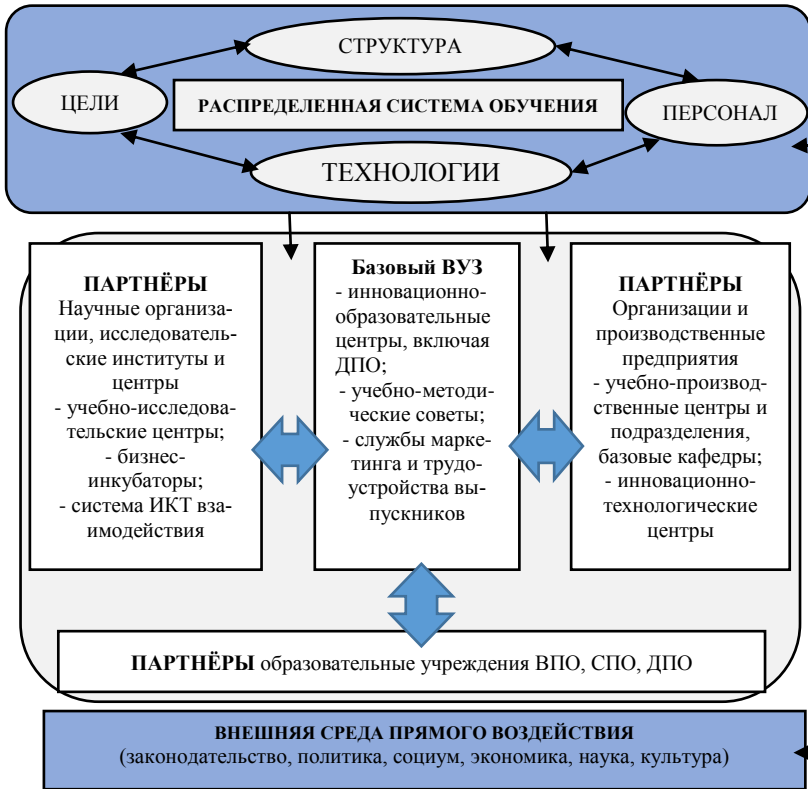


Рисунок 1 – Концептуальная модель распределенного обучения

Реализация указанного подхода возможна лишь при активном участии работодателей в образовательном процессе. Распределенная система обучения формирует добровольные взаимодействия между субъектами, которые способствуют достижению общих целей и обеспечивают возрастание эффективности деятельности в результате объединения ее участников.

Одной из моделей такого взаимодействия в образовании и является стратегическое партнерство [4, 5]. Основой в этой модели выступает вуз. В условиях инновационного развития вузы должны быть не только источником знаний, но и формировать кадры, которые смогут полученными знаниями управлять. Целью этой модели взаимодействия будет создание гибкой системы формирования компетенций выпускников при подготовке бакалавров, магистров и специалистов на основе использования сетевых форм взаимодействия с работодателями на

стратегическом партнерстве. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- совместно с работодателями разработать базовый перечень компетенций выпускника для соответствующей отрасли экономики;
- разработать механизм взаимодействия в образовательном процессе преподавателей вуза и практиков;
- разработать учебно-методическое обеспечение для проведения занятий представителями предприятий и организаций.

Согласно данной модели возможны два основных вектора участия работодателей в деятельности вуза:

1. Включение в образовательный процесс через непосредственное участие в разработке дополнительных профессиональных компетенций, которые требуются выпускнику для успешной карьеры на предприятии (организации).

2. Создание индивидуальных направлений образования обучающихся:

- определение индивидуального набора учебных дисциплин;
- возможность введения новых дисциплин, которых нет в основной образовательной программе, но по заказу работодателя вуз их может реализовать (целевая подготовка);
- определение количества и направлений практик, которые необходимы студенту в процессе обучения;
- возможность проведения научных исследований на базе работодателя-партнера в рамках написания выпускной работы по теме, которую необходимо разработать для предприятия (организации) с целью выявления проблем и путей их решения и др.

В данной модели распределенной системы обучения возможно активное использование дистанционных технологий, которые позволяют осуществлять взаимодействие партнеров посредством удаленного доступа. Это дает возможность внедрять различные формы сетевого взаимодействия в процесс обучения без ущерба основной деятельности партнера и позволяет рационально использовать время как вузу, так и работодателям.

В настоящее время данная модель реализуется через сотрудничество АлтГУ (географический факультет), Росреестра и ООО «Институт Землеустройства и Кадастра».

В ноябре 2016 года между АлтГУ и ПАО СК «Росгосстрах» подписан договор о подготовке специалистов по направлению «Страховое дело» с 2018 года. Для подготовки будущих специалистов организация-партнер предоставляет базу своих структурных подразделений,

ведущих специалистов для проведения занятий, возможность участия обучающихся в стипендиальных программах РОСГОССТРАХА.

Успех данной модели определяется его результативностью для вуза, работодателя-партнера и общества в целом.

Результаты при успешной реализации модели для общества и работодателей заключаются в следующем:

- родители, работодатели, местное бизнес-сообщество будут непосредственно включены в управление образовательными процессами и оценивание качества образования;

- увеличится степень удовлетворенности качеством образовательных услуг;

- студентам будет полный доступ к объективной информации об образовательных организациях, а также эффективная обратная связь с органами, осуществляющими управление в сфере образования;

- работодатели будут участвовать в отборе кадров, которые обладают необходимыми им компетенциями.

При успешной реализации модели обучающиеся получают следующие положительные результаты:

- повышение мотивации к обучению, так как в экономике формируются высокие требования к компетенциям выпускников;

- обучающиеся будут проходить практику на предприятиях реального сектора экономики с перспективой трудоустройства;

- обучающиеся выпускных курсов будут участвовать в исследованиях и разработках по заказу организаций-партнеров.

Таким образом, предлагаемая модель даст широкие возможности применения механизма сетевых взаимодействий работодателей и образовательных учреждений посредством стратегического партнерства.

Библиографический список

1. Бойченко Г.Н., Кундозерова Л.И. Распределенный образовательный процесс: основы проектирования и реализации // Открытое образование. – 2016. – Т. 20, №3. – С. 16–23.

2. Стратегия инновационного развития России на период до 2020 года (утв. распоряжением Правительства РФ от 8 дек. 2011 г. №2227-р) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: Гарант: информ.-правовой портал. URL: <http://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/70006124>.

3. Официальный сайт Министерства образования и науки Российской Федерации – Минобрнауки России [Электронный ресурс]. – Режим доступа: минобрнауки.рф.

4. Гуськова Н.Д., Краковская И.Н. Стратегическое партнерство вуза: принципы формирования и развития // Высшее образование в России. – 2013. – №7. – С. 95–98.

5. Куликова Ю.П. Необходимость создания многофункциональных инновационных структур в системе высшего образования // Альманах современной науки и образования. – 2012. – № 6. – С. 91–93.

УДК 378.146

Возможности оценивания в системе Moodle

Г.В. Кравченко, А.В. Устюжанова

АлтГУ, г. Барнаул

Внедрение системы дистанционного обучения Moodle в России предоставляет возможность преподавателям использовать не только системы официального оценивания уровня и качества обучения, но и методы оценивания текущей успеваемости студентов, включая оценивание качества выполнения конкретных заданий.

Оценки – это один из важнейших элементов образования. При наличии в электронном курсе большого числа оцениваемых элементов задача их отслеживания и контроля усложняется и подчас становится утомительной. К счастью, система Moodle имеет инструмент, облегчающий процесс оценивания знаний студентов – журнал оценок. Журнал оценок – это репозиторий оценок: учебные элементы отправляют свои оценки в журнал, но журнал оценок не передает никакой информации в обратном направлении [1].

При настройке журнала оценок происходит управление тремя конструируемыми блоками:

1 блок – Элемент оценивания – это раздел курса или интерактивное действие, в котором участники курса оцениваются посредством оценок или баллов. Элемент оценивания содержит числовое значение оценки для каждого участника курса и настройки по обработке и отображению этого элемента.

2 блок – Категория оценок – рассматривается как таблица оценок, объединенных по содержательному смыслу.

3 блок – Оценка – это результат, получаемый в ходе процесса оценивания, производимого в несколько этапов. Оценка содержит само значение, а также настройки по ее отображению (например, настройки для вычислений, подсчета итогов, блокировки, скрытия оценок).

Оценки могут быть распределены по категориям оценок. Каждая категория оценок имеет свою собственную агрегированную оценку,

которая вычисляется из её элементов оценивания. Категория может принадлежать другой категории, но каждый элемент оценивания может принадлежать только одной категории.

Все оценки за ответы студентов за все элементы курса автоматически собираются в журнал оценок, в котором преподаватель их может просмотреть и изменить, рассортировать по категориям и подсчитать итоговые оценки различными способами.

Чтобы это стало возможно, в Moodle при создании любого оцениваемого интерактивного действия автоматически формируется связанный с ним элемент оценивания и соответствующие настройки. Эти настройки влияют на вычисление и отображение оценок в отчётах по журналу оценок и на экспорт оценок. Большая часть настроек оценивания интерактивных элементов доступна для изменения только из интерфейса модуля интерактивного действия. Из журнала оценок для интерактивного элемента можно отредактировать только настройки проходного балла и родительскую категорию журнала оценок.

Большинство элементов курса, например, задания, лекции, семинары, форумы, тесты оцениваются. Оценкой в Moodle может служить как число (балл по любой из качественных шкал), так и слова/фразы из системы рейтингов или шкал. Оценки также могут использоваться как формализованные учебные результаты или простой текст для каждого участника курса. Каждому студенту в журнале доступны только его собственные оценки.

Преподаватель в среде Moodle отслеживает процесс освоения студентами дисциплины, в частности, по получаемым ими оценкам за выполнение различных интерактивных действий. Это исходные отметки. Они могут проставляться / корректироваться преподавателем в журнале вручную или вычисляться модулями Интерактивных Действий по заданным в их настройках порядковым шкалам. В конце обучения по курсу исходные отметки должны быть пересчитаны в итоговые оценки с помощью выбранных преподавателем методов агрегации и заданных им формул вычислений [2].

Для качественного оценивания элементов курса в рамках балльно-рейтинговой системы, принятой в Алтайском государственном университете, мы используем оценки в баллах. Использование только балльной системы, у которой отсутствует надежный инструментарий оценивания достижений, не позволяет оценить достижения по всем параметрам, не отражает результативность процесса обучения в целом, не может обеспечить необходимую эффективность процесса контроля и оценивания достижений студентов [3].

Так, при обучении студентов физико-технического факультета (курс «Математический анализ») и факультета психологии и педагогики (курс «Высшая математика») Алтайского государственного университета в системе Moodle мы используем две обязательные («Посещаемость» и «Успеваемость») и одну дополнительную («Оценки за интерактивные элементы») категории оценок.

В категориях «Посещаемость» и «Успеваемость» содержится полный отчет по посещаемости и балльно-рейтинговой оценке успеваемости студентов в течение всего курса обучения по дисциплине. Эти журналы заполняются своевременно в ходе учебного процесса.

Категория «Оценки за интерактивные элементы» создается при наличии в курсе оцениваемых интерактивных элементов, которые не включают в журнал успеваемости. Настройка и использование данной категории полностью зависит от предпочтений преподавателя.

Журнал оценок осуществляет фиксацию результатов текущей успеваемости и посещаемости. Элементы оценивания могут быть созданы как вручную, так и автоматически. Вручную элементы оценивания создаются преподавателем на странице настройки журнала оценок. А при добавлении оцениваемого интерактивного действия в курс журнал оценок автоматически создаёт пространство под оценки, которые будут проставлены, а также сам заполняет его оценками, как только они генерируются системой или преподавателем.

Так как работа студентов с большинством интерактивных действий оценивается, прежде чем наполнять ими курс, необходимо продумать систему оценивания. Например, мы используем стратегию накопительного оценивания нормированным методом вычисления среднего взвешенного всех оценок (с использованием весовых коэффициентов). За каждый выполненный элемент курса можно получить определенное максимальное количество баллов. Баллы за выполнение различных заданий либо имеют различный вес (и с этим весом входят в итоговую сумму), либо задания имеют различную «стоимость».

Так, по каждому разделу наших курсов проводится контроль: оценивается работа по прохождению лекций, выполнение заданий для самостоятельной работы, выполнение тестов, оцениваются ответы у доски, также учитывается выполнение домашних заданий и контрольных работ. По завершению изучения раздела в ведомость заносятся баллы, соответствующие положительным оценкам, и вычитается один балл, если студент получил неудовлетворительную оценку или вовремя не выполнил оцениваемый элемент без уважительной причины. Введенный отрицательный балл стимулирует выполнение студентом заданий к определенному сроку, и в то же время не сильно влияет на

общую сумму баллов. Максимальное количество баллов, которое может набрать студент при выполнении всех заданий в системе Moodle, равно 70. Ещё 30 баллов можно получить за отличный ответ на экзамене. По сумме всех баллов выставляется итоговая оценка: от 85 до 100 баллов – «отлично», от 75 до 84 – «хорошо», от 50 до 74 – «удовлетворительно», менее 50 – «неудовлетворительно».

По результатам опроса 80 студентов первого курса 40% из них не удовлетворены правильностью выставления традиционных 4-балльных оценок, что подтверждает большую роль случайности при сдаче экзамена и не учитывает процесс работы студента в семестре по изучаемому курсу. Тогда как балльно-рейтинговая система позволяет избежать «сессионного стресса», потому что экзамен только добавляет баллы к уже набранным в семестре.

Как показывает сравнительный анализ нескольких лет применения такого оценивания, количество студентов, получивших неудовлетворительные оценки, снизилось, а качество знаний повысилось.

Таким образом, система Moodle предоставляет очень широкие возможности оценивания индивидуальных достижений студентов в образовательном процессе, которыми всем преподавателям нужно научиться пользоваться для комфортной работы в курсе в части проверки и контроля выполнения заданий.

Библиографический список

1. Оценки – MoodleDocs (документация по Moodle) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://docs.moodle.org/archive/ru/Оценки>.

2. Тунда В.А., Тунда Е.А. Оценивание, принятое в рамках Болонского процесса и в системе Moodle // Проблемы управления в социальных системах. – 2015. – Т. 8. – №1 (12). – С. 38–74.

3. Магомаева С.П. Рейтинговая система оценки качества образовательного процесса как средство диагностики достижений студентов [Электронный ресурс] // Вестник Адыгейского государственного университета: сетевое электронное научное издание. – 2009. – №3. – Режим доступа: http://vestnik.adygnet.ru/files/2009.3/875/magomaeva2009_3.pdf.

Квест-технология в преподавании предметов естественно-математического цикла

А.Ю. Кузнецова¹, Е.П. Шевчук²

*¹Республиканская специализированная школа-интернат-
колледж олимпийского резерва, г. Риддер, Казахстан;*

²ВКГУ им. С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск, Казахстан

В последнее время педагоги на своих уроках и во внеурочной деятельности все чаще используют активные методы и формы обучения, основанные на проектной и исследовательской деятельности. Квест – современная форма активного обучения.

Квест-технология в воспитательном и общеобразовательном процессе как понятие появилась относительно недавно. Надо сказать, что большую роль в этом сыграли не только детские психологи, но и появившиеся пару десятилетий назад компьютерные игры жанра quest. Попробуем рассмотреть основные аспекты, связанные с пониманием этого процесса, не с научной точки зрения, а поговорим на эту тему общечеловеческим языком, чтобы каждый смог понять, например, что такое квест-технологии в образовании и воспитании подрастающего поколения.

Слово «квест» (от англ. quest – поиски; приключение). Под квестом понимают игру, в которой участник должен добиться какой-то конкретной цели (выполнить задание или собственно «квест»), прибегая к помощи собственных знаний и опыта, а также общаясь с участниками квеста. Квесты могут быть как индивидуальные, так и групповые. В настоящее время все более широкую популярность набирают веб-квесты.

Как известно, образовательный процесс достаточно часто воспринимается, что называется, «в штыки». Особенно это касается случаев, когда подается сухой материал, насыщенный фактами. А уж точные дисциплины дети даже на начальной стадии развития изучать вообще не склонны. Естественно, они предпочитают обучению обычные игры. Чтобы заинтересовать обучающихся образовательными дисциплинами, и было предложено использовать игру, как один из методов обучения, ведь именно в процессе игры у слушателей появляется восприятие того или иного материала, а также формируется собственное мнение по поводу происходящего, не говоря уже о разделении на положительных и отрицательных героев, что, в свою очередь, может достаточно

сильно повлиять на психику и сформировать правильное мировосприятие.

Отличительной особенностью образовательного квеста от веб-квеста является, то, что учащиеся должны самостоятельно получать информацию посредством сети Интернет.

Квест-технология формулирует у учащихся дедуктивные навыки, информационную культуру, компьютерную грамотность, умения работать в команде.

Впервые термин «веб-квест» (WebQuest) был предложен летом 1995 года Берни Доджем, профессором образовательных технологий Университета Сан-Диего (США).

Б. Додж выделяет три принципа классификации веб-квестов:

- 1) по длительности выполнения: краткосрочные и долгосрочные;
- 2) по предметному содержанию: монопроекты и межпредметные веб-квесты;
- 3) по типу учебной задачи, выполняемых учащимися: компиляция, переосмысление, убеждение, журналистское расследование, аналитическое исследование, разгадка тайны, творческое исследование, поиск истины научное исследование [1, с. 46].

Веб-квест имеет четко структурированную схему (рисунок 1).

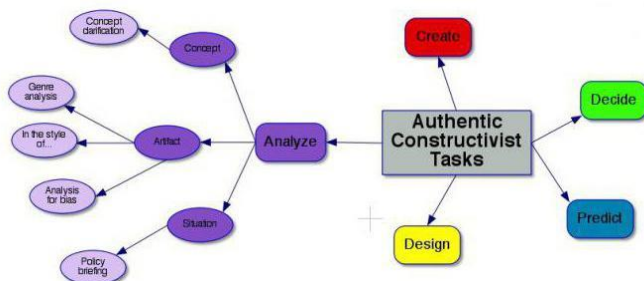


Рисунок 1 – Структурированная схема квеста

Рассмотрение ее следует применять не к отдельно взятому ученику, а, наверное, даже к целой команде, ибо на современном этапе развития человечества только совместные действия могут обеспечить наилучший результат. Итак, все сводится к следующему:

- introduction (введение) – постановка задачи и распределение ролей;
- task (задание) – список заданий (этапы прохождения, список вопросов и т.д.);
- process (выполнение) – порядок выполнения поставленной задачи (штрафы, бонусы);

- evaluation (оценивание);
- conclusion (вывод) – конечная цель (приз);
- teacher page [2].

В преподавании предметов естественно-математического цикла квесты можно использовать как на уроках изучения нового материала, так и на уроках закрепления и обобщения знаний. Он позволяет интегрировать разные дисциплины.

На сегодняшний день, по разным оценкам, принято различать несколько видов таких обучающих и воспитательных процессов, ведь в большинстве случаев педагог является не только учителем, преподающим определенный материал, а еще и воспитателем, так сказать, нравственным наставником. В общей классификации выделяют следующие:

- линейные (решение одной задачи дает возможность решать следующую);
- штурмовые (с помощью контрольных подсказок участник сам выбирает способ решения задачи);
- кольцевые (по сути, тот же линейный квест только для нескольких команд, стартующих из разных точек).

В начале выполнения квеста обязательным является предыстория, т.е. небольшой рассказ, который должен мотивировать «подтолкнуть» учащихся на выполнение квеста.

Задание является самой важной частью. В нем заключается основная цель работы учащегося. Хорошее задание должно быть выполнимым и увлекательным, побуждать учащихся мыслить и самосовершенствоваться.

В одном квесте можно использовать разные типы заданий: рассказ, решение задач, выполнение теста и т.д. Так же можно предусмотреть разную защиту результата будь то презентация, защита доклада, составление ментальной карты и др.

После каждого этапа – задания должен обязательно быть подведен итог, который позволяет перейти участнику к новому этапу. Например, можно организовать в форме сообщения или письма «Поздравляю! Вы победили...». Также перед новым испытанием необходимо развить сюжет, например «Дорогие друзья, помогите одолеть злого... Для победы Вам надо правильно выполнить задание».

Примерные темы квестов:

- Физика – «Исследование капельки воды»;
- Химия – «Взрыв на химической лаборатории»;
- Информатика – «Магазин компьютерной техники»;
- Математика – «Поиск потерянного числа».

Хочется отметить, что квесты - это не только современный метод обучения и контроля знаний на уроке, но и новый метод «добывания» знаний учащимися. Веб-квесты способствуют развитию у учащихся навыков, необходимых для человека XXI века: умение ориентироваться в огромном количестве информации, анализировать ее, самостоятельно и творчески мыслить, умение работать в команде, идти в ногу со временем.

В отличие от традиционных методов обучения при использовании активных форм обучения ученик становится главной фигурой образовательного процесса и сам открывает путь к усвоению новых знаний. Учитель же выступает как активный помощник, функцией учителя становится - организация и стимулирование учебного процесса.

Использование квеста на уроке и во внеурочное время повышает познавательный интерес учащихся к предмету, вовлекает их в учебный процесс, что позволяет им получать и усваивать большее количество информации, по сравнению с традиционными формами обучения, также способствует развитию навыков чтения, говорения и аудирования.

Библиографический список

1. Игумнова Е. А., Радецкая И. В. Квест-технология в образовании : учеб. пособие / Забайкал. гос. ун-т. – Чита : ЗабГУ, 2016. – 164 с.
2. Мищук О.Н. Веб-квест технология как интеграция мотивационного и коммуникативного аспектов в обучении иностранным языкам // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2016. – Т. 5. – С. 168–171. – URL: <http://e-koncept.ru/2016/56184.htm>.

УДК 371.1

О методическом обеспечении учебного процесса по английскому языку у студентов-математиков

Культенко М.В.
АлтГУ, Барнаул

Иностранный язык в неязыковом вузе обладает спецификой: существует на предметном плане (И.А. Зимняя) той или иной дисциплины, которой обучаются студенты, так как язык обслуживает приём и передачу информации.

Изучение иностранного языка студентами-математиками в Алтайском государственном университете фокусируется как на общем языке [1, с. 8], функционирующим на общеобразовательных темах, таких,

например, как «Моя Родина – Россия», «Моя Родина – Алтайский край», изучаемых студентами всех естественных факультетов, работа над которыми решает комплекс воспитательных, развивающих и познавательных задач [2, с. 183], так и на языке специальности [3, с. 10; 4], функционирующем на темах специальности.

Отметим, что темы специальностей на факультете математики и информационных технологий принципиально можно варьировать в рабочих программах дисциплины иностранного языка в зависимости от направления подготовки, например, бакалавра. Это могут быть темы по математике, информатике, информационным технологиям, а так же по компьютерным наукам и пр. В зависимости от того, какому языку – общему или языку специальности и для каких целей: учебных, межличностных или профессиональных ведется обучение иностранному языку, и в частности, английскому языку на факультете математики и информационных технологий, используем конкретные учебники и пособия.

Что касается имеющихся, в том числе в наличие в университетской библиотеке учебников по английскому языку для студентов математических факультетов университетов, так С.А. Шаншиевой [6], М.М. Глушко [5], изданных еще в Советском Союзе, следует отметить, что эти учебники прошли испытание временем и формулировки, направленные на решение конкретных задач, могут быть принципиально использованы и сегодня на практике, что мы и делаем. Концептуально выдержанные и методически грамотно построенные, они соответствуют поставленным авторами целям. Последовательность упражнений, заданий, их формулировки, направленные на решение конкретных задач, могут быть принципиально использованы и сегодня на практике, что мы и делаем.

Однако, по своему содержанию («начинке») общеобразовательные темы во многом морально устарели, т.к. за эти десятилетия произошли серьезные геополитические и социальные изменения в нашей стране, да и в системе образования.

По этой причине для обеспечения учебного процесса по английскому языку учебной литературой кафедра иностранных языков естественных факультетов пошла по пути, как и большинство профессионального сообщества естественных и технических факультетов университетов, а именно, создания собственных методических разработок и пособий по общеобразовательным темам и использованию, где это возможно, Интернет-ресурсов.

Созданное на кафедре иностранных языков естественных факультетов пособие «I'm a Student. My University» [8] используется для обу-

чения студентов 1 курса естественных факультетов (дневная форма обучения) классического университета. Данные методические рекомендации предлагаются студентам, продолжающим изучение английского языка на базе полной средней школы. Методические рекомендации составлены с требованиями рабочей программы «Английский язык». Цель данных методических рекомендаций – подготовить студентов 1 курса к таким видам речевой деятельности, как: чтение (обращенное, просмотровое, ознакомительное, изучающее, поисковое), говорение и аудирование. Данные методические рекомендации состоят из 10 общеобразовательных тем:

1. Знакомство.
2. Высшее образование.
3. Мой первый день в Университете.
4. Жизнь в студенческом городке.
5. Алтайский государственный университет.
6. Мой факультет.
7. Как учатся студенты.
8. Внеаудиторная деятельность.
9. Университеты в Великобритании.
10. Экзамены.

В свою очередь, пособие «Моя Родина» [8] предназначено для студентов 1 курса и посвящено взаимосвязанному обучению видам речевой деятельности. Следует также отметить, что данное пособие включает федеральный и региональный компоненты содержания образования. Оно состоит из двух блоков, посвященных темам «Россия» и «Алтайский край», которые в свою очередь подразделяются на несколько подтем:

1. Географическое положение России.
2. Политическая система России.
3. Семь чудес России.
4. Праздники в нашей стране.
5. Известные люди.
6. Российские города.
7. Москва.
8. Мой родной регион.
9. Алтайский край.
10. Барнаул.

Особый случай – использование проверенных временем учебников в обучении английскому языку для специальных целей, т.е. для обучения языку специальности. Известно, что на математических факультетах классических университетов обучению языку специальности все-

гда начиналось с тем, относящихся к таким основным разделам математики как: арифметика, алгебра, геометрия, математический анализ, а именно:

1. Натуральные числа.
2. Целые числа.
3. Рациональные числа.
4. Действительные числа.
5. Логарифмы.
6. Числовые последовательности.
7. Отображение.
8. Функция.
9. Уравнение круга.

Несмотря на то, что за последние 5–8 лет на математических факультетах классических университетов и педвузов (академий, институтов, университетов) появились новые направления подготовки бакалавров, где, как например, 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии (уровень бакалавриата) в названии по формальному признаку отсутствует слово «математика», базовые знания математики являются обязательными и относятся к общепрофессиональным компетенциям, так, например, ОПК-1, для выше названного направления подготовки.

В этой связи считаем, что классические, т.е. базовые тексты-темы по математической специальности на английском языке из солидных учебников, независимо от того, когда они были изданы, следует использовать как методическое сопровождение при обучении подъязыку математики на факультете математики и информационных технологий. В поддержку данного утверждения, на наш взгляд, говорят и грустные факты статистики.

Так, несмотря на то, что среди абитуриентов ФМИИТ АлтГУ востребованы актуальные направления подготовки бакалавров «Математика и компьютерные науки», «Фундаментальная информатика и информационные технологии» и есть конкурс на место, по результатам первой сессии 2016/2017 учебного года из 152 человек первого курса только 25 сдали сессию, что составляет 6% от всех обучаемых. Из 64 человек, к примеру, 31 студент не справился с алгеброй, 24-с аналитической геометрией; 40 человек, что составляет 26% обучаемых, имеют каждый по 9 академических задолженностей по специальным дисциплинам.

Совершенно очевидно, что для такого контингента студентов, независимо от ими выбранного направления профессиональной подготовки, повторение базовых тем, но уже на английском языке, по классиче-

ским текстам учебников для студентов-математиков будет совсем не лишним. Наряду с имеющейся методической классикой для языка специальности, которой достаточно для студентов первого и второго курсов, на кафедре иностранных языков естественных факультетов подготовлены учебные материалы для студентов 1–2 курсов, которые могут быть использованы в самостоятельной работе [9].

Кроме того, на кафедре иностранных языков естественных факультетов существует опыт совместного создания О.Н. Гончаровой и М.В. Культенко учебно–методического пособия для студентов магистратуры «Прикладные задачи математического и функционального анализа. Часть 1. The Theory of Distributions» [10], которое прошло успешную апробацию на спец семинарах. Думаем, что опыт совместной работы демонстрирует способность кафедры иностранных языков, т.е. гуманитарной, и кафедры дифференциальных уравнений, т.е. специальной, факультета математики и информационных технологий и создавать качественный продукт для обеспечения учебного процесса как по математическим дисциплинам, так и иностранному языку, а это значит-развивать общепрофессиональные и общекультурные компетенции студентов-математиков.

Библиографический список

1. Артемова И.Ю., Горбухова М.Ю., Давыдова И.И. Учебное пособие по взаимосвязанному обучению видам речевой деятельности на материале темы «Моя родина» для студентов естественнонаучных факультетов (английский язык). – Барнаул: АлтГУ, 2012. – 108 с.

2. Скубневская Т.В., Розинкина Т.А. Лингвометодическое пособие регионального содержания на немецком языке как средство формирования коммуникативных компетенций студентов // Иностраный язык в региональной языковой политике: материалы III международной научно-практической конференции. 25 мая 2013 г. – Барнаул: ИП Колмогоров И.А., 2011. – С. 179–185.

3. Скубневская Т.В. Язык специальности в модернизируемом образовательном процессе. Теоретические аспекты // Роль иностранного языка в модернизации современного образовательного процесса: материалы Международной научно-практической конференции, Барнаул, 2 июня 2011 г., Барнаул: Концепт, 2011. – С. 9–11.

4. Скубневская Т.В., Таранова Е.С. Обновление содержания дисциплины «Иностраный язык в неязыковом вузе». Теоретические аспекты // Роль иностранного языка в модернизации современного образовательного процесса: материалы Международной научно-

практической конференции. 2 июня 2011 г. – Барнаул: Концепт, 2011. – С. 4–8.

5. Замашанская Е.С. Подходы к изучению терминов на иностранном языке для специальных целей // Опыт и перспективы обучения иностранным языкам в евразийском образовательном пространстве: сборник научных трудов по материалам VI Международной научно-практической конференции, Барнаул, 5 июня 2016. Выпуск 1. – Барнаул: Концепт, 2016. – С. 152–158.

6. Глушко М.М. Учебный словарь-минимум для студентов-математиков. – М.: Изд-во МГУ, 1973

7. Шаншиева С.А. Методика отбора учебных текстов на английском языке по профилю специальности // Повышение эффективности процесса обучения иностранным языкам в неязыковом вузе: сборник научных трудов. – М., 1980. – 69 с.

8. Денисенко О.В., Овчинникова Е.М. Методические рекомендации по английскому языку для студентов 1 курса естественных факультетов «I'm a Student, My University, Higher Education». – Барнаул: ГРАФИКС, 2016. – 90 с.

9. Давыдова И.И., Культенко М.В. Методические рекомендации по взаимосвязанному обучению рецептивно-продуктивным видам речевой деятельности для студентов-математиков на материале английского языка: методич. реком. – Барнаул, 2012.

10. Гончарова О.Н., Культенко М.В. Методическое пособие по английскому языку для студентов-магистрантов «Прикладные задачи математического и функционального анализа. Часть 1. Introduction to the Theory of Distributions» – Барнаул: АлтГУ, 2010. – 30 с.

УДК 372.851

Методика проведения интерактивных занятий в высшей школе

Л.А. Линевиц
АлтГУ, Барнаул

Основные требования, которые ранее предъявляла система образования ВУЗа, заключались во владении им большим объемом информации и ориентировалась на уровни «знания» и «понимания». Конечно же, это толкало педагога на использование в основном пассивных методов обучения, что не тот момент было вполне разумно. В современном мире ситуация кардинально изменилась. Многие современные педагоги все чаще стали задумываться о совершенствовании процесса

обучения. В своих научных трудах ученые, такие как Веряев А.А., Морозова О.П., Шаповалов А.А. и др. рассматривают пути совершенствования системы образования [1].

