

# О диаграмме Бляшке на примере множества правильных пирамид

Оглезнев Д.И., Пономарев И.В.

Алтайский государственный университет, г. Барнаул

ogleznev\_96@mail.ru, igorpon@mail.ru

## Аннотация

Статья посвящена исследованию характеристик множеств правильных усеченных пирамид. С учетом изопериметрических неравенств, связывающих характеристики выпуклых тел, построены диаграммы Бляшке для множеств правильных пирамид.

*Ключевые слова:* Диаграмма Бляшке, изопериметрические неравенства, выпуклый анализа, усеченные пирамиды.

## 1. Введение

Пусть  $K$  – пространство компактных выпуклых тел, принадлежащих трехмерному пространству, а  $k$  – некоторое выпуклое тело, принадлежащее  $K$ . Обозначим через  $V(k) = V$ ,  $S(k) = S$ ,  $M(k) = M$  – объем, площадь поверхности и интеграл средней кривизны тела  $k$  соответственно. Вильгельм Бляшке предложил каждому  $k \in K$  сопоставить на плоскости точку  $(x, y)$  [1], где координаты точки определил следующим образом

$$x = \frac{4\pi S}{M^2}, \quad y = \frac{48\pi^2 V}{M^3}.$$

В работах [2,3] определены неравенства, описывающие связь между инвариантами  $V$ ,  $S$  и  $M$ . С учетом этих неравенств можно утверждать, что область, занимаемая диаграммой Бляшке, является ограниченным множеством. Часть границы этого множества четко определена, но неравенства, которые замыкают границу, остаются неизвестными.

## 2. Изучение множества правильных пирамид

Рассмотрим множество правильных пирамид  $P$  со стороной основания  $a$  и высотой  $H$ . Для вычисления указанных выше инвариантов воспользуемся известными формулами:

$$V(P) = \frac{na^2 H}{12 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}},$$

$$S(P) = \frac{na^2}{4 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}} + an \sqrt{H^2 + \left( \frac{a}{2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}} \right)^2},$$

$$M(P) = \frac{1}{2} \sum_i (\pi - \alpha_i) a_i,$$

где  $n$  – количество вершин основания;  $a_i$  – длина  $i$ -го ребра;  $\alpha_i$  – двугранный угол при ребре  $a_i$ .

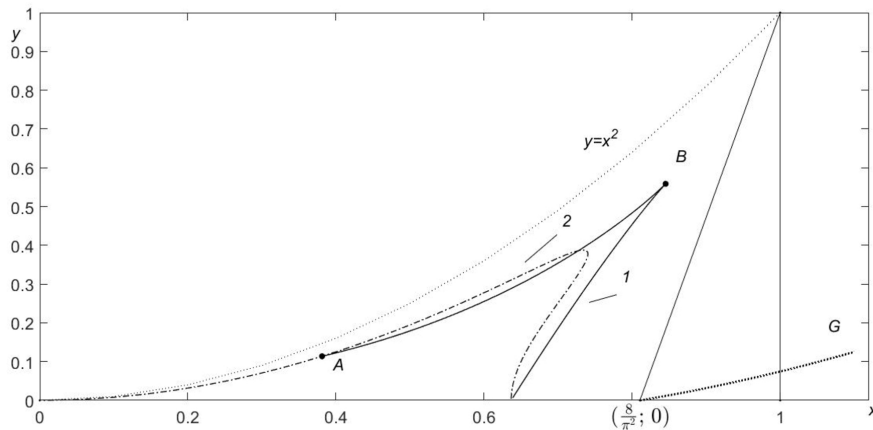


Рисунок 1. Диаграмма Бляшке множества четырехугольных пирамид

Нетрудно вывести формулы для вычисления характеристик множества правильных усеченных пирамид  $P_h$ , где  $h$  – длина отрезка, отсекаемого от высоты исходной пирамиды.

Для построения диаграммы Бляшке была разработан программный комплекс в пакете MatLab. Результаты моделирования представлены на рисунке 1.

### 3. Выводы

В результате работы программы получили численные результаты границ диаграммы Бляшке для множеств  $P$  и  $P_h$ . На рисунке 1 сплошной линии 1 соответствуют образы усеченных пирамид длины основания  $a = 3$ , которые получаются вследствие отсечения некоторого значения  $h$  от высоты правильной четырехугольной пирамиды, образ которой представлен в виде точки  $A$  на штрихпунктирной линии 2. Точке  $B$  на диаграмме Бляшке соответствует правильная четырехугольная усеченная пирамида с высотой 12, 2392.

## Список литературы

1. Blaschke W. Eine Frage über konvexe Körper, Jahresber // Deutsch, Math-Verein. — 1916. — Vol. 25. — P. 121–125.
2. Бутовский М.М. Расчет интегралов поперечных мер Минковского, сумм Минковского и построение диаграммы Бляшке для выпуклых многогранников в Евклидовом пространстве // Конструирование и оптимизация параллельных программ. — Новосибирск, 2009. — С. 21–32.
3. Васин Д.В. Диаграмма Бляшке множества выпуклых тел // Вестник БГПУ: Естественные и точные науки. — 2002. — № 2. — С. 5–9.