



**СБОРНИК ТРУДОВ ВСЕРОССИЙСКОЙ
КОНФЕРЕНЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ**

Барнаул, июль 2015

АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЛТАЙСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ
ГОРНО-АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ВОДНЫХ И ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ СО РАН

шак
2015

СБОРНИК ТРУДОВ ВСЕРОССИЙСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ

Барнаул, 1-5 июля 2015

Алгебра и математическая логика

Геометрия и анализ

Дифференциальные уравнения
и математические модели

Информационные и вычислительные технологии

Математическое моделирование производственных, экономических
и социальных систем

Математическое моделирование и информационные технологии
в экологии и природопользовании

Теория и методика профессионального образования



Барнаул

Издательство
Алтайского государственного
университета
2015

ББК 22.1я431
М 150

Главный редактор
профессор Н.М. Оскорбин

Редколлегия:

А.И. Будкин, О.Н. Гончарова, С.И. Жилин, Г.В. Лаврентьев,
С.А. Кантор, А.Г. Петрова, Г.В. Пышнограй,
Е.Д. Родионов, А.Н. Саженков, Л.А. Хворова, С.П. Шарый

М 150 МАК-2015: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 246 с.

Выпуск содержит тексты докладов, представленных на секциях: «Алгебра и математическая логика», «Геометрия и анализ», «Дифференциальные уравнения и математические модели», «Информационные и вычислительные технологии», «Математическое моделирование производственных, экономических и социальных систем», «Математическое моделирование и информационные технологии в экологии и природопользовании», «Теория и методика профессионального образования» семнадцатой региональной конференции по математике «МАК-2014». Тексты воспроизводятся с представленного авторами компьютерного набора.

Секция 1. АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

УДК 512.57

О доминионах подгрупп разрешимых групп

А.И. Будкин

АлтГУ, г. Барнаул

Квазимногообразие групп – это класс групп, определимый специальными формулами, называемыми квазитождествами.

Пусть M – произвольный класс групп. Для любой группы G из M и её подгруппы H доминионом $\text{dom}_G^M(H)$ подгруппы H в группе G относительно класса M (либо в M) называется множество всех элементов из G , образы которых равны для каждой пары гомоморфизмов группы G в любую группу из M , совпадающих на H . Несложно заметить, что $\text{dom}_G^M(-)$ является оператором замыкания на решетке подгрупп данной группы G , в том смысле, что он экстенсивный (доминион подгруппы H содержит H), идемпотентный (доминион доминиона подгруппы H равен доминиону H) и изотонный (если H – подгруппа группы B , то доминион H содержится в доминионе подгруппы B). Возникает понятие замкнутой подгруппы H в группе G (относительно класса M). Представляется интересным и естественным исследование замкнутых подгрупп. Существует тесная связь между понятием доминиона и амальгамами. Целесообразность изучения доминионов в квазимногообразиях обосновывается в [1] тем, что, согласно [2], только квазимногообразия среди аксиоматизируемых классов обладает полной теорией определяющих соотношений, позволяющей определить свободное произведение с объединенной подгруппой. Пусть H – подгруппа группы G , C – свободное произведение в данном квазимногообразии M группы G на G с объединенной подгруппой H . Группа H называется замкнутой в G (относительно M), если пересечение свободных сомножителей группы C совпадает с H . Группа H называется абсолютно замкнутой в классе M , если она замкнута в каждой группе из M , содержащей H . Группа H называется n -замкнутой в классе M , если она замкнута в каждой группе G из M , порожденной по модулю H n элементами. Отметим, что доминионы подробно изучены в квазимногообразиях абе-

левых групп [3, 4, 5, 6]. Исследованию доминионов в классе нильпотентных групп также посвящен цикл статей. Выделим из них [7, 8]. В последнее время целенаправленно ведется изучение доминионов метабелевых групп [9, 10, 11, 12]. Доминионы универсальных алгебр исследовались в [14, 15, 16]. В данной работе исследуются доминионы абелевых подгрупп в группах из многообразий S и T групп, являющихся расширениями нильпотентных класса не выше с групп при помощи абелевых и абелевых групп при помощи нильпотентных класса не выше с групп, соответственно. Установлено, что изучение замкнутых подгрупп сводится к изучению доминионов конечно порожденных подгрупп конечно порожденных групп. Доказано, что если пересечение подгруппы H группы G из S с коммутантом G' тривиальное, то доминион H в G относительно S совпадает с H . Ранее [12] аналогичный результат был получен автором для группы без кручения H и класса метабелевых групп. Установлено, что любая неединичная абелева группа без кручения не является абсолютно замкнутой в классе T .

Библиографический список

1. Budkin A.I. Dominions in Quasivarieties of Universal Algebras // *Studia Logica*. – 2004. – V. 78, №1/2. – P. 107-127.
2. Мальцев А.И. Алгебраические системы. – М.: Наука, 1970.
3. Шахова С.А. О решетках доминионов в квазимногообразиях абелевых групп // Алгебра и логика. – 2005. – Т. 44, № 2. – С. 238-251.
4. Шахова С.А. Условия дистрибутивности решёток доминионов в квазимногообразиях абелевых групп // Алгебра и логика. – 2006. – Т. 45, № 4. – С. 484-499.
5. Шахова С.А. Об одном свойстве операции пересечения в решетках доминионов квазимногообразий абелевых групп // Известия АлтГУ. – 2010. – Т. 65, № 1. – С. 41-43.
6. Шахова С.А. О существовании решетки доминионов в квазимногообразиях абелевых групп // Известия Алтайского государственного университета. – 2011. – Т. 69, № 1. – С. 31-33.
7. Magidin A. Dominions in varieties of nilpotent groups // *Comm. Algebra*. – 2000. – V. 28. – P. 1241-1270.
8. Шахова С.А. Абсолютно замкнутые группы в классе 2-ступенчато нильпотентных групп без кручения // Матем. заметки. – 2015. – Т. 97, № 6. – С. 15-18.
9. Будкин А.И. О доминионах в квазимногообразиях метабелевых групп // Сиб. матем. ж. – 2010. – Т. 51, № 3. – С. 498-505.

10. Будкин А.И. О доминионе полной подгруппы метабелевой группы // Известия АлтГУ. – 2010. – Т. 65, № 2. – С. 15-19.
11. Будкин А.И. О доминионах абелевых подгрупп метабелевых групп // Алгебра и логика. – 2012. – Т. 51, № 5. – С. 608-622.
12. Будкин А.И. Об абсолютной замкнутости абелевых групп без кручения в классе метабелевых групп // Алгебра и логика. – 2014. – Т. 53, № 1. – С. 15-25.
13. Будкин А.И. О замкнутости локально циклической подгруппы в метабелевой группе // Сиб. матем. ж. – 2014. – Т. 55, № 6. – С. 1250-1278.
14. Будкин А.И. О доминионах конечных групп // Известия Алтайского государственного университета. – 2011. – Т. 69, № 2. – С. 15-18.
15. Будкин А.И. Доминионы универсальных алгебр и проективные свойства // Алгебра и логика. – 2008. Т. 47, № 5. – С. 541-557.
16. Будкин А.И. Доминионы универсальных алгебр и проективные свойства // Алгебра и логика. – 2008.- Т. 47, № 5 . – С. 541-557.

УДК 512.57

Об относительно свободных m -группах

С.В. Вараксин

АлтГУ, г. Барнаул

Напомним, решеточно упорядоченной группой (l -группой) G называется алгебраическая группа с определенными на ней решеточными операциями объединения \vee и пересечения \wedge , устойчивыми относительно групповых операций [1]:

$$a(u \vee v)c = auc \vee avc \text{ и } a(u \wedge v)c = auc \wedge avc,$$

а m -группой (G, φ) называется l -группа G с определенной на ней одноместной операцией φ , которая является автоморфизмом второго порядка группы G и антиавтоморфизмом решетки G :

$$\varphi(xy) = \varphi(x)\varphi(y), \varphi(\varphi(x)) = x,$$

$$\varphi(x \vee y) = \varphi(x) \vee \varphi(y), \varphi(x \wedge y) = \varphi(x) \wedge \varphi(y).$$

Группу G с частичным порядком P и автоморфизмом второго порядка φ называют ч. у. группой с реверсией, если из $x \leq y$ следует $\varphi(y) \leq \varphi(x)$. В работе [2] определены и изучались реверсивные автоморфизмы линейно упорядоченных групп. Пусть G – ч. у. группа с реверсией. Назовем m -группу (F, φ) свободной над G , если G – подгруппа F , порождает (F, φ) как m -группу, и произвольный порядковый φ -гомоморфизм ψ группы G в m -группу (H, φ) однозначно продолжается до m -гомоморфизма θ m -группы (F, φ) в (H, φ) . Назовем m -группу (F, φ)

свободной над G в классе m -групп V , если (F, φ) лежит в V и m -группы (H, φ) предполагаются из V . В работе [3] описаны условия существования свободной m -группы над ч. у. группой с реверсией и ее описание в терминах автоморфизмов линейно упорядоченных множеств.

