УДК 519.816

Исследование ожидаемой полезности дополнительной информации при использовании функции субъективной полезности

Данько Е.В., Оскорбин Н.М.
Алтайский государственный университет, г. Барнаул
evdanko88@gmail.com, osk46@mail.ru

Аннотация

В данной работе рассмотрена проблема необходимости проведения экспертизы при реализации инвестиционных проектов. В разработанной математической модели эффективность проекта оценивается показателем NPV. В модели используются априорные оценки дополнительной информации, снижающей неопределенность при принятии решений.

Ключевые слова: оценка эффективности решений, функция субъективной полезности, полезность информации.

1. Введение

Рассмотрим процесс принятия решения по реализации инвестиционных проектов в условиях рисков и неопределенностей.

В данной работе полагаем, что чистый приведенный доход NPV проекта является случайной величиной на отрезке $[NPV_1; NPV_2]$ с известной функцией плотности вероятности $p(NPV)$. Основные допущения, принятые при исследовании данной ситуации, приведены в работе [1].

Оценку величины возможного дохода определим по формуле:

$$P = \int\limits_{0}^{NPV_2} NPV \cdot p\,(NPV)\;d\,(NPV) \tag{1}$$

При реализации проекта, считаем, что риски состоят в возможности получения отрицательного значения для величины NPV, а их оценка равна:

$$L = \int\limits_{NPV_1}^{0} NPV \cdot p\,(NPV)\;d\,(NPV) \tag{2}$$

В работе [1] предложена функция субъективной полезности, которую можно использовать для выбора оптимального решения:

$$U_A = (1+\beta)\,L + P, \tag{3}$$

$$U_R = -\beta L - \gamma P. \tag{4}$$

Выражения функции (3) и (4) используют выражения (1) и (2), корректирующие оценки доходов и рисков на коэффициенты: β – коэффициент “страха” риска потери денежных средств и γ – коэффициент “сожаления” об упущенной выгоде. Данные коэффициенты относятся к использованию функции субъективной полезности и описаны более подробно в работах [1, 2].

Полученные результаты при использовании функции субъективной полезности решений, согласуются с исследованиями, проведенными другими учеными [3–5].

Дерево решений для рассматриваемой ситуации представлено на рисунке 1. Поясним все возможные решения в имеющейся ситуации.

Решения A_0 и R_0 – соответственно принятие и отклонение инвестиционного проекта на начальной стадии до проведения экспертизы, узел E соответствует событию проведения экспертизы. Решение P_1 – принятие проекта к реализации в ситуации, когда $a_1 \geq 0$ и $b_1 > 0$ для отрезка $[a_1; b_1]$, определенного экспертизой, а решение N_1 – отклонение проекта от реализации в противоположной ситуации, когда $a_1 < 0$ и $b_1 \leq 0$.

Решения A_1 и R_1– соответственно принятие и отклонение инвестиционного проекта в случае, когда после проведения экспертизы остается неопределенность вида $a_1 < 0$ и $b_1 > 0$.

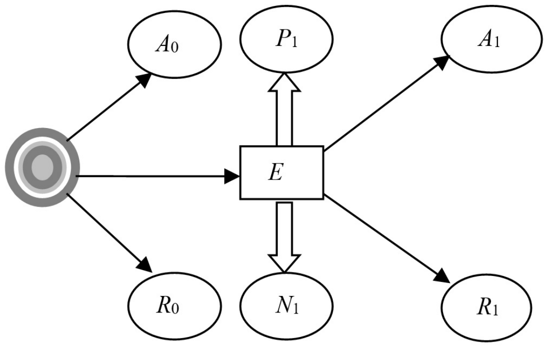

Рисунок 1. Дерево решений в ситуации с возможностью проведения экспертизы

В общем случае различают два вида оценок полезности дополнительной информации: априорная оценка и апостериорная оценка. Апостериорная оценка полезности выполняется в случае, когда результат экспертизы известен. Априорная оценка проводится до экспертизы и нужна для прогнозирования возможных результатов. Примеры апостериорных оценок рассмотрены в [6]. В данной работе обратимся к априорным оценкам дополнительной информации.

2. Случай первый (принятие проекта к реализации на начальном этапе).

Рассмотрим следующие условия реализации проекта: начальное решение - решение A_0 (принятие проекта к реализации), имеется возможность получения дополнительной информации по цене C_E. Решение A_0 принимается до экспертизы, если $U_{A_0} > U_{R_0}$, где U_{A_0}, U_{R_0} определяются по формулам:

$$(1+\beta)\int_a^0 xp\,(x)dx + \int_0^b xp\,(x)dx > -\beta\int_a^0 xp\,(x)dx - \gamma\int_0^b xp\,(x)dx \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (1+2\beta)\,x^- + (1+\gamma)\,x^+ > 0. \quad (5)$$

Определим ожидаемую полезность проекта с учетом дополнительной информации ($C_E = 0$). Возможно два события: проект оказывается доходным или убыточным. Если проект доходный, такое событие имеет вероятность K. Если проект убыточный, то используется вероятность D.