В связи с быстро возрастающими темпами прироста научного знания, не представляется возможным одному человеку знать всё даже в какой-нибудь узкой области знания. К тому же использование компьютеров в обучении открывает перед нами новые возможности хранения и переработки информации. В настоящее время в учебном процессе активно используются интерактивные доски [2], обучающие программы и даже целые электронные учебно-методические комплексы [4].

Интерактивное обучение – это специальная форма организации познавательной деятельности, способ познания, осуществляемый в форме совместной деятельности студентов. Все участники взаимодействуют друг с другом, обмениваются информацией, совместно решают проблемы, моделируют ситуации, оценивают действия других и свое собственное поведение, погружаются в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблемы. Интерактивные методы позволяют повысить и эффективность дистанционного обучения. Например, создание такой обучающей среды как Moodle [3]. Одна из целей состоит в создании комфортных условий обучения, таких, при которых студент чувствует свою успешность, свою интеллектуальную состоятельность, что делает продуктивным сам процесс обучения.

Таким образом, учебный процесс организован таким образом, что практически все обучающиеся оказываются вовлеченными в процесс познания. По сравнению с традиционными методами обучения, в интерактивном обучении меняется взаимодействие преподавателя и студентов: активность педагога уступает место активности обучаемых, основной задачей которого является создание максимальной комфортных условий для проявления творческой активности учащихся. Особенность интерактивных методов – это высокий уровень взаимно направленной активности субъектов взаимодействия, эмоциональное, духовное единение участников.

К основным условиям организации интерактивного обучения математике в вузе можно отнести преподавателя; межличностное учебное взаимодействие всех субъектов образовательного процесса; диалоговые методы обучения и взаимообучения; обратную связь – сквозная рефлексия содержания, способов и результатов деятельности.

Интерактивные методы не являются чем-то новым, однако недостаточно широко применяются в реальном образовательном процессе, а порой и вообще выпадают из арсенала педагога. Использование тех или иных методов зависит от разных причин: цели занятия, уровня

подготовки преподавателя и студентов, также не последнюю роль играет наличие положительной мотивации. Очень сложно классифицировать интерактивные методы, так как многие из них являются сложным переплетением нескольких приёмов: однако основные интерактивные подходы можно назвать. Это творческие задания, работа в малых группах, обучающие игры, использование общественных ресурсов, социальные проекты и другие внеаудиторные методы обучения.

Остановимся изначально на обучающих играх, которые наряду с творческими заданиями и работой в малых группах являются основным приёмом на интерактивных занятиях. Условно можно выделить несколько видов обучающих игр: ролевые игры и имитация, деловые игры и моделирование и образовательные игры.

В силу специфики обучения математике очень эффективным, интересным и продуктивным методом обучения является *математическая «карусель»* или *математическая викторина*. Это образовательная игра пригодна и для проведения урока, и для внеклассного мероприятия (например, олимпиада). Данный метод вовлекает всех учащихся в образовательную деятельность, даёт возможность коллективного поиска решения задач, обмена идеями, информацией, математическими знаниями. А, так как математическая «карусель» – это соревнование между группами, то урок в такой форме разжигает у студентов не только азарт и волю к победе, но и мотивирует учащихся к получению более широких познаний в области математики.

Кроме обучающих игр, к основным методикам проведения интерактивных занятий можно отнести решение творческих задач.

Под *творческими заданиями* понимаются такие учебные задания, которые требуют от обучающихся не простого воспроизводства информации, а творчества, поскольку задания содержат больший или меньший элемент неизвестности и имеют, как правило, несколько подходов.

Целью интерактивного занятия, проводимого в форме *решения творческих заданий*, является нахождение своего собственного «правильного» решения, основанного на своем персональном опыте и опыте других студентов.

Творческие задания, отобранные для занятия, должны отвечать следующим критериям:

- не иметь однозначного и односложного ответа или решения;
- являться практически полезными для дальнейшего обучения и будущей профессиональной деятельности;
- вызывать интерес у обучаемых;

- требовать комплексного применения междисциплинарных знаний, умений, навыков;
- максимально служить целям обучения.

При подборе творческих заданий следует учитывать не только уровень знаний студентов, но и их умение работать творчески. Если обучающиеся не привыкли работать творчески, то следует постепенно вводить сначала простые упражнения, а затем все более сложные задания.

При использовании интерактивных методов роль преподавателя резко меняется, перестаёт быть центральной, он лишь регулирует процесс и занимается его общей организацией, готовит заранее необходимые задания и формулирует вопросы или темы для обсуждения в группах, даёт консультации, контролирует время и порядок выполнения намеченного плана.

Использование интерактивных форм и методов обучения в процессе обучения в вузе позволяют приобрести:

- **конкретному студенту:** опыт активного освоения содержания будущей профессиональной деятельности во взаимосвязи с практикой; развитие личностной рефлексии как будущего профессионала в своей профессии; освоение нового опыта профессионального взаимодействия с практиками в этой области;
- **учебной группе:** развитие навыков общения и взаимодействия в малой группе; формирование ценностно-ориентационного единства группы; поощрение к гибкой смене социальных ролей в зависимости от ситуации; принятие нравственных норм и правил совместной деятельности; развитие навыков анализа и самоанализа в процессе групповой рефлексии; развитие способности разрешать конфликты, способности к компромиссам;
- **системе преподаватель – группа:** нестандартное отношение к организации образовательного процесса; формирование мотивационной готовности к межличностному взаимодействию не только в учебных, но и в профессиональных ситуациях; вырабатывать партнерские отношения между учащимися и педагогом.

Библиографический список

1. Веряв А.А., Морозова О.П., Раченкова Л.С., Шаповалов А.А. Пути совершенствования современной системы образования // Материалы

фестиваля педагогических идей педагогов г. Барнаула. – Барнаул. – 2008.

2. Веряев А.А., Ушаков А.А. Интерактивная доска в современной школе. Проблемы выбора и использования // Школьные технологии. – 2011. – №1.

3. Кравченко Г.В. Использование модели смешанного обучения в системе высшего образования // Известия АГУ. – 2014. – Т. 1.

4. Кантор С.А., Лаврентьев Г.В., Нечаева А.В Совершенствование учебно-познавательной деятельности будущих менеджеров на основе применения электронного учебно-методического комплекса: интенсификация, оптимизация, активизация. – Федеральное агентство по образованию, АлтГУ, АлтГТУ им. И.И. Ползунова. – Барнаул. – 2006.

УДК 371.3

Об организации самостоятельной работы по английскому языку у студентов факультета математики и информационных технологий по направлению подготовки «Математика и компьютерные науки»

Е.М. Овчинникова
АлтГУ, Барнаул

Согласно образцу шахтинских учебных программ, рекомендованных Министерством образования и науки Российской Федерации, в рабочих программах гуманитарных дисциплин Алтайского государственного университета (АлтГУ), куда относится и «Иностранный язык», на естественных факультетах осуществляется перераспределение сетки учебных часов под девизом оптимизации.

Реально сокращается количество аудиторных занятий (36) до самого минимума зачетных единиц [1], принятых сегодня в системе высшего образования, и увеличивается количество часов на самостоятельную работу студентов.

В этой связи перед преподавателями иностранных языков встают серьёзные задачи по организации самостоятельной работы студентов на естественных факультетах АлтГУ с учётом растущей интернационализации аудитории и связанными с этим процессом проблемами [1, с. 79].

Центральные задачи преподавателя иностранных языков, обучающего, в частности, английскому языку студентов на факультете математики и информационных технологий (ФМиИТ) по направлению

подготовки «Математика и компьютерные науки» (уровень бакалавриата) заключается:

- в анализе требований к результатам освоения иностранного языка программы бакалавриата федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) утвержденного 07.08. 2014;

- в определении содержания самостоятельной работы по иностранному языку (чему обучать);

- в отборе приёмов обучения (как обучать).

Остановимся подробнее на результатах нашего анализа и решениях обозначенных нами задач по организации самостоятельной работы.

Итак, в федеральном государственном стандарте 2014 г. отмечено, что выпускник, освоивший программу бакалавриата «Математика и компьютерные науки», должен обладать «способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранных языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-5)»; «способностью публично представлять собственные и известные научные результаты (ПК-4)» [2].

Считаем недостаточно корректной формулировку одинаковых требований (ОК-5) к уровню владения родным для студентов языком, возможно, и неродным, но иностранным языком для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия. Позволим себе риторические вопросы: неужели студенты-россияне, выпускники школ Российской Федерации, дошли до такой степени оскуднения в русском языке и речи, что их «способности к коммуникации в устной и письменных формах на русском и иностранном языках» следует приравнивать? Тем более для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия?

Согласимся с точкой зрения Т.В. Скубневской [3, 4] и Е.С. Тарановой [3], анализировавших и сравнивших содержание примерной программы (2009), которая до сих пор считается для нас действующей, с предшествовавшей программой (2000) в том, что «оба программных документа не связывают руки преподавателям-практикам, творчески работающим и думающим педагогам, но дают пищу для размышления, как учитывать профессиональные и прочие особенности подготовки специалистов по иностранным языками и разрабатывать свои рабочие программы, УМК и учебные пособия» [1, с. 11]. Поэтому такой бытовой тематике, как «Я и моя семья», включающей сферы общения: о семье; доме (жилищные условия); досуге в семье; еде; покупках, являющихся фактически повторением школьного

курса по иностранному языку и вряд ли усиливающих когнитивную, исследовательскую и информационную составляющую обучения, мы уделяем внимание только в рамках темы «Знакомство» [6] для установления межличностных отношений и работаем над ней в аудитории. А так же всякий раз, когда в группе появляется новичок или гость, что соответствует естественному реальному общению.

Для межличностных и профессиональных целей считаем важным работать над языком и речью по направлению избранной профессиональной деятельности, так как это объединяет всех студентов как первого, так и второго курса. К тому же требование стандарта (ПК-4) – способность публично представлять собственные и известные научные результаты – является актуальным не только в учебных, но и реальных условиях, так как студенты факультета математики и информационных технологий имеют и реальные мотивы, и реальные шансы участвовать 2-3 раза в год в научно-практических конференциях с презентациями как известных, так и собственных результатов исследований, которые организуются как кафедрой иностранных языков естественных факультетов, например, «New trends in science», так и совместно с кафедрами ФМиИТ во время Дней молодежной науки в АлтГУ, а также Дней молодежной науки в рамках молодежного форума или городских конференций, не говоря уже о работе МАКа, ежегодно проводящейся всероссийской конференции «Математики Алтайскому краю».

Однако наличие реальных мотивов и реальных шансов для студентов бакалавриата по направлению «Математика и компьютерные науки» заниматься английским языком в научных, профессиональных и межличностных целях является не единственным стимулом и целью. Выбранное студентами направление «Математика и компьютерные науки» предоставляет им большое поле профессиональной деятельности, что отражается имплицитно в требованиях к результатам освоения программы бакалавриата, в том числе: «осуществлять педагогическую деятельность в конкретной предметной области, например, математики, физики, информатики (ПК-9)», а это требует развития «способности представлять и адаптировать знания с учетом уровня аудитории (ПК-8)».

Таким образом, проведенный нами анализ федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 02.03.01 Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) и соотнесенные в нем требования с задачами преподавателя иностранных языков в неязыковом вузе, отраженные в примерной программе дисциплины «Иностранный язык» для неязыковых специальностей, позволяют сконцентрировать наши усилия по

организации самостоятельной работы на языке специальности и речевом материале – текстах по специальности в ситуациях, близких к реальности: имитация учебного процесса по математике на иностранном языке (педагогический аспект), и собственно в реальных ситуациях: подготовке к исследовательской работе с использованием иностранных источников и презентация ее результатов.

Для организации самостоятельной работы на практике недостаточно сформулировать задание для студентов и объяснить, зачем им это надо выполнять. Необходима система работы и четкое представление самого преподавателя, что должно являться содержанием самостоятельной работы.

Решив для себя, что следует заниматься языком специальности, определили, что на самостоятельную работу на первом курсе должна отойти работа с чтением и со словарем.

1. Нечитайло Е.М. Об организации самостоятельной работы по английскому языку студентов первого курса из стран Средней Азии // Опыт и перспективы обучения иностранным языкам в евразийском образовательном пространстве: сборник научных трудов по материалам VI Международной научно-практической конференции «Опыт и перспективы обучения иностранным языкам в евразийском образовательном пространстве», Барнаул, 5 июня 2016. Выпуск 1. – Барнаул: Концепт, 2016. – С. 79–84.

2. Приложение к приказу Министерства образования и науки Российской Федерации от 7 августа 2014 г. №949.

3. Скубневская Т.В., Таранова Е.С. Обновление содержания дисциплины «Иностранный язык в неязыковом вузе». Теоретические аспекты // Роль иностранного языка в модернизации современного образовательного процесса: материалы Международной научно-практической конференции. Барнаул, 2 июня 2011 г. – Барнаул: Концепт, 2011. – С. 4–8.

4. Скубневская Т.В. Язык специальности в модернизируемом образовательном процессе. Теоретические аспекты Роль иностранного языка в модернизации современного образовательного процесса: материалы Международной научно-практической конференции, Барнаул, 2 июня 2011 г. – Барнаул: Концепт, 2011. —С. 9-11.

5. «Иностранный язык» для неязыковых вузов и факультетов: примерная программа. – М., 2009.

6. Денисенко О.В., Овчинникова Е.М. Методические рекомендации по английскому языку для студентов 1 курса естественных факультетов «I'm a Student, My University, Higher Education». – Барнаул: ГРАФИКС, 2016. – 90 с.

УДК 51:37

Геометрические интерпретации в алгебре и анализе

Е.А. Плотникова, А.Н. Саженов
 НГТУ, г. Новосибирск, АлтГУ, г. Барнаул

Практические занятия по математическим дисциплинам должны вооружать студентов математическими знаниями, навыками и умениями достаточными для решения широкого круга прикладных задач, возникающих как в математических, так и в технических и экономических дисциплинах [1–3].

Важно продумать изучение математической дисциплины так, чтобы оно происходило интересно, содержание практических занятий было наглядным и, тем самым, будило мысль. В математических курсах практически всегда к решению задач можно привлечь геометрическую интерпретацию либо условий задачи, либо процесса её решения, что, за счёт наглядности, даёт возможность повышения эффективности обучения математике.

При наличии у преподавателя определённого набора демонстрационных задач-примеров он становится вооружённым для продуктивной работы со студентами.

Так в курсе математического анализа геометрическое иллюстрирование бывает весьма полезно при решении экстремальных задач как с функциями одной, так и многих переменных (и на безусловные и на условные экстремумы). Такая интерпретация условий и наглядное геометрическое решение позволяют осуществить простую проверку справедливости решений, проведённых с помощью дифференциального аппарата математического анализа [4–7].

Столь же наглядными могут быть и решения алгебраических задач с неравенствами, с системами уравнений и др.

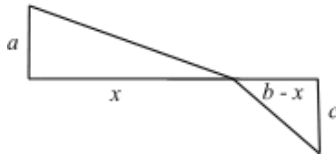
Приведём далее несколько лаконичных демонстрационных примеров, почерпнутых из различных учебных источников.

1. Найдите наименьшее значение функции

$f(x) = \sqrt{x^2 + a^2} + \sqrt{(b-x)^2 + c^2}$, где a , b , c – положительные числа.

Ответ: $\sqrt{(a+c)^2 + b^2}$. Функция $f(x)$

выражает длину ломаной. Ясно, что $f(x)$ принимает наименьшее значе-



ние, если ломаная становится отрезком. В этом случае значение функции совпадает с длиной гипотенузы прямоугольного треугольника с катетами $a + c$ и b .

2. Известно, что $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + z = 1$. Какое минимальное значение может принимать выражение $x^2 + y^2 + z^2$?

Ответ: 144/169. Рассмотрим прямоугольную систему координат в пространстве. Проведем плоскость α , заданную уравнением $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + z = 1$. Выражение $x^2 + y^2 + z^2$ равно квадрату расстояния от начала координат O до точки с координатами (x, y, z) . Минимальное значение выражения $x^2 + y^2 + z^2$ при усло-

вии $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + z = 1$ достигается тогда, когда

точка (x, y, z) является основанием перпендикуляра, опущенного из O на плоскость α , и равно квадрату расстояния от O до плоскости α . Расстояние от точки $M(x_0, y_0, z_0)$ до плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$ можно вычислить по известной формуле:

$$\rho(M, \alpha) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}. \text{ В резуль-}$$

$$\text{тате получаем } \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + 1}} = \frac{12}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 12^2}} = \frac{12}{13}.$$

3. Найдите наибольшее значение выражения $x^2 + y^2$, если $|x - y| \leq 2$ и $|3x + y| \leq 6$.

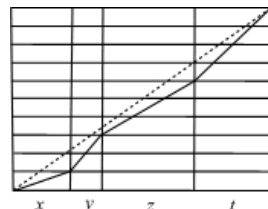
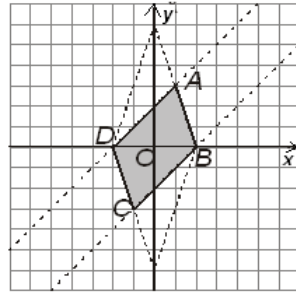
Рассмотрим пары (x, y) как координаты точек. Система неравенств $|x - y| \leq 2$ и $|3x + y| \leq 6$ определяет множество точек, контур которых – параллелограмм. При этом центр параллелограмма совпадает с началом координат. Наиболее удаленной точкой от центра является вершина параллелограмма (две). Ясно, что $OA^2 = 1^2 + 3^2 = 10$.

4. Найдите наименьшее возможное значение выражения:

$$\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{y^2 + 4} + \sqrt{z^2 + 9} + \sqrt{t^2 + 16}, \text{ при}$$

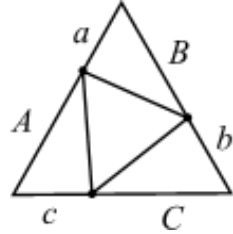
условии $x + y + z + t = 17$.

Ответ: $\sqrt{389}$. Всевозможные значения выражения соответствуют длинам ломаных,



изображенных на рисунке. Минимальное значение – это длина диагонали прямоугольника 17×10 , т.е. $\sqrt{389}$. В этом случае $x = 17/10$, $y = 2 \cdot 17/10$, $z = 3 \cdot 17/10$, $t = 4 \cdot 17/10$.

5. Пусть a, b, c, A, B, C положительные числа, причем $a + A = b + B = c + C = k$. Докажите, что $aB + bC + cA \leq k^2$.



Рассмотрим правильный треугольник PQR со стороной k . Отметим так на его сторонах точки как показано на рисунке. Тогда

$$(aB + bC + cA) \cdot \sin 60^\circ = 2(S_{KQL} + S_{LRM} + S_{MPK}) < 2S_{PQR} = k^2 \cdot \sin 60^\circ.$$

Здесь

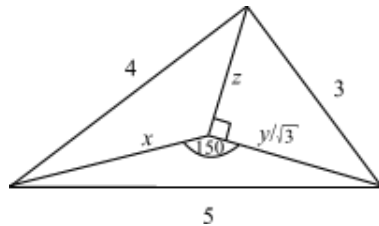
неравенство выполнено, поскольку треугольники не пересекаются между собой. Сокращая на $\sin 60^\circ$, получаем требуемое неравенство.

6. Пусть $x, y, z > 0$ и

$$\begin{cases} x^2 + xy + \frac{y^2}{3} = 25 \\ \frac{y^2}{3} + z^2 = 9 \\ z^2 + zx + x^2 = 16 \end{cases} . \text{ Найдите } xy + 2yz + 3zx.$$

Ответ: $24\sqrt{3}$. Первое соотношение системы можно трактовать как теорему косинусов для треугольника со сторонами $x, y/\sqrt{3}, 5$ и углом 150 градусов между x и $y/\sqrt{3}$.

Второе – как теорему Пифагора для треугольника с катетами $y/\sqrt{3}$ и z и гипотенузой 3 . Третье – как теорему косинусов для треугольника со сторонами $x, z, 4$ и углом 120 градусов между x и z . Сумма рассмотренных углов равна $150^\circ + 90^\circ + 120^\circ = 360^\circ$. Это позволяет сделать геометрическую интерпретацию. Теперь найдем сумму площадей трех треугольников:



$$\frac{1}{2} \left(x \cdot \frac{y}{\sqrt{3}} \cdot \sin 150^\circ + \frac{y}{\sqrt{3}} \cdot z + z \cdot x \cdot \sin 120^\circ \right) =$$

$$\frac{1}{2} \left(x \cdot \frac{y}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{y}{\sqrt{3}} \cdot z + z \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{1}{4\sqrt{3}} (xy + 2yz + 3zx).$$

С другой стороны, эта площадь большого треугольника – она равна 6. Значит, $xy + 2yz + 3zx = 24\sqrt{3}$.

Библиографический список

1. Плотникова Е.А., Саженкова Е.В. О формировании системы задач в курсе «Высшая математика» в техническом и экономическом вузах // Ломоносовские чтения на Алтае: сборник научных статей международной школы-семинара, Барнаул; 8-11 ноября 2011г. – Барнаул: АлтГПА, 2011. – Ч. III.

2. Плотникова Е.А., Саженкова Т.В. О преемственности в преподавании математических дисциплин // Ломоносовские чтения на Алтае: сборник научных статей международной школы-семинара, Барнаул; 2013г. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2013.

3. Плотникова Е.А., Саженкова Е.В. О методическом оснащении практических занятий по курсу «Высшая математика» // Сборник трудов всероссийской конференции по математике МАК 2014. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2014.

4. Плотникова Е.А., Саженков А.Н., Саженкова Т.В. Геометрия комплексной плоскости как ключ решения геометрических задач // Сборник трудов всероссийской конференции по математике МАК 2012. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2012.

5. Саженков А.Н., Саженкова Т.В. Математическое творчество: классические олимпиадные темы и задачи высокого уровня сложности // Сборник научных статей международной школы-семинара «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования». – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2015.

6. Саженков А.Н., Саженкова Т.В. О некоторых содержательных аспектах воспитания математической культуры у учащихся и студентов // Сборник трудов всероссийской конференции по математике МАК 2016. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2016.

7. Саженков А.Н. Геометрия и анализ в задачах математических олимпиад // Труды семинара по геометрии и математическому моделированию. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2013.

О некоторых приёмах активизации работы студентов на занятиях по математике

Е.А. Плотникова¹, Е.В. Саженкова¹

¹НГТУ, ²НГУЭУ, г. Новосибирск

Успешность освоения студентами математических дисциплин существенно зависит от их заинтересованности в изучении предмета, что может быть достигнуто посредством использования различных методических приёмов, направленных на активизацию восприятия преподаваемого материала. В направлении решения проблемы активизации учебно-познавательной деятельности студентов использованы многие пути. Это и увеличение объёма информации, и ускорение процесса её считывания, и разнообразные контролируемые формы управления учебно-познавательной деятельностью, и использование технических средств и др.

Разумный по объёму экскурс в историю возникновения и развития изучаемого математического понятия, в истоки его практической или естественнонаучной потребности может способствовать успешному началу разворачивания новой темы предмета. Некоторое насыщение лекционного материала сведениями из истории становления и развития математики не только пробуждает у студентов интерес к предмету, но и способствует осмысленному его изучению. Эту же цель преследует и включение в изложение материала некоторых биографических сведений о тех математиках, именами которых названы теоремы, критерии, формулы, методы и математические понятия. Исторические отступления позволяют также лучше понять необходимость введения того или иного математического понятия [1–2]. Существенно активизировать работу студентов младших курсов, как на практических, так и на теоретических занятиях, позволяет преемственное использование математического аппарата, заложенного в средней школе. Работа, начинающаяся в привычной терминологии и способах рассуждения, ведёт к лучшему дальнейшему продвижению в освоении уже новых понятий и их свойств. При этом оказываются продуктивно востребованными математические знания, умения и навыки, которыми должны владеть выпускники средних учебных заведений [3].

Активное освоение дисциплины происходит, когда студент решает задачи. И здесь важно умело направить движение его мысли. Остановимся на нескольких моментах, позволяющих успешно продвигать студентов в процессе решения задач [4].

1. Целенаправленный подбор задач с комментариями: постановка понятных целей и объяснения о том, на что следует при решении обратить особое внимание.

2. Расположение задач по степени возрастания их сложности и трудоёмкости.

3. Вооружение студента такими приёмами решения предлагаемых задач, которые приемлемы на базе читаемого ему теоретического курса, или дополнительно представленного теоретического материала в процессе практического занятия.

Существенное значение в обучении математике играет акцентирование на доходчивость изложения материала, его иллюстративность и техническую помощь в осуществлении математических вычислений.

С появлением в 90-х годах XX века универсальных пакетов символьных вычислений, стало возможным решать на компьютере сложные численные и аналитические задачи: вычислять пределы, производные и интегралы, строить графики функций, решать системы уравнений и многое другое [5].

К таким пакетам относится, например, Maple. Этот пакет включает в себя широкий спектр символьных вычислений, мощную графику и удобную систему помощи. Есть также Math Office for Word, объединяющий возможности пакета Maple и популярного редактора Word, и другие пакеты. Появление этих информационных технологий позволяет активизировать познавательную деятельность студентов путём демонстрации технических возможностей проверки своих исследований.

После изучения какого-либо математического раздела (предела, производной, интеграла и т.д.) и аналитического решения соответствующих задач полезно продемонстрировать возможности информационных технологий в этом направлении. При этом нужно воспитывать в студентах понимание, что пакеты символьных вычислений являются лишь инструментами, которые помогают в вычислениях тем, кто владеет математическими знаниями, а значит, может грамотно применить эти инструменты. Математические знания гарантируют защиту от возможных ошибок технического характера при использовании означенных вычислительных пакетов. Это могут быть знания о постоянстве или переменности искомой величины, о порядке многочлена или о типе функций, возникающих в ответе, и т.п. Таким образом, изучение математики ни в коей мере не умаляется появлением этих инструментов и продолжает оставаться важной составляющей подготовки специалиста в любой научной области. С другой стороны, применение пакетов символьных вычислений освобождает от выпол-

нения большого количества однотипных вычислений, что опять-таки позволяет избежать механических и арифметических ошибок и описок.

С началом развития сети Интернет в середине 90-х годов XX века заговорили об интерактивных формах обучения в различных областях знания. Тогда они трактовались как обучение с использованием компьютерных сетей и ресурсов Интернета. Позднее эта трактовка стала более широкой и в настоящее время под интерактивными методами, как правило, понимают активные методы взаимодействия студентов, как с преподавателем, так и друг с другом в процессе обучения [6].

Основными правилами организации интерактивного обучения являются следующие:

- вовлечение в работу всех участников процесса обучения;
- адекватное поощрение студента за активное участие в работе;
- работа малыми группами – не более 25 человек.

В преподавании математических дисциплин интерактивные методики ни в коем случае не заменяют лекционный материал, но могут способствовать его лучшему усвоению на практических и лабораторных занятиях. Наиболее продуктивна такая работа на лабораторных занятиях, где как раз и осуществляется работа малой группой. В малой группе возможна, к примеру, организация интенсивного опроса и проверки знаний по изученной теме. Это можно произвести как в атмосфере состязательности групп студентов, так и индивидуального соревнования. Для такой соревновательной формы работы необходимо разработать продуктивную форму оценивания степени индивидуального участия в работе каждого отдельного студента. В задачу преподавателя и входит эта продуктивная разработка, а также оценивание вопросов, ответов и учёт активности каждого участника интерактивного процесса.

Библиографический список

1. Плотникова Е.А., Саженкова Е.В. О введении в математические дисциплины в техническом и экономическом вузах // Сборник трудов семнадцатой региональной конференции по математике МАК 2011. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2011.

2. Плотникова Е.А. О некоторых вопросах методики преподавания математики на гуманитарных направлениях // Сборник научных статей международной школы-семинара «Ломоносовские чтения на Алтае». – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2015.

3. Плотникова Е.А., Саженкова Е.В. О преемственности в преподавании математических дисциплин // Сборник научных статей между-

народной школы-семинара «Ломоносовские чтения на Алтае». – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2013.

4. Плотникова Е.А. О формировании банка задач по курсу «Высшая математика» для гуманитарных направлений // МАК – 2015: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2015.

5. Плотникова Е.А., Саженкова Е.В. О синтезе аналитических и информационно-технологических методов в обучении математике на гуманитарных специальностях // МАК–2016 : сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2016.

6. Саженкова Е.В. Интерактивные формы обучения высшей математике как средство активизации учебно-познавательной деятельности студентов // Сборник научных статей международной школы-семинара «Ломоносовские чтения на Алтае». – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2015.

УДК 372.8

Сервисы Web 2.0 как средство обучения информатике в школе

К.А. Попова, Г.В. Кравченко

АлтГУ, г. Барнаул

Современная школа значительно отличается от школы прежних лет. Если ранее учитель был главным источником знаний, то сегодня его роль меняется. Теперь ему необходимо ориентировать учащихся на активную познавательную деятельность, самостоятельный поиск, отбор и анализ информации. Вовлечь «современного» ученика в учебную деятельность не так легко: использование различных гаджетов, общение в сетях Интернета отдаляют школьников от традиционных средств обучения, и возникает потребность в поиске чего-то нового, того, что могло бы заинтересовать и вовлечь их в образовательный процесс.

К таким средствам можно отнести сервисы Web 2.0, которые позволяют общаться с обучаемыми на современном уровне, а также являются для них знакомыми и простыми в использовании.

Тема использования и применения сетевых сервисов в образовании стала обсуждаться не так давно, но внедрения в образовательные программы так и не получила ввиду отсутствия методики ее использования. Несмотря на это использование сервисов Web 2.0 нашло свое применение во внеурочной и проектной деятельности.

Сервисы Интернета дают возможность ученикам путешествовать по интернету, работать самостоятельно и создавать групповые проекты. Педагог при этом играет важную роль, помогая ученикам в освоении новых технологий и получении новых знаний. Взаимосвязь учителя и учащихся обеспечивает интерактивность образовательного процесса, что является актуальным на сегодняшний день. Сервисы упрощают работу тем, что их можно без лишних затрат найти в сети Интернет и пользоваться в режиме онлайн, в отличие от других программных продуктов, которые требуют установки и наличия свободного места на компьютере, а также финансовых затрат на их приобретение.

Несмотря на активное пользование школьниками сети Интернет эффективность использования его ресурсов довольно низка. Учащиеся имеют лишь некоторые представления о возможностях применения сервисов Web 2.0 в учебной, познавательной и творческой деятельности. Преподавательский коллектив ВУЗов при поступлении нового студента отмечает невысокий уровень его информационной культуры, о чем свидетельствует низкая эффективность работы с информацией в сети, проведением ее анализа и оценением достоверности, а также отсутствием навыков сетевой коммуникации в различных формах и умения применять веб-приложения.

На данный момент в большинстве высших учебных заведений при изучении информатики (информационных технологий) приходится уделять немало сил и времени для устранения проблемы информационного неравенства студентов. Школа могла бы успешно справиться с решением данной проблемы, однако пока ей не хватает методического опыта. Обучение с использованием сетевых сервисов может способствовать устранению подобного рода проблем, а также решить ряд педагогических задач.

Интерактивность использования сервисов Web 2.0 в процессе обучения дает возможность взаимодействовать учащимся и преподавателем, а также учащимся между собой. Сервисы Интернета являются одним из средств обучения, их можно использовать, начиная с начальной школы, так как они не имеют возрастных ограничений. Использование сервисов дает возможность повысить познавательный интерес обучаемых, учит грамотно работать с информацией: осуществлять поиск, обрабатывать и применять информацию для решения поставленных задач, работать с различными ее источниками. Использование сервисов возможно и при дистанционном обучении, которое становится более организованным и удобным [1].