Теорема. Пусть G – ч. у. группа с реверсией φ и V – многообразие m -групп. Тогда фактор-группа $(F/V(F), \varphi)$ свободной m -группы (F, φ) над G по вербальному m -идеалу $V(F)$ является свободной m -группой над G в m -многообразии V .

Библиографический список

1. Копытов В.М. Решеточно упорядоченные группы. – М.: Наука, 1984.
2. Баянова Н.В., Никонова О.В. Реверсивные автоморфизмы решеточно упорядоченных групп // Сиб. мат. журнал. – 1995. – Т. 36, № 4, 763–768. – С. 763–768.
3. Вараксин С.В. О представлении свободных m -групп автоморфизмами линейно упорядоченных множеств // Алгебра и логика. – 2014. – Т. 53, № 2. – С. 178–184.

УДК 517.1

Словарные операторы, реализуемые логическими сетями над специальным базисом конечных автоматов

¹В.А. Ганов, ²Р.В. Дегтерева

¹АлтГУ, ²АлтГТУ, г. Барнаул

В данной работе продолжено исследование логических сетей над базисом конечных автоматов \mathcal{C} из работы [1]. Главная особенность автоматов этого базиса в том, что логические сети над \mathcal{C} позволяют непосредственно моделировать процессы вывода слов в так называемом нормальном исчислении Поста L_4 . В [2] доказано, что множество слов, выводимых в L_4 из определенного слова *feat*, не является алгоритмически разрешимым. Отсюда выводится, что множество операторов, реализуемых логическими сетями над указанным базисом, также не является алгоритмически разрешимым. Аналогичные исследования рассматриваются в [3]. В данном сообщении показывается, что эта неалгоритмическая проблема сводится к совокупности следующих частичных проблем, каждая из которых является алгоритмически разрешимой.

Каждому правилу вывода исчисления L_4 в базисе \mathcal{C} соответствует так называемый *основной автомат*, непосредственно моделирующий это правило. Остальные автоматы выполняют некоторые вспомогательные действия. Специальным образом определяются правильно организованные логические сети над \mathcal{C} .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Сложностью правильно организованной логической сети K называется число основных автоматов, входящих в эту сеть, обозначение: $h(K)$.

ТЕОРЕМА. Пусть S_m – множество операторов, реализуемых правильно организованными сетями, имеющими сложность $h(K) \leq m$. Тогда для любого t S_m является алгоритмически разрешимым.

Доказано также, что рассматриваемые логические сети реализуют любые примитивно рекурсивные операторы.

Библиографический список

1. Ганов В.А., Дегтерева Р.В. Алгоритмические проблемы конечных автоматов.– Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014.
2. Марков А.А. Теория алгоритмов // Труды матем. ин-та АН СССР им. В.А. Стеклова. – М.-Л.; Изд-во АН СССР, 1954. – Т. 42.
3. Кратко М.И. О существовании нерекурсивных базисов конечных автоматов // Алгебра и логика. – 1964. – Т.3, №2. –С. 33-44.

УДК 512.55

О классификации некоторых классов конечных коммутативных локальных колец

E.B. Журавлев
АлтГУ, г. Барнаул

Пусть R – коммутативное локальное кольцо характеристики $p = 2$, $J = J(R)$ – радикал Джекобсона кольца R , $R/J(R) = GF(p^r) = F$ – конечное поле и

$$J^4 = 0, \dim_F J/J^2 = 2, \dim_F J^2/J^3 = 2, \dim_F J^3 = 1.$$

Тогда $R = F \oplus Fu_1 \oplus Fu_2 \oplus Fv_1 \oplus Fv_2 \oplus Fw$ и $J = Fu_1 \oplus Fu_2 \oplus Fv_1 \oplus Fv_2 \oplus Fw$, где $\{u_1, u_2, v_1, v_2, w\}$ – отмеченный базис идеала J над полем F (подробнее см. [1]), причем $u_1, u_2 \in J/J^2$, $v_1, v_2 \in J^2/J^3$, $w \in J^3$. Так как $u_i u_j \in J^2$, и $u_i v_j, v_j u_i \in J^3$, то

$$u_i u_j = a_{ij}^1 v_1 + a_{ij}^2 v_1 + b_{ij} w \text{ и } u_i v_j = c_{ij} w, v_j u_i = d_{ij} w$$

для некоторых $a_{ij}^1, a_{ij}^2, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij} \in F, i, j = \overline{1, 2}$.

Рассмотрим матрицы умножения: $A_1 = (a_{ij}^1), A_2 = (a_{ij}^2), B = (b_{ij}), C = (c_{ij})$ и $D = (d_{ij}), i, j = \overline{1, 2}$. Так как R – коммутативное кольцо, то $C = D$, а матрицы A_1, A_2, B являются симметрическими.

Пусть $\delta \in F, \forall x \in F \delta \neq x + x^2$, и $\mu = a^2c + ac^2 + c^3(1 + \delta), \eta = a^3 + ac^2\delta + c^3\delta$,

$M = \{z \in F \mid \forall s \in \{0, 1\} \forall a, c \in F, a \neq 0 \text{ или } c \neq 0, (\eta(1 + s) + \mu\delta)z + \eta \neq 0\}$.

Рассмотрим множество функций $\varphi_{s,a,c} : M \rightarrow F$

$$\varphi_{s,a,c}(z) = \frac{(\eta + \mu s)z + \mu}{(\eta(1 + s) + \mu\delta)z + \eta},$$

где $s \in \{0, 1\}, a, c \in F, a \neq 0$ или $c \neq 0$. Относительно бинарной операции $(\phi_1 \bullet \phi_2)(z) = \phi_1(\phi_2(z))$ ($\phi_1, \phi_2 \in K$) это множество образует группу, которая действует на множестве M . Пусть $K \setminus M$ – множество представителей орбит. Пусть также z_0 – такой фиксированный элемент поля F , что $z_0 + 1 \notin F^{*3}$.

Все попарно неизоморфные кольца, описанные выше, определяются следующими пятерками матриц:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C = D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, C = D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C = D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, C = D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \delta \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C = D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \delta & 0 \end{pmatrix};$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \delta \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C = D = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 1 + \delta z & 1 \end{pmatrix},$$

$$z \in K \setminus M;$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C = D = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

где $z = 0$ или $z = 1$ или $z = z_0$.

Библиографический список

1. Журавлев Е.В. Локальные кольца порядка p^6 с 4-нильпотентным радикалом Джекобсона // Сибирские электронные математические известия. [Электронный ресурс]. (2006), №3. Режим доступа: <http://semr.math.nsc.ru>.

2. Corbas B., Williams G.D. Congruence of two-dimensional subspaces in (characteristic 2) // Pacific Journal mathematics. – 1999. – V. 188, №2. – Р. 237-249.

УДК 512.57

Квазимногообразия 2-ступенno нильпотентных групп аксиоматического ранга 5 экспоненты 3

Д.В. Ильина
АлтГУ, г. Барнаул

Квазитождество вида $(\forall x_1) \dots (\forall x_n)(t_1(x_1, \dots, x_n) = 1) \rightarrow (t_2(x_1, \dots, x_n) = 1)$, где t_1, t_2 – групповые слова в алфавите x_1, \dots, x_n , называется полутождеством. Квазимногообразие групп, которое можно задать некоторой системой полутождеств, называется полумногообразием.

В [1] (см. также [2, с. 67-70]) была выявлена тесная связь между полумногообразиями и группами с одним определяющим соотношением, что позволило использовать глубокие результаты теории групп при исследовании полумногообразий. В частности, в [3] доказано, что квазимногообразие, порожденное всеми собственными полумногообразиями групп, не совпадает с классом всех групп.

Известно [4], что всякое квазимногообразие абелевых групп является полумногообразием. В [2, с. 149-150] установлено, что всякое полумногообразие, содержащиеся в многообразии, заданном тождествами $(\forall x)(\forall y)(\forall z)([x, y, z] = 1)$, $(\forall x)(x^p = 1)$, где p – простое число и $p \neq 2$, является многообразием. Кроме того, в [5] показано, что каждое собственное полумногообразие в классе нильпотентных групп без кручения ступени не выше 2 содержит лишь абелевы группы [2, с. 150]. С теорией квазимногообразий можно ознакомиться в [6]. Следующий шаг изучения квазитождеств – это исследования 2-квазитождеств. 2-квазитождество – это формула вида

$(\forall x_1) \dots (\forall x_n)(t_1(x_1, \dots, x_n) = 1) \& (t_2(x_1, \dots, x_n) = 1) \rightarrow (t_3(x_1, \dots, x_n) = 1)$, где $t_1(x_1, \dots, x_n)$, $t_2(x_1, \dots, x_n)$, $t_3(x_1, \dots, x_n)$ – групповые слова в алфавите x_1, \dots, x_n . Квазимногообразие, заданное системой 2-квазитождеств, называется 2-квазимногообразием. Заметим, что многообразия и полумногообразия – это частный случай 2-квазимногообразий.