Таким образом, значение $U[a_1;b_1]$ – априорной оценки ожидаемой полезности проекта после экспертизы, определим по формуле:

$$U[a_1;b_1] = -k \cdot \beta \cdot x^- \cdot K + d \cdot x^+ \cdot D = -\beta \cdot x^- + x^+, \tag{6}$$

где $K = \int\limits_a^0 p\,(x)dx;\ D = \int\limits_0^b p\,(x)dx;\ K, D \geq 0;\ K, D \leq 1.$

Тогда,

$$U^E = U[a_1;b_1] - U[a,b] = -\beta \cdot x^- + x^+ - (1+\beta) \cdot x^- - x^+ = -\,(1+2\beta)\,x^- \tag{7}$$

Рассмотрим числовой пример при следующих исходных данных:

$$a = a_1 = -4000;\ b = 14000;\ b_1 = 0;\ p\,(x) = \frac{1}{b-a},\ x \in [a;b];\ \beta = 4,444;\ \gamma = 0,817.$$

Получим:

$$x^+ = 5444,444;\ x^- = -444,444;\ U[a,b] = 3024,69;\ U[a_1;b_1] = 7419,75;\ U^E = 4395,06.$$

Из формулы (7) видно, что $U^E \geq 0$, так как $x^- \leq 0;\ \beta \geq 0$.

Тогда справедлива система неравенств:

$$\begin{cases} (1+2\beta)\,x^- + (1+\gamma)\,x^+ > 0, \\ -\,(1+2\beta)\,x^- \geq 0. \end{cases}$$

Таким образом, изменение ожидаемой полезности инвестиционного проекта с учетом дополнительной информации не отрицательно в условиях рассмотренного примера при $C_E = 0$.

3. Случай второй (отклонение проекта на начальном этапе).

Рассмотрим эффект использования дополнительной информации, в условиях примера 1, когда начальное решение – отклонить проект (решение R_0).

Тогда из выражения, аналогичного (5) имеем:

$$(1+2\beta)\,x^- + (1+\gamma)\,x^+ \leq 0.$$

Ожидаемая полезность проекта определяется с учетом исходов экспертизы по формуле (6). Изменение оценок полезности рассчитывается по формуле, аналогичной (7):

$$U^E = U[a_1;b_1] - U[a,b] = -\beta \cdot x^- + x^+ + \beta \cdot x^- + \gamma \cdot x^+ = x^+(1+\gamma). \tag{8}$$

Входные данные для числового примера возьмем следующие:

$$a = a_1 = -14000;\ b = 4000;\ b_1 = 0;\ p\,(x) = \frac{1}{b-a},\ x \in [a;b];\ \beta = 4,444;\ \gamma = 0,817.$$

Тогда,

$$x^- = -5444,444;\ x^+ = 444,444;\ U[a,b] = 23834,42;\ U[a_1;b_1] = 24641,96;\ U^E = 807,56.$$

Из формулы (8) видно, что $U^E \geq 0$, так как $x^+ \geq 0;\ \gamma \geq 0$.

Тогда справедлива система неравенств:

$$\begin{cases} x^+(1+\gamma) \geq 0, \\ (1+2\beta)\,x^- + (1+\gamma)\,x^+ \leq 0. \end{cases}$$

Таким образом, аналогично выводам примера 1 в рассматриваемом случае полезность использования дополнительной информации не снижает уровень ожидаемой полезности при $C_E = 0$.

4. Заключение.

Таким образом, в случае априорных оценок информации, математическая модель с использованием функции субъективной полезности решений, позволяет адекватно оценить изменение полезности решений при поступлении дополнительной информации. Получаемые с использованием модели выводы логичны и непротиворечивы.

Список литературы

1. Данько Е.В. Функция субъективной полезности инвестиционных решений в условиях информационной неопределенности и метод оценки ее параметров // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Сер.: Информационные технологии. — 2015. — Т. 13, вып.3. — С. 24–32.

2. Данько Е.В. Исследование полезностей принятия и отклонения инвестиционных проектов // Сб. науч. ст. междунар. молодежной школы-семинара “Ломоносовские чтения на Алтае”, Барнаул, 5–8 ноября 2013 г .: в 6 ч. — Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2013. — С. 193–196.

3. Tversky A., Kahneman D. Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty // Journal of Risk and Uncertainy. — 1992. — Vol. 5, no. 4. — P. 297–323.

4. Kahneman D., Tversky A. Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk // Econometrica. — 1979. — Т. 47, № 2. — С. 263–291.

5. Оскорбин Н.М., Боговиз А.В., Жариков А.В. Информационный аспект принятия решений в системе ЛПР // Динамика современной науки. Экономика: матер. VII междунар. науч.-практ. конф. — 2011. — Т. 2. — С. 53–55.

6. Данько Е.В. Оценка апостериорной полезности информации при использовании функции субъективной полезности // Сборник трудов всероссийской конференции по математике с международным участием “МАК-2020”. — Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2020. — С. 153–157.