Среди сервисов Web 2.0 можно выделить следующие: совместный поиск информации; совместное хранение закладок; совместное хранение медиафайлов и фотохостинг; создание и редактирование документов: презентаций, текстов, блогов, документов; ВикиВики; диаграмма связей; социальные сети; мэшапы, общение в 3D; карты ума; геоинформационные системы [2].

Сервисы Web 2.0 активно используются в формах коллективного взаимодействия учащихся, помогая формировать универсальные учебные действия (УУД) школьников. Web 2.0 применимы для формирования познавательных УУД при изучении любых тем и разделов курса информатики и ИКТ. Информационные технологии являются одним из главных инструментов формирования УУД.

Перечислим некоторые сервисы Web 2.0, которые можно использовать в образовательном процессе:

- Flickr (<https://www.flickr.com/>) – сервис, предназначенный для размещения и использования цифровых фотографий и видеороликов.

- Брушечка (<http://brushechka.ru/>) – простой интерактивный инструмент для создания графических изображений различной степени сложности.

- Живой журнал (<http://www.livejournal.com/>) – блогсервис, в рамках которого организуется обсуждение различных тем, поднятых пользователями сервиса.

- Фотофильмы (<http://fotofilmi.ru/>) – сервис используется для создания из фотографий слайдшоу со звуковым сопровождением и текстовыми комментариями.

- Твой тест (<http://www.make-test.ru/>) предназначен для создания тестов различной направленности.

- Фабрика кроссвордов (<http://puzzlecup.com/>) – сервис используется для генерации кроссвордов и их решения.

- Ребус №1 (<http://rebus1.com>) используется для хранения, размещения и создания ребусов.

- Google Earth (<http://www.google.com/earth>) – сервис предоставляет пользователям возможность совершать виртуальные путешествия как в режиме 2D, так и в режиме 3D в различные места Земли, по поверхности Марса и Луны.

Приведенные примеры сервисов позволяют судить об их разнообразии. Их можно использовать в проектной и внеурочной деятельности для повышения интереса к изучаемому предмету.

Сервисы Web 2.0 не включены в основные программы обучения, но активно используются педагогами. В сети Интернет можно найти множество работ учителей с применением технологий Web 2.0.

Для разработки проекта по информатике в 5 классе мы использовали следующие сервисы:

- Google презентации (<https://docs.google.com/presentation/>).
- Лента времени (<http://time.graphics/>).
- Сервис для создания кроссворда (http://cross.highcat.org/ru_RU/#).
- Сервис Popplet (<http://popplet.com/>) для создания ментальных карт.

Работа с сервисами вызвала затруднения лишь у 3% учащихся, что в свою очередь говорит об эффективности разработанных инструкций, а также простоты использования подобранных сервисов. Большие затруднения вызвали англоязычные сервисы.

Анализируя работы педагогов и исходя из личного опыта, можно выделить следующие положительные аспекты использования сетевых сервисов в процессе обучения [3, 4, 5]:

1. Сервисы Web 2.0 можно использовать при изучении различных дисциплин и для разных возрастных групп учащихся.
2. Сетевые сервисы помогают в подготовке домашних заданий.
3. Использование новых технологий меняет отношение к изучаемому предмету, тем самым помогая интенсифицировать процесс обучения и как следствие, повышая качество обучения.
4. Сервисы Web 2.0 помогают формированию у учащихся навыков владения сетевой самопрезентацией и самоорганизации для ведения совместной проектной деятельности.
5. С помощью сетевых сервисов происходит реализация творческой, исследовательской и познавательной деятельности учащихся.

В настоящий момент созданы благоприятные условия для использования сетевых сервисов в образовательных организациях, так как в школах имеются компьютерные классы, доступ в Интернет предоставляется на достаточных скоростях, а с подключением по типу Wi-Fi есть возможность использовать планшетные компьютеры.

Обучив школьников особенностям работы с сервисами Web 2.0 можно достичь поставленных целей, а также вовлечь учащихся в учебную деятельность, что очень важно на сегодняшний день. Общение и досуг современного поколения складывается из общения в социальных сетях, использования различных приложений, основанных на технологии Web 2.0. Реализуя методику использования сервисов Web 2.0 в школе можно получить информационно-грамотного выпускника, а также в дальнейшем избежать проблем неравенства в подготовке в ВУЗах.

Библиографический список

1. Крыжевич А.С., Фещенко А.В. Применение технологий веб 2.0 в дистанционном обучении школьников: материалы международной научно-практической конференции «Интернет в образовании». – М.: Изд-во СГА, 2010. – С. 419–427.
2. Патаракин Е.Д. Социальные сервисы Web 2.0 в помощь учителю. – М.: Интуит.ру, 2007. – 64 с.
3. Андреев А.А., Фокина В.Н. Новые возможности Web 2.0 Интернета в образовании [Электронный ресурс] // Современная гуманитарная наука. – Режим доступа: http://www.muh.ru/content/pps/100823_stat_46.doc.
4. Карманова Е.В., Яковенко М.А. Методика использования сетевых социальных сервисов Web 2.0 в учебном процессе. – Магнитогорск: МаГУ, 2008. – 59 с.
5. Лебедева Т.Е., Митрофанова И.А. Возможности применения сервисов Web 2.0 в школьном образовании [Электронный ресурс] // Мир науки. – 2015. – Выпуск 3. – Режим доступа: <http://mir-nauki.com/PDF/50PDMN315.pdf>.

УДК 579.64

Практический опыт использования среды MOODLE для создания электронных образовательных ресурсов

О.В. Рязанова

РИ (филиал) АлтГУ, г. Рубцовск

Инновации в образовании не осуществимы без соответствующего использования информационно-коммуникационных и дистанционных образовательных технологий, а значимость их использования возрастает во всех видах деятельности образовательного учреждения.

В настоящее время в Рубцовском институте (филиале) Алтайского государственного университета для реализации учебных программ по ФГОС ВО и ФГОС СПО предусмотрено использование электронных курсов в среде Moodle, которая является самой распространенной из свободных систем управления обучением и позволяет эффективно создать единое рабочее пространство, доступное для всех участников образовательного процесса: преподавателей, студентов, администрации.

LMS Moodle обладает огромными возможностями для полноценной реализации процесса обучения в электронной среде и выступает в

роли площадки для формирования технологической компетентности педагогов как условия обновления содержания и качества образовательного процесса.

Одним из основных понятий среды Moodle является курс, который имеет модульную структуру. Для наполнения модулей учебными материалами в среде Moodle есть набор инструментов, который делится на активное (интерактивное) содержимое и пассивное (статическое). К активному относятся элементы курса, к пассивному – ресурсы.

Одни инструменты требуют меньше времени для загрузки содержимого, другие больше. С одним инструментом преподавателю для работы достаточно ознакомления с инструкцией, с другим – потребуется помощь специалиста (администратора системы), либо потребуются обучение на специальном курсе, например: «Проектирование обучающих систем», «Информационные технологии в образовании», «Использование сервисов Web 2.0 в образовательном процессе» и др.

Активное использование преподавателем среды Moodle требует большой организационной работы, а процесс проектирования электронного учебного курса особого подхода, для успешности которого нужны знания, навыки и способности грамотно использовать ресурсы и элементы среды Moodle.

С этой целью научно-образовательным и инновационным центром кафедры математики и прикладной информатики в рамках реализации программы профессиональной переподготовки «Менеджмент в образовании» дополнительного профессионального образования учителям-предметникам, директорам, заместителям директоров по учебной, воспитательной работе школ города Рубцовска и Рубцовского района, а также педагогам-психологам и заведующим детских садов был предложен дистанционный курс «Использование сервисов Web 2.0 в образовательном процессе».

На рисунке 1 представлен фрагмент курса с информационным блоком.

Есть один важный аспект, который мешает учителям использовать некоторые сервисы – это их сложность, англоязычность пользовательского интерфейса, отсутствие инструкций для освоения технологий, а также методических материалов, специализированных сборников заданий для работы с ними.

Поэтому автор курса не пытался задействовать сложное программное обеспечение, которое используется при разработке обучающего курса. Тематический план курса составлен с учетом того, что, чем меньше времени требуется затратить на предварительное изучение правил работы с программным продуктом или сервисом, тем легче

учителю освоить и эффективнее внедрять этот продукт в учебный процесс.

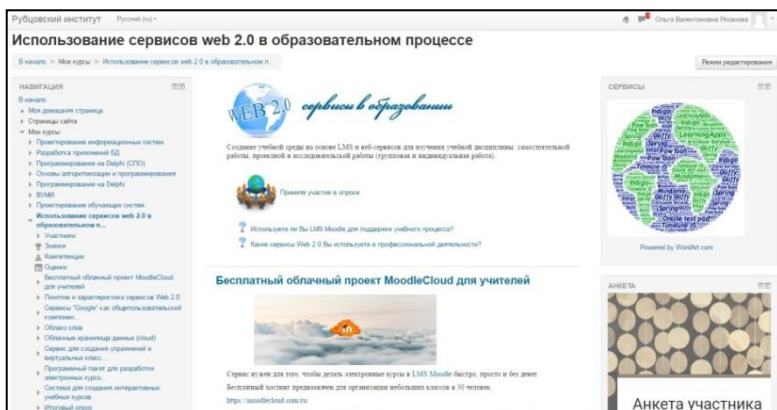


Рисунок 1 – Фрагмент электронного курса

В качестве быстрого голосования для выбора тем аудиторных занятий слушателям курса сначала было предложено принять участие в опросе. Для этого в структуре курса предусмотрен элемент «Опрос», представленный на рисунке 2.

Опрос наглядно показывает правильный выбор автором сервисов для изучения. Время обмена мнениями о выборе информационных технологий для изучения было очень оживленным. Каждый слушатель определился с проектируемым учебным курсом по своей профессиональной деятельности. У одних слушателей созданный курс выступил в роли площадки для методической работы, для работы с родителями, у других – учебный курс по предметам (физика, математика, английский язык, русский язык). После обсуждения со слушателями очередности изучения сервисов было принято решение в первую очередь зарегистрироваться в MoodleCloud, создать собственный сайт, поскольку эта тема является актуальной для них. Также особую заинтересованность для выполнения практической работы вызвали сервис Формы Google: онлайн опросы и Облако слов WordArt.com. Наличие электронной формы опроса, теста, облака тегов, оформленных с использованием внешних ресурсов, а затем добавленных как блок HTML в контент созданного курса засчиталось слушателям как итоговая аттестация.

Какие сервисы Web 2.0 Вы используете в профессиональной деятельности?

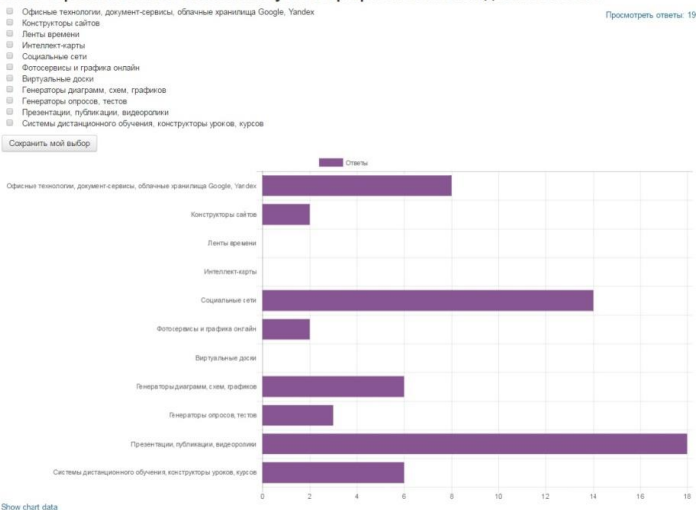


Рисунок 2 – Результаты опроса

Во время выполнения практической работы у некоторых слушателей возникли трудности из-за того, что интерфейс некоторых сервисов полностью на английском языке, в связи с чем, было потрачено чуть больше времени по сравнению с другими пользователями, но это никого не отпугнуло. У каждого сложился свой индивидуальный ритм обучения, одни выполнили чуть больший объем работы и проявили творческий подход к изучению сервисов, у других чуть меньший. Но всех объединило одно – возникало очень много вопросов по использованию сервисов, что явилось хорошим показателем для разработанного автором курса.

В заключении следует отметить, что в рамках данной статьи приводятся лишь некоторые аспекты использования среды Moodle для создания электронного курса, на самом деле эта платформа имеет огромные инновационные возможности электронного обучения, а у преподавателя есть возможность постоянного совершенствования методики преподавания своей дисциплины. Форма сотрудничества на рассматриваемом курсе оказалась плодотворной и полезной для всех, каждый участник приобрел ценный практический опыт использования информационных технологий в учебном процессе. Этот курс также послужил площадкой для обмена мнениями учителей об изучаемых ИКТ и веб-сервисах, и возможностях их применения для создания обучающих программ, какие из технологий и где будут применяться учителями.

УДК 51:37

О средствах активизации работы студентов I курса на занятиях по математическому анализу

А.Н. Саженков, Т.В. Саженкова
АлтГУ, г. Барнаул

Успешность освоения математической дисциплины, как в прочем и любой другой, существенно зависит от заинтересованности обучаемых, что может быть достигнуто разумным сочетанием геометрической и физической наглядности математических понятий, простоты и сложности предлагаемых для решения задач, их прикладного характера [1–2].

Традиционные подборки задач по классическим разделам математического анализа бывает полезно дополнить для занятий со студентами, проявляющими интерес к математике, так называемыми олимпиадными задачами. Эти задачи позволяют оживить учебный процесс, вызвать интерес к теме своей оригинальностью и красотой, неожиданностью своей постановки и способа решения традиционным методом.

Циклы таких задач могут быть почерпнуты из специальной литературы по олимпиадной математической тематике. В определённой мере они представлены в ранее изданных учебных пособиях авторов данной статьи [3–5].

Задачи, предлагаемые студентам на занятиях, желательно ранжировать по уровню сложности между собой. Необходимо наличие как совсем простых задач, которые позволяют начать знакомство с тематикой занятий, так и более сложных задач, которые могут быть полезны и как дополнительный материал при подготовке к математическим олимпиадам. Некоторые задачи могут быть предложены в качестве индивидуальных заданий. Такой подход к уровням сложности совсем не случаен, поскольку, как правило, в группе всегда находятся как студенты, которые быстро уходят вперед, так и те, кто притормаживает. Занятие тогда хорошо, когда для всех есть посильное дело.

Поскольку преследуется цель выбора задач для использования их на аудиторных занятиях, время которых весьма ограничено, то задачи должны быть достаточно изящными и лаконичными в решении. К тому же, опыт общения со студентами показывает, что наиболее продуктивна работа над теми задачами, решение которых доступно, по возможности короткое, а для продвинутых студентов самое главное – неожиданное.

Работа над задачами занятия по рассматриваемой тематике должна служить развитию у студентов логического мышления. То есть каждая предлагаемая задача должна требовать получения некоего результата со своим дополнительным штрихом (способом), по отношению к ранее решённым задачам. Иногда это просто эскиз рисунка, а иногда достаточно глубокие рассуждения. Главная идея всей работы над задачами – получение убедительно обоснованного решения. Знакомство студентов с этими приёмами служит расширению у них запаса математических идей и методов решения интересных задач.

Представим далее некоторое количество предлагаемых задач и их решений.

Принцип крайнего или экстремальной величины

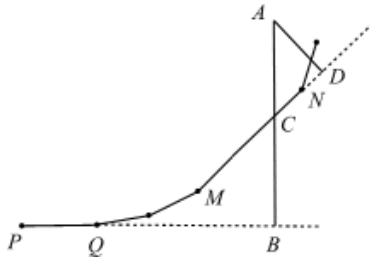
Пример 1. На прямой задано множество точек. При этом каждая точка этого множества является серединой отрезка двух каких-то других точек этого множества. Докажите, что множество – бесконечное.

Предположим, что множество конечно. Рассмотрим крайнюю справа точку этого множества. Эта точка является серединой отрезка двух каких-то других точек этого множества, но тогда один из концов этого отрезка правее рассматриваемой точки и является элементом множества. Противоречие.

Пример 2. Из точки внутри выпуклого многоугольника опускают перпендикуляры на его стороны или их продолжения. Докажите, что хотя бы один перпендикуляр попадёт на сторону.

Среди всех перпендикуляров, опущенных из точки A на стороны многоугольника, выберем наименьшей длины AB . Заметим, что он искомым. Допустим, что это не так. Тогда этот перпендикуляр попадает не на сторону PQ этого многоугольника, а на ее продолжение. При этом AB пересечет другую сторону MN в некоторой точке C . Рассмотрим перпендикуляр AD , опущенный на сторону MN или ее продолжение. Поскольку $AB < AC < AD$ получаем противоречие с минимальностью длины выбранного перпендикуляра.

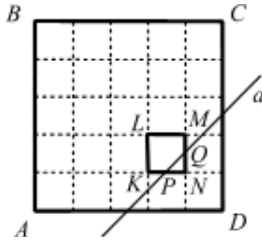
Замечание. В примере 2 сработал метод минимального контрпримера: допустили, что утверждение задачи неверно. Выбрали минимальный в некотором смысле пример. И оказалось, что его можно ещё уменьшить, значит, получили контрпример, а с ним искомое противоречие.



Конечное и бесконечное

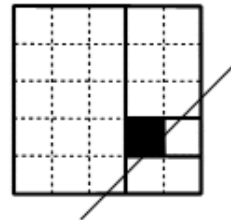
Пример 3. За дядькой Черномором выстроилось чередой бесконечное число богатырей. Докажите, что он может приказать части из них выйти из строя так, чтобы в строю осталось бесконечно много богатырей, и все они стояли по росту (не обязательно в порядке убывания роста).

Выберем из шеренги богатыря a_1 минимального роста. Из богатырей, стоящих за богатырем a_1 снова выберем богатыря минимального роста — a_2 (ясно, что он не ниже богатыря a_1). Далее, снова выберем богатыря a_3 минимального роста из стоящих за a_2 . (он не ниже богатыря a_2) Если описанный процесс смог начаться и не оборвался, то выделено бесконечно много богатырей, рост которых не убывает. В противном случае (для каждого богатыря есть богатырь ниже его роста, стоящий за ним) легко выделить бесконечно много богатырей, рост которых не возрастает.



Пример 4. Можно ли покрыть бесконечную плоскость паркетом из прямоугольников так, что все эти прямоугольники можно было разрезать одним прямолинейным разрезом?

Рассмотрим квадрат $ABCD$ размером 5×5 и внутри него квадрат $KLMN$ размером 1×1 . Пусть прямая a проходит через середины сторон MN и NK квадрата $KLMN$. Нетрудно заметить, что тогда она проходит через середины сторон квадрата $ABCD$. Теперь покажем как будем строить паркет из прямоугольников.



Пусть начальной плиткой является квадрат 1×1 и прямая, проходящая через середины соседних сторон квадрата (для определенности нижнюю и правую). Допустим, что нами построен квадрат $n \times n$, который разбит на прямоугольники, каждый из которых попадает под разрез прямой, проходящей через середины соседних сторон квадрата. Надстроим над ним квадрат $5n \times 5n$ так же как квадрат $ABCD$ надстроен над квадратом $KLMN$. Сформируем прямоугольники как показано на рисунке. В результате такого процесса произойдет замощение всей плоскости.

Математическая индукция

Пример 5. Кусок бумаги разрешается рвать на 4 или на 6 кусков. Докажите, что по этим правилам его можно разорвать на любое число кусков, начиная с девяти.

Заметим, что если кусок бумаги рвется на 4 куска, то количество кусков увеличивается на 3, а если кусок бумаги рвется на 6 кусков, то – увеличивается на 5. Докажем индукцией по n , что по этим правилам кусок бумаги можно разорвать на n кусков, начиная с девяти. *Индукционный шаг.* Если кусок можно разорвать на n кусков, то его можно разорвать и на $n + 3$. *База индукции.* Покажем, как получить 9, 10 и 11 кусков: $9 = 1 + 3 + 5$, $10 = 1 + 3 + 3 + 3$, $11 = 1 + 5 + 5$.

Пример 6. (Игра «Ханойская башня») Имеется пирамида с n кольцами возрастающих размеров и еще два пустых стержня той же высоты. Разрешается перекладывать верхнее кольцо с одного стержня на другой, но при этом запрещается класть большее кольцо на меньшее. Докажите, что *a)* можно переложить все кольца с первого стержня на один из пустых стержней; *b)* это можно сделать за $2^n - 1$ перекладывание.

Решение (для обоих пунктов). Индукция по n .

База: $n = 1$. Одно кольцо очевидно перекладывается за 1 ход.

Индукционный переход: пусть мы умеем перекладывать n колец за $2^n - 1$ ход (*индукционное предположение*). Теперь рассмотрим пирамиду с $n + 1$ кольцом. Рассматривая пирамиду без нижнего (большого) кольца, как пирамиду из n колец, переложим ее за $2^n - 1$ ход (это мы можем по индукционному предположению). Теперь большое кольцо переложим на пустой стержень (ещё один ход). И, наконец, переложим пирамиду из n колец на большое кольцо. На всё потребуется $2(2^n - 1) + 1 = 2^{n+1} - 1$ ход.

Библиографический список

1. Плотникова Е.А., Саженкова Т.В. О преемственности в преподавании математических дисциплин // Сборник научных статей международной школы-семинара «Ломоносовские чтения на Алтае». – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2013.

2. Плотникова Е.А., Саженкова Е.В. О синтезе аналитических и информационно-технологических методов в обучении математике на гуманитарных специальностях // Сборник трудов всероссийской конференции по математике МАК 2016. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2016.

3. Саженков А.Н., Саженкова Т.В. Теоретические и прикладные аспекты решения задач высокого уровня сложности в системе школьного математического образования // Сборник научных статей международной школы-семинара «Ломоносовские чтения на Алтае». – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2014.

4. Саженов А.Н., Саженова Т.В. Математическое творчество: классические олимпиадные темы и задачи высокого уровня сложности // Сборник научных статей международной школы-семинара «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования». – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2015.

5. Саженов А.Н., Саженова Т.В. О некоторых содержательных аспектах воспитания математической культуры у учащихся и студентов // Сборник трудов всероссийской конференции по математике МАК 2016. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2016.

УДК 371.3

**Обучение чтению по специальности «Математика
и компьютерные науки» на основе аудирования
профессионально направленной речи**

Т.В. Скубневская
АлтГУ, г. Барнаул

Очевидно, что для развития способности к коммуникации в устной речи и письменной формах на русском и иностранном языках (ОК-5) у студентов бакалавриата по направлению подготовки «Математика и компьютерные науки» [1] совершенно необходима работа с языком специальности [2] и текстами по специальности для решения задач будущей профессиональной деятельности, для развития способности к самоорганизации и к самообразованию (ОК-7), а также к самостоятельной научной работе (ОПК-3).

Классической является аксиома Г.В. Роговой о том, что чтение является основным средством пополнения и расширения знаний специалиста, заметим, в какой бы сфере он ни работал. «Чтение будет выполнять свою функцию в том случае, если, во-первых, специалист умеет читать, т.е. пользоваться разными видами чтения, как-то: просмотровым – для определения ценности источника (нужен – не нужен, каков уровень изложения и т.п.); поисковым для нахождения ответа на возникший у него вопрос; детальным или изучающим – в целях обогащения своих знаний, знакомства с автором, его концепцией, с идеями, которые он развивает. Во-вторых, если специалист умеет читать быстро, что связано с 1) овладением приемами разного вида чтения, 2) знанием структурно-смысловой организацией текста, 3) его композиции (они же разные в зависимости от характера источника). В-третьих, если специалист умеет извлекать информацию из читаемого текста в виде фактов, идей, изложенных в нем, а также умеет находить воз-

возможность использовать «вычитанную информацию» в своей практической работе» [3, с. 6–7]. Согласимся с позицией Г.В. Роговой, высказанной относительно студентов педагогических институтов, но актуальной и для нас, что «ещё в стенах университета научить студентов читать литературу по специальности, чтобы они умели пользоваться разными видами чтения, могли читать быстро, умели извлекать информацию из текстов и находить ей применение для решения задач, практических и педагогических» [3, с. 7].

Наши наблюдения показывают, что студенты естественных факультетов, к сожалению, – студенты факультета математики и информационных технологий не являются исключением, – читают на русском языке мало и недостаточно эффективно, т.е. медленно и не «вычитывают» основные мысли из текста, – наблюдения велись за чтением газетного материала студентами указанного направления по темам межличностного и межкультурного взаимодействия студентов университетов в I семестре 2016/2017 уч. г. Результаты с чтением и вычитыванием смысла из текстов на иностранном языке, в частности, на немецком языке, в I семестре несколько не лучше, так как на иностранном языке студентами читается только учебная литература и только по заданию преподавателя иностранного языка. Эти свидетельства указывают только на факт отсутствия устойчивых навыков чтения материалов на иностранном языке выпускниками школ, лицеев или гимназий, и, как следствие, отсутствие умения извлекать из текстов информацию. Следовательно, чтению текстов по избранной специальности студентов и языку специальности надо уделять особое внимание с первого курса. Поскольку наряду с тематикой и проблематикой бытовой и социально-культурных сфер общения [4, с. 8] на I курсе в I семестре в учебный процесс включаем тексты, представляющие тематику элементарных разделов математики, в которых сообщается заведомо известная информация, чтение этих текстов является снятием трудностей содержания, но знакомством с языковой формой.

Такой подход в целом рассматривается С.А. Шаншиевой и Г.И. Славиной как промежуточная стадия для развития мыслительной активности по опознанию известного, облечённого в новую форму, которая носит в психологии название «ага-эффект». При этом такие тексты являются по мнению С.А. Шаншиевой [5, с. 50] «трамплином», отталкиваясь от которого обучаемый переходит к учебным математическим текстам, несущим в себе большие языковые и смысловые трудности, а далее – к подлинно научным текстам. Данный подход представляет классический способ обучения чтению через чтение.

В то же время существует и другой, менее традиционный опыт, но не менее эффективный и уже проверенный способ обучения чтению математической литературы, который мы применяем и на направлении подготовки «Математика и компьютерные науки» (уровень бакалавриата). Это методика обучения чтению литературы по специальности на основе аудирования профессионально направленной речи [7]. Несмотря на то, что это методика появилась 30 лет назад, она не утратила свою актуальность и сегодня. Более того, она предвосхитила сегодняшний запрос на соотношение устной речи и чтения для профессиональных целей в учебном процессе в неязыковом вузе. Так, по последним данным Т.Ю. Погодиной и Л.В. Шибяевой [8, с. 84–85], большая часть времени, которую мы тратим на коммуникацию, приходится на аудирование, что составляет со ссылкой на Т.М. Надину и О.Я. Гойхман (2006 г.) от 45% до 53% времени коммуникации.

Под профессионально направленной речью вслед за В. Шмидтом, Х. Штумхефером понимается «актуализированная в конкретных текстах по специальности подсистема общенародного языка с характерным словарем по специальности и специальными нормами в выборе, применении частности общеязыковых лексических и грамматических средств в целях оптимального взаимопонимания специалистов в области специальности, которая существует в двух видах коммуникации (с соответствующими переходными формами): письменной и устной профессиональной речи....» (Т.С).

В сжатой форме организация обучения чтению литературы по специальности на основе аудирования профессиональной речи, внедрённая и используемая на факультете математики и информационных технологий, отображена схематически на рисунке.

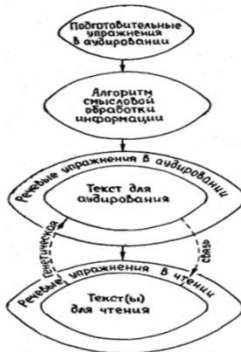


Рисунок – Организация обучения чтению литературы по специальности на основе аудирования профессиональной речи

Библиографический список

1. Приложение к приказу Министерства образования и науки Российской Федерации от 7 августа 2014 г. №949.
2. Скубневская Т.В. Язык специальности в модернизируемом образовательном процессе. Теоретические аспекты // Роль иностранного языка в модернизации современного образовательного процесса: материалы Международной научно-практической конференции, Барнаул, 2 июня 2011 г., Барнаул: Концепт, 2011. – С. 9–11.
3. Рогова Т.В. Научно-методическая деятельность учителя иностранного языка и подготовка к ней студентов в педвузе: методические разработки. – М.: 1984. – 120 с.
4. Скубневская Т.В., Таранова Е.С. Обновление содержания дисциплины «Иностранный язык в неязыковом вузе». Теоретические аспекты // Роль иностранного языка в модернизации современного образовательного процесса: материалы Международной научно-практической конференции. 2 июня 2011 г. – Барнаул: Концепт, 2011. – С. 4–8.
5. Шаншиева С.А. Методика отбора учебных текстов на английском языке по профилю специальности // Повышение эффективности процесса обучения иностранным языкам в неязыковом вузе: сборник научных трудов. – М., 1980. – 69 с.
6. Славина Г.И. К вопросу об интенсификации процесса обучения иностранным языкам в аспирантских группах // Повышение эффективности процесса обучения иностранным языкам в неязыковом вузе: сборник научных трудов. – М., 1980. – 69 с.
7. Скубневская Т.В. Методика обучения чтению литературы по специальности на основе аудирования профессионально направленной речи в неязыковом вузе (на материале немецкого языка) : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук. – М., 1987. – 16 с.
8. Погодина Т.Ю., Шиббаева Л.В. Об обучении иноязычному аудированию // Опыт и перспективы обучения иностранным языкам в евразийском образовательном пространстве: сборник научных трудов по материалам VI Международной научно-практической конференции, Барнаул, 5 июня 2016. Выпуск 1. – Барнаул: Концепт, 2016. – С. 84–91.

УДК 378.1

**Некоторые аспекты преемственности
преподавания информатики***Л.Л. Смолякова¹, О.Н. Флорю²**¹АлтГУ, Барнаул; ²СОШ № 24, Павлодар, Казахстан*

В настоящее время специальности, связанные с информационными технологиями востребованы в стране и за ее пределами. Вследствие этого количество бюджетных мест в вузе по данным направлениям год от года растет, приходят абитуриенты с более высокими баллами. Это с одной стороны, но не всегда за этими баллами отражаются реальные знания вчерашних школьников, особенно это касается информатики. Алтайский государственный университет входит в Ассоциацию азиатских вузов, которая дает основу для формирования единого образовательного пространства в азиатском регионе, мощного импульса интеграционных процессов в сфере высшего образования, расширения академической мобильности и культурных связей. Поэтому студентами вуза становятся не только российские школьники, но школьники из ближнего и дальнего зарубежья.

Основными причинами трудностей, возникающих на ступени школа-вуз, являются низкий уровень знаний первокурсников и высокие требования к ним в вузе. Рассогласованность между контролем в школе и самоконтролем в вузе. Практика преподавания дисциплин «Информатика» и «Языки программирования» показывает, что разброс в уровне школьной подготовки первокурсников по информатике и ИКТ, как правило, очень большой. Он зависит от многих факторов: во-первых, где первокурсник получил среднее образование (общеобразовательная школа, лицей, гимназия); во-вторых, какова учебно-материальная база учебного учреждения, которое закончил первокурсник; в-третьих, квалификация учителя информатики. Практика показывает, что результаты ЕГЭ по дисциплине влияют на оплату труда учителей. В ряде школ, чтобы не «портить» показатели, учителя всячески отговаривают школьников от сдачи экзамена в форме ЕГЭ.

Нужно также отметить, что конкретный набор знаний, в частности совокупность прикладных программ, изучаемых в школе, определена нечетко и их выбор для изучения субъективен и не согласован. Существующая неопределенность выбора материала для изучения приводит часто к существенным затратам сил и средств на повторное изучение в высшей школе ранее пройденного материала.