Через M будем обозначать многообразие групп, заданное тождествами: $(\forall x)(\forall y)(\forall z)([x, y, z] = 1)$, $(\forall x)(x^3 = 1)$.

Квазимногообразие называется тривиальным, если его можно задать множеством тривиальных в M квазитождеств, т.е. истинных в любой группе из M , либо ложных в каждой неабелевой группе из M . В [7], а также в [8], было доказано, что любое нетривиальное 2-квазимногообразие аксиоматического ранга 4, содержащиеся в M , является абелевым многообразием.

Теорема. *Любое нетривиальное 2-квазимногообразие аксиоматического ранга 5, содержащиеся в M , является абелевым многообразием.*

Библиографический список

1. Будкин А.И., Горбунов В.А. К теории квазимногообразий алгебраических систем // Алгебра и логика. – 1975. – №2(14).
2. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: монография. – Барнаул, 2002.
3. Будкин А.И. О фильтрах в решетке квазимногообразий групп // Известия АН СССР, серия математическая. – 1988. – №4(52).
4. Виноградов А.А. Квазимногообразия абелевых групп // Алгебра и логика. – 1965. – №6(4).
5. Будкин А.И. О полумногообразиях нильпотентных групп // Алгебра и логика. – 2010. – №5(49).
6. Будкин А.И. Введение в теорию квазимногообразий групп: монография / А. И. Будкин: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – 156 с.
7. Ильина Д.В. Квазимногообразия 2-ступенчато нильпотентных групп простой экспоненты // Труды молодых ученых Алтайского государственного университета: материалы Первой региональной молодежной конференции «Мой выбор – НАУКА!», XLI научной конференции студентов, магистрантов, аспирантов и учащихся лицейных классов. – Вып. 11. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 221-224.
8. Ильина Д.В. Квазимногообразия 2-ступенчато нильпотентных групп простой экспоненты // MAK-2014 : сборник трудов семнадцатой региональной конференции по математике, посвященной 40-летию факультета математики и информационных технологий. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 7.

УДК 512.54

О квазимногообразиях групп аксиоматического ранга не выше трех

A.A. Лебедев
АлтГУ, г. Барнаул

Зафиксируем квазимногообразие R . Условимся через $T_q^n(M)$ обозначать множество всех квазитождеств от n переменных x_1, \dots, x_n , истинных в классе M . Пусть Σ – произвольное множество квазитождеств. Через $Mod_R(\Sigma)$ будем обозначать класс всех групп из R , в каждой из которых истинны все формулы из Σ .

Говорят, что *аксиоматический ранг* квазимногообразия M равен n относительно квазимногообразия R , если n наименьшее число для которого $M = Mod_R(T_q^n(M))$. Если такого натурального числа n не существует, то, по определению, аксиоматический ранг квазимногообразия M относительно R равен ∞ .

Относительно теоретико-множественного включения квазимногообразия аксиоматического ранга не выше n образуют решетку, которую обозначим через $L_q^n(M)$. Аксиоматические ранги квазимногообразий изучались многими авторами, см., например, в [1–4].

Рассмотрим многообразие M групп, заданное тождествами

$$\begin{aligned} & (\forall x)(x^3 = 1), \\ & (\forall x)(\forall y)(\forall z)([x, y, z] = 1). \end{aligned}$$

Цель работы – найти описание решетки $L_q^3(M)$.

В работе найден список неабелевых 3-порожденных групп из M . Он состоит из следующих групп: M -свободные ранга 2 и ранга 3 группы F_2 и F_3 , $F_2 \times Z_3$, где Z_3 – циклическая группа порядка 3. Используя этот факт, доказана следующая

Теорема. $L_q^3(M)$ – трехэлементная цепь.

Библиографический список

1. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: монография.– Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2002. – 339 с.

2. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия, содержащего свободную разрешимую группу // Матем. сб. – 1980. – Т. 112, №4. – С. 647-655.
3. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия правоупорядочиваемых групп // Алгебра и логика. – 1986. – Т. 25, №5. – С. 499-507.
4. Половникова Е.С. Об аксиоматическом ранге квазимногообразий // Сиб. матем. ж. – 1999. – Т.40, №1. – С. 167-176.

УДК 512.57

Об одном многообразии Леви экспоненты $2p$

В.В. Лодейщикова

АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

Для некоторого класса групп M обозначим через $L(M)$ класс всех групп G , в которых нормальное замыкание $(x)^G$ любого элемента x из G принадлежит M . Класс $L(M)$ групп будем называть классом Леви, порожденным M . Классы Леви были введены в работе Л.К. Каппе [1] под влиянием работы Ф. Леви [2], в которой дана классификация групп с абелевыми нормальными замыканиями вида $(x)^G$. Р.Ф. Морсом [3] доказано, что если M – многообразие групп, то $L(M)$ также многообразие групп. Из работы А.И. Будкина [4] следует, что если M – квазимногообразие групп, то $L(M)$ также является квазимногообразием групп.

Как обычно, $varK$ – многообразие, порождённое классом групп K , qK – квазимногообразие, порождённое классом групп. Обозначим через N_c многообразие нильпотентных групп ступени не выше c , через $F_n(M)$ свободную группу ранга n в квазимногообразии M , через $Syl_p(G)$ – некоторую силовскую p -подгруппу группы G .

А.И. Будкин [4] доказал, что если K – произвольное множество нильпотентных групп ступени 2 без элементов порядков 2 и 5, и в каждой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего центру этой группы, является абелевой подгруппой, то $L(qK)$ содержится в N_3 . В действительности, в доказательстве этого результата отсутствие элементов порядка 5 нужно было только для установления того, что всякая 3-порожденная группа из $L(qK)$ нильпотентна класса не выше 4, поэтому в работе А.И. Будкина и Л.В. Тараниной [5] данный результат был усилен и доказана аналогичная теорема для произвольного множества нильпотентных групп ступени 2 без элементов порядка 2.

А.И. Будкиным [6], доказано, что если M – нильпотентное квазимногообразие, \overline{M} – множество всех конечно-порождённых групп из M , то выполняется равенство $L(q\overline{M}) = qL(\overline{M})$. Там же установлено, что если N – класс всех конечно-порождённых нильпотентных групп, N_0 – класс всех конечно-порождённых нильпотентных групп без кручения, то аналогичное утверждение неверно, и справедливы строгие включения $qN_0 \subset L(qN_0)$ и $qN \subset L(qN)$, откуда, в частности, следуют неравенства $L(qN_0) \neq qL(N_0)$ и $L(qN) \neq qL(N)$.

В работе А.И. Будкина [6] также показано, что квазимногообразия $L(qN)$, $L(qN_0)$ замкнуты относительно свободных произведений, каждое из этих квазимногообразий содержит не более одного максимального собственного подквазимногообразия и что если квазимногообразие M замкнуто относительно свободных произведений, то таковым же является квазимногообразие $L(M)$. Рассмотрим группы, имеющие следующие представления в N_2 :

$$H_p = gr(x, y | [x, y]^p = 1), \quad H_{p^s} = gr(x, y | [x, y]^p = x^{p^s} = y^{p^s} = 1),$$

где s – натуральное число, p – простое число.

Набор qH_{p^s} (исключая qH_2), qH_p , $qF_2(N_2)$ (p – простое число), представляет собой полный список почти абелевых квазимногообразий нильпотентных групп (т. е. неабелевых квазимногообразий нильпотентных групп, все собственные подквазимногообразия которых абелевы). В работах [7-9] найдены описания классов Леви, порожденных почти абелевыми квазимногообразиями нильпотентных групп (исключая $L(qH_2)$).

В [9] доказано, что если K – произвольный класс нильпотентных ступени не выше 2 групп экспоненты 2^n (n – фиксированное натуральное число, $n \geq 2$) с коммутантами экспоненты 2 и в каждой группе из K элементы порядка 2^m ($0 < m < n$) содержатся в центре этой группы, то класс Леви, порождённый квазимногообразием qK , совпадает с многообразием нильпотентных ступени не выше 2 групп экспоненты 2^n .

Также в [9] было доказано существование класса K такого, что K – класс нильпотентных ступени не выше 2 групп экспоненты 8 с коммутантами экспоненты 2 и во всякой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего центру этой группы, – абелева подгруппа, но класс $L(qK)$ содержит нильпотентную группу ступени 3.

В [10] установлено существование класса K такого, что во всякой группе из K централизатор любого элемента, не принадлежащего цен-

тру этой группы, – абелева подгруппа, но класс $L(qK)$ содержит ниль-потентную группу ступени 4.

