Поля Киллинга на 2-симметрических неразложимых лоренцевых многообразиях описаны, например, в работе [4]. В данной работе мы используем результаты этой работы и с помощью теоремы 1 и частного решения уравнения конформно киллингова поля получаем описание конформно-киллинговых полей на 2-симметрических лоренцевых многообразиях в размерности 5.

Библиографический список

1. Cahen M. and Wallach N. Lorentzian symmetric spaces // Bull. Amer. Math. Soc. – V. 76, 1970. – P. 585–591.
2. Galaev A. S. and Alexeevskii D. V. Two-symmetric Lorentzian manifolds // J. Geom. Phys. – V. 61. - №. 12, 2011. – P. 2331–2340.
3. Blanco O.F., Sanchez M., Senovilla J.M. Structure of second-order symmetric Lorentzian manifolds // J. Eur. Math. Soc. – V. 15, 2013. – P. 595–634.
4. M. Blau and M. O'Loughlin, Homogeneous plane waves // Nuclear Phys. – V. 654. – 2013. – P.135–176.

УДК 519.67

Диаграммы Вороного на сфере и алгоритм их построения

Д.Н. Оскорбин, С.А. Щипцова
АлтГУ, г. Барнаул

В данной работе описано обобщение алгоритма Форчуна для построения диаграммы Вороного множества точек на сфере. Проведена оценка эффективности данного алгоритма.

Рассмотрим единичную сферу $S^2 = \{p \in R^3 \colon \|p\|_2 = 1\}, \|p\|_2$ норма L^2. Расстояние между любыми двумя точками p и q на сфере обозначается как $d(p,q)$ и $d(p,q) = \arccos(pq)$, где pq – скалярное произведение векторов p и q. Пусть $P = \{p_1, \dots, p_n\}$ – множество n различных точек на сфере S^2. Определим диаграмму Вороного множества P как разбиение сферы на n ячеек, по одной для каждого центра из P, обладающее следующим свойством: точка q принадлежит ячейке, соответствующего центра p_i тогда и только тогда, когда

$$d(r, p_i) < d\big(r, q_j\big), \forall i \neq j$$

Составим алгоритм Форчуна для сферы, следуя схеме работы [2]. Начнем опускать заметающую линию на сфере от северного полюса к южному полюсу. Каждый центр p_i выше (севернее) заметающей линии вместе с ней определяет параболу β_i. Парабола β – это множество точек q, равноудаленных от точки p (фокуса) и линии L на сфере. Нижнюю огибающую линию всех таких парабол назовем береговой линией, расположенную над заметающей линией. Две соседние дуги на береговой линии пересекаются, такие пересечения назовем точками события.

Каждая точка события равноудалена от двух узлов, которые определяют дуги парабол, и, следовательно, должна лежать на некотором ребре Вороного. Как только заметающая прямая доходит до нового центра, структура береговой линии меняется. В момент события центра (встреча заметающей прямой с новым центром) появляются две новые точки, которые начинают вычерчивать ребра диаграммы Вороного.

Следующее изменение в построении происходит в момент события окружности. Событие окружности возникает, когда существующая дуга сжимается до точки и исчезает. Проходя таким образом всю сферу, получаем готовое разбиение Вороного.

Теорема. Время работы описанного алгоритма для N точек на сфере составляет $O(NlogN)$, а размер потребляемой памяти равен $O(N)$.

Библиографический список

1. Вычислительная геометрия. Алгоритмы и приложения. 3–е изд./Марк де Берг [и др]. – М.: ДМК Пресс, 2017. – 438 с.: ил.

2. A Plane Sweep Algorithm for the Voronoi Tessellation of the Sphere./ Xiaoyu Zheng, Roland Ennis, Gregory P. Richards, Peter Palffy-Muhoray // Computational Geometry. –2011. –№2. –P.183 – 194.

3. Joseph O’Rourke. Computational geometry in c./ Joseph O’Rourke. – Cambridge University Press – P. 1994 – 350 c.

4. Скворцов А.В. Алгоритмы построения и анализа триангуляции. / А.В. Скворцов, Н.С Мирза. – Томск.: изд-во Том. ун-та, 2006. – 168с.

5. Steven Fortune. A sweepline algorithm for Voronoi diagrams. Proceedings of the second annual symposium on Computational geometry. Yorktown Heights, New York, United States, pp.313–322. 1986.