Для решения данных проблем надо более «плотно» работать с учителями и школьниками. Для первой категории на базе факультета проводятся встречи по повышению квалификации, разбираются проблемные вопросы ЕГЭ. Для школьников проводятся олимпиады, научные конференции, бесплатные курсы по информатике для выпускников.

Проводимое нами входное тестирование показало, что многие студенты приходят в вуз с недостаточным уровнем знаний в области информатики и ИКТ, поэтому они плохо усваивают вузовский курс информатики. Кроме этого, студенты первокурсники не умеют планировать свой учебный процесс, плохо понимают, что большую часть материала в вузе нужно изучать самостоятельно, и соответственно не очень утруждают себя самостоятельной работой. С целью коррекции первоначальных знаний был разработан курс, обеспечивающий выравнивание знаний, умений и навыков первокурсников до уровня, позволяющего успешно продолжить изучение информатики в контексте развития информационной культуры обучаемого.

Перед преподавателями вуза встает вопрос, как планировать учебный процесс. В основном преподаватели работают по общей программе для всех студентов, естественно при этом снижается мотивация учения у некоторых студентов. У одних происходит снижение мотивации из-за того, что они уже знают изучаемый материал, это студенты с хорошим уровнем знаний, у других мотивация снижается по причине непонимания изучаемого материала, вследствие отсутствия базовых знаний, это студенты с недостаточным уровнем подготовки в области информатики. Курс «Языки программирования» ведется параллельно выравнивающему курсу. Материалы этого курса выложены на образовательном портале вуза <http://portal.edu.asu.ru/> в электронном учебно-методическом комплексе для системы дистанционного обучения. Данный курс позволяет студентам с различной подготовкой усваивать материал и выровнять знания по предмету. Предусмотрено общение с преподавателем посредством электронной почты и личных консультаций. Более высокая подготовка позволяет студентам самостоятельно изучать лекционный материал, выполнять тесты и лабораторные задания.

Таким образом, если организована целенаправленная работа по обеспечению преемственности в обучении информатике и информационным технологиям в школе и вузе, то уровень подготовки студентов в области информатики будет расти. В целом непрерывность, поступательность и преемственность предполагают выработку единой системы целей и содержания образования на протяжении всего обучения. В данный момент как раз и отсутствует такая единая система, но суще-

ствуется проблема рассогласованности целей на различных этапах обучения. Поэтому важнейшей задачей является обеспечение непрерывности, поступательности и преемственности учебной деятельности на всём протяжении процесса образования.

Библиографический список:

1. Смолякова Л.Л. Преемственность преподавания информатики в системе «ШКОЛА-ВУЗ» // Материалы 4-го конгресса по прикладной и промышленной информатике. Новосибирск, 2000. – С. 138.
2. Смолякова Л.Л. Непрерывность образования как система // Четвертая краевая конференция по математике «МАК-2001»: материалы конференции. – Барнаул: Изд-во Алт. гос. ун-та, 2001. – С. 99–100.

УДК 519.16

Вычисление вероятности выхода из лабиринта с заданными начальными и конечными точками

Т.М. Тушкина, Н.В. Павлова
БТИ (филиал) АлтГТУ, г. Бийск

В работе описывается алгоритмическое решение задачи о вероятности реализации пути, соединяющего две выбранные позиции, расположенные на границе сетки размерности $m \times n$. Эти позиции могут интерпретироваться как вход и выход из прямоугольного лабиринта, при этом предполагается, что в лабиринте существует один вход и k выходов.

В работе [1] описано решение задачи генерации указанного лабиринта, содержащего l внутренних стенок. Положим, что лабиринт с заданным входом и выходами построен. Пользователю предлагается выбрать одну конечную позицию (выход). Расчет вероятности перемещения от начальной до конечной позиции осуществляется в автоматическом режиме следующим образом.

На первом этапе в лабиринте строятся пути, соединяющие вход с выбранным выходом. Соответствующая графическая информация выводится на экран монитора. Для каждого из таких путей определяется число d развилок, где движущемуся по лабиринту приходится выбирать, куда пройти – направо или налево. Все развилки нумеруются: $1, \dots, d$.

На следующем этапе происходит автоматический пересчет общего количества исходов события: «воспользовавшись найденным путем, выйдем к заданному выходу». Для этого вводим обозначения элемен-

тарных событий: 1 – выбирая на развилке один из двух путей, путешествующий в конечном итоге придет к выходу, 0 – не придет. Общее число исходов для каждого найденного пути находится как 2^n , n – количество развилки. Каждому такому варианту соответствует двоичный код, записанный символами: 0 и 1.

Далее для каждого найденного пути определяем число благоприятных исходов интересующего нас события. Их количество определяется числом двоичных кодов, где в позициях, соответствующих развилкам, записаны 1. Вероятность события определяется через отношение числа благоприятных исходов к общему числу исходов. Вероятности, соответствующие каждому в отдельности пути, суммируются.

Программа разработана в среде Adobe Flash Builder на языке программирования ActionScript 3.0, что обеспечивает гибкий пользовательский интерфейс и наличие удобной системы подсказок. Программный продукт может быть использован в учебном процессе по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика».

Библиографический список

1. Тушкина Т.М., Павлова Н.В. Генерация лабиринта с заданными позициями входа и выходов // МАК: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике, Барнаул, 1–5 июля 2016 г. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – С.112-113.

УДК 378.1

Использование проектной деятельности на уроках информатики как средство развития личности

О.Н. Флорю

СОШ № 24, Павлодар, Казахстан

Слово «проект» более привычно для преподавателей технических наук в ВУЗах и учителям информатики. В информатике проект представляет собой самостоятельное доскональное изучение какой-либо проблемы с презентацией результатов работы – как правило, это компьютерная программа. Однако в современных условиях, когда общество предъявляет высокие требования не только к уровню знаний выпускников школ, но и к их умению работать самостоятельно, к способности рассматривать проблему или явление с точек зрения различных наук, все мы сталкиваемся с необходимостью поиска новой формы учебной деятельности. Нам нужен подход, который позволил бы

обучать школьников навыкам самостоятельной поисковой и исследовательской работы, повысил бы мотивацию к обучению и дал возможность сформировать у детей целостную картину мира. Проектная деятельность – один из возможных способов достижения указанных целей.

Проектная деятельность обучающихся – совместная учебно-познавательная, творческая или игровая деятельность учащихся, имеющая общую цель, согласованные методы, способы деятельности, направленная на достижение общего результата деятельности. Непременным условием проектной деятельности является наличие заранее выработанных представлений о конечном продукте деятельности, этапов проектирования и реализации проекта, включая его осмысление и рефлексию результатов деятельности.

Самое решающее звено этой новации – учитель. Меняется роль учителя и не только в проектно-исследовательском обучении. Из носителя знаний и информации учитель превращается в организатора деятельности, консультанта и коллегу по решению проблемы, добыванию необходимых знаний и информации из различных источников.

Учебный проект с точки зрения обучающегося – это возможность максимального раскрытия своего творческого потенциала. Это деятельность, которая позволит проявить себя индивидуально или в группе, попробовать свои силы, приложить свои знания, принести пользу, показать публично достигнутый результат.

В старшей школе (10–11 классы) в курсе «Информатика и ИКТ» программой предполагается проведение практикумов – больших практических работ, ориентированных на получение целостного содержательного результата, осмысленного и интересного для учащихся. На уроках информатики и ИКТ учащиеся приобретают опыт комплексного использования теоретических знаний и средств ИКТ в реализации прикладных проектов, связанных с учебной и практической деятельностью.

Так при изучении информатики, а именно раздела «Алгоритмизация и программирование» в 10–11 классах естественно-математического направления был разработан практический курс «Система визуального программирования Delphi».

Данное учебное пособие включает в себя разработку практических заданий в рамках учебного плана к разделу «Алгоритмизация и программирование». Объектно-ориентированное и визуальное программирование в количестве шестнадцати практических мини-проектов, задач для самостоятельного решения и заданий для контрольной работы.

Основная методическая установка курса – практическое обучение школьников навыкам индивидуальной работы по созданию компьютерных программ на основе объектно-ориентированного программирования.

Основным методом обучения в практическом курсе является метод проектов.

Каждый проект учебного пособия предполагает пошаговое усвоение учащимися тем уроков, включенных в раздел «Система визуального программирования», не прибегая к записи объемного теоретического материала, освоение которого также необходимо, но уже в меньшем объеме и в более легком восприятии.

Проектная деятельность позволяет развить исследовательские и творческие способности учащихся. Роль учителя состоит в кратком по времени объяснении нового материала и постановке задачи, а затем консультировании учащихся в процессе выполнения каждого проекта.

У учащихся развиваются практические умения работы с базовыми компонентами, их свойствами, методами, событиями в Delphi, включается наглядно-образное и логическое мышление.

Данный практический курс может использоваться как для самостоятельной индивидуальной работы, так и работы учащимися в группе.

Все проекты, включенные в данный практический курс, были успешно завершены защитой, учащимися получены результаты в виде программ на Delphi.

Представленное учебное пособие рекомендуется для учащихся старших классов, а именно для 10 и 11 классов общеобразовательной школы естественно-математического направления и 9 классов с углубленным изучением информатики на базе языка программирования Pascal, а также может быть представлено как самостоятельный элективный курс.

Целью курса является необходимость формирования учащимися представлений о современном состоянии программирования, языков программирования, о современном программном обеспечении, операционных системах и средствах для разработки программ различного уровня сложности;

научить учащихся:

- строить информационные модели объектов и процессов из различных предметных областей (физика, математика, экономика и т.д.);
- составлять блок-схемы алгоритмов решения задач;
- на их основе разрабатывать компьютерные модели с использованием систем объектно-ориентированного программирования Delphi;

– проводить компьютерный эксперимент, т.е. исследование компьютерных моделей.

Задачей курса является развитие практических навыков по разработке программ с использованием любых языков программирования Turbo Pascal и Delphi и сред для разработки программ.

Библиографический список:

1. Сухарев М.В. Основы Delphi. Профессиональный подход, наука и техника. – М., 2004. – 420 с.
2. Фирсов В.В. Уровневая дифференциация обучения : сборник. – М., 1991.

УДК 371.3

Язык специальности и профессиональный язык у студентов-математиков

Т.С. Хребтова
АлтГУ, г. Барнаул

Изучение языка специальности, как известно, играет огромную роль в процессе преподавания иностранного языка в неязыковом вузе. Овладение научными и специальными терминами на иностранном языке способствует более полному погружению в предметы, изучаемые студентами в ходе выбранного направления подготовки.

Как отмечает Т.В. Коломиец, язык специальности – это совокупность всех языковых средств, которые применяются в ограниченной специальностью сфере коммуникации в целях обеспечения взаимопонимания занятых в этой сфере людей. Выделяются и другие характеристики языка специальности: первичная связь с другими специальностями; устное и письменное употребление в специальной и междисциплинарных сферах коммуникации; официальное применение, выбор и частота использования языковых средств в разделах лексики; тенденция к нормированию терминологии и структуры текстов [1]. Все эти характеристики играют важную роль при обучении студентов неязыковых вузов языку специальности.

Студенты-математики, как и студенты других естественных направлений, изучают язык специальности, как необходимый для более полного освоения академических предметов. Т.В. Коломиец замечает, что если задача специальных кафедр состоит в том, чтобы научить студента основным понятиям отдельных отраслей науки, то задача преподавателя иностранного языка – помочь освоить термино-

логию специальности [1]. Эта терминология для студентов-математиков представляет собой основные математические термины и понятия на иностранном языке.

Изучение языка специальности для студентов математического факультета представляет собой: 1) освоение лексических средств выражения основных математических терминов и понятий, отличных от русских (таких как *addition* – сложение, *fraction* – дробь, *multiplication* – умножение и др.); 2) освоение способов выражения математических законов и правил на иностранном языке (уравнение $a^2+b^2=c^2$ звучит как *a squared plus b squared equals c squared*); 3) формирование фонетических навыков при произношении математических терминов и понятий (*percent* – процент, *sum* – сумма, *algebra* – алгебра, *formula* – формула). Последнее особенно важно для освоения межязыковых терминов – семантических универсалий и базисных концептов, которые одинаковы для многих языков, но их фонетическое звучание отличается, например, в английском языке – *geometry*, в русском – *геометрия*, *arithmetic* – *арифметика*, *mathematics* – *математика*.

Изучение специальности неотделимо от изучения научных текстов по этой специальности. Пониманию всякого научного текста, в том числе и тем более, иноязычного, способствует наличие в нем паралингвистических средств – схем, рисунков, формул, безразличных к языку сообщения, обеспечивающих наглядность и облегчающих понимание сопутствующего им текста [2]. Для студентов-математиков это формулы, уравнения и разные математические задачи. Они, как правило, облегчают изучение иностранного языка.

Владение языком предусматривает владение общим языком. Студентам, легко владеющим общим языком, язык специальности дается проще, так как представляет для них только набор новых лексико-грамматических единиц уже известного им языка.

Следует различать язык специальности и профессиональный язык.

Профессиональный язык определяет отношение к специальной профессии. Т. Кияк определяет профессиональный язык как «совокупность всех языковых средств, применяемых в профессионально замкнутой сфере коммуникации с целью обеспечения взаимопонимания между людьми, которые работают в этой сфере» [3, с. 138]. Профессиональный язык представляет собой язык определенного круга людей, относящихся к одной профессии, роду деятельности, это своеобразный жаргон, на котором общаются представители этой профессии. Жаргон – это диалект, отличающийся от разговорного языка специфической лексикой.

Таким образом, говоря о профессиональном языке, прежде всего, следует упомянуть о лексических единицах, употребляемых в рамках определенной профессии. Примерами такой лексики могут быть слова матанал, матап, вышка и другие. Это слова, употребляемые и среди студентов-математиков.

Итак, язык специальности и профессиональный язык у студентов-математиков существенно отличаются. Язык специальности представляет собой лексический набор терминов и понятий, а также грамматические и фонетические способы выражения математических законов и правил. Изучение специальности на английском языке включает в себя их овладение.

Профессиональный язык не используется при изучении иностранного языка студентами определенной специальности. Он есть язык общения людей этой специальности.

Библиографический список

1. Коломиец Т.В. Язык специальности как фактор профессионального развития студентов-фармацевтов при изучении английского языка // Теория и практика образования в современном мире: материалы Междунар. науч. конф. (г. Санкт-Петербург, февраль 2012 г.). – СПб.: Реноме, 2012. – С. 325–28.
2. Шаншиева С.А. Методика отбора учебных текстов на английском языке по профилю специальности // Повышение эффективности процесса обучения иностранным языкам в неязыковом вузе: сборник научных трудов. – М., 1980. –С. 45–60.
3. Кияк Т. Фахові мови як новий напрям лінгвістичного дослідження // Іноземна філологія. – 2009. – Вип. 121. – С. 138–141.

УДК 378.147

Использование систем компьютерной алгебры для повышения эффективности образовательного процесса при изучении математических дисциплин

А.С. Шевченко

РИ (филиал) АлтГУ, г. Рубцовск

Системы компьютерной алгебры (СКА) существенным образом меняют мир образования и науки. Данные системы облегчают решение сложных математических задач; снимают психологический барьер у учащихся при изучении различных математических дисциплин, делая их интересными, достаточно простыми и доступными для понимания;

повышают интерес к процессу обучения и интенсивность практических занятий; расширяют спектр возможностей преподавателя и круг решаемых задач практического содержания: моделирование физических, химических, экономических процессов и явлений. СКА представляют качественно новый инструмент для преподавания.

Для выделения и постановки конкретных задач использования СКА в учебной деятельности студентами и профессиональной деятельности преподавателями в 2015 году в Рубцовском институте (филиале) АлтГУ было проведено анкетирование. Вопросы анкеты были направлены на выявление того, с какими СКА знакомы преподаватели и студенты, целесообразность их использования в учебном процессе.

Проблема исследования состоит во внедрении СКА в учебные курсы.

На основании проведенного исследования были сделаны следующие выводы:

- проблема подготовки студентов, преподавателей к использованию СКА в процессе обучения математических дисциплин актуальная;
- респонденты, принимающие участие в исследовании, заинтересованы в изучении спектра решаемых математических задач с помощью СКА;

- основная часть опрошенных уверены, что использование математических пакетов в процессе обучения математических дисциплин позволит сделать процесс обучения более качественным и эффективным.

В современных условиях без использования СКА повышение эффективности обучения просто невозможно.

Самые известные классы систем символьной математики: малая система Derive, которая создана на базе языка искусственного интеллекта Lisp, мощная и привлекательная система Maple [1] (ядро написано на языке C), Mathematica, Mathcad (символьные вычисления реализованы на базе ядра Maple) [2] и MATLAB [3]. На данный момент существует более 26 СКА. На мой взгляд, более предпочтительными являются СКА Maple и Mathcad Prime [3].

С сентября 2015 года СКА внедрены в следующие учебные курсы: численные методы, теория оптимального управления, методы оптимизации. Для соответствующих курсов разработаны и апробированы учебно-методические пособия: «Численные методы», «Методы оптимизации. Линейное программирование», «Методы оптимизации. Лабораторный практикум» и монография «Решение вариационных задач в пакете Maple». Содержание учебно-методических пособий соответствует федеральному государственному образовательному стандарту

высшего образования по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика».

В пособии «Численные методы» [4, 5] излагаются основы численных методов решения задач алгебры, математического анализа и обыкновенных дифференциальных уравнений. Значительное внимание уделяется вопросам алгоритмизации методов. Каждая тема содержит необходимый теоретический материал, блок-схемы вычислительных алгоритмов, большое количество примеров решения практических задач с помощью СКА Maple, задания лабораторных работ.

С 2017 года планируется использовать и СКА Mathcad Prime.

Монография «Решение вариационных задач в пакете Maple» содержит аналитические и численные методы решения классических вариационных задач, таких как задачи с фиксированными и подвижными границами [6–7], задачи на условный экстремум [8–9]. Отличительной особенностью монографии является использование СКА Maple при решении различных вариационных задач. В каждой теме кратко изложен теоретический материал, приведены примеры решения задач как аналитически, так и с использованием математического пакета Maple и даны задачи для самостоятельного решения.

В лабораторном практикуме по методам оптимизации изложены необходимые основы математического аппарата и примеры его использования в современных экономических приложениях [10–15]. Каждый тип задач сопровождается подробным описанием составления математической модели задачи и ее решения с помощью СКА Maple, Mathcad Prime 3.1 и среды электронных таблиц MS Excel.

В 2016 году по этим дисциплинам разработаны электронные учебно-методические комплексы дисциплин (ЭУМКД) в системе дистанционного обучения LMS Moodle для повышения качества профессиональной подготовки студентов, увеличения доли контролируемой самостоятельной работы студентов высшего образования.

Использование систем компьютерной алгебры в учебном процессе позволило студентам уменьшить временные затраты на рутинные математические вычисления и сосредоточить больше внимания на анализе полученных результатов той или иной задачи. Комбинирование «ручного счета» и проведение расчетов с применением СКА дало возможность не только более глубоко усвоить методы решения различных задач, но и продемонстрировать работу аппарата математики при решении более сложных и трудоемких задач. Использование СКА в учебном процессе позволили перейти на новый, более качественный уровень преподавания математических дисциплин.

Опыт работы показал, что использование математических пакетов совместно с технологиями дистанционного обучения дает большие преимущества перед традиционными методами преподавания математических дисциплин. Прежде всего, повышается интерес к математическим дисциплинам и эффективность их усвоения. Студенты с удовольствием работают самостоятельно, изучают теоретический материал, выполняют лабораторные работы, решают различные задачи, сдают тесты, применяя при этом системы компьютерной алгебры.

Библиографический список

1. Дьяконов В.П. Maple 9.5/10/11 в математике, физике и образовании. – М.: ДМК Пресс, СОЛОН-ПРЕСС, 2011. – 752 с.
2. Кирьянов Д. В. Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012. – 432 с.
3. Говорухин В., Цибулин Б. Компьютер в математическом исследовании. – СПб.: Питер, 2001. – 624 с.
4. Шевченко А.С. Численные методы. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – 388 с.
5. Шевченко А.С. Использование математического пакета Maple при проведении лабораторных работ по курсу «Численные методы» // Молодой ученый. – 2015. – №9. – С. 1222–1225.
6. Шевченко А.С. Применение математического пакета Maple к решению вариационных задач // Молодой ученый. – 2015. – №22. – С. 33–37.
7. Шевченко А.С. Использование математического пакета Maple при изучении дисциплины «Основы вариационного исчисления» // Наука и образование: векторы развития: материалы III Международной научно-практической конференции. – Чебоксары: Экспертно-методический центр, 2015. – С.457–361.
8. Шевченко А.С. Применение математического пакета Maple к решению вариационных задач с подвижными границами // Электронное научное издание «Ученые заметки ТОГУ» –2016. – Т. 7. – №1. – С. 313–323 [Электронный ресурс]. URL: http://pnu.edu.ru/media/ejournal/articles-2016/TGU_7_52.pdf.
8. Шевченко А.С. Автоматизированное решение вариационных задач на условный экстремум. // Современная наука: проблемы и пути их решения: сборник материалов Международной научно-практической конференции. Том II. – Кемерово: КузГТУ, 2015. – С. 325–328.
9. Шевченко А.С. Применение математического пакета Maple к решению вариационных задач на условный экстремум // Электронное научное издание «Ученые заметки ТОГУ» –2016. – Том 7. – № 2. – С.

246–260 [Электронный ресурс].
URL: http://pnu.edu.ru/media/ejournal/articles-2016/TGU_7_91.pdf.

10. Шевченко А.С. Методы оптимизации: лабораторный практикум: учебно-методическое пособие [Электронный ресурс]. – Рубцовск: Рубцовский институт (филиал) АлтГУ, 2016. 111 с.

11. Шевченко А.С., Отин А.С., Болдин А.В. Использование математического пакета MAPLE при решении задач оптимизации // Актуальные проблемы научного знания в XXI веке: сборник статей Девятой (заочной) межрегиональной научно-практической конференции. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С 137–143.

12. Шевченко А.С., Писаревская Л.А. Использование математического пакета MAPLE при решении задач теории игр // Актуальные проблемы научного знания в XXI веке: сборник статей Девятой (заочной) межрегиональной научно-практической конференции. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – С. 143–149.

13. Шевченко А.С. Использование математического пакета Maple при изучении раздела «Теория игр» // Современные научные исследования и инновации. 2015. № 11. URL: <http://web.snauka.ru/issues/2015/11/60003>.

14. Шевченко А.С. Использование математического пакета Maple при решении задач классической оптимизации // Инженерный вестник. 2016. №1. URL: <http://engbul.bmstu.ru/doc/832629.html>.

15. Шевченко А.С. Использование Mathcad Prime при изучении раздела «Линейное программирование» // Современные научные исследования и инновации. – 2016. – № 4 (60) [Электронный ресурс]. URL: <http://web.snauka.ru/issues/2016/04/67335>.

Часть II

Материалы молодежной прикладной IT школы

**Материалы молодежной прикладной IT школы.
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
И МОДЕЛИ В ЭКОЛОГИИ**

УДК 579.64

**Количественный анализ рекуррентных диаграмм
динамики популяций**

*А.В. Абрамова, А.К. Букасова
АлтГУ, г. Барнаул*

Удобство исследования и богатое внутреннее содержание дискретных динамических моделей в математической экологии не вызывает никакого сомнения. Несколько сложнее обстоит дело с критерием адекватности [1].

Задача состоит в оценке степени адекватности и предположениях о границах применимости дискретных подходов в различном их сочетании при разработке динамических моделей популяционной динамики.

В популяционной динамике рекуррентные уравнения показывают пример формирования трудных выводов из очень простых посылок, что, без всякого сомнения, является мощным критерием привлекательности и истинности любой научной гипотезы. Но, несмотря на очевидное изящество и математическую ценность этих моделей, необходимо сделать акцент с точки зрения предметной области – описания экологических взаимодействий – и сформулировать, насколько адекватно они отражают реальную сущность исследуемого объекта.

Действительно, хотя биологические популяции характеризуются естественной структурной дискретностью (состоят из конечного перечислимого множества индивидуальных организмов), их жизненный цикл протекает в непрерывном физическом времени и пространстве. Получается, что возникновение разностных уравнений в модели изменения численности популяции неизбежно вытекает из явно или неявно проведенной исследователем внешней дискретизации. Но тогда возникает затруднение: не вытекает ли все получаемое богатство решений непосредственно из выбранного подходящего аппарата математического описания, т. е. не является ли получаемое разнообразие режимов поведения моделируемого объекта просто артефактом временной дискретизации, не имеющим никакого отношения к законам поведения реальных природных популяций?

Существует ряд традиционных аргументов для обоснования использования дискретных по времени (разностных) уравнений в моделях репликаторной динамики. Наименее ясным из них является сообщение о том, что рекуррентные уравнения представляют собой просто удобную дискретизацию непрерывных уравнений-прототипов. Но, например, прототип логистического отображения – широко известная в теоретической экологии модель Ферхюльста [2], которая представляет решение в виде сигмоидальной зависимости численности от времени, монотонно стремящейся к равновесному значению при любых начальных условиях, совершенно не обладает тем спектром траекторий, который демонстрирует её дискретный аналог. Более того, можно показать, что получение искомой разностной модели на практике возможно лишь при выборе строго определённых, причём специально очень грубых схем численного интегрирования. В таком случае получаемые результаты должны быть однозначно интерпретированы и отвергнуты как наведенный эффект неудачной алгоритмизации.

Для достижения цели работы нами было создано семейство агентно-ориентированных моделей и проведена серия компьютерных экспериментов в среде имитационного моделирования AnyLogic [3]. Идея состояла в том, чтобы попытаться использовать данные модели в качестве замены полевых наблюдений над численностью реальных природных популяций (рисунок 1).

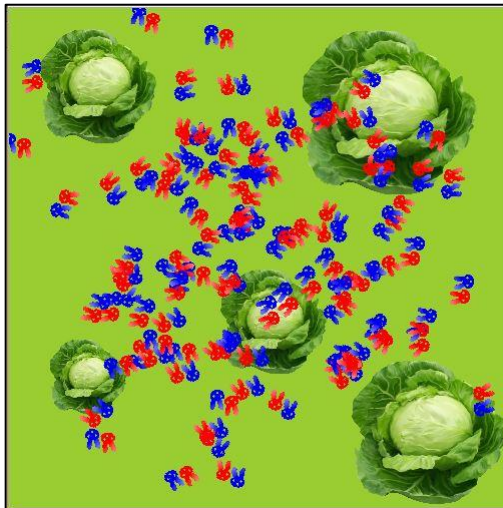


Рисунок 1 – Агентное моделирование популяции

В качестве объекта моделирования выбиралась условная популяция агентов (*Creatures*) с определёнными законами поведения:

- 1) агенты свободно перемещаются по ареалу обитания;
- 2) агенты потребляют пищевые ресурсы;
- 3) агенты разделяются по половому признаку – самки и самцы;
- 4) в определённые моменты времени агенты (самки) дают потомство (один раз за период своей жизни или несколько раз);
- 5) смертность агентов обуславливается ограниченностью ресурсов и их случайным распределением по ареалу обитания: если агент за длительное время не находит ресурс, он погибает;
- 6) ресурсы возобновляются с определённой скоростью;
- 7) интенсивность роста популяции определяется параметром приспособленности.

Материал для статистической обработки формируется за счёт происходящей с заданной регулярностью периодической фиксации мгновенных значений общей численности. Затем полученные сколь угодно длинные ряды виртуальных наблюдений используются в качестве исходных данных с целью выявления режимов динамики, характерных для разностных моделей классического типа.

Подходящим инструментом для проведения такого специфического анализа может служить метод рекуррентных диаграмм. По внешнему виду рекуррентной диаграммы можно судить о характере протекающих в системе процессов, наличии и влиянии шума, наличии состояний повторения и замирания, совершении в ходе эволюции системы резких изменений состояния [4].

В данный момент было построено семейство моделей численности популяции с разными параметрами поведения отдельных особей, собран статистический материал и на основе его построены рекуррентные диаграммы. Визуальный анализ рекуррентных диаграмм не выявил наличия ни периодических, ни хаотических режимов в модельных данных.

Для подтверждения или опровержения гипотезы о применимости дискретных моделей планируется проведение количественного анализа рекуррентных диаграмм модельных данных.

Библиографический список

1. Топаж А.Г., Абрамова А.В., Толстопятов С.Е. Дискретные модели популяционной динамики: достоинства, проблемы и обоснование // Компьютерные исследования и моделирование – М., 2016. – Т. 8, №2. – С. 267–284.

2. Ризниченко Г.Ю. Математические модели в биофизике и экологии. – М.: Институт компьютерных исследований, 2003. – С. 15–18.

3. AnyLogic. [Электронный ресурс]. – Заглавие с экрана. Режим доступа: <https://www.anylogic.ru/>.

4. Киселев В.Б. Рекуррентный анализ – теория и практика // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – СПб., 2006. – №29. – С. 118–127.

УДК 662.997; 004.94

**Моделирование тепловых процессов с использованием
солнечной энергии в климатических условиях
Алтайского края**

О.А. Ефремова

АлтГУ, г. Барнаул

В последние годы в мире значительно возрос интерес к технологиям возобновляемых источников энергии (ВИЭ), особенно к технологиям преобразования солнечной энергии в тепловую и электрическую энергию [1–4].

Первые законодательные шаги в России по развитию энергоснабжения на основе возобновляемых источников энергии (ВИЭ) были предприняты в 2008 г. В 2009 г. утверждены основные направления государственной политики в сфере повышения энергетической эффективности электроэнергетики на основе использования ВИЭ на период до 2020 г.

В связи с актуальностью теоретического исследования и практического внедрения систем солнечного теплоснабжения в энергетический рынок возникла необходимость оценить экономическую эффективность применения солнечных установок в реальных климатических условиях Алтайского края с использованием динамической имитационной модели, описывающей процессы, происходящие в системе солнечного теплоснабжения.

Схема простейшей солнечной водонагревательной установки представлена на рисунке 1. Установка состоит из солнечного коллектора и теплообменника-аккумулятора. Через солнечный коллектор циркулирует теплоноситель (специальный антифриз). Теплоноситель нагревается в солнечном коллекторе энергией солнца и отдает затем тепловую энергию воде через теплообменник. В баке-аккумуляторе хранится горячая вода до момента ее использования.

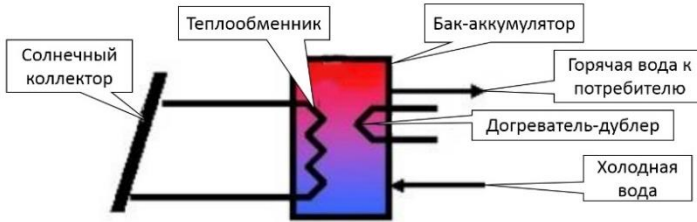


Рисунок 1 – Схема солнечной водонагревательной установки

Для многих задач проектирования солнечных установок и оценки их производительности необходимо вычислить энергию излучения, падающего на наклонную поверхность солнечного коллектора, на основе данных о солнечном излучении, поступающем на горизонтальную поверхность [5]. Это можно сделать, например, с помощью следующего уравнения:

$$R = \frac{H_T}{H} = \frac{H_b}{H} R_b + \frac{H_d}{H},$$

где H_b – прямая, H_d – рассеянная составляющие солнечной радиации, приходящей на горизонтальную поверхность, R_b – отношение прямого излучения на наклонную поверхность к соответствующему излучению на горизонтальную поверхность.