Зафиксируем простое число p , $p \neq 2$. Будем рассматривать группу $A = gr(a, b \mid a^2 = 1, b^p = 1, a^{-1}ba = b^{-1})$.

Пусть N – многообразие групп, заданное тождествами:

$$(\forall x)(x^{2^p} = 1), (\forall x)(\forall y)([x^2, y^2] = 1), (\forall x)(\forall y)([x, y]^p = 1).$$

В [11] доказано, что многообразие, порождённое группой A , совпадает с многообразием N и если K – многообразие, задаваемое формулами:

$$\begin{aligned} &(\forall x)(x^{2^p} = 1), (\forall x)(\forall y)([x, y, x]^p = 1), (\forall x)(\forall y)(\forall z)([(x^y)^2, (x^z)^2] = 1), \\ &(\forall x)(\forall z)(\forall u)(\forall v)([x^u, x^v, (x^z)^2] = 1), \\ &(\forall x)(\forall z)(\forall y)(\forall u)(\forall v)([x^u, x^v, [x^y, x^z]] = 1), \end{aligned}$$

то класс Леви, порожденный многообразием N , совпадает с многообразием K .

Лемма 1. Если M – локально конечное многообразие групп, то $L(M)$ также является локально конечным многообразием.

Лемма 2. Если конечно порожденная группа G принадлежит классу $L(N)$, то $G = Syl_p(G)\lambda Syl_2(G)$.

Утверждение 1. Если группа G принадлежит классу $L(N)$, то G 3-метабелева группа.

Теорема 1. Если $p \neq 3$ и G – подпримо неразложимая группа, принадлежащая классу $L(N)$, то

$$Syl_p(G) = F_2(x_1, y_1) \times \dots \times F_2(x_n, y_n) ([x_1, y_1] = \dots = [x_n, y_n])$$

и $G = Syl_p(G)\lambda B$, где B – циклическая группа порядка 2.

Библиографический список

1. Kappe L.C. On Levi-formation // Arch. Math. – 1972. – V. 23, №6. – P. 561–572.
2. Levi F.W. Groups in which the commutator operation satisfies certain algebraic condition // J. Indian Math. Soc. – 1942. – V. 6. – P. 87–97.
3. Morse R.F. Levi-properties generated by varieties // The mathematical legacy of Wilhelm Magnus. Groups, geometry and special functions (Contemp. Math., 169), Providence, RI, Am. Math. Soc. – 1994. – P. 467–474.
4. Будкин А.И. Квазимногообразия Леви // Сибирский математический журнал. – 1999. – Т.40, №2.– С. 266–270.

5. Будкин А.И., Таранина Л.В. О квазимногообразиях Леви, порожденных нильпотентными группами // Сибирский математический журнал. – 2000. – Т. 41, №2.– С. 270–277.
6. Будкин А.И. О классах Леви, порожденных нильпотентными группами // Алгебра и логика. – 2000. – Т. 39, № 6.– С. 635–647.
7. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви, порожденных нильпотентными группами // Известия Алтайского государственного университета. – 2009. – Т. 61, №1.– С. 26–29.
8. Лодейщикова В.В. О классах Леви, порожденных нильпотентными группами // Сибирский математический журнал. – 2010. – Т. 51, №6.– С. 1359–1366.
9. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты p^s // Алгебра и логика. – 2011. – Т. 50, №1.– С. 26–41.
10. Лодейщикова В.В. Об одном квазимногообразии Леви экспоненты 8 // Известия Алтайского государственного университета. – 2010. – Т. 65, №1/2.– С. 42–45.
11. Лодейщикова В.В. Об одном классе Леви экспоненты $2p$ // Известия Алтайского государственного университета. – 2014. – Т. 81, №1.– С. 45–51.

УДК 512.54

**Фильтры в решетках $L_q(M \cdot N)$,
где $M \cdot N$ – квазимногообразие групп**

B.H. Tokarev
АлтГТУ, г. Барнаул

В данной работе исследуются фильтры в решетках $L_q(M \cdot N)$, где M , N – некоторые квазимногообразия групп.

Определение. Пусть M , N – квазимногообразия. Произведение многообразий: группа $G \in M \cdot N \iff \exists M \& M \triangleleft G \& M \in M \& G/M \in N$.

Определение. Фильтром в решетке L называется непустое подмножество M , элементы которого удовлетворяют свойствам:

- a) если $a, b \in M$, то $a \wedge b \in M$;
- b) если $a \in M$ и $a \leq b$, то $b \in M$.

Доказаны следующие теоремы:

Теорема 1. Любой нетривиальный фильтр в решетке квазимногообразий $L_q(M \cdot A)$ континуален, где $M = qF$ (F – свободная группа ранга ≥ 2), A – квазимногообразие всех абелевых групп.

Теорема 2. Любой нетривиальный фильтр в решетке квазимногообразий $L_q(M \cdot A)$ континуален, где M – квазимногообразие всех групп с тождеством $x^n = 1$, A – квазимногообразие всех абелевых групп.

Библиографический список

1. Ленюк С.В. О решетке квазимногообразий метабелевых групп // Алгебра и логика. – 1996. – Т. 35, №5. – С. 552–561.
2. Ленюк С.В. Фильтры в решетках квазимногообразий метабелевых групп без кручения // Сибирский математический журнал. – 1998. Т. 39, №1, – С. 67–73.
3. Ленюк С.В. Фильтры в решетках квазимногообразий групп. НИИ МИОО НГУ. – Новосибирск, 1997. Препринт №31.
4. Ленюк С.В. Фильтры в решетках квазимногообразий ANc-групп. НИИ МИОО НГУ. – Новосибирск, 1998. Препринт №32.
5. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: учебное пособие. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 1992. – С. 59.
6. Будкин А.И. Квазимногообразия групп: монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2002. – С. 339.
7. Будкин А.И. Введение в теорию квазимногообразий групп: монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 156.

УДК 512.54.01

Об аксиоматическом ранге квазимногообразия M^{p^2}

С.А. Шахова
АлтГУ, г. Барнаул

Множество $T_Q(M)$ всех квазитождеств, истинных во всех группах из класса M , называется *теорией класса M* . Подмножество $\Sigma \subseteq T_Q(M)$ называется базисом Q -теории класса M , если всякое квазитождество из $T_Q(M)$ является следствием множества Σ квазитождеств. Если данная теория обладает базисом квазитождеств от n переменных и не обладает базисом квазитождеств от меньшего числа переменных, то говорят, что *аксиоматический ранг* Q -теории равен n . Если такое n существует, то говорят, что аксиоматический ранг Q -теории конечен. Если такого n не существует, то аксиоматический ранг Q -теории считается бесконечным. Класс M называется *конечно аксиоматизируемым*, если $T_Q(M)$ обладает базисом, состоящим из конечного числа квазитождеств.

Задача изучения аксиоматических рангов квазимногообразий впервые была поставлена Д.М. Смирновым [1]. Вопросам аксиоматизируемости квазимногообразий посвящены работы А.И. Будкина [2-4]. Как следует из этих работ, аксиоматические ранги большого класса неабелевых квазимногообразий, среди которых квазимногообразия, порожденные свободной группой, группой с одним определяющим соотношением, свободной разрешимой группой, оказались бесконечными. Аксиоматические ранги квазимногообразий нильпотентных групп без кручения исследовались Е.С. Половниковой в [5].

Пусть p – простое число, $p \neq 2$, H_{p^s} – группа, имеющая в многообразии нильпотентных ступени не выше 2 групп следующее представление: $H_{p^s} = gr(x, y \mid |x|^{p^s} = y^{p^s} = [x, y]^p = 1)$. Обозначим через qH_{p^s} – квазимногообразие, порожденное группой H_{p^s} , $M^{p^s} = L(qH_{p^s})$ – класс Леви, порожденный квазимногообразием qH_{p^s} , т.е. класс всех групп G , в которых нормальное замыкание x^G любого элемента $x \in G$ принадлежит qH_{p^s} . Классы Леви 2-ступено нильпотентных квазимногообразий групп изучала В.В. Лодейщикова в [6-8]. В частности, были выписаны квазитождества, задающие квазимногообразие M^{p^s} . Список этих квазитождеств бесконечен и содержит квазитождества от любого сколь угодно большого числа переменных.

А.И. Будкин поставил вопрос: верно ли, что квазимногообразие M^{p^s} имеет конечный аксиоматический ранг? При $s = 2$ ответ на этот вопрос оказался пожительным. Верна следующая теорема.

Теорема. Квазимногообразие M^{p^2} конечно аксиоматизируемо.

