

Исследование графиков функции субъективной полезности при изменении отношения инвесторов к риску

Данько Е.В., Оскорбин Н.М.
 Алтайский государственный университет
 evdanko88@gmail.com, osk46@mail.ru

Аннотация

В данной работе рассматриваются особенности использования функции субъективной полезности решений о принятии и отклонении инвестиционного проекта. В целях проверки адекватности математической модели проводится исследование графиков и интерпретация функции полезности решений в рассматриваемой ситуации.

1. Введение

Рассмотрим процесс принятия к реализации инвестиционных проектов в условиях рисков и неопределенностей. Примем следующие допущения: при оценке чистого приведенного дохода инвестиционного проекта определены показатели NPV_1 – чистый приведенный доход по пессимистическому сценарию реализации проекта, и NPV_2 – чистый приведенный доход по оптимистическому сценарию. Величины NPV_1 и NPV_2 , определенные таким образом, закладываются в большинстве современных бизнес-планов. Здесь будем считать, что $NPV_1 < 0$ и $NPV_2 > 0$, так как иначе проект либо безоговорочно отклоняется, либо принимается к реализации. Величина NPV – случайная величина на отрезке $[NPV_1, NPV_2]$ с известной функцией плотности вероятности $P(NPV)$.

2. Оценка значений параметров функции субъективной полезности

В книге [1] дана классификация инвесторов в зависимости от степени их склонности к риску:

- 1) инвестор, склонный к рискованным действиям (ИР);
- 2) инвестор, нейтрально относящийся к риску (ИН);
- 3) инвестор, склонный к осторожным действиям (ИО).

На рисунке 1 представлена графическая интерпретация указанных типов поведения инвесторов. По оси ординат отложены оценки субъективной полезности решения о принятии к реализации инвестиционного проекта (U_A), а по оси абсцисс – математическое ожидание дохода от реализации проекта (\overline{NPV}), который может быть рассмотрен как оценка объективной полезности реализации проекта.

В работе [2] описана методика оценки значений коэффициента индивидуальной толерантности к риску (α). В рассмотренном подходе при известном значении параметра α возможно непосредственное вычисление значений коэффициентов γ , β . Для этого введены формулы, выражающие каждый из коэффициентов γ , β через коэффициент α [2]:

$$\gamma = \frac{2\alpha - 1}{\alpha}; \quad \beta = \frac{2\alpha - 1}{1 - \alpha}. \quad (1)$$

Указанные формулы получены при введении дополнительного условия: $U_A = U_R = 0$ (точка пересечения графиков функций полезности принятия (U_A) и отклонения (U_R) инвестиционного проекта). Используя формулу (1), получена оценка значений коэффициентов γ , β в зависимости от коэффициента α (таблица 1).

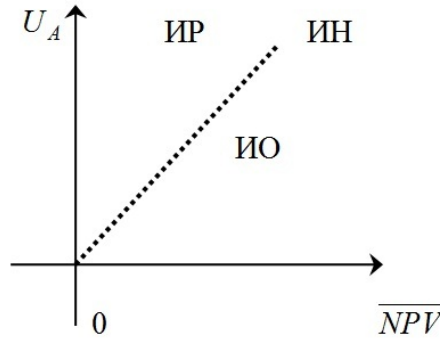


Рисунок 1. Типы инвесторов в зависимости от отношения к риску

Таблица 1

Значения коэффициентов γ, β в зависимости от α

| № П/П | α | β | γ |
|-------|----------|---------|----------|
| 1 | 0,5 | 0,000 | 0,000 |
| 2 | 0,55 | 0,222 | 0,182 |
| 3 | 0,6 | 0,500 | 0,333 |
| 4 | 0,65 | 0,857 | 0,462 |
| 5 | 0,7 | 1,333 | 0,571 |
| 6 | 0,75 | 2,000 | 0,667 |
| 7 | 0,8 | 3,000 | 0,750 |
| 8 | 0,85 | 4,667 | 0,824 |
| 9 | 0,9 | 8,000 | 0,889 |
| 10 | 0,95 | 18,000 | 0,947 |

Для инвесторов типа ИН справедливо: $\alpha = 0,5; \gamma = \beta = 0$.

Для инвесторов типа ИО: $\alpha \in (0,5, 1); \beta \in (0, \infty); \gamma \in (0, 1)$.

Для инвесторов типа ИР ($\alpha \in (0, 0,5)$) применимость функции субъективной полезности с параметрами γ, β в задачах поддержки принятия решений не рассматривалась.

3. Построение и анализ графиков функции субъективной полезности

Параметр NPV_1 зафиксируем ($NPV_1 = 100$), при этом NPV_2 будем изменять с шагом 5 ($NPV_2 \in [-100; 400]$). Построим графики функции полезности принятия (U_A) и отклонения (U_R) инвестиционного проекта для значений коэффициента $\alpha = 0.5; 0.7; 0.9$. На рисунке 2 изображены графики функций U_A (пунктирная линия) и U_R (сплошная линия) при $\alpha = 0.5$.