Для изучения работы коллектора при переменных условиях необходимо определить зависимость его мгновенных характеристик от метеорологических и режимных факторов. Режим работы солнечного коллектора описывается следующим уравнением, которое расчленяет энергию солнечной радиации на полезную энергию и потери:

$$Q_u = F_R A \left[I_T (\overline{\tau\alpha}) - U_L (T_{ex} - T_o) \right], \quad (1)$$

где Q_u – полезная энергия, отводимая из коллектора в единицу времени, Вт; A – площадь коллектора, m^2 ; F_R – коэффициент, связанный с эффективностью переноса тепла от пластины коллектора к жидкости, отводящей тепло; I_T – плотность потока суммарной солнечной радиации, падающего на единицу площади поверхности коллектора, $Вт/m^2$; $(\overline{\tau\alpha})$ – приведенная поглощательная способность, учитывающая результирующее влияние оптических свойств материалов коллектора; U_L – полный коэффициент тепловых потерь коллектора, $Вт/(m^2 \cdot ^\circ C)$; T_{ex} – температура жидкости на входе в коллектор, $^\circ C$; T_o – температура окружающей среды [6].

Уравнение для определения полезной энергии (1) можно использовать для расчета мгновенных характеристик коллектора. Оно может

использоваться в компьютерном моделировании для определения долговременной работы системы путем вычисления сбора энергии в течение коротких (например, часовых) промежутков времени, и последующего вычисления месячных или годовых сумм.

Температуру воды в баке-аккумуляторе к концу расчетного промежутка времени можно определить по уравнению

$$T_{\text{конечн}} = T_{\text{нач}} + \frac{\Delta T}{mC_p} [Q_u - L - U_L A (T_{\text{нач}} - T_o)],$$

где L – поток энергии, отводимой к потребителю, m – масса воды в баке, $T_{\text{нач}}$ температура воды в начале этого промежутка времени, C_p – удельная теплоемкость воды [3].

Расчет системы солнечного теплоснабжения на основе использования климатической информации, с учетом характеристик применяемого оборудования позволяет определять их основные параметры – коэффициент замещения нагрузки (доля солнечной энергии в покрытии нагрузки) за некоторый рассматриваемый период, полезную теплопроизводительность установки за этот период, оптимизировать площадь солнечных коллекторов в установке и вычислить оптимальный угол наклона.

Модель системы солнечного теплоснабжения разработана и реализована с помощью программного обеспечения AnyLogic. Входными параметрами имитационной модели системы солнечного теплоснабжения являются: температура воздуха, продолжительность солнечного сияния, площадь солнечного коллектора, угол наклона коллектора к горизонту. Выходные данные: полезная энергия, отводимая из коллектора в единицу времени, температура воды в баке-аккумуляторе к концу расчетного периода.

На рисунке 2 приведена зависимость мощности коллектора от потока солнечной радиации и температуры окружающего воздуха.

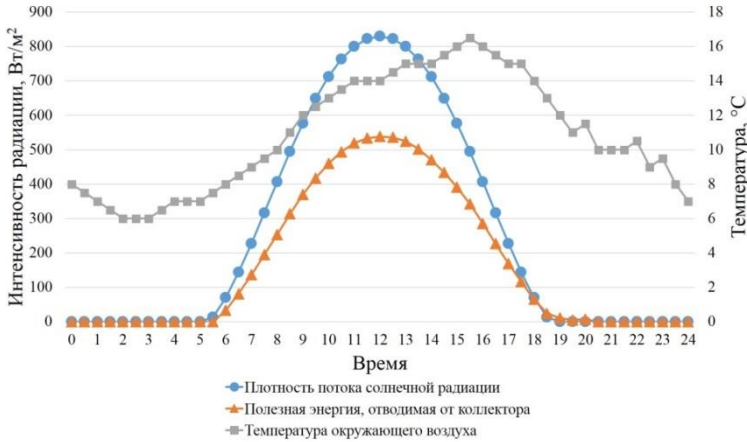


Рисунок 2 – Зависимость мощности коллектора от потока солнечной радиации и температуры окружающего воздуха

Библиографический список

1. Бастрон, А.В. Теоретические модели поля солнечной радиации и результаты исследований солнечного водонагревателя в климатических условиях красноярского края // Вестник КрасГАУ. – 2008. – №4.
2. Бутузов, В.А. Солнечное теплоснабжение в мире // Новости теплоснабжения. – 2014. – №1.
3. Duffie J.A., Beckman W.A. Solar Engineering of Thermal Processes. – New Jersey, 2013.
4. Sun energy / Sun energy. 2011. – Режим доступа: <http://www.sunenergys.ru>. – (дата обращения: 18.05.2017).
5. Гриценко А.А., Рудова Л.Н., Сукачева В.В., Хворова Л.А. Моделирование радиационного режима // Известия Алтайского государственного университета. – 1999. – №1.
6. Duffie J.A., Beckman W.A. Solar heating design. – New York, 1977.

УДК 51-76.57.036

Исследование модели фотосинтеза

В.В. Журавлева, В.В. Казаев

АлтГУ, г. Барнаул

Фотосинтез – сложный многоступенчатый процесс, продукты которого дают энергию для роста и развития растений. Побочным эффек-

том этого процесса является выделение в атмосферу кислорода, и, как следствие, делает возможным существование животных и человека.

Источником углерода для фотосинтеза является в основном атмосферный углекислый газ. Повышение его содержания по сравнению с естественным вызывает прямо пропорциональное возрастание интенсивности фотосинтеза. При увеличении концентрации углекислого газа до 15–20% процесс фотосинтеза выходит на плато. На интенсивность фотосинтеза растений оказывают значительное влияние также световой, тепловой, водный режимы и режим минерального питания [1].

В настоящее время актуальной является проблема прогнозирования изменения интенсивности фотосинтеза, связанного с изменением концентрации атмосферного углекислого газа и температуры. Соответствующие модели могут служить основой для прогноза последствий глобального изменения климата. Одной из наиболее острых проблем современности является сохранение озонового слоя, который образовался в атмосфере Земли 500–600 млн. лет назад, когда в ней вследствие фотосинтеза накопилось достаточно кислорода. Именно наличие озонового слоя, благодаря которому регулируется поток приходящей к поверхности земли радиации, привело к появлению высокоразвитых форм жизни [2].

Кроме того, построение модели фотосинтеза, описывающей адекватную реакцию растения на изменение основных факторов, является важной задачей при построении имитационных моделей формирования биомассы растений и прогноза урожайности сельскохозяйственных культур [3–6]. Де Вит определил цель создания таких моделей «в связывании отдельных ярусов биологической иерархии в виде математических выражений». Изначально есть информация о поведении элементов структуры нижнего уровня иерархии (объясняющий уровень). Затем создается система, структура которой соответствует высшему уровню иерархии (объясняемый уровень). «Если полученная математическая модель обладает теми же свойствами, что и природный объект, то мы можем предположить, что взаимосвязи элементов нижнего уровня нами правильно поняты» [7].

Множество математических моделей фотосинтеза листовой поверхности, разработанных к настоящему времени, включает как одно и двухфакторные эмпирические зависимости, так и сложные полуэмпирические модели, в разной степени учитывающие различные факторы [7–16]. Подавляющее большинство моделей адекватно отражают влияние фотосинтетически активной радиации на интенсивность фотосинтеза. Влияние некоторых факторов либо вообще не учитывается (связь фотосинтеза с минеральным питанием и атмосферным содержанием

кислорода отражена в небольшом количестве моделей [12, 15–17]), либо учитывается косвенно (в полуэмпирических моделях водный режим влияет на фотосинтез через устьичное сопротивление, а температура – через функции стресса).

Объектом анализа послужила модель фотосинтеза и фотодыхания С3-растений, учитывающая основные факторы, и дающая удовлетворительные результаты при пересчете на суточный прирост биомассы растений [17–20]. Особенность модели заключается в зависимости интенсивности фотосинтеза от отношения атмосферных концентраций: углекислый газ/кислород. В данной работе проведено исследование поведения моделируемых растений в различных условиях по содержанию углекислого газа и кислорода в атмосфере, в том числе критических.

Библиографический список

1. Дмитриева, Г.А. Физиология растений – М.: Высшая школа, 2005. – 736 с.
2. Экология: учебник/ под ред. Г.В.Тягунова. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Логос, 2005. – 504 с.
3. Хворова Л.А., Топаж А.Г. Динамическое моделирование и прогнозирование в агрометеорологии. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2010. – 263 с.
4. Хворова Л.А., Топаж А.Г. Построение моделей агроэкосистем и их адаптация к конкретным условиям // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – СПб, 2011. – Т.1, №115. – С. 99–105.
5. Хворова Л.А., Брыксин В.М., Гавриловская Н.В., Топаж А.Г. Математическое моделирование и информационные технологии в экологии и природопользовании. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2013. – 277 с.
6. Журавлева В.В. Математические модели процессов регуляции в физиологии растений // Известия АГУ. – Барнаул, 2008. – №1(57). – С. 43–57.
7. De Wit C.T. Simulation of assimilation, respiration and transpiration of crops. – Wageningen: Pudoc, 1978. – 140 p.
8. Бихеле З.Н., Молдау Х.А., Росс Ю.К. Математическое моделирование транспирации и фотосинтеза растений при недостатке почвенной влаги. – Л.: Гидрометеиздат, 1980. – 223 с.
9. Лайск А.Х. Кинетика фотосинтеза С3-растений. – М.: Наука, 1991. – 261 с.
10. Penning de Vries F.W.T., Van Laar H.H. Simulation of plant growth and crop production. – Wageningen: Pudoc, 1982. – 308 p.

11. Полуэктов Р.А., Смоляр Э.И., Терлеев В.В., Топаж А.Г. Модели продукционного процесса сельскохозяйственных культур. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2006. – 396 с.

12. Bernacchi C.J., Singsaas E.L., Pimentel C., Portis A.R., Long S.P. Improved temperature response functions for models of Rubisco-limited photosynthesis // *Plant, Cell and Environment*. – 2001. – V. 24. – P. 253–259.

13. Гриценко А.А., Журавлева В.В., Плинокосова Л.Н., Хворова Л.А. Результаты анализа и компьютерного тестирования блоков радиации и фотосинтеза // *Известия АГУ*. – Барнаул, 2001. – №1(19). – С. 61–64.

14. Журавлева В.В. Математическая модель дыхания С3-растений во время фотосинтеза // *Известия АГУ*. – Барнаул, 2007. – №1(53). – С. 45–49.

15. Журавлева В.В. Математическая модель фотосинтеза и фотодыхания С3-растений // *Обзорные прикладной и промышленной математики*. – 2008. – Т. 15. Вып. 3. – С. 470–473.

16. Журавлева В.В. Моделирование влияния азотного дефицита на процесс фотосинтеза // *Обзорные прикладной и промышленной математики*. – 2008. – Т. 15. Вып. 4. – С. 666.

17. Журавлева В.В. Математическое моделирование процессов накопления биомассы С3-растений в процессе вегетации: дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Барнаул. – 2008. – 120 с.

18. Журавлева В.В. Качественный анализ модели фотосинтеза и фотодыхания С3-растений // *Известия АГУ*. – Барнаул, 2009. – №1(61). – С. 56–59.

19. Журавлева В.В. Моделирование процессов фотосинтеза и фотодыхания С3-растений // *Математическая биология и биоинформатика*. – 2015. – Т. 10, вып. 2. – С. 482–507.

20. Журавлева В.В. Об одной модели фотосинтеза // *Материалы Всероссийской научной конференции (с международным участием) «Агроэкосистемы в естественных и регулируемых условиях : от теоретической модели к практике прецизионного управления»*. Санкт-Петербург, 21–23 сентября 2016 г. – СПб.: ФГБНУ АФИ, 2016. – С. 298–301.

УДК 57.08

**Анализ пространственного распределения и динамики
количества фитопланктона Обской губы
на основе данных ДЗЗ**

Н.М. Ковалевская¹, Н.А. Колисниченко², Л.А. Хворова²

¹ИВЭП СО РАН, г. Барнаул; ²АлтГУ, г. Барнаул

Важной составной частью современных экологических исследований является изучение структуры и функционирования водных экосистем, оценка их экологического состояния, определение трофического статуса водного объекта и качества воды, изменяющихся под влиянием природных и антропогенных факторов [1–3].

Традиционные формы мониторинга качества воды обеспечивают достаточно точные результаты, но являются весьма дорогостоящими. Начиная с 70-х годов XX века, активно разрабатываются технологические подходы, основанные на дистанционном оптическом зондировании океанических и морских акваторий. Распространение таких подходов на внутренние водоёмы натолкнулось на их чрезвычайную гидрооптическую сложность. Поэтому дистанционная оценка качества воды лимнологических объектов выделилась в самостоятельную задачу, включающую использование адекватных биооптических алгоритмов, которые должны быть чувствительны к флористической принадлежности фитопланктона и обладать высокой точностью для водоёмов со значительными концентрациями жёлтого вещества и минеральной взвеси.

Объектом исследования являются отдельные участки Карского моря: Обская губа – у устья р. Обь; средняя часть Обской губы; выход из эстуария (разрез р. Обь – желоб Святой Анны); Гыданская губа.

Цель работы – определить, в какой мере различаются значения параметров качества воды на этих участках в период с 2003 по 2011 гг. по данным спектрометра MERIS спутника ENVISAT.

Один из важнейших аспектов проблемы экологии водоемов – динамика уровня развития фитопланктона. Пристальное внимание к фитопланктону объясняется способностью составляющих его водорослей влиять на биологическую продуктивность и экологическое состояние водоемов. Статистически достоверные экспериментальные данные свидетельствуют о весьма значительных пространственно-временных вариациях полей распределения фитопланктона. Концентрация фитопланктона может меняться в течение нескольких минут/часов в объеме от кубических сантиметров до кубических метров. Очевидно, что в

такой ситуации «точечные» измерения с судов оказываются нерепрезентативными. Поэтому возрастает интерес к дистанционному слежению за состоянием озёр и водохранилищ, обладающему свойствами экспрессности и пространственной интеграции [1–3].

Обская губа – одна из крупнейших водных систем мира, пересекает несколько природных зон и испытывает воздействие многих антропогенных факторов. Освоение природных ресурсов Обской губы, в том числе нефтегазовых месторождений, создание водохранилищ, промышленных предприятий, поступление сточных вод привели к увеличению роли антропогенных факторов в формировании качества воды, что обуславливает необходимость постоянного мониторинга и изучения состояния рек для разработки мероприятий, препятствующих их загрязнению и эвтрофированию.

Во многих исследованиях, связанных с дистанционным мониторингом фитопланктона, используются данные различных спектрометров. Среди них, с точки зрения возможностей наблюдения за лимнологическими объектами, особенно важен MERIS на спутнике ENVISAT Европейского космического агентства.

Решение задачи сбора, обработки и анализа данных ДЗЗ для определения содержания фотосинтетических пигментов базируется на базе спутниковых снимков Обской губы за июль 2003–2011 гг. в период наиболее активного функционирования планктонных альгоценозов. Для алгоритмической обработки изображений использовалась среда BEAM (Basic ERS & ENVISAT (A)ATST and MERIS Toolbox), работающая внутри графического интерфейса VISAT.

На первом этапе работы были выбраны и обработаны снимки, которые наиболее информативно отражают концентрацию фитопланктона.

Для получения тестовых точек на участках Обской губы выстроена сетка в соответствии с направлением параллелей и меридиан. Каждая отмеченная тестовая точка обработана в пакете BEAM и получены данные для следующих модельных значений:

- концентрации хлорофилла а в соответствии с нейросетевой моделью (conc_chl_nn);
- концентрации всех взвешенных веществ (conc_tsm);
- показателя поглощения растворенного органического вещества на длине волны 443nm (iop_a_us_443).

Для каждого из четырёх рассматриваемых участков рассчитаны среднегодовые значения по полученным показателям и построены графики, отображающие динамику их развития за выбранный период времени. По усреднённым данным трёх участков (Гыданская губа, средняя часть Обской губы и выход из её эстуарной части) тенденция в

динамике не отмечена, так как в течение заданного времени наблюдаются резкие спады и рост показателей.

Если же рассматривать устье Обской губы, то можно заметить определённую закономерность. Показатели по концентрации хлорофилла возрастают с 2007 по 2010 год, по концентрации взвешенных веществ и поглощения растворенного органического вещества возрастают с 2008 года и до конца исследуемого периода.

В Обской губе концентрация загрязняющих веществ постепенно снижается в направлении с юга на север. Это происходит, во-первых, из-за изменения структуры грунтов, когда ил сменяется крупнозернистым песком, и, во-вторых, за счет естественных процессов самоочищения, происходящих по мере удаленности от источника загрязнения.

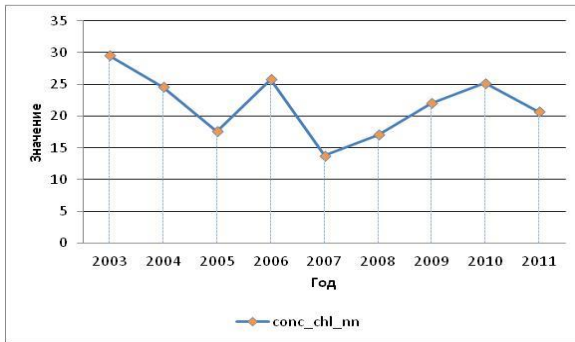


Рисунок 1 – Концентрации хлорофилла *a* в устье Обской губы

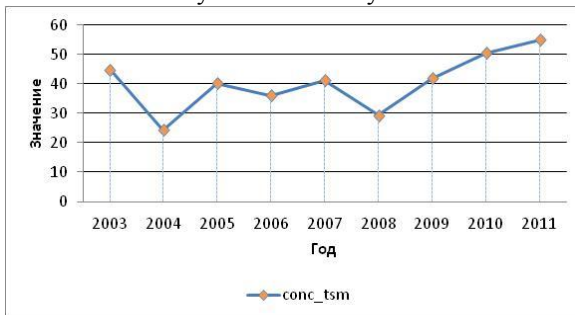


Рисунок 2 – Концентрация взвешенных веществ в устье Обской губы

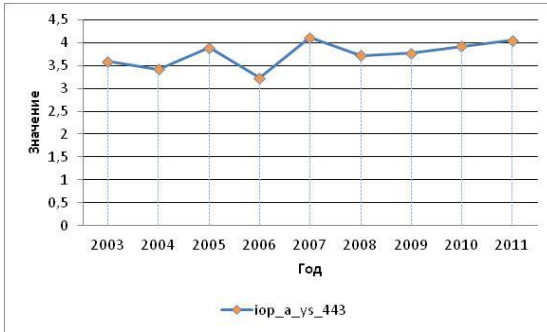


Рисунок 3 – Показатель поглощения растворённой органики в устье Обской губы

Закключение. В процессе исследования рассмотрена значимость пигментных характеристик водорослей для изучения альгоценозов и оценки качества воды рек. Показано, что на характер пространственного распределения водорослей в Обской губе влияет комплекс гидрологических, климатических и антропогенных факторов. Данное исследование будет продолжено с целью получения достаточного количества наблюдений, необходимых для оценки биологической продуктивности губы. Это позволит использовать MERIS-данные для решения практически важной задачи мониторинга количества хлорофилла, как маркера уровня развития фитопланктона, в Обской губе.

Работа выполнена при поддержке Благотворительного Фонда В. Потанина.

Библиографический список

1. Кириллова Т.В., Котовщиков А.В. Растительные пигменты как показатели экологического состояния Новосибирского водохранилища // Мир науки, культуры, образования. – 2009. – №1(13).
2. Ковалевская Н.М., Кириллов В.В., Кириллова Т.В., Ловцкая О.В. Сравнительные оценки качества воды в Новосибирском водохранилище на основе лимнологических MERIS-моделей и данных высокого разрешения Worldview-2 // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2012. – Т. 9. – №1.
3. Котовщиков А.В. Пигментные характеристики альгоценозов речной системы Оби: автореф. дисс. ... канд. биол. наук. –Барнаул, 2012.

УДК 574.34:575.174.4

**Модельный анализ влияния оптимального промысла
с постоянной долей изъятия
на менделевскую лимитированную популяцию**

Е.А. Колбина¹, Е.Я. Фрисман²

¹*Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН,
г. Владивосток;*

²*Институт комплексного анализа региональных проблем
ДВО РАН, г. Биробиджан*

Целью работы является описание и исследование наиболее простой модельной ситуации, в которой проявляются закономерности взаимосвязанных изменений динамики генетической структуры и численности популяций, вызванных взаимодействием эволюционных (в основном селективных) и экологических (ограничивающих популяционный рост) факторов, включая эффекты промыслового воздействия на эксплуатируемые популяции. В качестве такой модельной системы рассматривается диплоидная менделевская панмиктичная популяция, генетическое разнообразие в которой контролируется одним диаллельным локусом, экологическое лимитирование сводится к убывающей зависимости приспособленности от численности, а воздействие промысла – к изъятию части особей.

Введем обозначения: x_n – численность популяции в n -ом поколении, q_n – частота аллеля А в n -ом поколении (следовательно, $(1 - q_n)$ – частота аллеля а), $W_{AA}(n)$, $W_{Aa}(n)$, $W_{aa}(n)$ – приспособленности генотипов АА, Аа, аа – соответственно в n -ом поколении. Изменение численности и генетической структуры популяции описывается следующей системой рекуррентных уравнений [1]:

$$\begin{cases} x_{n+1} = \bar{W}_n(x_n)x_n \\ q_{n+1} = q_n(W_{AA}(x_n)q_n + W_{Aa}(x_n)(1 - q_n)) / \bar{W}_n(x_n), \end{cases} \quad (1)$$

где $\bar{W}_n = W_{AA}(x_n)q_n^2 + 2W_{Aa}(x_n)q_n(1 - q_n) + W_{aa}(x_n)(1 - q_n)^2$ – средняя приспособленность популяции в n -ом поколении. Будем полагать, что приспособленности зависят от численности линейно

$$W_{ij} = 1 + R_{ij} - \frac{R_{ij}}{K_{ij}} x.$$

Соответственно каждый генотип характеризует его ресурсный (K_{ij}) и мальтузианский (R_{ij}) параметры. Для упрощения выкладок, введем

дополнительное предположение, что все генотипы имеют одинаковую приспособленность при некотором значении численности популяции (равном x^*).

Условия существования и разрушения генетического полиморфизма модели (1), а так же результаты исследования ее динамического поведения приведены в работах [2] и [3].

Введем в модель (1) промысел с долей изъятия u :

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n \bar{W}_n (1-u) \\ q_{n+1} = q_n (W_{AA} q_n + W_{Aa} (1-q_n)) / \bar{W}_n, \end{cases} \quad (2)$$

где $\bar{W}_n = W_{AA} q_n^2 + 2W_{Aa} q_n (1-q_n) + W_{aa} (1-q_n)^2$, $R = U x_n \bar{W}_n$ – величина изъятия.

Оптимальный равновесный уровень численности \bar{x}_M , обеспечивающий максимальный равновесный уровень изъятия, однозначно определяется уравнением $\bar{W} = 1 - \bar{x}_M \cdot \bar{W}'_x$. Оптимальная доля изъятия (в относительных единицах численности) имеет вид

$$U_0 = 1 - \frac{1}{\bar{W}} = \frac{-\bar{x}_M \cdot \bar{W}'_x}{1 - \bar{x}_M \cdot \bar{W}'_x}$$

Найдены равновесные значения численности и частоты аллеля A модели (2), обеспечивающие максимальный объем изъятия [4, 5]. Определены условия их существования и устойчивости при постоянной доле изъятия (таблица 1).

Показано, что в состоянии, обеспечивающем максимальный уровень изъятия, значение генетического состава остается таким же, как и в случае, когда промысел отсутствует, а равновесное значение численности снижается в два раза. Также показано, что при линейном виде функций приспособленностей и при описанных соотношениях параметров модели в равновесии генетический состав популяции не зависит от ее численности. Показано, что условия существования равновесных значений в целом при отсутствии промысла и при его воздействии одинаковы.

Таблица 1 – Равновесные точки модели, подверженной промыслу с постоянной долей изъятия, условия их существования и устойчивости

Ia) $x^* < K_{Aa} < K_{AA}$, $x^* < K_{Aa} < K_{aa}$	Если $x^* < \bar{x}_M$, то при постоянной доле изъятия мономорфные состояния устойчивы при любых параметрах модели. Полиморфное состояние неустойчиво. Если $x^* > \bar{x}_M$, то мономорфные состояния неустойчивы; полиморфное состояние устойчиво при любых параметрах системы.
Ib) $K_{Aa} < K_{AA} < x^*$ $K_{Aa} < K_{aa} < x^*$	Если $x^* > \bar{x}_M$, то мономорфные состояния устойчивы. Полиморфное состояние неустойчиво.
II) $K_{aa} < K_{Aa} < K_{AA}$ или $K_{AA} < K_{Aa} < K_{aa}$	Полиморфное состояние не существует. Если \bar{x}_M и ресурсные параметры находятся по одну сторону от x^* , то устойчиво то мономорфное состояние, ресурсный параметр которого больше. Если $\bar{x}_M < x^*$, а ресурсные параметры $> x^*$, то устойчиво то мономорфное состояние, ресурсный параметр которого минимален.
IIIa) $K_{Aa} > K_{AA} > x^*$ $K_{Aa} > K_{aa} > x^*$	Если $x^* < \bar{x}_M$, то полиморфное состояние устойчиво. Мономорфные состояния неустойчивы. Если $x^* > \bar{x}_M$, полиморфное состояние неустойчиво, мономорфные состояния устойчивы.
IIIб) $x^* > K_{Aa} > K_{AA}$ $x^* > K_{Aa} > K_{aa}$	Если $x^* > \bar{x}_M$, то полиморфное состояние устойчиво. Мономорфные состояния неустойчивы.

Численное исследование влияния промысла с постоянной долей изъятия на динамику популяции показало, что промысел при любой оптимальной доле изъятия ведет к стабилизации численности и частоты аллеля А. Если в популяции в отсутствие промысла наблюдаются колебания численности и генетического состава (рисунок 1), то промысел при любом равновесном состоянии (даже без изменения типа отбора) выводит численность и генетический состав на стационарный уровень (рисунок 2). На рисунках введены обозначения: 1, 3 – промысел с оптимальной долей изъятия, соответствующей мономорфным равновесным состояниям $q=0$ и $q=1$; 2 - промысел с оптимальной долей изъятия, соответствующей полиморфному состоянию.

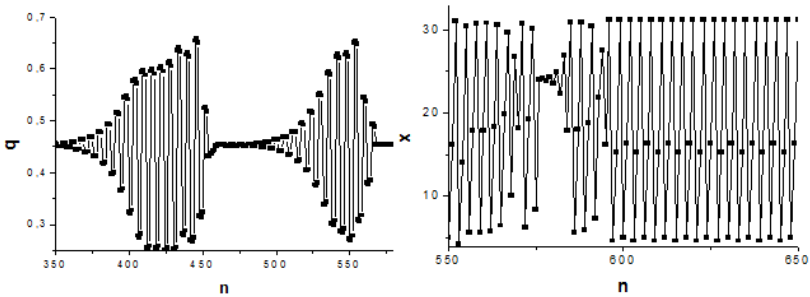


Рисунок 1 – Динамика генетического состава (q) и численности (x) в отсутствие промысла. Совместные колебания

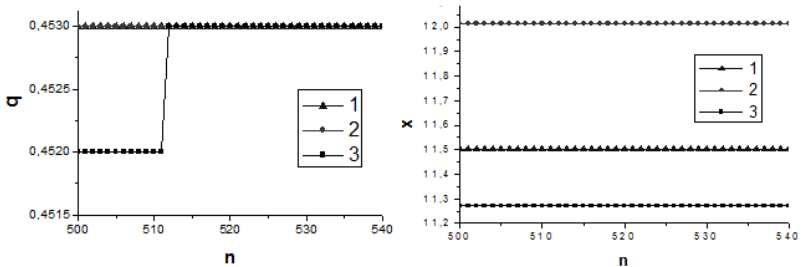


Рисунок 2 – Динамика частоты аллеля А (q) и численности (x) при промысле с различными оптимальными долями изъятия

Кроме того, показано, что оптимальный промысел может привести к изменению генетического разнообразия в случае, если какая-либо из оптимальных долей изъятия переведет равновесную численность через x^* . Таким образом, промысел может привести к изменениям результатов отбора и вызвать разрушение или способствовать поддержанию полиморфизма.

Библиографический список

1. Ратнер В.А. Математическая популяционная генетика (элементарный курс). – Новосибирск: Наука, 1977.
2. Жданова О.Л., Колбина Е.А., Фрисман Е.Я. Проблемы регулярного поведения и детерминированного хаоса в математической модели эволюции менделевской лимитированной популяции // Дальневосточный математический журнал. – Владивосток: Дальнаука, 2003. – Т. 4, № 2. – С. 289–303.

3. Жданова О.Л., Фрисман Е.Я. Динамические режимы в модели однолокусного плотностно-зависимого отбора // Генетика. 2005. - Т. 41, №11. - С. 1575–1584.

4. Жданова О.Л., Колбина Е.А., Фрисман Е.Я. Влияние промысла на генетическое разнообразие и характер динамического поведения менделевской лимитированной популяции // ДАН. 2007. - Т. 412, №4. - С. 564–567.

5. Фрисман Е.Я., Жданова О.Л., Колбина Е.А. Влияние промысла на генетическое разнообразие и характер динамического поведения менделевской лимитированной популяции // Генетика. – М.: Наука, 2010. – Т. 46, № 2. - С. 272–281.

УДК 556.16.01

Математические модели для прогнозирования паводковых ситуаций в системах открытых русел

Т.Н. Корбут

ГАГУ, Россия, Республика Алтай, г. Горно-Алтайск

Рельеф Республики Алтай характеризуется исключительным разнообразием и подразделяется на высокогорные, среднегорные и низкогорные, а так же рельеф межгорных котловин, отличается значительной глубиной расчленения и крутизной склонов, присутствием современного оледенения и суровым климатом [3]. В условиях сложного горного рельефа изучение, мониторинг климата и прогнозирование чрезвычайных ситуаций стоит проблема поиска методов и моделей прогноза возникновения паводковых ситуаций в руслах горно-равнинных рек, наносящих значительный ущерб региону. Моделирование процесса формирования речного стока является основой создания прогноза возникновения паводковой ситуации на участке русла реки. С привлечением и объединением различных видов моделей, возможно разработать эффективные алгоритмы анализа.

Водохозяйственная система включает в общем случае сильно различающиеся друг от друга по морфометрическим и гидравлическим характеристикам объекты (водоемы, водотоки с прилегающими к ним поймами и др.), что является основной трудностью при проведении математического моделирования. Теоретической основой разработанных математических моделей для исследования волновых процессов, возникающих при неустановившихся течениях воды в открытых руслах и их системах, являются одномерные уравнения Сен-Венана в общей форме [1,2]:

- а) уравнение неразрывности;
 б) уравнение движения

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{\omega} \right) + g\omega \frac{\partial Z}{\partial x} = G$$

$$G = -g\omega \frac{Q|Q|}{K^2} - \frac{\omega}{\rho} \frac{\partial P_\alpha}{\partial x} + \zeta BW_l |W|.$$

Рассматриваемая система открытых русел представляется в виде динамической системы, которая включает участки открытых русел и узлы, которые являются входными и выходными створами системы [2].