Библиографический список

1. Коуровская тетрадь (нерешенные проблемы теории групп). – Новосибирск, 1980.
2. Будкин А.И. О квазитождествах в свободной группе // Алгебра и логика. – 1976. – Т. 15, №1. – С. 39-52.
3. Будкин А.И. Квазитождества нильпотентных групп и групп с одним определяющим соотношением // Алгебра и логика. – 1979. – Т. 18, №2. – С. 127-136.
4. Будкин А.И. Аксиоматический ранг квазимногообразия, содержащего свободную разрешимую группу // Математический сборник. – 1980. – Т. 112, №4. – С. 647-655.
5. Половникова Е.С. Об аксиоматическом ранге квазимногообразий // Сибирский математический журнал. – 1999. – Т. 40, №1. – С. 167-176.

6. Лодейщикова В.В. О классах Леви, порожденных нильпотентными группами // Сибирский математический журнал. – 2010. – Т. 51, №6. – С. 1359-1366.
7. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты 8 // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2010. – Т. 65, №1/2. – С. 42-45.
8. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты p^s // Алгебра и логика. –2011. – Т. 50, №1. – С. 26-41.

Секция 2. ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ

УДК 514

С-ядро диадической кооперативной игры четырех игроков

К.О. Кизбикенов
АлтГПА, г. Барнаул

Рассмотрим бескоалиционную диадическую игру четырех лиц (то есть каждый игрок имеет ровно две стратегии). Тогда каждый игрок имеет по две стратегии. Мы получаем, таким образом, четыре четырехмерных матриц, по одному для каждого игрока, которую можно представить себе в виде вершин четырехмерного куба(гиперкуба).

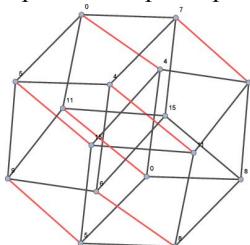


Рис. 1. Гиперкуб

Из каждой вершины гиперкуба выходят четыре ребра (рис. 1), каждое из которых задает стратегии игроков. На этом рисунке темным цветом изображены два трехмерных куба – противоположные грани гиперкуба, это стратегии одного из игроков, например первого, аналогично, с помощью выбора другого ребра у соответствующего гиперкуба, которые соединяют противоположные грани (кубы) гиперкуба мы получим стратегии другого игрока и т.д.

С помощью датчика случайных чисел зададим 4 гиперкуба

$$A = \begin{pmatrix} (10 & 10) & (10 & 6) \\ (3 & 10) & (9 & 10) \\ (7 & 6) & (4 & 10) \\ (6 & 0) & (8 & 2) \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} (8 & 8) & (1 & 0) \\ (7 & 4) & (2 & 6) \\ (2 & 5) & (10 & 7) \\ (3 & 6) & (2 & 2) \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} (3 & 1) & (3 & 1) \\ (3 & 9) & (10 & 7) \\ (10 & 8) & (7 & 1) \\ (1 & 4) & (3 & 4) \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} (4 & 7) & (7 & 3) \\ (3 & 1) & (0 & 2) \\ (0 & 10) & (10 & 2) \\ (5 & 8) & (6 & 4) \end{pmatrix}.$$

Пусть $\Gamma = \{N, v, A_v\}$ кооперативная игра, где $N = \{1, 2, 3, 4\}$ – множество игроков, $v(S)$ -характеристическая функция от всех непустых подмножеств S из N , а A_v – множество всех дележей из R^N [1].

Найдем характеристическую функцию бескоалиционной игры, заданную гиперкубами A, B, C, D . Таким образом, надо найти выигрыши всевозможных коалиций из четырех игроков A, B, C, D . Например, выигрыш коалиции из игроков $S = \{A, B\}$ ищется, как решение матричной игры, которая получается если сложить соответствующие матрицы выигрышей. В данном случае получаем

$$AB = \begin{pmatrix} 18 & 18 & 10 & 14 \\ 11 & 6 & 11 & 16 \\ 9 & 11 & 9 & 6 \\ 14 & 17 & 10 & 4 \end{pmatrix}.$$

Решая симплекс методом, получим $v(AB) = 138/13$, проводя аналогичные вычисления, получим искомую характеристическую функцию

$$v = \left\{ \frac{17}{6}, 2, \frac{9}{4}, 1, \frac{174}{13}, \frac{32}{3}, 12, \frac{1123}{85}, \frac{104}{9}, 14, 13, 16, \frac{55}{4}, \frac{274}{23}, 39 \right\}.$$

По свойству супераддитивности характеристической функции: для любых не пересекающихся коалиций U и V справедливо неравенство

$$[v(U) + v(V) \leq v(U \cup V)].$$

Пусть $X = \{x, y, z, t\}$ дележ. Тогда по определению дележа и свойству супераддитивности имеем систему неравенств [1] и одно равенство

$$\begin{aligned} x &\geq v(A), \quad y \geq v(B), \quad z \geq v(C), \quad t \geq v(D), \quad x + y \geq v(AB), \quad x + z \geq v(AC), \\ x + t &\geq v(AD), \quad y + z \geq v(BC), \quad y + t \geq v(BD), \quad z + t \geq v(CD), \\ x + y + z &\geq v(ABC), \quad x + y + t \geq v(ABD), \quad x + z + t \geq v(ACD), \quad y + z + t \geq v(BCD), \\ x + y + z + t &= v(ABCD). \end{aligned}$$

Выразив из последнего равенства t и подставив во все остальные неравенства, получим,

$$\begin{aligned} x &\geq v(A), \quad y \geq v(B), \quad z \geq v(C), \quad x \leq v(ABCD) - v(BCD), \quad y \leq v(ABCD) - v(ACD), \quad z \leq v(ABCD) - v(ABD), \\ x + y &\geq v(AB), \quad x + y \leq v(ABCD) - v(CD), \quad x + z \geq v(AC), \quad x + z \leq v(ABCD) - v(BD), \quad y + z \geq v(BC), \\ y + z &\leq v(ABCD) - v(AD), \quad x + y + z \geq v(ABC), \quad x + y + z \leq v(ABCD) - v(D). \end{aligned}$$

Исключив переменную t , мы снизили размерность пространства до трех. Заметим, что первые 12 неравенств задают в пространстве два параллелепипеда, а последние два, часть полупространства, заключенную между параллельными плоскостями. Пересечение этих фигур, если оно не пусто и есть искомое С-ядро. С помощью программы написанной в системе Mathematica, которая автоматически вычисляет

характеристическую функцию и строит С-ядро, находим решение задачи.

С-ядро в нашем случае, представляет собой выпуклый многогранник с 16 вершинами (рис. 2).

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \frac{17}{6}, \frac{823}{78}, \frac{47}{6} \right\}, \left\{ \frac{17}{6}, \frac{823}{78}, \frac{1283}{78} \right\}, \left\{ \frac{17}{6}, \frac{115}{6}, \frac{47}{6} \right\}, \left\{ \frac{148}{13}, 2, \frac{953}{85} \right\}, \\
 & \left\{ \frac{148}{13}, 2, \frac{1879}{117} \right\}, \left\{ \frac{12418}{765}, 2, \frac{953}{85} \right\}, \left\{ \frac{101}{12}, \frac{3727}{340}, \frac{9}{4} \right\}, \left\{ \frac{101}{12}, \frac{199}{12}, \frac{9}{4} \right\}, \\
 & \left\{ \frac{4773}{340}, \frac{3727}{340}, \frac{9}{4} \right\}, \left\{ 11, \frac{95}{9}, \frac{148}{9} \right\}, \{11, 14, 13\}, \left\{ \frac{130}{9}, \frac{95}{9}, 13 \right\}, \\
 & \left\{ \frac{35933}{6630}, \frac{52807}{6630}, \frac{34787}{6630} \right\}, \left\{ \frac{809}{117}, \frac{757}{117}, \frac{2402}{117} \right\}, \\
 & \left\{ \frac{13}{3}, \frac{62}{3}, \frac{19}{3} \right\}, \left\{ \frac{30013}{1530}, \frac{8237}{1530}, \frac{11977}{1530} \right\}.
 \end{aligned}$$

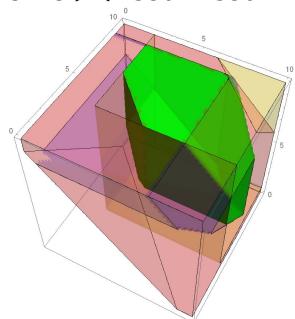


Рис. 2. С-ядро

Библиографический список

1. Воробьев Н.Н.. Теория игр. – М.: Наука, 1985. – 274 с.

УДК 514.765

Об однородных инвариантных солитонах Риччи на четырехмерных группах Ли

П.Н. Клепиков, Д.Н. Оскорбин, Е.Д. Родионов
АлтГУ, г. Барнаул

Исследованию инвариантных тензорных полей на однородных пространствах посвящены работы многих математиков (см., например, [1–20]). Важным обобщением эйнштейновых метрик (см. [1]) на римановых многообразиях являются солитоны Риччи, которые были впервые

рассмотрены Гамильтоном [2]. Солитоны Риччи связаны с решениями уравнения потока Риччи. Однородная риманова метрика на однородном пространстве, которая удовлетворяет уравнению солитона Риччи, называется однородным солитоном Риччи. Такие метрики исследованы в работах многих математиков (см., например, [3]). Классификация однородных солитонов Риччи известна в малых размерностях и не является исчерпывающей [4].