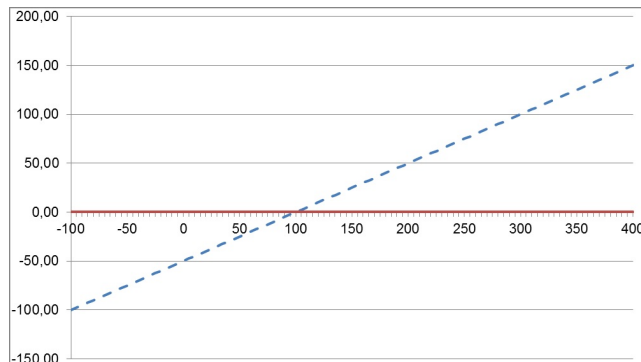


Рисунок 2. Графики функций полезности принятия и отклонения проекта ($\alpha = 0.5$)

График функции U_R совпадает с осью абсцисс, так как коэффициенты γ, β при $\alpha = 0.5$ принимают нулевые значения (указано в характеристиках инвесторов типа ИН выше), что, в соответствии с формулами для вычисления значений U_R , указанными в [2], определяет $U_R = 0$ на всей числовой оси. При этом функция U_A – линейная возрастающая функция. Точка пересечения графиков – 100.

На рисунке 3 приведены графики функций U_A (пунктирная линия) и U_R (сплошная линия) при $\alpha = 0.7$.

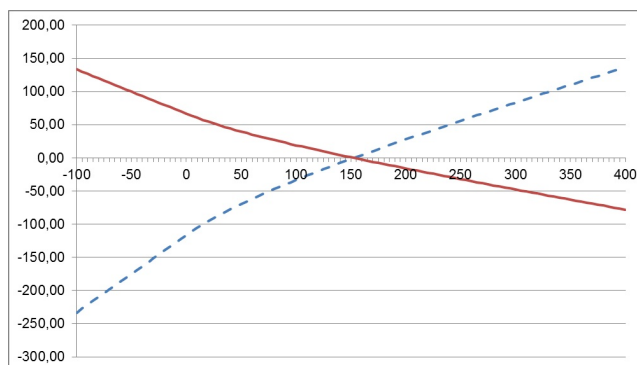


Рисунок 3. Графики функций полезности принятия и отклонения проекта ($\alpha = 0.7$)

В данном случае, функция U_R является монотонно убывающей, а функция U_A – монотонно возрастающей функцией. Следует отметить, что при $\alpha = 0.7$ инвестор относится к осторожному типу (ИО), в отличие от случая, изображенного на рисунке 2. Точка пересечения графиков – 152,75.

На рисунке 4 приведены графики функций U_A (пунктирная линия) и U_R (сплошная линия) при $\alpha = 0.9$.

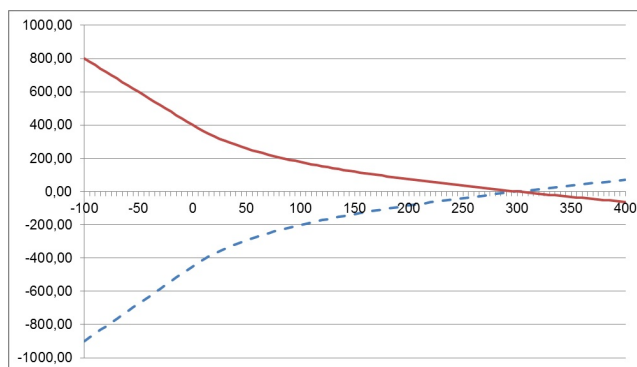


Рисунок 4. Графики функций полезности принятия и отклонения проекта ($\alpha = 0.9$)

В рассмотренном случае, функция U_R также является монотонно убывающей, а функция U_A – монотонно возрастающей функцией, что происходит в связи с тем, что при $\alpha = 0.9$ инвестор также относится к типу ИО. Точка пересечения графиков – 300.

Кроме этого, по всем рассмотренным графикам (рисунки 2–4) можно проследить, что порог принятия положительного решения относительно реализации проекта (точка пересечения графиков) смещается вправо при увеличении коэффициента α с 0,5 (рисунок 2) до 0,9 (рисунок 4). Этот факт подтверждает логическое заключение о том, что более осторожный инвестор требует большей полезности для принятия проекта к реализации, то есть происходит увеличение значения функции полезности, при котором наблюдается “переключение” решения с отклонения проекта на его принятие.

4. Заключение

В результате проведенного исследования подтверждены ряд свойств функции субъективной полезности, которым в реальности она должна обладать в рамках рассмотренного модельного примера. Основные идеи функции субъективной полезности решений также согласуются с результатами исследований других авторов [3, 4]. Таким образом, данная функция может быть рекомендована к использованию в системах поддержки принятия эффективных инвестиционных решений в условиях реальных ситуаций.

Список литературы

1. Шапкин А.С., Шапкин В.А. Теория риска и моделирование рискованных ситуаций: Учебник. — М. : Издательско-торговая корпорация “Дашков и К°”, 2005.
2. Данько Е.В. Функция субъективной полезности инвестиционных решений в условиях информационной неопределенности и метод оценки ее параметров // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Сер.: Информационные технологии. — 2015. — Т. 13, № 3. — С. 24–32.
3. Kahneman D., Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk // *Econometrica*. — 1979. — Vol. 47(2). — P. 263–291.
4. Tversky A., Kahneman D. The framing of decisions and the psychology of choice // *Science*. — 1981. — no. 211. — P. 453–458.