Двумерные математические модели неустановившихся течений в глубоких водоемах полученные путем осреднения по ширине русла или водотока трехмерных уравнений [1, 2]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = -g \frac{\partial}{\partial x} \left(\xi + \frac{1}{\rho_0} \int_{z_0}^{\xi} \rho dz \right) + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial z} \left(bv_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{k_0}{b} \tau$$

$$k_0 = \sum_{i=1}^2 \left[1 + \left(\frac{\partial b_i}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial b_i}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad \tau = \frac{\lambda}{8} |u|u, \rho$$

$$= \rho(T, S) \frac{\partial(bu)}{\partial x} + \frac{\partial(b\omega)}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = -g \frac{\partial}{\partial x} \left(\xi + \frac{1}{\rho_0} \int_{z_0}^{\xi} \rho dz \right) + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial z} \left(bv_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{k_0}{b} \tau$$

$$k_0 = \sum_{i=1}^2 \left[1 + \left(\frac{\partial b_i}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial b_i}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad \tau = \frac{\lambda}{8} |u|u, \rho$$

$$= \rho(T, S) \frac{\partial(bu)}{\partial x} + \frac{\partial(b\omega)}{\partial z} = 0,$$

t – время, x, y – продольная и вертикальная декартовы координаты;
 $U(x, z, t), \omega(x, z, t)$ – горизонтальные и вертикальные скорости;
 $\xi(x, t)$ уровень свободной поверхности, $b(x, t)$ ширина русла;
 $\rho(T, S)$ – плотность жидкости; ρ_0 – характерное значение плотности;
 vt – коэффициент турбулентной вязкости; τ – сопротивление трения на боковой поверхности; λ – коэффициент трения.

Река Майма Республики Алтай, является мелководной системой, поэтому актуально использовать для исследования волновых процессов одномерные, двумерные модели, сформулированные на базе уравнений Сен-Венана, для эффективного анализа алгоритмов.

Библиографический список

1. Бондарев Э.А., Воеводин А.Ф., Никифоровская В.С. Методы идентификации математических моделей гидравлики. – Якутск: Издательский дом СВФУ, 2014. – 188 с.

2. Воеводин А.Ф., Никифоровская Т.А., Виноградова Т.А. Математические модели для прогнозирования процесса распространения волн катастрофических паводков в системах открытых русел и водотоков // Вестник Санкт-Петербургского университета, серия 7. – 2009. – С. 139.

3. Сухова М.Г. [и др.] Анализ гидрометеорологической ситуации в бассейне реки Бия в момент катастрофического паводка 2014 года // Экологические аспекты природопользования в Алтае – Саянском регионе: материалы международной научно-практической конференции – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2014. – С. 58–63.

УДК 681.3

Применение нейронных сетей для диагностики заболевания сахарным диабетом детей и подростков на территории Алтайского края

О.С. Кротова, Л.А. Хворова
АлтГУ, Барнаул

Сахарный диабет – хроническое заболевание, в патогенезе которого лежит недостаток инсулина в организме человека, вызывающий нарушение обмена веществ и патологические изменения в различных органах и тканях. На сегодняшний день в мире диабет считается одним из наиболее распространенных заболеваний и не является следствием патологии какого-либо конкретного органа. Сахарный диабет возникает из-за общего сбоя в обмене веществ [1]. В работе рассматриваются вопросы диагностики сахарного диабета у детей и подростков на основе аппарата искусственных нейронных сетей.

Актуальность и практическая значимость исследования базируются на актуальности процессов получения, накопления, обработки и систематизации медицинских данных и знаний, использовании информационных систем в медицине и практическом применении средств интеллектуального анализа для изучения тенденций распространенности и структуры различных заболеваний, прогнозирования исходов заболеваний, оценки эффективности медицинских вмешательств и технологий [2].

Нейронные сети – раздел искусственного интеллекта, в котором для обработки сигналов используются явления, аналогичные происходящим в нейронах живых существ. Важнейшая особенность сети состоит в параллельной обработке информации всеми звеньями. При большом количестве межнейронных связей это позволяет значительно ускорить процесс обработки информации. Кроме того, при большом числе межнейронных соединений сеть приобретает устойчивость к ошибкам, возникающим на некоторых линиях. Функции поврежденных связей берут на себя исправные линии, в результате чего деятельность сети не претерпевает существенных возмущений. Другое, не менее важное свойство нейронных сетей, – способность к обучению и обобщению накопленных знаний. Нейронная сеть обладает чертами искусственного интеллекта. Натренированная на ограниченном множестве данных сеть способна обобщить полученную информацию и показывать хорошие результаты на данных, не использовавшихся в процессе обучения [3].

Данные для исследования берутся из созданной в формате Microsoft Excel базы данных, содержащей различную информацию об «обезличенных» пациентах. Всего 114 показателей: справочник пациентов, сведения о медицинской карте, динамика гликированного гемоглобина, общий анализ крови, биохимический анализ крови, общий анализ мочи, гликемический профиль, результаты обследования, половое развитие, анамнез жизни и др.

Для построения нейронной сети использовались такие входные параметры, как рост и вес пациента, температура, частота сердечных сокращений, частота дыхания, артериальное давление, а также показатели общего и биохимического анализа крови. Общее количество используемых параметров по каждому пациенту – 32. Результирующим параметром является стадия сахарного диабета – компенсация или декомпенсация.

Для построения нейронной сети используется система Matlab Data Analytics (<http://matlab.ru/products/MATLAB>). Данные разбиваются на три группы: Training – данные, по которым происходит обучение сети; Validation – данные, которые используются для оценки обучения и для того, чтобы понять, что сеть достаточно хорошо обучилась и прекратить обучение; Testing – тестовые данные, на которых производится тестирование сети. Затем устанавливаем количество скрытых нейронов.

Matlab Data Analytics предлагает на выбор 3 алгоритма для автоматического построения нейронной сети: Levenberg-Marquardt, Bayesian Regularization, Scaled Conjugate Gradient. Для построения данной сети

использовался алгоритм Левенберга-Марквардта, предназначенный для оптимизации параметров нелинейных регрессионных моделей. Предполагается, что в качестве критерия оптимизации используется среднеквадратичная ошибка модели на обучающей выборке. Алгоритм заключается в последовательном приближении заданных начальных значений параметров к искомому локальному оптимуму. Обучение автоматически останавливается, когда Validation перестает улучшаться.

По графикам, представленным на рисунке 1, можно оценить качество обучения и тестирования сети.

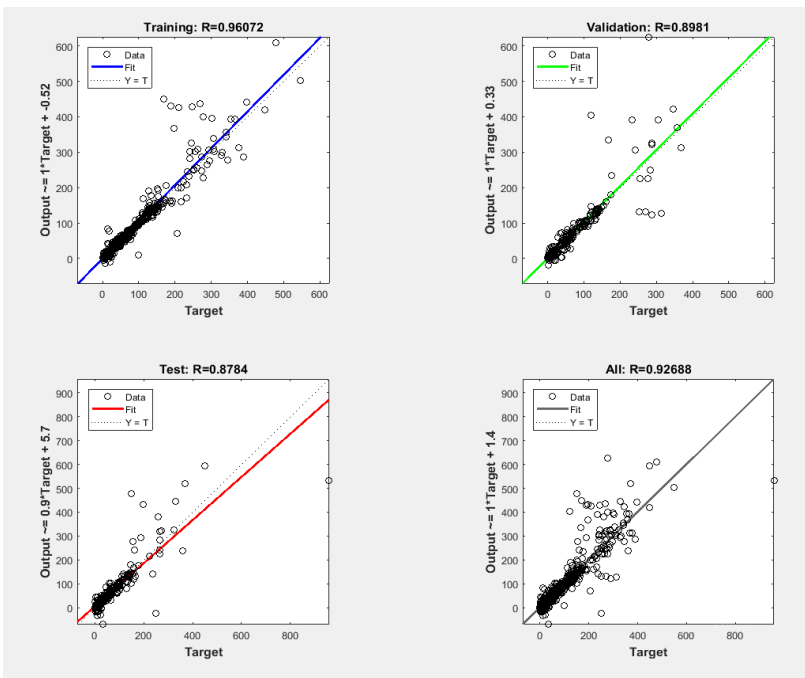


Рисунок 1 – Графики регрессии

Результаты тестирования на данных, которые не были включены в выборку для проектирования нейронной сети: у пациента с диагнозом «декомпенсация сахарного диабета» нейронная сеть определила значение 0,8476, что означает декомпенсацию; у пациента с диагнозом «компенсация сахарного диабета» нейронная сеть рассчитала значение 0,4123, что означает компенсацию сахарного диабета.

Таким образом, в работе сделана попытка разработать систему диагностики стадии сахарного диабета обследуемого пациента, используя

ющая аппарат искусственных нейронных сетей. Для проектирования нейронной сети был использован пакет Matlab Data Analytics. Результаты обучения и проверки работоспособности спроектированной нейронной сети показывают её успешное применение для решения поставленной задачи и способность находить сложные закономерности и взаимосвязи между различными характеристиками объекта. После того как сеть обучена, она становится надежным и недорогим диагностическим инструментом.

Библиографический список

1. Дедов И.И., Кураева Т.Л., Ремизов О.В., Петеркова В.А., Носиков В.В., Щербачёва Л.Н. Генетика сахарного диабета у детей и подростков: пособие для врачей. – М., 2003.
2. Концепция создания единой государственной информационной системы в сфере здравоохранения: приказ Минздравсоцразвития России от 28.04.2011 № 364 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.consultant.ru/>.
3. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. – М., 2017.

УДК 314.02

Статистический анализ динамики численности населения

***Р.С. Нурахунов**
АлтГУ, г. Барнаул*

Статистика населения играет важную роль в управлении государством. В последние годы статистическое изучение населения приобрело важное значение в связи с сокращением численности населения РФ. Высокие темпы снижения численности населения в Алтайском крае и Российской Федерации в целом вызвали потребность статистических исследований в данной области и явились целью исследования данной работы.

Существующая демографическая ситуация, сложившиеся типы воспроизводства населения и их эволюция за длительный период ставят задачу более подробного изучения их социально-экономической обусловленности с целью научнообоснованного управления демографическими процессами. Изучение социально-экономического и демографического развития РФ показывает, что демографические процессы в регионах, в частности рождаемость и смертность, миграция изменя-

ются под решающим воздействием экономического развития, и одновременно сами оказывают влияние на экономический рост.

Познание закономерностей воспроизводства населения является важным условием для разработки основополагающих направлений социально-экономической и демографической политики регионов и государства в целом.

Для проведения исследования были использованы официальные данные органов Федеральной службы государственной статистики России (Росстата), материалы территориального органа Федеральной службы государственной статистики по Алтайскому краю, а также материалы периодической печати, материалы официальных сайтов Федеральной службы государственной статистики, Президента РФ.

В каждом статистическом обследовании населения поставленные задачи сопряжены с использованием статистических показателей, характеризующих численность населения и ее динамику; распределение населения на городское и сельское; состав и структуру населения по полу, возрасту, национальной принадлежности, социальным характеристикам, заработной плате; естественное движение населения (рождаемость, смертность, естественный прирост населения, заключение и расторжение браков); продолжительность жизни и воспроизводство населения; миграцию населения.

На основе данных, полученных из различных информационных источников, проведен анализ основных показателей динамики численности населения [1, 2]. В процессе исследования рассмотрена динамика численности населения России, Алтайского края и Барнаула.

Из расчетов следует, что с 2009 года увеличивается базисный абсолютный прирост, показывающий увеличение показателя численности населения в каждом последующем периоде. Так же увеличивается базисный темп роста, характеризующий во сколько раз показатель численности населения в каждом последующем периоде больше его базисного уровня. Цепной темп роста показывает во сколько раз каждый последующий показатель численности населения больше или меньше своего предыдущего значения.

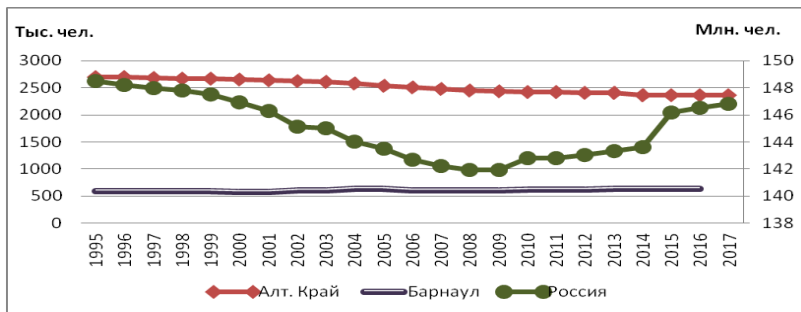


Рисунок 1 – Динамика численности населения

Проведенный анализ демографической ситуации в России и Алтайском крае (рисунок 1) показал, что численность населения в крае до 2017 года падает. Этому способствовали несколько факторов: низкая заработная плата; миграция сельского населения в крупные города. Численность населения Барнаула показывает положительную динамику. Одна из причин, это также миграция сельского населения.

Наблюдается повышение рождаемости, чему способствовало несколько программ: программа «Молодая семья»; губернаторская поддержка семьям, в которых более 2-х детей. В 2006 г. была принята программа «Материнский капитал».

Для решения задачи прогнозирования основных статистических показателей были построены регрессионные модели по данным численности населения и ожидаемой продолжительности жизни за период с 2009 по 2016 гг. Средние относительные погрешности говорят о качестве построенных регрессионных моделей ожидаемой продолжительности жизни, поэтому посчитали возможным использовать их в задачах прогноза.

Проведенные исследования по статистическому анализу динамики численности населения являются частью комплексного анализа демографических процессов в России и Алтайском крае, который предполагает исследование и анализ факторов, влияющих на структуру и численность населения РФ и Алтайского края и не вошедших в данную работу, а именно: распределение населения по национальной принадлежности, социальным характеристикам, заключение и расторжение браков, миграция населения; формирование информационной базы данных «Данные о населении Алтайского края и РФ»; разработку информационной системы «Показатели демографических процессов в Алтайском крае и РФ» [3].

Библиографический список

1. Хворова Л.А., Гавриловская Н.В. и др. Применение математических методов и моделей для обработки и анализа многомерных данных // МАК-2005 : материалы восьмой региональной конференции по математике. – Барнаул, 2005.
2. Хворова Л.А., Гавриловская Н.В., Лопатин Н.Н. Применение информационных технологий, математических методов и моделей для обработки и анализа многомерных данных // Известия Алтайского гос. ун-та. – 2006. – №1.
3. Гавриловская Н.В., Хворова Л.А. Информационно-прогностическая система сбора, обработки, анализа и обобщения агрометеорологической информации // Известия Алтайского гос. ун-та. – 2010. – № 1-1.

УДК 519.8, 631.432.4

Разработка регрессионной модели эвапотранспирации в условиях засушливых степей Западной Сибири Алтайского края

***А.С. Маничева¹, Е.В. Понькина¹, А.А. Бондарович¹,
А.С. Мацюра¹, В.В. Щербинин¹, Г. Шмидт²***

¹АлтГУ, г. Барнаул;

²Университет Мартина Лютера Галле-Виттенберг, Германия

Эвапотранспирация представляет собой суммарное испарение влаги из почвы и с поверхности растительности и позволяет оценить влагообеспеченность земель сельскохозяйственного назначения. В рамках проекта «Кулунда» было произведено исследование эвапотранспирации на территории засушливых степей. Полигон наблюдений расположен на Кулундинской равнине – в с. Полуямки Михайловского района Алтайского края. Для Кулундинской равнины характерен засушливый климат и недостаточное увлажнение в течение вегетационного периода. Распределение осадков, как по территории, так и по сезонам является достаточно неравномерным. Для исследуемой территории характерны темно-каштановые супесчаные почвы [1]. Метеорологические данные для исследования были получены в ходе эксперимента, описанного в [2].

Методы моделирования эвапотранспирации можно разделить на три группы: методы непосредственных полевых измерений; расчетные

методы; методы, основанные на эмпирических зависимостях [3]. Первая группа включает довольно трудоемкие методы прямого измерения суммарного испарения влаги. Во второй группе наиболее известны метод водного баланса и метод теплового баланса. Эмпирические методы третьей группы основаны на установлении зависимостей различного вида между испарением и одним или несколькими метеорологическими показателями; сюда входят модель Пенмана-Монтейна и модели на основе методов регрессионного анализа [4-8].

Целью работы является нахождение с помощью модели скользящей регрессии такого временного периода (количества дней), при котором достигается наименьшая погрешность прогноза значений эвапотранспирации.

Для расчета использовались почасовые данные с 1 по 31 июля 2015 г. (количество наблюдений $T = 744$). В качестве независимых переменных модели рассматривались следующие метеорологические факторы: скорость ветра (м/с), температура воздуха ($^{\circ}\text{C}$), относительная влажность воздуха (%), атмосферное давление (Па), солнечная радиация ($\text{Вт}/\text{м}^2$); факторы, позволяющие учесть изменчивость процесса в течение суток (время суток); в качестве зависимой переменной выступала суммарная эвапотранспирация ($\text{мм}/\text{м}^2$).

Была выполнена спецификация модели скользящей регрессии с временным «окном» 20 дней. Идентификация параметров модели выполняется на каждый 20-ый дневной период методом максимального правдоподобия. Одной из задач являлась оценка степени упреждения прогнозных оценок при приемлемой точности прогноза (погрешность не более 10%). Результаты вычислений показали, что наименьшее расхождение прогнозных значений эвапотранспирации с фактическими наблюдениями при использовании фактических климатических факторов является минимальным. График кумулятивной эвапотранспирации (нарастающим итогом) при 20-ти дневной базе построения модели приведен на рисунке. Здесь через Eta_Fact обозначена кумулятивная эвапотранспирация, оцененная по фактическим данным, через Eta_Predict – по расчетным данным.

Предложенный подход прогноза эвапотранспирации может быть использован при ограничении возможности доступа к данным наземных наблюдений, интерполяции отсутствующих значений ряда наземных наблюдений.

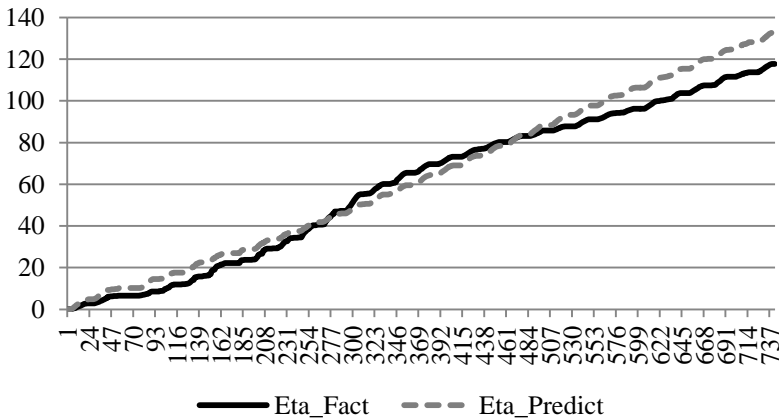


Рисунок – График кумулятивной эвапотранспирации

Библиографический список

1. Майсснер Р., Бондарович А.А., Щербинин В.В., Понькина Е.В., Мацюра А.В., Пузанов А.В., Рупп Х., Шмидт Г., Штефан Э., Иллигер П., Фрюауф М., Харламова Н.Ф., Галахов В.П., Балькин Д.Н., Рудев Н.В. Методика расчета водного баланса для сухой степи юга Западной Сибири по данным международной мониторинговой сети // *Biological Bulletin of Bogdan Chmelnitskiy Melitopol State Pedagogical University*. – 2016. – Vol. 6, №2. – P. 223–238.
2. Беляев В.И., Бондарович А.А., Понькина Е.В., Щербинин В.В., Шмидт Г., Мацюра А.В., Кожанов Н.А., Рудев Н.В. Температурный режим воздуха и почвы по данным метеорологической и почвенно-гидрологической мониторинговой сети в Кулундинской равнине за вегетационные периоды 2013-2016 гг. // *Вестник Алтайского государственного аграрного университета*. – 2017. – №3 (149). – С. 30–37.
3. Черемисинов А.А., Черемисинов А.Ю. Обзор расчетных методов определения суммарного испарения орошаемых сельскохозяйственных полей // *Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации*. – 2016. – №1 (21). – С. 113–133.
4. Manikumari N., Vinodhini G. Regression Models for Predicting Reference Evapotranspiration // *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)*. 2016. – Vol. 38, № 3. – P. 134-139.
5. AlJumaili K.K., Al-Khafaji M.S., Al-Awadi A.T. Assessment of Evapotranspiration Estimation Models for Irrigation Projects in Karbala,

Iraq // Eng. & Tech. Journal. – 2014. – Vol.32, Part (A), №5. – P. 1149–1157.

6. Sriram A. V., Rashmi C. N. Estimation of Potential Evapotranspiration by Multiple Linear Regression Method // IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering (IOSR-JMCE). – 2014. – Vol. 11, №2. – P. 65–70.

7. Honarbakhsh A., Dashtpajardi M.M., Vagharfard H. Application of Soft Computing Methods in Predicting Evapotranspiration // Open Journal of Geology. – 2013. – Vol. 3. – P. 397–403.

8. Helder J. F. da Silva, Marconio S. dos Santos, Jório B. Cabral Junior, Maria H. C. Spyrides. Modeling of reference evapotranspiration by multiple linear regression // Journal of Hyperspectral Remote Sensing. – 2016. – Vol.6, №1. – P. 44–58.

УДК 519.8

Модельное исследование фотоадаптационных свойств фитопланктона

С.Я. Пак, А.И. Абакумов

*Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН,
г. Владивосток*

Механизм фотоадаптации фитопланктона состоит в его способности поглощать такое количество световой энергии, которая достаточна для начала ферментативной реакции, но не избыточна, ибо в этом случае включается процесс фотоингибирования, то есть угнетения фотосинтеза. Общая поглотительная способность растительной поверхности определяется двумя основными структурными характеристиками: 1) площадью эффективного сечения поглощения отдельной фотосинтетической единицы; 2) числом фотосинтетических единиц (фотоединиц). В данном случае будем считать, что фотосинтетический аппарат некоторого фитопланктонного вида стремится к унификации структурных единиц, поэтому все они имеют примерно одинаковую площадь эффективного сечения поглощения. Кроме того, предположим, что фотосистема II входит в состав всех фотоединиц, и, следовательно, их число равно числу реакционных центров (РЦ).

В работах [1] и [2] упоминается о так называемых N и σ -стратегиях увеличения суммарной площади сечения поглощения. При этом σ -стратегия состоит в увеличении эффективного сечения поглощения отдельно взятой фотоединицы, а N -стратегия – в росте количества наличествующих фотоединиц. Примечательно, что σ -стратегия преоб-

ладает при стабильно низком уровне освещенности, а N -стратегия – при быстрой смене уровня падающей радиации.

Чередование стратегий развития можно наблюдать в теории роста популяций [3], причем доминирование той или иной зависит от постоянства ареала обитания. Данная аналогия дает некоторые основания воспользоваться уравнением Ферхюльста-Пирла для построения динамической модели суммарного эффективного сечения поглощения.

Предлагаемая модель претендует на оценку ресурсного потенциала некоторого фитопланктонного вида или видового сообщества в зависимости от той или иной стратегии фотоадаптации при различных режимах освещения.

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = r(I, I_t) \frac{(\Sigma_{\max}(I) - N\sigma)^+}{\Sigma_{\max}^0} N \\ \frac{d\sigma}{dt} = \rho(I, I_t) \frac{(\Sigma_{\max}(I) - N\sigma)^+}{\Sigma_{\max}^0} \sigma \end{cases}, \quad (1)$$

где $r(I, I_t) = r_0\phi(I, I_t)$, $\rho(I, I_t) = \rho_0\psi(I, I_t)$, $\Sigma_{\max}(I) = \Sigma_{\max}^0 \frac{I}{(I + k_0)^2}$.

Здесь N (нмоль/м³) – число реакционных центров, σ (нм²) – размер эффективного сечения поглощения отдельно взятой фотосинтетической единицы. $\Sigma_{\max}(I)$ – максимальный размер поглощающей поверхности, которая соответствует единице растительной площади. $\Sigma_{\max}(I)$ – это функция, зависящая от уровня освещенности. Значение этой функции в фиксированной точке имеет смысл размера совокупной поверхности поглощения, достаточной для того, чтобы при заданной интенсивности света, все падающие фотоны были поглощены. Скоростные динамические характеристики зависят как от уровня освещенности, так и от скорости его изменения, поэтому представим их следующим образом:

$$\phi(I, I_t) = \phi_1(I) \cdot \phi_2(I_t), \quad \psi(I, I_t) = \psi_1(I) \cdot \psi_2(I_t).$$

Опираясь на то, что зависимость скорость роста биомассы, как и скорость первичного продуцирования очень часто описывается кинетикой Михаэлиса-Ментон [4, 5], можно предположить гиперболическую зависимость величин N и σ от освещенности.

$$\text{Тогда } \phi_1(I) = \frac{\alpha I^l}{K_\phi^l + I^l} \text{ и } \psi_1(I) = \frac{\beta I^l}{K_\psi^l + I^l}.$$

Что касается динамики числа РЦ и площади эффективного сечения поглощения в зависимости от приращения падающей фотосинтетически активной радиации (ФАР), то согласно [6] при постоянном низком уровне освещенности фотосинтетический аппарат фитопланктонных организмов настроен на увеличение эффективного сечения фотоединицы, а при нестабильном режиме освещенности – на расширение суммарной площади поглощения за счет наращивания числа РЦ. Поскольку данные процессы являются в значительной степени конкурирующими, опишем вышеупомянутую зависимость следующим образом:

$$\phi_2(I_t) = I_t^2 - \dot{I}_\phi^2, \quad \psi_2(I_t) = \dot{I}_\psi^2 - I_t^2.$$

Изменение динамического поведения исследуемых показателей по мере изменения режима освещенности представлено на рисунке.

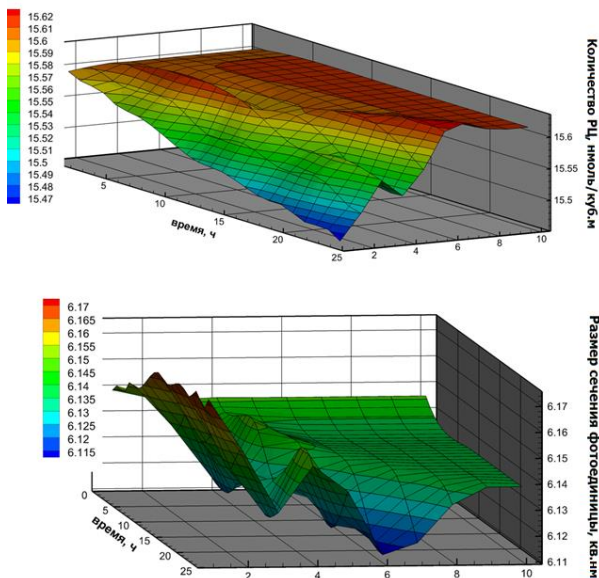


Рисунок – Динамика числа РЦ и размера сечения фотоединицы при уменьшении частоты меняющегося освещения

В случае частых и небольших по амплитуде вспышек света имеет место локальное преобладание N -стратегии увеличения площади поглощения, но общий тренд динамики числа РЦ имеет выраженную тенденцию к уменьшению, как при постоянном уровне ФАР. Эффективное сечение поглощения фотоединицы, напротив, претерпевает

локальные сокращения площади поверхности в соответствии с изменением производной по освещенности, но в целом размер его постепенно увеличивается, причем сообразно линейному росту. По мере увеличения амплитуды всплеск и уменьшения их частоты такая усредненная σ -стратегия переходит в N -стратегию.

Библиографический список

1. Han B.P. A mechanistic model of algal photoinhibition induced by photodamage to photosystem-II // J. Theoret. Biology. 214 (2002). 519–527.
2. Nikolaou A., Hartmann P., Sciandra A., Chachuat B., Bernard O. Dynamic Coupling of Photoacclimation and Photoinhibition in a Model of Microalgae Growth // J. Theoret. Biology 390, 61–72.
3. Пузаченко Ю.Г. Основы общей экологии. – М.: Издательство Московского университета, 1996. – 133 с.
4. Динамические модели в биологии. Кафедра биофизики МГУ, 2001-2013. Эл.ресурс. URL: <http://dmb.biophys.msu.ru/registry?article=9822>.
5. Platt T., Gallegos C.L., Harrison W.G. Photoinhibition of photosynthesis in natural assemblages of marine phytoplankton // J. Mar. Res. 38: 687–701, 1980.
6. Han B.P. A mechanistic model of algal photoinhibition induced by photodamage to photosystem-II // J. Theoret. Biology. 214 (2002). 519–527.

УДК 004.42

О разработке информационного ресурса для врача-педиатра медицины катастроф

Н.С. Поморов, Г.В. Кравченко

АлтГУ, г. Барнаул

Информационные технологии проникают во все сферы жизнедеятельности человека, в том числе и в здравоохранение. В настоящее время медицинские информационные ресурсы в Интернете постепенно превращаются из диковинки в информационный инструмент, которым ежедневно пользуются врачи многих медицинских учреждений, и интерес к которому проявляется в ещё большем их числе.

Среди информационных ресурсов медицинской тематики можно выделить следующие:

- общие поисковые системы (Google, Yandex, Рамблер, Академия Google и др.);
- предметно-тематические медицинские каталоги (Medinternet, Medscape, Медагент, Медпоиск, Меднавигатор, Google Scholar и др.);
- общемедицинские ресурсы (Meduniver новости, Medpro Медицина для профессионалов, Виртуальные симуляторы в медицине, Доктор Мед, Информационная и образовательная система для практикующих врачей, Информационно-аналитический центр «ИнфаМед», Консультант врача, Медицина РФ, Российский медицинский портал и т.п.).

Что касается наличия информационных ресурсов по анестезиологии и реаниматологии, то среди русскоязычных сайтов в сети Интернет нам удалось найти следующие:

- Детская анестезиология, реаниматология и интенсивная терапия (<http://www.narkoz.ru>).
- Медицина критических состояний (<http://www.critical.ru>).
- Открытый контур – виртуальный клуб анестезиологов-реаниматологов (<http://okontur.narod.ru>).
- Реанимационный клуб (<http://reanclub.info>).
- Русский анестезиологический сервер (<http://www.rusanesth.com>).

Нетрудно заметить, что среди приведенных сайтов нет ни одного, посвященного действиям врача-педиатра в чрезвычайных ситуациях.

Поэтому целью нашего исследования является разработка информационного ресурса для врача-педиатра медицины катастроф, позволяющего в чрезвычайных ситуациях (ЧС) оперативно и своевременно получать необходимую информацию, независимо от наличия или отсутствия Интернета.

Несмотря на первое впечатление о новизне и молодости медицины катастроф как отрасли медицины, это направление представляет собой систему научных знаний и сферу практической деятельности, направленные на спасение жизни и сохранение здоровья населения при авариях, катастрофах, стихийных бедствиях и эпидемиях, предупреждение и лечение поражений (заболеваний), возникших в результате ЧС, сохранение и восстановление здоровья участников ликвидации ЧС [1]. Медицина катастроф является преемником военной и экстремальной медицины, объединяя в себе различные медицинские специальности – хирургию, травматологию и ортопедию, анестезиологию и реаниматологию, токсикологию, педиатрию, терапию, реабилитологию, радиологию и многие другие.

В Федеральном законе «Об информации, информатизации и защите информации» даётся определение **информационных ресурсов**. Это отдельные документы и отдельные массивы документов, документы и

массивы документов в информационных системах (библиотеках, архивах, фондах, банках данных, других информационных системах) [2].

В соответствии с одной из классификаций информационных ресурсов, мы разрабатываем информационный ресурс в виде электронных документов, который будет оформлен в виде информационного сайта.

Под сайтом обычно понимают совокупность объединенных общим содержанием веб-страниц, размещенных на каком-либо сервере под определенным доменным именем и реализующих виртуальное представительство организации или отдельного человека в Интернете. Сайт имеет в Интернете свое место с определенным IP адресом, владельца и состоит из веб-страниц, которые воспринимаются как единое целое [3].