Известно, что на трехмерных группах Ли с левоинвариантной римановой метрикой уравнение солитона Риччи не имеет решений в классе левоинвариантных векторных полей. Аналогичный факт доказан для унимодулярных групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой любых конечных размерностей (подробнее в [6]). Однако для неунимодулярных метрических групп Ли размерностей выше трех вопрос существования нетривиальных однородных солитонов Риччи в классе левоинвариантных векторных полей, или однородных инвариантных солитонов Риччи, остается открытым.

В данной статье получен ответ на этот вопрос в размерности 4. При помощи обобщенных базисов Дж. Милнора, построенных в [5], уравнение однородного солитона Риччи сведено к системе полиномиальных уравнений. С помощью базисов Гребнера доказано отсутствие нетривиальных однородных солитонов Риччи в классе левоинвариантных векторных полей на четырехмерных метрических группах Ли.

Работа выполнена при содействии Совета по грантам Президента РФ (грант НШ–2263.2014.1), гранта Правительства РФ (госконтракт № 14.B25.31.0029), гранта Министерства образования и науки РФ (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Бессе А. Многообразия Эйнштейна : в 2 т. ; пер. с англ. – М. : Мир, – 1990.
2. Hamilton R.S. The Ricci flow on surfaces // Contemporary Mathematics. – 1988. – V. 71. – P. 237–261.
3. Jablonski M., Homogeneous Ricci solitons // arXiv: 1109.6556v2 [math.DG] 25 Apr 2013.
4. Arroyo R., Lafuente R., Homogeneous Ricci solitons in low dimensions// arXiv: 1312.7461v1 [math.DG] 28 Dec 2013.
5. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Обобщенные базисы Милнора некоторых 4-мерных вещественных метрических алгебр Ли // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : избранные труды международной конференции, Барнаул, 11-14 ноября, 2014. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2014.

6. Luca Di Cerbo. Generic properties of homogeneous Ricci solitons // *Adv. Geom.* – 2014. – V. 14(2). – P. 225–237.
6. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact Homogeneous Einstein 6-manifolds // *Differential Geometry and its Applications.* – 2003. – V. 19, № 3. – P. 369–378.
7. Родионов Е.Д. Эйнштейновы метрики на четырехмерных однородных пространствах, допускающих однородную риманову метрику положительной секционной кривизны // *Сибирский математический журнал.* – 1991. – Т. 32, № 3. – С. 126.
8. Родионов Е.Д., Славский В.В. Локально конформно однородные пространства // *Доклады Академии наук.* – 2002. – Т. 387, № 3. – С. 314.
9. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О конформно полуплоских 4-мерных группах Ли // *Владикавказский математический журнал.* – 2011. – Т. 13, № 3. – С. 3–16.
10. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д., Славский В.В. Геометрия однородных римановых многообразий // *Современная математика и ее приложения.* – 2006. – Т. 37. – С. 1.
11. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // *Доклады Академии наук.* – 2010. – Т. 432, № 3. – С. 301–303.
12. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact 6-dimensional Homogeneous Einstein Manifolds // *Doklady Mathematics.* – 1999. – V. 336. – P. 599.
13. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Левоинвариантные лоренцевы метрики на 3-мерных группах Ли с нулевым квадратом длины тензора Схоутена-Вейля // *Вестник Алтайской государственной педагогической академии.* – 2004. – № 4-3. – С. 53–60.
14. Родионов Е.Д. Однородные римановы многообразия с метрикой Эйнштейна. Автoreферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук / Новосибирск, 1994.
15. Rodionov E.D. Simply Connected Compact Five-dimensional Homogeneous Einstein Manifolds // *Siberian Mathematical Journal.* – 1994. – V. 35. – P. 163.
16. Nikonorov Y.G., Rodionov E.D. Standard Homogeneous Einstein Manifolds and Diophantine Equations // *Archiv der Mathematik.* – 1996. – V. 32. – P. 123.
17. Родионов Е.Д. Стандартные однородные многообразия Эйнштейна // *Доклады Академии наук.* – 1993. – Т. 328, № 2. – С. 147.

18. Родионов Е.Д., Славский В.В. Одномерная секционная кривизна римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, № 4. – С. 454.
19. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д. Компактные шестимерные однородные многообразия Эйнштейна // Доклады Академии наук. – 1999. – Т. 366, № 5. – С. 599–601.

УДК 514.765

**Спектры операторов кривизны некоторых
четырехмерных групп Ли
с левоинвариантной римановой метрикой**

П.Н. Клепиков, Д.Н. Оскорбин, Е.Д. Родионов

АлтГУ, г. Барнаул

При исследовании римановых многообразий важную роль играют операторы кривизны: оператор Риччи, оператор одномерной кривизны и оператор секционной кривизны. Изучение их свойств представляет интерес в понимании геометрического и топологического строения однородного риманова многообразия (см., например, [1]). Естественно попытаться отыскать общие свойства операторов кривизны. В частности, представляет интерес отыскать спектры операторов кривизны.

Ранее оператор Риччи и его спектр на группах Ли и однородных пространствах изучался в работах Дж. Милнора, В.Н. Берестовского, А.Г. Кремлева и Ю.Г. Никонорова [3, 7, 9, 13, 16], а спектры операторов одномерной и секционной кривизн изучались в работах Д.Н. Оскорбина, Е.Д. Родионова, О.П. Хромовой (см., например, [4–6, 8, 10–12, 14, 15]). Однако, в размерности не менее 4 все еще не решен ряд задач, связанных со спектром операторов кривизны на метрических группах Ли. Так, например, на четырехмерных метрических группах Ли не найдены формулы для вычисления спектра оператора Риччи через структурные константы метрических алгебр Ли, подобно тому, как это делал Дж. Милнор в трехмерном случае.

Проблема определения спектров операторов кривизны левоинвариантных римановых метрик на заданной группе Ли является локальной, так как операторы кривизны действуют на алгебре Ли группы Ли. Поэтому естественно переформулировать задачу в терминах метрических алгебр Ли. Именно, определить спектры операторов Риччи, одномерной и секционной кривизн для всевозможных скалярных произведений на заданной алгебре Ли в терминах ее структурных констант.

В данной работе, с использованием техники обобщенных базисов Дж. Милнора, построенных в [2], вычислены спектры операторов Риччи, одномерной кривизны и секционной кривизны некоторых четырехмерных метрических алгебр Ли.

Работа выполнена при содействии Совета по грантам Президента РФ (грант НШ-2263.2014.1), гранта Правительства РФ (госконтракт № 14.B25.31.0029), гранта Министерства образования и науки РФ (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Бессе А. Многообразия Эйнштейна : в 2 т. ; пер. с англ. // М. : Мир, – 1990.
2. Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н. Обобщенные базисы Милнора некоторых 4-мерных вещественных метрических алгебр Ли // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : избранные труды международной конференции, Барнаул, 11-14 ноября, 2014. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2014.
3. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact Homogeneous Einstein 6-manifolds // Differential Geometry and its Applications. – 2003. – V. 19, № 3. – P. 369–378.
4. Родионов Е.Д. Эйнштейновы метрики на четырехмерных однородных пространствах, допускающих однородную риманову метрику положительной секционной кривизны // Сибирский математический журнал. – 1991. – Т. 32, № 3. – С. 126.
5. Родионов Е.Д., Славский В.В. Локально конформно однородные пространства // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, № 3. – С. 314.
6. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О конформно полуплоских 4-мерных группах Ли // Владикавказский математический журнал. – 2011. – Т. 13, № 3. – С. 3–16.
7. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д., Славский В.В. Геометрия однородных римановых многообразий // Современная математика и ее приложения. – 2006. – Т. 37. – С. 1.
8. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // Доклады Академии наук. – 2010. – Т. 432, № 3. – С. 301–303.
9. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact 6-dimensional Homogeneous Einstein Manifolds // Doklady Mathematics. – 1999. – V. 336. – P. 599.

10. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Левоинвариантные лоренцевы метрики на 3-мерных группах Ли с нулевым квадратом длины тензора Схоутена-Вейля // Вестник Алтайской государственной педагогической академии. – 2004. – № 4-3. – С. 53–60.
11. Родионов Е.Д. Однородные римановы многообразия с метрикой Эйнштейна. Автoreферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук / Новосибирск, 1994.
12. Rodionov E.D. Simply Connected Compact Five-dimensional Homogeneous Einstein Manifolds // Siberian Mathematical Journal. – 1994. – V. 35. – P. 163.
13. Nikonorov Y.G., Rodionov E.D. Standard Homogeneous Einstein Manifolds and Diophantine Equations // Archiv der Mathematik. – 1996. – V. 32. – P. 123.
14. Родионов Е.Д. Стандартные однородные многообразия Эйнштейна // Доклады Академии наук. – 1993. – Т. 328, № 2. – С. 147.
15. Родионов Е.Д., Славский В.В. Одномерная секционная кривизна римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, № 4. – С. 454.
16. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д. Компактные шестимерные однородные многообразия Эйнштейна // Доклады Академии наук. – 1999. – Т. 366, № 5. – С. 599–601.