Как и любое приложение, сайт может быть написан с использованием различных способов и технологий: с применением автоматизированных систем – конструкторов для создания сайтов (например, sites.google.com, ucoz.ru, umi.ru и др.), с помощью движков (например, WordPress, CMS Joomla, Drupal, 1С Битрикс и др.); с применением визуальных редакторов (например, Front Page, Dream Weaver и т.п.), а также простых текстовых редакторов. Например, для создания статистического сайта используют таблицы каскадных стилей CSS, язык разметки гипертекста HTML, а также Javascript; а для создания динамического сайта – сервисные скрипты – asp.net и php.

Изучив достоинства и недостатки методов и языков для сайтостроения, мы выбрали язык php, поскольку он является языком программирования общего назначения с открытым исходным кодом и сконструирован специально для ведения web-разработок.

Мы считаем, что сайт для врача-педиатра медицины катастроф должен отвечать, как минимум, следующим требованиям:

- корректное отображение информации, её структурированность, наглядность, качественность;
- дружественный дизайн, удобная и понятная навигация по сайту;
- кроссбраузерность;
- быстрая скорость загрузки веб-страниц;
- оптимизация графики под web;
- оптимизация сайта под планшеты и телефоны.

Разрабатываемый информационный ресурс будет внедрен в работу врачей-педиатров Краевого центра медицины катастроф (г. Барнаул).

Библиографический список

1. Определение и задачи Всероссийской службы медицины катастроф. – Режим доступа: <http://prizvanie.su/opredelenie-i-zadachi-vserossiyskoy-s>.

2. Федеральный закон «Об информации, информатизации и защите информации» №149-ФЗ от 27 июля 2006 г. – Режим доступа: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_61798.

3. Полонский В.М. Образовательные ресурсы и возможности сети Интернет // Педагогический альманах «День за днем». – Режим доступа: <http://www.den-za-dnem.ru/page.php?article=394>.

УДК 581.6

Анализ доступности почвенной влаги в условиях сухой степи Кулунды Алтайского края на основе байесовских сетей доверия

***Е.В. Понькина¹, А.С. Россова¹, А.А. Бондарович¹,
А.С. Мацюра¹, В.В. Щербинин¹, Г. Шмидт²***

¹АлтГУ, г. Барнаул;

²Университет Мартина Лютера Галле-Виттенберг, Германия

Кулундинская степь (далее Кулунда) – уникальная территория площадью 5,3 млн. га, имеющая существенное значение для развития агропромышленного комплекса Алтайского края. Сложность хозяйственной деятельности в Кулунде во многом обусловлена специфическими погодными условиями, которые на фоне глобальных изменений климата приобретают черты, требующие адаптации к ним хозяйственного комплекса [1, 2].

Особенностями территории Кулунды является обилие света и тепла с суммами активных температур от 2000 до 2600°С и недостаточным увлажнением в течение вегетационного периода 230–350 мм/год. Распределение осадков, как по территории, так и в течение вегетации является неравномерным [3]. Наиболее увлажненным периодом является июль. Почвы Кулунды из-за различного механического состава имеют разнообразное строение и по основным агрохимическим показателям не соответствуют благоприятным условиям для ведения растениеводства [4]. В связи с этим важным является изучение водного режима почв и научное обоснование внедрения различных технологий обработки пашни с учетом их возможного воздействия на водный баланс и доступности почвенной влаги [5].

В рамках проекта «Кулунда» в сентябре 2012 г. на базе тестового хозяйства ООО КХ Партнер (Михайловский район, Алтайский край) был сформирован многофункциональный стационар почвенно-

гидрологических наблюдений. Стационар включает метеостанцию, две почвенно-гидрологических станции, установленные на территории обрабатываемых полей, а также лизиметрической установки гравитационного действия (лизиметр). Оборудование осуществляет измерение в реальном времени метеорологических данных и показателей водного и температурного режимов почв (температура, влажность, рF), все измерения выполняются на трех глубинах.

Почвенные гидрологические станции (ПГС) позволяют анализировать и сравнивать изменение водного и температурного режимов почв при различных технологиях обработки почвы, в частности в проекте сравнению подлежат технология глубокого рыхления (DATT) и нулевая технология – без рыхления (No-Till). Детально о плане проведения эксперимента приведено в [6]. Данные, регистрируемые в точке мониторинга, заносятся в базу и подлежат дальнейшей обработке. Массив данных накоплен за период 2013–2016 гг. с регистрацией показателей в течение суток (ПГС – 4 раза в сутки, лизиметр и метеостанция – ежедневно).

Целью работы является разработка сетевой модели водного режима почвы и получение на ее основе сравнительных оценок водного режима почв, в частности доступности почвенной влаги для различных систем обработки пашни в условиях Кулундинской степи Алтайского края.

Для оценки доступности влаги в почве используется классификация предложенная [7]. Индикатором доступности почвенной влаги является измеряемая величина рF (таблица 1).

Таблица 1 – Классификация доступности влаги

Доступность влаги для растений	Всасывающее давление (рF)
Избыточная влага, доступная	<1.8
Доступность оптимальная	1.8–3.0
Доступность пониженная	3.0–4.0
Устойчивое завядание	4.0–4.6
Недоступная	>4.6

Для анализа водного режима почв двух систем обработки пашни использована технология сетевого моделирования – байесовские сети доверия (БСД). БСД представляют собой графические модели вероятностных и причинно-следственных отношений между переменными в статистическом информационном моделировании.

По имеющемуся набору данных за 2013–2016 гг. (май-сентябрь), используя сглаженные часовые наблюдения, выполнено обучение ти-

пичной БСД, описывающей ориентированный граф с двумя типами целевых узлов. Первый тип целевых узлов представляет – показатели влажности почвы на глубинах (30, 60 и 120 см), второй тип целевых узлов – индикатор доступности почвенной влаги (pF) по тем же глубинам. В качестве факторных узлов выступили узлы, характеризующие изменение климатических условий местности, сезонность (месяц вегетации) и особенности годового периода эксперимента (год, характеризующий как начальный запас влаги в почве, так и возделываемую культуру на экспериментальном участке).

Обучение структуры сети выполнено в среде Hugin, где посредством попарных сравнений факторов выявились наиболее устойчивые и статистически значимые связи между узлами сети. Дискретизация непрерывных переменных для климатических данных выполнена методом равных интервалов, для каждого из узлов определено оптимальное количество категорий. Для оценки статистической значимости связи между факторами используется критерий Хи-квадрат. Обучение таблицы условных вероятностей сети выполнено в среде Netica на основе EM-алгоритма. Результаты обучения демонстрируют высокую точность обучения. Так, ошибка обучения сети, моделирующей водный режим почв под технологией No-Till составляет по узлам первой целевой группы 5%, по узлам pF – 7%; для сети, моделирующей водный режим почв под DATT – 3% и 5% соответственно.

Анализ чувствительности целевых узлов под различными технологиями обработки почвы к изменению климатических условий показал, что технология глубокого рыхления более чувствительна к вариации осадков и температуры воздуха. Почвы, обработка которых осуществляется по технологии No-Till имеют более высокую влажность на всех глубинах, особенно в первые месяцы вегетации, что характеризуется как некоторое преимущество данной технологии, выраженное в повышении способности сохранения почвенной влаги. Однако, доступность почвенной влаги под No-Till ниже, чем при технологии глубокого рыхления. Этот факт обусловлен тем, что при долговременном отсутствии глубокого рыхления почвы происходит ее существенное уплотнение, что приводит к снижению доступности почвенной влаги в нижних горизонтах.

Библиографический список

1. Кулундинская степь и вопросы ее мелиорации / под ред. П.Я. Полубаринова-Кочина. – Новосибирск: Наука, 1972. – 508 с.
2. Беляев В.И. Рациональные параметры технологии «No-Till» и прямого посева при возделывании сельскохозяйственных культур в

Алтайском крае // Вестник Алтайской науки. – 2015. – №1 (23). – С. 7–12.

3. Сляднев А.П. Географические основы климатического районирования и опыт их применения на юго-востоке Западно-Сибирской равнины // География Западной Сибири. – Новосибирск, 1965. – С. 3–122.

4. Ковриго В.П., Кауричев И.С., Бурлакова Л.М. Почвоведение с основами геологии. – М.: Изд-во Колос, 2000. – С. 416.

5. Пузанов А.В. и др. Оценка водно-солевого режима антропогенно-преобразованных почв степных территорий с использованием гравитационных взвешиваемых лизиметров // Экологические и экономические стратегии устойчивого землепользования в степях Евразии в условиях глобального изменения климата: материалы Международной научно-практической конференции, 30.09-3.10 2014 г., Барнаул.

6. Беляев В.И., Бондарович А.А., Понькина Е.В., Щербинин В.В., Шмидт Г., Мацюра А.В., Кожанов Н.А., Рудев Н.В. Температурный режим воздуха и почвы по данным метеорологической и почвенно-гидрологической мониторинговой сети в Кулундинской равнине за вегетационные периоды 2013-2016 гг. // Вестник алтайского государственного аграрного университета. – 2017. – №3 (149). – С. 30–37.

7. Ганжара Н.Ф. Почвоведение – М.: Изд-во Агроконсалт, 2001. – С. 392.

УДК 681.3

Разработка информационной системы для комплексной оценки и прогнозирования сахарного диабета у детей и подростков на территории Алтайского края

Д.Ю. Сидун

АлтГУ, г. Барнаул

Сахарный диабет – системное гетерогенное заболевание, обусловленное абсолютным или относительным дефицитом инсулина, который вначале вызывает нарушение углеводного обмена, а затем всех видов обмена веществ, что в конечном итоге приводит к поражению всех функциональных систем организма [1].

Актуальность изучения проблем сахарного диабета определяется как исключительно быстрым ростом заболеваемости, так и высокой степенью инвалидизации больных, особенно заболевших в детском возрасте. Как свидетельствует медицинская статистика, с каждым годом количество детей больных сахарным диабетом стремительно растет [2].

Актуальность работы обосновывается также целями развития информационно-телекоммуникационных технологий в медицине, четко изложенными в Приказе Минздравсоцразвития России от 12.04.2012 №348 «Об утверждении концепции создания единой государственной информационной системы в сфере здравоохранения». В документе подчеркивается, что «большая часть средств вычислительной техники применяется в целях обеспечения административно-хозяйственной деятельности медицинских организаций, в то время как для автоматизации собственно лечебно-диагностического процесса используется менее 20% компьютерного парка» [3]. Единая государственная информационная система в сфере здравоохранения представляет собой совокупность информационно-технологических и технических средств, обеспечивающих информационную поддержку методического и организационного обеспечения деятельности участников системы здравоохранения.

Информационная система для комплексной оценки и прогнозирования сахарного диабета у детей и подростков предполагает наличие базы данных для изучения тенденций распространенности и структуры заболевания, прогнозирования исходов заболевания, оценки эффективности медицинских вмешательств и технологий, а также программный интерфейс, позволяющий формировать выборки по различным критериям: районам, возрасту, продолжительности заболевания, повторности поступления в стационар и т.д.; формировать электронную медицинскую карту, которая содержит первичную информацию о пациентах, результаты медицинского обследования, протоколы лечения.

Информационная база исследования представлена «обезличенными» данными медицинского обследования детей и подростков Алтайского края, страдающих сахарным диабетом.

На рисунке 1 представлена статистика по заболеваемости детей и подростков сахарным диабетом в районах и городах Алтайского края. Усиление цвета градиентной заливки на карте говорит об увеличении количества детей, больных сахарным диабетом.

Дети, больные сахарным диабетом, на протяжении длительного промежутка времени наблюдаются как в поликлинике, так и стационарно. Медицинские карты больных детей хранятся в бумажных вариантах и каждый раз, когда поступает пациент, на него отдельно заводится новая карта. Старая же карта сдается в архив. В рамках информационной системы для комплексной оценки и прогнозирования сахарного диабета у детей и подростков была разработана база данных «Медицинская карта пациента»

Главной задачей разработки базы данных (БД) является создание работоспособной и эффективной программы для учета изменений в динамике сахарного диабета у детей и подростков в Алтайском регионе. Работа программы организована таким образом, что в ней учитывается возможность добавления новых записей, редактирование и удаление записей, формирование отчетных документов.

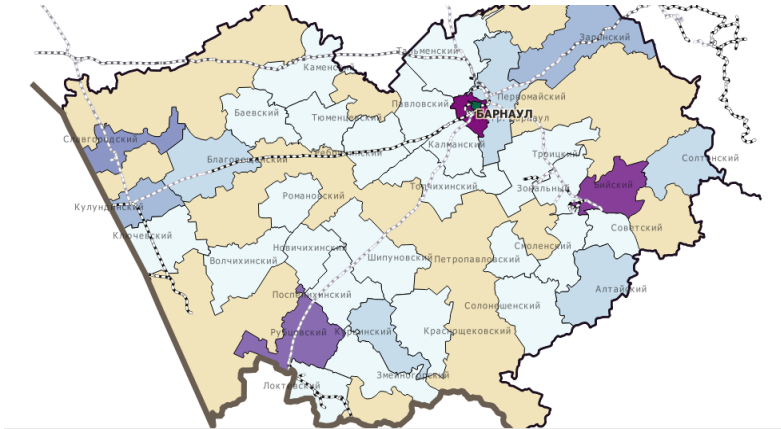


Рисунок 1 – Статистика по заболеваемости детей и подростков сахарным диабетом в районах и городах Алтайского края

Все входные данные разделены на 16 блоков. Блок «Справочник пациентов» содержит обязательные поля, без которых нельзя однозначно идентифицировать пациента: ID пациента, дата рождения, место рождения, постоянное место жительства и пол. В «Справочник пациентов» заносятся только коды (идентификаторы) для полей «Место рождения» и «Постоянное место жительства», сами названия хранятся в других таблицах (справочниках) – «Справочнике населенных пунктов», «Справочнике районов» и в таблице «Тип населенного пункта». Таким образом, достигается устойчивость данных к возможным изменениям.

Блок «Медицинская карта» содержит данные о первичном осмотре (рост, вес, Т, ЧСС, ЧД и АД) и обоснование диагноза пациента (тип СД, стаж, осложнения, стадии СД). Ключевыми в данном блоке являются поля «ID пациента» и «ID мед. карты». В этом блоке также хранится информация о дате поступления и дате выписки пациента из медицинского учреждения.

Помимо информации об основном диагнозе пациента БД содержит данные об осложнениях основного заболевания и диагнозе сопутствующих заболеваний.

Все результаты обследования пациента также разделены на блоки: общий анализ мочи, общий анализ крови, биохимический анализ крови, гликемический профиль, дополнительные результаты обследования, между которыми установлена ссылочная целостность по полю «ID мед. карты». БД также учитывает динамику гликированного гемоглобина пациента, его эндокринологический статус (половое развитие), физическое развитие и анамнез жизни.

Особое внимание при разработке информационной системы уделено интерфейсу, который позволяет найти определенного пациента или пациентов, подходящих под определенные признаки, т.е. формировать выборки для статистических отчетов.

Интеллектуальная система позволяет:

- хранить всю информацию о пациентах в виде таблиц, включая архивные данные;
- предоставлять информацию о пациентах в текстовом и числовом виде;
- добавлять в базу данных новых пациентов;
- делать выборку по различным критериям: возрасту, районам края, повторности поступления в стационар, тяжести заболевания и т.д.

В рамках созданной информационной системы обеспечивается автоматизация процессов формирования первичной медицинской документации в электронном виде с возможностью учета фактов оказания медицинской помощи. Автоматизации подлежат процессы: ведение электронной медицинской карты пациента, поддержку принятия врачебных решений и других процессов в рамках медицинской организации; обеспечения информационного взаимодействия между различными медицинскими организациями в рамках оказания медицинской помощи, включая направление пациентов в другие медицинские организации для проведения лабораторных и диагностических обследований, а также получения медицинской помощи.

Проблемы, перечисленные в концепции создания единой государственной информационной системы в сфере здравоохранения, свидетельствуют о необходимости коренного изменения подхода к информатизации здравоохранения и создания единого информационного пространства в сфере здравоохранения. К настоящему времени в мировой практике накоплен значительный опыт использования информационно-коммуникационных технологий в здравоохранении. В США, Канаде, Европе и многих других странах национальные программы информатизации здравоохранения реализуются уже более пяти лет (относительно 2012 г). С одной стороны, намечилось существенное отставание России от западных стран в этом вопросе. С дру-

гой стороны, имеющиеся отечественные разработки и доступность информации о зарубежном опыте позволят осуществить переход на качественно новый уровень использования информационно-коммуникационных технологий в управлении здравоохранением и оказании медицинской помощи.

Библиографический список

1. Уоткинс П. Дж. Сахарный диабет. – М., 2006.
2. Дедов И.И., Кураева Т.Л., Ремизов О.В., Петеркова В.А., Носиков В.В., Щербачёва Л.Н. Генетика сахарного диабета у детей и подростков: пособие для врачей. – М., 2003.
3. Концепция создания единой государственной информационной системы в сфере здравоохранения: приказ Минздравсоцразвития России от 28.04.2011 № 364 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.consultant.ru/>.

УДК 502.7 + 577.4

Моделирование экосистем водохранилищ: от оценки состояния к прогнозу развития

Цхай А. А.^{1,2}, Агейков В.Ю.²

¹АлтГУ, ²АлтГТУ им. И.И.Ползунова, г. Барнаул

Для оценки состояния экосистем водохранилищ Сибири и Дальнего Востока использовалась модель «Биоген», использующая контролируемые Государственной службой наблюдений показатели и воспроизводящая биогеохимические циклы трансформации соединений лимитирующих элементов: азота и фосфора [1, с. 718; 2, с. 261].

В модели использован набор данных наблюдений, включающий в себя стандартные показатели качества воды, такие как содержание O_2 , фитопланктона, минеральных форм N и P (рисунок 1).

Переменных C_i , динамика которых моделируется, - 13. Восемь из них относятся к водной среде ($i=1-8$), соответственно: $N-NH_4$, $N-NO_2$, $N-NO_3$, F – биомасса фитопланктона, D – взвешенные вещества, I – ортофосфатный фосфор, C – растворенные органические вещества, O_2 . Пять (при $i=9-13$) — к донным отложениям: C_B – органические вещества; фосфор и азот, соответственно, интерстициальные- P_B и N_B , сорбированные на твердой фазе - P_S и N_S .

В качестве математической модели в работе используются краевые задачи, имеющие вид законов сохранения массы воды и взаимодействующих в ней субстанций. Полная запись уравнений с численными значениями параметров всех использованных функциональных зависимостей от гидрологических переменных приведена в [1, с. 719].

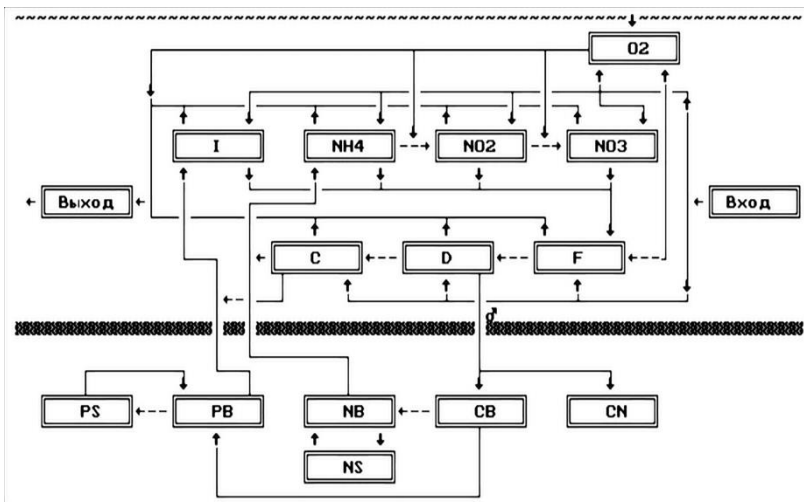


Рисунок 1 – Схема биохимической трансформации компонентов водной экосистемы, описываемая моделью «Биоген»

Неизвестные параметры модели «Биоген» определяются в пределах интервалов характерных значений минимизацией статистического критерия Тейла F, характеризующего отклонение расчетных значений от наблюдаемых для каждого из компонентов водной экосистемы. Результаты калибровки, в пределах 0,14-0,32, – удовлетворительны для экологических моделей (см, например, [1]).

Вместе с тем очевидны пределы применимости применяемого подхода. Любая экосистема в течение года неоднократно меняет свою структуру с точки зрения видового состава и уровня развития агрегированных звеньев трофической цепи. Тем более, очевидно, выходят за рамки изложенного подхода предсказания эффектов, связанных с вариантами развития сукцессии сообществ гидробионтов. Например, видовой состав доминирующих сообществ фитопланктона Новосибирского водохранилища, изученного в работе, меняется в течение года неоднократно. В апреле-мае преобладают *Cyclotella* и *Stephanodiscus*, к концу июня усиливается роль *Melosira granulata* var. *granulata*. Затем биомасса диатомовых резко падает, и они уступают место синезеле-

ным и зеленым водорослям. Со второй декады июля по сентябрь преобладающим видом фитопланктона становится *Aphanizomenon flos-aquae*, зимой — *Asterionella formosa*.

Для модификации традиционного подхода, основанного на воспроизведении биогеохимических циклов [1, с. 719] были использованы идеи структурно-динамического моделирования, сформировавшегося в конце прошлого 20-го века (например, [3, с. 1]). При этом вектором изменения биоразнообразия в экосистеме служит принцип естественного отбора Дарвина.

В приложении к рассматриваемым задачам – это означает учет изменения видового состава и уровня развития сообществ водорослей. Этот учет приводит к изменению значений коэффициентов физиологической активности фитопланктона в течение года таким образом, что из множества соответствующих траекторий поведения экосистемы в модельном расчете реализуется та, при которой достигается максимум значения термодинамической характеристики – эксергии, отражающей удаленность системы от состояния «мертвой» субстанции, что позволяет обоснованно прогнозировать развитие биоценоза. Функциональная зависимость величины эксергии водной экосистемы от текущих значений биомассы фитопланктона и содержания детрита определена путем специальных исследований [4, с. 385].

Изменение в расчетах по модифицированной модели значений коэффициента выделительной активности в течение года, с одной стороны, характеризует структурные изменения, связанные со сменой доминирующих видов водорослей, с другой – приводит к уменьшению значения критерия Тейла по фитопланктону, что можно видеть на рисунке 2.

Линии пунктира обозначают данные наблюдений. Кривая «Расчет 1» является результатом традиционного способа моделирования биогеохимических циклов. Кривая «Расчет 2» характеризует модифицированный способ моделирования. Модификация – в том, что для каждых расчетных суток выбирался вариант изменения внутренних параметров модели, отвечающий соответствующему максимальному значению термодинамической характеристики экосистемы – эксергии.

Числа на графиках – это значения статистического критерия Тейла, характеризующего адекватность результатов расчета натурным данным. На каждом графике: слева - значение критерия при традиционном способе моделирования; справа – при модифицированном.

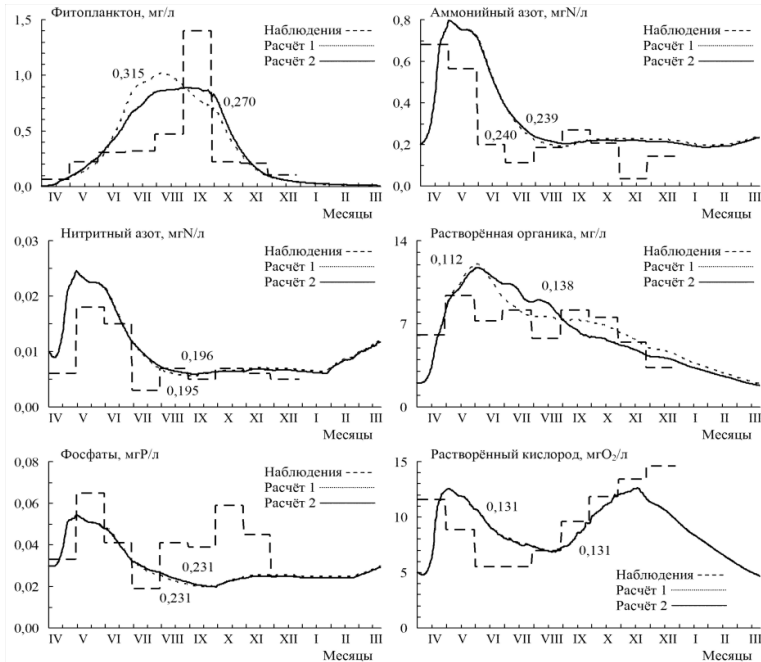


Рисунок 2 – Расчет динамики компонентов экосистемы
Новосибирского водохранилища
по модифицированной модели «Биоген»

Значение критерия Тейла по динамике фитопланктона в течение года уменьшилось, т.е. соответствие расчетных результатов натурным данным улучшилось примерно на 14%. Пик расчетной кривой фитопланктона сдвинулся на сентябрь с августа так, как было и на самом деле по данным наблюдений. Как видно по значениям, да и визуально, в расчетах по модифицированной модели динамика кислорода, а также соединений азота и фосфора практически не изменилась по сравнению со случаем применения традиционного способа моделирования без учета сезонных изменений видового состава фитопланктона. Это свидетельствует об эффективности модификации модели.

Библиографический список

1. Цхай А.А., Агейков В.Ю. Математическое моделирование процессов трансформации соединений азота и фосфора и изменчивости

кислородного режима в водохранилищах // Водные ресурсы.- 1997. – Т. 24, № 6. - С. 718–728.

2. Цхай А.А., Леонов А.В. Прогнозирование качества воды в проектируемом водохранилище на основе модели трансформации азота и фосфора // Водные ресурсы.- 1995. – Т. 22, №3. - С. 261–272.

3. Jørgensen S.E. Structural dynamic model // Ecological Modelling. – 1986. - Vol. 31, №1–4. - P. 1–9.

4. Li W.H., Grauer D. Fundamentals of Molecular Evolution. - Massachusetts: Sinauer, Sunderland, 1991. - 660 p.

НАШИ АВТОРЫ

Абакумов Александр Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, Институт автоматизации и процессов управления Дальневосточного отделения РАН (г. Владивосток), лаборатория математического моделирования биофизических процессов, главный научный сотрудник, e-mail: abakumov@iacp.dvo.ru.

Абрамова Анастасия Владимировна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: abramova.math@gmail.com.

Агапов Руслан Сергеевич, Рубцовский институт (филиал) Алтайского государственного университета, специальность «Информационные системы (по отраслям)», студент, e-mail: rusya.agapov.2017@mail.ru.

Агейков Владислав Юрьевич, Алтайский государственный технический университет, факультет информационных технологий, соискатель, e-mail: ageikov@mail.ru.

Алгazin Геннадий Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, профессор, e-mail: algaz46@yandex.ru.

Алгазина Дарья Геннадьевна, кандидат технических наук, Алтайский государственный университет, кафедра прикладной информатики в экономике, государственном и муниципальном управлении, доцент, e-mail: darya.algazina@mail.ru

Алгазина Юлия Геннадьевна, кандидат экономических наук, доцент, Алтайский государственный технический университет им. И. И. Ползунова, факультет информационных технологий, кафедра информационных систем в экономике, доцент, e-mail: algazina@inbox.ru.

Алейников Александр Сергеевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: aleksandrix_xd@mail.ru.

Алексеева Светлана Владимировна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент.

Алябышева Юлия Анатольевна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры информатики, факультет математики и информационных технологий, Алтайский государственный университет, e-mail: veryaeva@gmail.com.

Аменова Фариды Сейткумаровна, Восточно-Казахстанский государственный университет им. С. Аманжолова, факультет естественных

наук и технологии, старший преподаватель, e-mail: faramen.74@mail.ru.

Анисимов Даниил Сергеевич, Алтайский государственный университет, факультет математик и информационных технологий, аспирант, e-mail: anisimow.d@gmail.com.

Бабкина Наталья Сергеевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: inf.asu@gmail.com.

Бабков Роман Ильич, Новосибирский государственный университет, студент, declow@mail.ru.

Башмаков Степан Игоревич, Сибирский федеральный университет (г. Красноярск), Институт математики и фундаментальной информатики, ассистент, аспирант, e-mail: krauder@mail.ru.

Бозарова Елизавета Викторовна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: yadvig@yandex.ru

Бондарович Андрей Александрович, кандидат географических наук, доцент, Алтайский государственный университет, географический факультет, доцент, a9130262571@gmail.com.

Будкин Александр Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, Алтайский государственный университет, заведующий кафедрой алгебры и математической логики, e-mail: budkin@math.asu.ru.

Букасова Анастасия Константиновна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: nastushakb5@mail.ru.

Бурлуцкий Владимир Владимирович, Югорский государственный университет, кафедра систем обработки информации, моделирования и управления, e-mail: vvb@ugrasu.ru.

Бутаков Денис Витальевич, Югорский государственный университет, студент, e-mail: butakov.denis@yandex.ru.

Вараксин Сергей Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент кафедры алгебры и математической логики, e-mail: varaksins@yandex.ru.

Вараксина Наталья Владимировна, кандидат социологических наук, Алтайский государственный университет, социологический факультет, доцент кафедры общей социологии, e-mail: varaksins@yandex.ru.

Вершинина Марина Сергеевна, ФКУ «ЦУКС ГУ МЧС России по ХМАО-Югре», отдел информационных технологий, АСУ и связи, старший инженер, e-mail: Marina-Kozachenko@yandex.ru.

Веряев Анатолий Алексеевич, доктор педагогических наук, профессор, Алтайский государственный педагогический университет, профессор кафедры информационных технологий, e-mail: veryaev_aa@mail.ru.

Гамова Алла Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент, Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г.Чернышевского, факультет компьютерных наук и информационных технологий (КНИИТ), доцент, e-mail: gamovaan@yandex.ru.

Глебова Наталья Юрьевна, Алтайский государственный университет, факультет математик и информационных технологий, студент, e-mail: tusja02-95@mail.ru.

Гончарова Ольга Николаевна, доктор физико-математических наук, доцент, Институт теплофизики СО РАН, гл. науч. сотр., e-mail: gon@math.asu.ru.

Горбухова Мария Юрьевна, кандидат филологических наук, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент кафедры иностранных языков естественных факультетов, e-mail: mag6549@yandex.ru.

Гумеров Константин Александрович, Рубцовский институт (филиал) Алтайского государственного университета, студент, e-mail: d1245gka@rb.asu.ru.

Досымова Маргарита Владимировна, Рубцовский институт (филиал) Алтайского государственного университета, кафедра математики и прикладной информатики, e-mail: metzler@rb.asu.ru.

Егорова Татьяна Алексеевна, кандидат экономических наук, Санкт-Петербургский государственный экономический университет, кафедра менеджмента организации, профессор.

Ергалиев Ерлан Канатиянович, кандидат физико-математических наук, ВКГУ имени С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск, Казахстан, доцент кафедры математики, e-mail: ergali_erlan@mail.kz.

Еремкина Елена Валерьевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: lenchik_k_08@mail.ru.

Ефремова Анастасия Андреевна, специалист по защите информации, выпускник СНИГУ им. Н.Г.Чернышевского, г. Саратов, e-mail: aaefremova@mail.ru.

Ефремова Ольга Алексеевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: 3669817@gmail.com.

Жариков Александр Владимирович, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент кафедры информатики e-mail: zharikov@math.asu.ru.

Жилин Сергей Иванович, кандидат физико-математических наук, доцент, ООО «СиСорт» (г. Барнаул), инженер-математик; Алтайский государственный университет, кафедра информатики, доцент, e-mail: sergei@asu.ru.

Журавлев Евгений Владимирович, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, доцент кафедры алгебры и математической логики, e-mail: evzhuravlev@mail.ru.

Журавлева Вера Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, доцент, e-mail: vvzhuravleva@mail.ru.

Завьялова Кристина Николаевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: kristina-zavyalova-1996@mail.ru.

Казазаев Владислав Викторович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: bjiagbka@gmail.com.

Камышинова Наталья Николаевна, кандидат химических наук, Рубцовский институт (филиал) Алтайского государственного университета, доцент, e-mail: uskova@rb.asu.ru.

Кашкарев Павел Владимирович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: pavel.dk@mail.ru.

Кислицин Алексей Владимирович, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный педагогический университет, кафедра алгебры и методики обучения математике, доцент, e-mail: kislitsin@altspu.ru.

Клепиков Павел Николаевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: klepikov.math@gmail.com.

Клепикова Светлана Владимировна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: klepikova.svetlana.math@gmail.com.

Ковалевская Нэлли Михайловна, кандидат географических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории водных ресурсов и водопользования Института водных и экологических проблем СО РАН, e-mail: nelley777@gmail.com.

Колбина Екатерина Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент, Институт автоматизации и процессов управления (г. Владивосток), лаборатория математического моделирования биофизических процессов, младший научный сотрудник, e-mail: pavlova@iacp.dvo.ru.

Колисниченко Надежда Александровна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студентка 442 группы, e-mail: 1996nadija@mail.ru.

Кондратенко Александр Алексеевич, Крыловский государственный научный центр (г. Санкт-Петербург), самостоятельный сектор проектирования морских систем освоения шельфа, инженер 1-ой категории.

Корбут Татьяна Николаевна, Горно-Алтайский государственный университет, Республика Алтай, физико-математический факультет, аспирант, e-mail: geuman_tn@bk.ru.

Костенко Виталий Витальевич, Рубцовский институт (филиал) Алтайского государственного университета, студент, e-mail: d1245kvv@rb.asu.ru.

Костюк Кристина Игоревна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: KristinaMus@mail.ru.

Костюшко Анна Валерьевна, кандидат медицинских наук, доцент, Тихоокеанский медицинский университет (г. Владивосток), кафедра нормальной и патологической физиологии, доцент, e-mail: avkostyushko@gmail.com.

Коселева Анна Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент, Сибирский федеральный университет (г. Красноярск), Институт космических и информационных технологий, доцент, e-mail: koshelevaa@mail.ru.

Кравченко Галина Владимировна, кандидат педагогических наук, доцент; Алтайский государственный университет, кафедра дифференциальных уравнений, доцент, e-mail: kravchenko@math.asu.ru.

Кротова Ольга Сергеевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: kr.olga0910@gmail.com.

Кузиков Сергей Семенович, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, кафедра дифференциальных уравнений, доцент e-mail: sskuzikov@mail.ru.

Кузнецова Анастасия Юрьевна, учитель физики и информатики, Республиканская специализированная школа-интернат-колледж олимпийского резерва, г. Риддер, Республика Казахстан, e-mail: nastj0302@mail.ru.

Культенко Марьяна Викторовна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, кафедра иностранных языков естественных факультетов, старший преподаватель.

Кутышкин Андрей Валентинович, доктор технических наук, профессор, Югорский государственный университет, кафедра систем обработки информации, моделирования и управления, профессор, e-mail: avk_200761@mail.ru.

Лебедев Алексей Александрович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: lebedleha@mail.ru.

Левчук Владимир Михайлович, доктор физико-математических наук, Сибирский федеральный университет, Институт математики и фундаментальной информатики, кафедра алгебры и математической логики, заведующий, профессор, e-mail: vlevchuk@sfu-kras.ru.

Линевич Любовь Андреевна, кандидат педагогических наук, колледж Алтайского государственного университета, отделение экономики и информационных технологий, преподаватель e-mail linevich1@mail.ru.

Лобанова Ирина Анатольевна, кандидат экономических наук, АНО ВО «Международный банковский институт» (г. Санкт-Петербург), и.о. руководителя учебно-методического управления, e-mail: i.a.lobanova@bk.ru.

Лодейщикова Виктория Владимировна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, кафедра высшей математики, доцент, e-mail: lodeischikova@gmail.com.

Мадияров Мураткан Набенович, кандидат технических наук, ВКГУ имени С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск, Казахстан, заведующий кафедрой математики, e-mail: madiyarov_mur@mail.ru.

Маничева Анастасия Станиславовна, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, доцент, e-mail: manichevaas@gmail.com.

Маркелова Елена Владимировна, доктор медицинских наук, профессор, Тихоокеанский медицинский университет (г. Владивосток),

кафедра нормальной и патологической физиологии, заведующая кафедрой, e-mail: markev2010@mail.ru.

Мацюра Александр Владимирович, доктор биологических наук, профессор, Алтайский государственный университет, биологический факультет, amatsyura@gmail.com.

Мелешко Сергей Васильевич, Технический университет Суранари, Након-Ратчасима, Таиланд, профессор, доктор физико-математических наук, e-mail: sergeymv@gmail.com.

Михайлов Илья Игоревич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: therazort4x@gmail.com.

Михалева Анастасия Валерьевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: nasmik11@gmail.com.

Михеева Татьяна Викторовна, кандидат технических наук, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, кафедра информатики, доцент, e-mail: mikheeva@edu.asu.ru.

Мошкин Николай Павлович, Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, доктор физико-математических наук, доцент, e-mail: nikolay.moshkin@gmail.com.

Налимов Денис Петрович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: nalimov@edu.asu.ru.

Новиков Александр Валерьевич, кандидат технических наук, Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (г. Санкт-Петербург), кафедра технологий и средств геофизического обеспечения, старший преподаватель, e-mail: salska@mail.ru.

Нурахунов Рияд Сергеевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент.

Овчинникова Елена Михайловна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, преподаватель, e-mail: ovchinnikovaem@math.asu.ru.

Орлова Дарья Сергеевна, Югорский государственный университет, Институт технических систем и информационных технологий, студент, e-mail: longplaying96@gmail.com.

Оскорбин Дмитрий Николаевич, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, кафедра математического анализа, доцент, e-mail: oskorbin@yandex.ru.

Оскорбин Николай Михайлович, доктор технических наук, профессор, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической

кибернетики и прикладной математики, профессор, e-mail: osk46@mail.ru.

Павлова Наталья Валерьевна, кандидат технических наук, доцент, Бийский технологический институт (филиал) Алтайского государственного технического университета им. И.И. Ползунова, кафедра естественнонаучных дисциплин, доцент, e-mail: pnaval@mail.ru.

Павлюк Юрий Алексеевич, Алтайский государственный педагогический университет, институт физико-математического образования, студент, e-mail: pawlyk1996@yandex.ru

Пак Светлана Яковлевна, кандидат технических наук, Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН (г. Владивосток), лаборатория математического моделирования биофизических процессов, младший научный сотрудник, e-mail: packsa@iacr.dvo.ru.

Папин Александр Алексеевич, доктор физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра дифференциальных уравнений, заведующий, e-mail: sasha.papin@mail.ru.

Петрова Анна Георгиевна, доктор физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, профессор кафедры дифференциальных уравнений, e-mail: annapetrova07@mail.ru.

Петроченко Владислав Юрьевич, Югорский государственный университет, кафедра высшей математики, магистрант, e-mail: vladonxp@mail.com.

Печатнова Елена Владимировна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: phukcia@yandex.ru.

Плотникова Елена Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики Новосибирского государственного технического университета, e-mail: pselena@gmail.com.

Пляскина Нина Ильинична, доктор экономических наук, доцент, Институт экономики и организации промышленного производства СО РАН, ведущий научный сотрудник, Новосибирск; Новосибирский Национальный исследовательский государственный университет (НГУ), профессор, e-mail: pliaskina@hotmail.com.

Поликанова Ирина Викторовна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный педагогический университет, Институт физико-математического образования, доцент кафедры математического анализа и прикладной математики, e-mail: anirix1@yandex.ru.

Половикова Ольга Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра информатики, доцент, e-mail: pon@asu.ru.

Поморов Никита Сергеевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: pomorov1994@mail.ru.

Пономарев Игорь Викторович, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, кафедра математического анализа, доцент, e-mail: igorpon@mail.ru.

Понькина Елена Владимировна, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, доцент, e-mail: ponkinaelena77@mail.ru.

Попова Ксения Александровна, Алтайский государственный университет, факультет психологии и педагогики, магистрант, e-mail: xeniya.porova2014@yandex.ru.

Пронь Сергей Петрович, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, доцент, e-mail: pspron@mail.ru.

Пухначев Владислав Васильевич, член корреспондент РАН, профессор, Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, e-mail: pukhnachev@gmail.com.

Резанова Екатерина Валерьевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, ассистент, e-mail: katerezanova@mail.ru.

Родионов Евгений Дмитриевич, доктор физико-математических наук, профессор, Алтайский государственный университет, профессор кафедры математического анализа, e-mail: edr2002@mail.ru.

Родионова Людмила Васильевна, кандидат социологических наук, ведущий научный сотрудник, Алтайский государственный университет, лаборатория «Центр социально-экономических исследований и региональной политики», ведущий научный сотрудник лаборатории «Центр социально-экономических исследований и региональной политики», e-mail: lvr1954@mail.ru.

Россова Алена Сергеевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент.

Рыбаков Владимир Владимирович, доктор физ.-мат. наук, профессор, Манчестерский городской университет (г. Манчестер, Великобритания), кафедра вычислительной техники и математики, профессор, e-mail: v.rybakov@mmu.ac.uk.

Рязанов Михаил Анатольевич, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра информатики, e-mail: ryazanovma@gmail.com.

Рязанова Ольга Валентиновна, Рубцовский институт (филиал) Алтайского государственного университета, кафедра математики и прикладной информатики, старший преподаватель, e-mail: ryazanova@rb.asu.ru.

Саженов Александр Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, заведующий кафедрой математического анализа, e-mail: san@math.asu.ru.

Саженова Елена Владимировна, старший преподаватель, кафедра математики и естественных наук Новосибирского государственного университета экономики и управления, e-mail: sazhenkovs@yandex.ru.

Саженова Татьяна Владимировна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент кафедры математического анализа, e-mail: sazhenkov_an@mail.ru.

Семенов Сергей Петрович, кандидат физико-математических наук, доцент, Югорский государственный университет, кафедра систем обработки информации, моделирования и управления, профессор, e-mail: ssp@ugrasu.ru.

Сибин Антон Николаевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: sibin_anton@mail.ru.

Сибин Нелли Николаевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: sibin-777@mail.ru.

Сидун Дарья Юрьевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: d.SIDun@mail.ru.

Скубневская Татьяна Валентиновна, кандидат педагогических наук, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент кафедры иностранных языков естественных факультетов, e-mail: skubnevskaya@math.asu.ru.

Славский Виктор Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент, Югорский государственный университет, кафедра высшей математики, профессор, e-mail: v_slavskiy@ugrasu.ru.

Смолякова Лариса Ленгардовна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, кафедра информатики, старший преподаватель, e-mail: knaus.larisa@gmail.com.

Суханов Сергей Иванович, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической кибернетики и прикладной математики, Алтайский государственный университет, e-mail: sukhanov-s@yandex.ru.

Таровик Олег Владимирович, кандидат технических наук, Крыловский Государственный Научный Центр (г. Санкт-Петербург), самостоятельный сектор проектирования морских систем освоения шельфа, старший научный сотрудник, e-mail: tarovik_oleg@mail.ru.

Татьянкин Виталий Михайлович, Югорский государственный университет, кафедра систем обработки информации, моделирования и управления, старший преподаватель, e-mail: bambar@bk.ru.

Ташкин Артем Олегович, Югорский государственный университет (г. Ханты-Мансийск), Институт систем управления и информационных технологий, научный сотрудник, e-mail: anozher_sky@mail.ru.

Токарев Владимир Николаевич, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, старший преподаватель, e-mail: tok321.1973@mail.com.

Топаж Александр Григорьевич, доктор технических наук, доктор технических наук, Крыловский Государственный Научный Центр (г. Санкт-Петербург), самостоятельный сектор проектирования морских систем освоения шельфа, ведущий научный сотрудник, e-mail: alex.topaj@gmail.com.

Тушкина Татьяна Михайловна, кандидат физико-математических наук, доцент, Бийский технологический институт (филиал) Алтайского государственного технического университета им. И.И. Ползунова, отдел учебной работы и менеджмента качества образования, начальник, e-mail: tanuamt@mail.ru.

Тякунов Александр Сергеевич, Югорский государственный университет (г. Ханты-Мансийск), Институт систем управления и информационных технологий, аспирант, e-mail: atyakunov@mail.com.

Уальжанова Шолтан Алибеккызы, Восточно-Казахстанский государственный университет им. С. Аманжолова, факультет естественных наук и технологии, магистрант, e-mail: sholpan.vko_94@mail.ru.

Устюжанова Алла Владимировна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент кафедры дифференциальных уравнений, e-mail: ustyuzhanova.pgs@math.asu.ru.

Фарафонов Александр Александрович, Рубцовский институт (филиал) Алтайского государственного университета, специальность «Информационные системы (по отраслям)», студент, e-mail: bmwm5w10@mail.ru.

Федорова Анна Николаевна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, кафедра алгебры и математической логики, старший преподаватель, e-mail: a.n.phyodorova@gmail.com.

Филимонова Жанна Сергеевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: z.filimonova@bk.ru.

Флорю Ольга Николаевна, СОШ № 24, Казахстан, город Павлодар, учитель математики и информатики, e-mail: flool@mail.ru.

Фрисман Ефим Яковлевич, доктор биологических наук, член-корреспондент РАН, Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН (г. Биробиджан), директор, e-mail: frisman@mail.ru.

Хвалынский Дмитрий Сергеевич, кандидат экономических наук, доцент кафедры международной экономики, математических методов и бизнес информатики, Алтайский государственный университет, e-mail: hvalynski@mail.ru

Хворова Любовь Анатольевна, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, заведующий, e-mail: hla@math.asu.ru.

Хибченко Валерия Игоревна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: lera_hibchenco@mail.ru.

Хребтова Татьяна Сергеевна, кандидат филологических наук, Алтайский государственный университет, кафедра иностранных языков естественных факультетов, старший преподаватель, e-mail: hrebtova.tanya2016@yandex.ru.

Хромова Олеся Павловна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент кафедры математического анализа, e-mail: khromova.olesya@gmail.com.

Цхай Александр Андреевич, доктор технических наук, профессор, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, профессор; Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, факультет информационных технологий, профессор, e-mail: taa1956@mail.ru

Черпакова Надежда Анатольевна, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, факультет информационных технологий, аспирант, e-mail: nadja-cherpakova@mail.ru.

Чешкова Ми́ра Арте́мьевна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, профессор кафедры математического анализа, e-mail: sma@math.asu.ru, cheshkov@ab.ru.

Шаповал Андре́й Ива́нович, кандидат биологических наук, Российско-американский противораковый центр, директор, e-mail: andreichapoval@gmail.com.

Шахова Светла́на Алекса́ндровна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент кафедры алгебры и математической логики, e-mail: sashakhova@gmail.com.

Шевченко Але́ся Серге́евна, кандидат физико-математических наук, Рубцовский институт (филиал) Алтайского государственного университета, доцент, e-mail: ibragimova.a.s@mail.ru.

Шевчук Евге́ния Петро́вна, магистр-инженер, Восточно-Казахстанский государственный университет им. С. Аманжолова (г. Усть-Каменогорск), кафедра физики и технологий, старший преподаватель, e-mail: evgeniya-shevchu@mail.ru.

Шицелов Анато́лий Вячесла́вович, Югорский государственный университет, институт технических систем и информационных технологий, магистр, e-mail: anatoliy.shitselov@gmail.com.

Шишма́рев Константи́н Алекса́ндрович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: shishmarev.k@mail.ru.

Школин Влади́слав Вячесла́вович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: darth.scool@gmail.com.

Шмидт Герд, доктор наук, Университет Мартина-Лютера Галле-Виттенберг, Институт наук о Земле и географии, Германия.

Шугу́ров Анто́н Рами́льевич, Югорский государственный университет, институт систем управления и информационных технологий, магистрант, e-mail: antosha_55-86@mail.ru.

Щерби́нин Всеволо́д Влади́славович, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, физико-технический факультет, доцент, scherbiniin@phys.asu.ru.

Эрнст И́горь Влади́славович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: igeh@ya.ru

Юст Е́лена Серге́евна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: esyust@gmail.com.

Якимчук Александр Васильевич, Югорский государственный университет, кафедра высшей математики, студент, e-mail: viking0607@mail.ru.

Яковлев Анатолий Александрович, Дальневосточный федеральный университет (г. Владивосток), кафедра информатики, математического и компьютерного моделирования, аспирант, e-mail: yakovlev.anatol@mail.ru.

Содержание

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
СЕКЦИЯ 1. АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА.....	6
<i>Башмаков С.И., Кошелева А.В., Рыбаков В.В.</i> Линейные транзитивные логики знания и времени, унификация и проективные формулы	6
<i>Баянова Н.В.</i> О решетке многообразий m -групп	7
<i>Будкин А.И.</i> О доминионах 3-ступенно нильпотентных групп	10
<i>Вараксин С.В.</i> Аппроксимация разрешимых монотонно упорядоченных групп с плетениями m -групп.....	12
<i>Журавлев Е.В.</i> О группе обратимых элементов конечных локальных колец с 4-нильпотентным радикалом Джекобсона.....	13
<i>Журавлев Е.В., Токарев В.Н.</i> О кольцах целых чисел квадратичных полей	14
<i>Кислицин А.В., Павлюк Ю.А.</i> Обобщение гипотезы Мохаррама Хана. 16	
<i>Лебедев А.А.</i> Решетки квазимногообразий нильпотентных групп.....	18
<i>Левчук В.М.</i> Идеалы и автоморфизмы нильтреугольных алгебр Ли и их точных обертывающих алгебр.....	19
<i>Лодейщикова В.В.</i> Об одном свойстве класса Леви, порожденного квазимногообразием qH_2	20
<i>Федорова А.Н.</i> Тождества матричного кольца над кольцом Галуа.....	23
<i>Шахова С.А.</i> О конечной аксиоматизируемости класса Леви квазимногообразия, порождённого конечной группой	23
СЕКЦИЯ 2. ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ	26
<i>Кашкарев П.В.</i> Восстановление зонотопов в \mathbb{R}^3 по предписанному числу вершин, ребер и граней	26
<i>Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д.</i> О (псевдо)римановых многообразиях с ограничениями на компоненты разложения тензора кривизны Римана	27
<i>Клепиков П.Н., Родионов Е.Д.</i> Об алгебраических солитонах Риччи на псевдоримановых эйнштейново-подобных метрических группах Ли. 30	
<i>Клепикова С.В., Хромова О.П.</i> Об операторе секционной кривизны 3-мерных локально однородных лоренцевых многообразий.....	32
<i>Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д., Эрст И.В.</i> О солитонах Риччи на 2-симметрических лоренцевых многообразиях малой размерности.....	35
<i>Поликанова И.В.</i> Определённость эники конечным набором точек	37
<i>Чешкова М.А.</i> Построение поверхности вращения постоянной гауссовой кривизны	41
<i>Чешкова М.А.</i> Поверхности переноса и торы в евклидовом пространстве E^3	47

СЕКЦИЯ 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ	52
<i>Алейников А.С., Петрова А.Г.</i> Анализ зависимости скорости протаивания мерзлого грунта от температурного режима и интенсивности осадков	52
<i>Алексеева С.В., Папин А.А.</i> Обоснование одной задачи внутренней эрозии грунта	57
<i>Глебова Н.Ю., Папин А.А.</i> Математическая модель абляции льда.....	60
<i>Закурдаева А.В., Резанова Е.В.</i> Численное моделирование процесса формирования жидкого сферического микробаллона, содержащего пузырьки газа	63
<i>Кузиков С.С.</i> Управление решениями симметрической системы	65
<i>Мелешко С.В., Мошкин Н.П., Пухначев В.В.</i> Точные решения нестационарных уравнений вязкоупругой жидкости Максвелла	68
<i>Папин А.А., Токарева М.А.</i> Разрешимость задачи фильтрации в поропругой среде в классе непрерывных функций	72
<i>Папин А.А., Юст Е.С.</i> Математическое моделирование процесса сублимации снега.....	76
<i>Сибин А.Н., Сибин Н.Н.</i> Расчет физических характеристик почвогрунтов в процессе внутренней эрозии.....	80
<i>Уальжанова Ш.А., Аменова С.Ф.</i> О решении одномерных сеточных уравнений несжимаемой жидкости с краевыми условиями по формуле Вудса	83
<i>Устюжанова А.В., Кравченко Г.В.</i> О численном исследовании напряженно-деформированного состояния материала в окрестности отверстия	87
<i>Филимонова Ж.С., Хибченко В.И., Гончарова О.Н.</i> Характерные особенности трёхмерных конвективных течений с границей раздела	89
<i>Черпакова Н.А.</i> Анализ соотношений нелинейной вязкоупругости полимерных материалов при их больших периодических деформациях	93
<i>Шишмарев К.А., Завьялова К.Н.</i> Свободные и вынужденные волны в канале, покрытом битым льдом	96
СЕКЦИЯ 4. ИНФОРМАЦИОННЫЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ	100
<i>Анисимов Д.С., Рязанов М.А., Шаповал А.И.</i> Применение ансамбля методов проекции на латентные структуры в задаче анализа пептидных микрочипов.....	100
<i>Гамова А.Н., Ефремова А.А.</i> Каскадные коды	102
<i>Досымова М.В., Агапов Р.С., Фарафонов А.А.</i> Создание краудфандинговой платформы для студентов ВУЗов.....	106

<i>Жариков А.В., Михайлов И.И.</i> Разработка приложения идентификации лиц с использованием облачного сервиса	108
<i>Жилин С.И.</i> Плотность интервальных оценок	111
<i>Нахимов Д.П.</i> Применение машинного обучения к задачам анализа историй болезней детей с заболеваниями почек	114
<i>Орлова Д.С., Кутышкин А.В.</i> Проектирование программного обеспечения для анализа финансовой устойчивости предприятия на основе динамического норматива	117
<i>Оскорбин Н.М., Суханов С.И., Школин В.В.</i> Интервальные оценки точности растровой карты М 1:500 на территории ГИС-полигона г. Барнаула	119
<i>Петроченко В.Ю., Татьянакин В.М.</i> Использование нейронных сетей глубокого доверия для распознавания различного вида транспорта на аэрокосмическом снимке	125
<i>Половикова О.Н.</i> Декларирование фреймовых структур средствами языка Prolog	129
<i>Пономарев И.В.</i> Исследование статистических данных на выбросы	133
<i>Шевченко А.С., Камышиникова Н.Н., Костенко В.В., Гумеров К.А.</i> Разработка дополнительных модулей для информационной системы учета археологических находок	135
<i>Шицелов А.В., Бурлуцкий В.В., Славский В.В.</i> Система автоматической кластеризации текстов с применением искусственных нейронных сетей	136
<i>Шугуров А.Р., Семенов С.П.</i> Информационно-аналитический модуль геоинформационной системы доступности объектов социальной инфраструктуры	140
<i>Якимчук А.В., Татьянакин В.М.</i> Использование нейронных сетей глубокого доверия для распознавания жилых объектов на аэрокосмическом снимке	143
СЕКЦИЯ 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ, ЭКОНОМИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ	148
<i>Алгазин Г.И., Алгазина Д.Г.</i> Равновесие в моделях динамики взаимодействий при неполной информации	148
<i>Алгазина Ю.Г.</i> Исследование равновесных состояний товарных рынков с посредниками	150
<i>Богарова Е.В.</i> Нейтрософские компоненты математических моделей системы капитального ремонта многоквартирных домов	152
<i>Богарова Е.В., Пронь С.П.</i> Математическая модель платежей в фонд капитального ремонта многоквартирных домов	156

<i>Бутаков Д.В.</i> Алгоритмы для классификации отпечатков пальцев на основе применения фильтра Габора, вейвлет/преобразования и многослойной нейронной сети	158
<i>Вараксин С.В., Вараксина Н.В.</i> Моделирование демографических показателей Алтайского края методом нечеткой линейной регрессии	166
<i>Вершинина М.С.</i> Экспериментальное исследование состоятельности оценок периодической составляющей	170
<i>Егорова Т.А., Лобанова И.А., Новиков А.В.</i> Моделирование производственных систем с позиции экологической парадигмы	173
<i>Костюк К.И., Понькина Е.В.</i> Исследование модели доуполии Хотеллинга на плоскости в условиях субсидирования	176
<i>Мадияров М.Н., Бабкина Н.С., Смолякова Л.Л.</i> Схема разведочного анализа данных при статистической обработке результатов наблюдений	178
<i>Михалева А.В., Оскорбин Н.М.</i> Актуальные направления автоматизации планирования и учёта перевозок производственных предприятий и их объединений	180
<i>Михеева Т.В.</i> Математическая модель системного компромисса сбережения ресурсов корпоративной производственной системы	183
<i>Оскорбин Н.М., Хвалынский Д.С.</i> Метод Данцига-Вулфа: алгоритм локализации блочного квадратичного программирования	187
<i>Печатнова Е.В.</i> Применение кластерного анализа для выявления однотипных участков автомобильной дороги	190
<i>Пляскина Н.И.</i> Оценка влияния инновационных рисков компаний на результативность ресурсного мегапроекта	193
<i>Пономарев И.В., Родионов Е.Д., Родионова Л.В.</i> Некоторые подходы к моделированию производительности труда в агропромышленном регионе	197
<i>Топаж А.Г., Таровик О.В., Кондратенко А.А.</i> Опыт имитационного моделирования арктических транспортных систем	201
<i>Тякунов А.С., Славский В.В., Ташкин А.О.</i> Анализ графов социальных взаимодействий в реальной и виртуальной среде	208
<i>Яковлев А.А., Маркелова Е.В., Костюшко А.В., Абакумов А.И.</i> Предмодельный анализ экспериментальных данных об инициализации иммунной системы при пневмонии	212
СЕКЦИЯ 6. ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ	216
<i>Алябышева Ю.А., Веряев А.А.</i> Использование строковых матриц смежности в алгоритмах на графах	216

<i>Богарова Е.В., Кравченко Г.В., Токарев В.Н.</i> Методы развития мышления студентов на занятиях по математике: технологии и переводы	220
<i>Горбухова М.Ю., Скубневская Т.В.</i> О противоречиях стандартов бакалавриата и магистратуры по иностранным языкам (направления подготовки «Фундаментальная информатика и информационные технологии»)	224
<i>Ергалиев Е.К., Мадияров М.Н.</i> Использование математических пакетов в преподавании математики	228
<i>Еремкина Е.В., Кравченко Г.В.</i> Разработка модели распределенного обучения в высшей школе (на примере ФГБОУ ВО АлтГУ)	231
<i>Кравченко Г.В., Устюжанова А.В.</i> Возможности оценивания в системе Moodle.....	236
<i>Кузнецова А.Ю., Шевчук Е.П.</i> Квест-технология в преподавании предметов естественно-математического цикла.....	240
<i>Культенко М.В.</i> О методическом обеспечении учебного процесса по английскому языку у студентов-математиков	243
<i>Линевич Л.А.</i> Методика проведения интерактивных занятий в высшей школе	248
<i>Овчинникова Е.М.</i> Об организации самостоятельной работы по английскому языку у студентов факультета математики и информационных технологий по направлению подготовки «Математика и компьютерные науки»	252
<i>Плотникова Е.А., Саженков А.Н.</i> Геометрические интерпретации в алгебре и анализе	256
<i>Плотникова Е.А., Саженкова Е.В.</i> О некоторых приёмах активизации работы студентов на занятиях по математике	260
<i>Попова К.А., Кравченко Г.В.</i> Сервисы Web 2.0 как средство обучения информатике в школе	263
<i>Рязанова О.В.</i> Практический опыт использования среды MOODLE для создания электронных образовательных ресурсов	267
<i>Саженков А.Н., Саженкова Т.В.</i> О средствах активизации работы студентов I курса на занятиях по математическому анализу	271
<i>Скубневская Т.В.</i> Обучение чтению по специальности «Математика и компьютерные науки» на основе аудирования профессионально направленной речи	275
<i>Смолякова Л.Л., Флорю О.Н.</i> Некоторые аспекты преемственности преподавания информатики.....	279
<i>Тушкина Т.М., Павлова Н.В.</i> Вычисление вероятности выхода из лабиринта с заданными начальными и конечными точками.....	281

<i>Флорю О.Н.</i> Использование проектной деятельности на уроках информатики как средство развития личности.....	282
<i>Хребтова Т.С.</i> Язык специальности и профессиональный язык у студентов-математиков	285
<i>Шевченко А.С.</i> Использование систем компьютерной алгебры для повышения эффективности образовательного процесса при изучении математических дисциплин	287
ЧАСТЬ II. МАТЕРИАЛЫ МОЛОДЕЖНОЙ ПРИКЛАДНОЙ ИТ ШКОЛЫ. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В ЭКОЛОГИИ	293
<i>Абрамова А.В., Букасова А.К.</i> Количественный анализ рекуррентных диаграмм динамики популяций.....	293
<i>Ефремова О.А.</i> Моделирование тепловых процессов с использованием солнечной энергии в климатических условиях Алтайского края	296
<i>Журавлева В.В., Казаев В.В.</i> Исследование модели фотосинтеза... ..	299
<i>Ковалевская Н.М., Колесниченко Н.А., Хворова Л.А.</i> Анализ пространственного распределения и динамики количества фитопланктона Обской губы на основе данных ДЗЗ	303
<i>Колбина Е.А., Фрисман Е.Я.</i> Модельный анализ влияния оптимального промысла с постоянной долей изъятия на менделевскую лимитированную популяцию	307
<i>Корбут Т.Н.</i> Математические модели для прогнозирования паводковых ситуаций в системах открытых русел.....	311
<i>Кротова О.С., Хворова Л.А.</i> Применение нейронных сетей для диагностики заболевания сахарным диабетом детей и подростков на территории Алтайского края	313
<i>Нурагунов Р.С.</i> Статистический анализ динамики численности населения.....	316
<i>Маничева А.С., Понькина Е.В., Бондарович А.А., Мацюра А.С., Щербинин В.В., Шмидт Г.</i> Разработка регрессионной модели эвапотранспирации в условиях засушливых степей Западной Сибири Алтайского края.....	319
<i>Пак С.Я., Абакумов А.И.</i> Модельное исследование фотоадаптационных свойств фитопланктона	322
<i>Поморов Н.С., Кравченко Г.В.</i> О разработке информационного ресурса для врача-педиатра медицины катастроф.....	325
<i>Понькина Е.В., Россова А.С., Бондарович А.А., Мацюра А.В., Щербинин В.В., Шмидт Г.</i> Анализ доступности почвенной влаги в условиях сухой степи Кулунды Алтайского края на основе байесовских сетей доверия	328

<i>Сидун Д.Ю.</i> Разработка информационной системы для комплексной оценки и прогнозирования сахарного диабета у детей и подростков на территории Алтайского края	331
<i>Цхай А.А., Агейков В.Ю.</i> Моделирование экосистем водохранилищ: от оценки состояния к прогнозу развития.....	335
НАШИ АВТОРЫ	340

**МАК : «Математики – Алтайскому краю»:
сборник трудов всероссийской конференции
по математике
(часть I)**

**Материалы молодежной прикладной
IT школы
«Математические методы и модели в экологии»
(часть II)**

Научное издание

**Оригинал-макет подготовлен
С.С. Максимовой**

Публикуется в авторской редакции

Л Р 020261 от 14.01.97
Н/К

Подписано в печать	20.06.2017	Формат 60×84/16
Бумага офсетная		Уч.-изд. л. 14,0
Заказ 135	Тираж 100 экз.	

Типография издательства Алтайского государственного университета,
656049, Барнаул, ул. Димитрова, 66, тел. (385-2) 36-63-61, 364