УДК 514.765

О собственных значениях оператора тензора кривизны Риччи левоинвариантных лоренцевых метрик трехмерных групп Ли

П.Н. Клепиков, С.В. Пастухова, О.П. Хромова
АлтГУ, г. Барнаул

При исследовании однородных (псевдо)римановых многообразий (M, g) и инвариантных тензорных полей на них (см. подробнее [1-14]) важную роль играют тензор кривизны Риччи r и оператор Риччи Ric , связанные между собой тождеством:

$$r(X, Y) = g(Ric(X), Y),$$

где X, Y – гладкие векторные поля на M .

В случае метрических групп Ли собственные значения оператора Риччи изучались в работах [15-18]. Так, Дж.Милнор в работе [15] исследовал вопрос о влиянии знака кривизны Риччи на топологическое строение группы Ли с левоинвариантной римановой метрикой, а также

указал возможные типы сигнатур оператора Риччи в случае трехмерных групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой. Аналогичные результаты в случае оператора одномерной кривизны получены Е.Д.Родионовым и В.В.Славским в работе [5].

Позднее в работе [16] О.Ковальский и С. Никшевич исследовали локально однородные 3-многообразия, а также трехмерные метрические группы Ли с предписанными значениями спектра оператора Риччи. В работах [17-18] Ю.Г. Никоноров и А.Г. Кремлев определили возможные сигнатуры спектра оператора Риччи левоинвариантных римановых метрик на четырехмерных группах Ли. Для трехмерных групп Ли с левоинвариантными лоренцевыми метриками и локально однородных лоренцевых 3-многообразий хорошо известна работа О. Ковальского и Г. Кальварузо о предписанных значениях оператора Риччи [19].

Ситуация представляется менее очевидной в случае групп Ли с левоинвариантными лоренцевыми метриками ввиду того, что оператор Ric может иметь как действительные, так и комплексно сопряженные собственные значения. Однако, представляется возможным наряду с оператором Ric рассматривать самосопряженный оператор R , соответствующий матрице тензора Риччи r .

В данной работе исследованы и определены возможные сигнатуры оператора R на трехмерных группах Ли с левоинвариантной лоренцевой метрикой, а также найдены 3-мерные метрические алгебры Ли с предписанными значениями оператора R .

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ (грант НШ-2263.2014.1), Правительства РФ (госконтракт №14.В25.31.0029), Министерства образования и науки РФ (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact homogeneous Einstein 6-manifolds // Differential Geometry and its Applications. – 2003. – V. 19, №3. – P. 369-378.
2. Родионов Е.Д. Эйнштейновы метрики на четномерных однородных пространствах, допускающих однородную риманову метрику положительной секционной кривизны // Сиб. матем. журн. – 1991. – Т. 32, №3. – С. 126-131.
3. Родионов Е.Д., Славский В.В. Локально конформно однородные пространства // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, №3. – С. 314.

4. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О конформно полуплоских 4-мерных группах Ли // Владикавказский математический журнал. – 2011. – Т. 13, № 3. – С. 3-16.
5. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д., Славский В.В. Геометрия однородных римановых многообразий // Современная математика и ее приложения. – 2006. – Т. 37. – С. 1-78.
6. Voronov D.S., Rodionov E.D. Left-invariant riemannian metrics on four-dimensional nonunimodular lie groups with zero-divergence Weyl tensor // Doklady Mathematics. – 2010. – V. 81, № 3. – P. 392-394.
7. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact 6-dimensional homogeneous Einstein manifolds // Doklady Mathematics. – 1999. – V. 336. – P. 599.
8. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Локально конформно однородные псевдоримановы пространства // Матем. труды. – 2006. – Т. 9(1). – С. 130-168.
9. Родионов Е.Д. Однородные римановы многообразия с метрикой Эйнштейна : автореф. дис. ... доктора физико-математических наук. – Новосибирск, 1994.
10. Rodionov E.D. Simply connected compact five-dimensional homogeneous Einstein manifolds// Siberian Mathematical Journal. – 1994. – V. 35. – P. 163-168.
11. Nikonorov Y.G., Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds and Diophantine equations // Archiv der Mathematik. – 1996. – V. 32. – P. 123-136.
12. Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1993. – V. 328, № 2. – P. 147-149.
13. Родионов Е.Д., Славский В.В. Одномерная секционная кривизна римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, №4. – С. 454.
14. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Six-dimensional compact homogeneous Einstein manifolds // Doklady Mathematics. – 1999. – V. 59, №3. – P. 451-453.
15. Milnor J. Curvature of left invariant metric on Lie groups// Advances in mathematics. – 1976. – V. 21. – P. 293-329.
16. Kowalski O., Nikcevic S. On Ricci eigenvalues of locally homogeneous Riemann 3-manifolds // Geom. Dedicata. – 1996. – №1. – P. 65-72.
17. Кремлев А.Г., Никоноров Ю.Г. Сигнатура кривизны Риччи ле-воинвариантных римановых метрик на четырехмерных группах Ли. Унимодулярный случай // Мат. труды. – 2008. – Т.11, №2. – С.115-147.
18. Кремлев А.Г., Никоноров Ю.Г. Сигнатура кривизны Риччи ле-воинвариантных римановых метрик на четырехмерных группах Ли.

Неунимодулярный случай // Мат. труды. – 2009. – Т. 12, №1. – С.40-113.

19. Calvaruso G., Kowalski O. On the Ricci operator of locally homogeneous Lorentzian 3-manifolds // Cent. Eur. J. Math. – 2009. – V. 7(1). – P. 124-139.

УДК 514.765

О факторах и конформно-плоских метриках неотрицательной одномерной кривизны

М.В.Куркина, Е.Д. Родионов, В.В. Славский

ЮгорГУ, г. Х.-Мансийск; АлтГУ, г. Барнаул;

ЮгорГУ, г. Х.-Мансийск

Локально конформно-плоская структура на римановых многообразиях естественным образом обобщает изотермическую систему координат римановых поверхностей и аналитически определяется одной функцией – фактором. Это делает такие римановы многообразия наиболее привлекательными с точки зрения математического анализа.

В работах Ю.Г. Решетняка [1, 2, 3] было дано аналитическое описание двумерных многообразий ограниченной интегральной кривизны в терминах изотермических координат. Многомерным обобщением двумерных многообразий с локально изотермической координатной системой являются конформно-плоские римановы многообразия. Поэтому, одной из важных задач римановой геометрии является проблема описания конформно плоских римановых многообразий - подкласса локально конформно однородных пространств. Исследованию данных многообразий посвящены работы многих математиков: М.А. Акивиса-В.В. Гольдберга, Н. Кюйпера, Д.В. Алексеевского-Б.Н. Кимельфельда, Е.Д. Родионова-В.В. Славского (подробнее см. обзор [8]). Хотя задача классификации конформно плоских римановых многообразий в полном объеме и не решена, имеются важные классы римановых пространств, для которых дан исчерпывающий ответ [8]. В общем случае получены результаты, устанавливающие связь между конформно плоскими метриками ограниченной кривизны на сфере и выпуклыми множествами пространства Лобачевского [8]. Поэтому представляет интерес исследование как выпуклых множеств в пространстве Лобачевского, так и конформно плоских римановых метрик ограниченной кривизны с помощью выпуклых многогранников в пространстве Лобачевского, или многогранных конформно плоских метрик. Надежду на

реализацию этой программы дают недавние результаты, полученные для многогранных конформно плоских метрик малой размерности [18]. Пользуясь идеями этой работы, представляется возможным исследовать многомерный случай и получить теорему о монотонности для конформно плоских метрик ограниченной одномерной кривизны, теоремы об экстраполяции и интерполяции для конформно плоских римановых метрик ограниченной одномерной кривизны. Заметим, что задачи интерполяции и экстраполяции для конформно плоских метрик представляют интерес в некоторых задачах прикладной математики, например, в обратных задачах геофизики.

В данной работе изучаются свойства функций (факторов), которым соответствуют конформно-плоские метрики неотрицательной одномерной кривизны. Оказывается, что данный класс конформно-выпуклых функций обладает свойствами обычных выпуклых вниз функций. Кроме того, доказывается серия теорем о строении конформно-плоских метрик неотрицательной одномерной кривизны в терминах трехточечных неравенств на факторы (конформно-выпуклые функции). Рассматривается обобщение понятия одномерной кривизны конформно плоских метрик, определяется k -мерная секционная кривизна, изучаются конформно-плоские метрики неотрицательной k -мерной секционной кривизны и класс функций, им соответствующих. Для дальнейшей информации о конформно-плоских метриках, тензоре одномерной кривизны, локально конформно однородных пространствах и тензорных полях на них можно обратиться к работам [4-18].

Работа выполнена при содействии Совета по грантам Президента РФ (грант НШ-2263.2014.1), гранта Правительства РФ (госконтракт № 14.B25.31.0029), гранта Министерства образования и науки РФ (код проекта: 1148), гранта РФФИ № 15-41-00092-а.

Библиографический список

1. Решетняк Ю.Г. Исследование многообразий ограниченной кривизны посредством изотермических координат // Известия СОАН СССР. – 1959. – №10. – С. 15-28.
2. Решетняк Ю.Г. Изотермические координаты в многообразиях ограниченной кривизны I. // Сиб. матем. журн. – 1960. – 1(1). – С. 88-116.
3. Решетняк Ю.Г. Изотермические координаты в многообразиях ограниченной кривизны II. // Сиб. матем. журн. – 1960. – 1(2). – С. 248-276.
4. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact homogeneous Einstein 6-manifolds // Differential Geometry and its Applications. – 2003. – V. 19, №3. – P. 369-378.

5. Родионов Е.Д. Эйнштейновы метрики на четномерных однородных пространствах, допускающих однородную риманову метрику положительной секционной кривизны // Сиб. матем. журн. – 1991. – Т. 32, №3. – С. 126-131.
6. Родионов Е.Д., Славский В.В. Локально конформно однородные пространства // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, №3. – С. 314.
7. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О конформно полуплоских 4-мерных группах Ли // Владикавказский математический журнал. – 2011. – Т. 13, №3. – С. 3-16.
8. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д., Славский В.В. Геометрия однородных римановых многообразий // Современная математика и ее приложения. – 2006. – Т. 37. – С. 1-78.
9. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // Доклады Академии наук. – 2010. – Т. 432, №3. – С. 301-303 // Англ. версия: Left-invariant riemannian metrics on four-dimensional nonunimodular lie groups with zero-divergence Weyl tensor. Voronov D.S., Rodionov E.D. // Doklady Mathematics. – 2010. – V. 81, №3. – P. 392-394.
10. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact 6-dimensional homogeneous Einstein manifolds // Doklady Mathematics. – 1999. – V. 336. – P. 599.
11. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Левоинвариантные лоренцевы метрики на 3-мерных группах Ли с нулевым квадратом длины тензора Схоутена-Вейля // Вестник Алтайской государственной педагогической академии. – 2004. – №4/3. – С. 53-60.
12. Родионов Е.Д. Однородные римановы многообразия с метрикой Эйнштейна : Автoref. дис. ... доктора физико-математических наук. – Новосибирск, 1994.
13. Rodionov E.D. Simply connected compact five-dimensional homogeneous Einstein manifolds // Siberian Mathematical Journal. – 1994. – V. 35. – P. 163-168.
14. Nikonorov Y.G., Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds and Diophantine equations // Archiv der Mathematik. – 1996. – V. 32. – P. 123-136.
15. Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1993. – V. 328. – №2. – P. 147-149.
16. Родионов Е.Д., Славский В.В. Одномерная секционная кривизна римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387. – №4. – С. 454.

17. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact six dimensional homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1999. – Т. 366. – №5. – С. 599-601 // Англ. версия: Six-dimensional compact homogeneous Einstein manifolds. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. // Doklady Mathematics. – 1999. – V. 59. – №3. – Р. 451-453.
18. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. Выпуклые многоугранники в пространстве Лобачевского и интерполяция функций // Доклады Академии наук. – 2011. – Т. 441. – №6. – С. 727.

УДК 514.765

Пастухова С.В., Хромова О.П.

**О сигнатуре оператора тензора одномерной кривизны
трехмерных групп Ли
с левоинвариантными лоренцевыми метриками**

С.В. Пастухова, О.П. Хромова

АлтГУ, г. Барнаул

При исследовании римановых многообразий важную роль играют операторы кривизны: оператор Риччи, оператор одномерной кривизны и оператор секционной кривизны. Изучение их свойств представляет интерес в понимании геометрического и топологического строения однородного риманова многообразия (см., например, [1]).

Одной из важных проблем римановой геометрии является задача об установлении связей между топологией и кривизной риманова многообразия. В однородном случае хорошо известны результаты Дж. Милнора, В.Н. Берестовского, Е.Д. Родионова, В.В. Славского о связи между кривизной Риччи, одномерной кривизной и топологией однородного риманова пространства [3, 7, 9, 13, 16].

Естественно попытаться отыскать общие свойства операторов кривизны. В частности, представляет интерес отыскать спектры операторов кривизны.

Кривизны левоинвариантных римановых метрик на группах Ли исследовались Дж. Милнором. В случае 3-мерных групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой Д.Н. Оскорбиным, Е.Д. Родионовым, О.П. Хромовой (см., например, [2, 4-6, 8, 10-12, 14, 15]) были найдены возможные сигнатуры оператора одномерной кривизны, а также аналогичные результаты получены для оператора секционной кривизны.

В случае левоинвариантных лоренцевых метрик на группах Ли ситуация представляется менее очевидной. В данном случае матрицы соответствующих операторов не являются симметричными, а значит,

собственные значения могут быть комплекснозначными. Поэтому рассматриваются матрицы операторов тензоров кривизны, которые являются симметричными.

В данной работе определены возможные сигнатуры оператора тензора одномерной кривизны на 3-мерных группах Ли с левоинвариантной лоренцевой метрикой. При этом существенно использовались результаты Е.Д. Родионова, В.В. Славского, Л.Н. Чибриковой о структуре 3-мерных однородных лоренцевых многообразий [17].

Работа выполнена при содействии Совета по грантам Президента РФ (грант НШ-2263.2014.1), гранта Правительства РФ (госконтракт № 14.B25.31.0029), гранта Министерства образования и науки РФ (код проекта: 1148).

Библиографический список:

1. Бессе А. Многообразия Эйнштейна: в 2 т. ; пер. с англ. – М. : Мир, 1990.
2. Воронов Д.С., Гладунова О.П. Сигнтура оператора одномерной кривизны на трехмерных группах Ли с левоинвариантной римановой // Известия Алтайского университета. – Барнаул, 2010. – №1-2/2. – С. 24-28.
3. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact Homogeneous Einstein 6-manifolds // Differential Geometry and its Applications. – 2003. – V. 19, №3. – P. 369–378.
4. Родионов Е.Д. Эйнштейновы метрики на четырехмерных однородных пространствах, допускающих однородную риманову метрику положительной секционной кривизны // Сибирский математический журнал. – 1991. – Т. 32, № 3. – С. 126.
5. Родионов Е.Д., Славский В.В. Локально конформно однородные пространства // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, № 3. – С. 314.
6. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О конформно полуплоских 4-мерных группах Ли // Владикавказский математический журнал. – 2011. – Т. 13, № 3. – С. 3–16.
7. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д., Славский В.В. Геометрия однородных римановых многообразий // Современная математика и ее приложения. – 2006. – Т. 37. – С. 1.
8. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // Доклады Академии наук. – 2010. – Т. 432, №3. – С. 301–303.

9. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact 6-dimensional Homogeneous Einstein Manifolds // Doklady Mathematics. – 1999. – V. 336. – P. 599.
10. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Левоинвариантные лоренцевы метрики на 3-мерных группах Ли с нулевым квадратом длины тензора Схоутена-Вейля // Вестник Алтайской государственной педагогической академии. – 2004. – № 4-3. – С. 53–60.
11. Родионов Е.Д. Однородные римановы многообразия с метрикой Эйнштейна. Автографат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук / Новосибирск, 1994.
12. Rodionov E.D. Simply Connected Compact Five-dimensional Homogeneous Einstein Manifolds // Siberian Mathematical Journal. – 1994. – V. 35. – P. 163.
13. Nikonorov Y.G., Rodionov E.D. Standard Homogeneous Einstein Manifolds and Diophantine Equations // Archiv der Mathematik. – 1996. – V. 32. – P. 123.
14. Rodionov E.D. Standard Homogeneous Einstein Manifolds // Доклады Академии наук. – 1993. – V. 328, № 2. – P. 147.
15. Родионов Е.Д., Славский В.В. Одномерная секционная кривизна римановых многообразий // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. 387, № 4. – С. 454.
16. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact six Dimensional Homogeneous Einstein Manifolds // Доклады Академии наук. – 1999. – Т. 366, № 5. – С. 599–601.
17. Родионов Е.Д., Славский В.В., Чибрикова Л.Н. Локально конформно однородные псевдоримановы пространства // Математические труды. – 2006. – Т. 9(1). – С. 130–168.

УДК 514.1 (075)

**О линиях в n -мерном аффинном пространстве
с аффинно-эквивалентными дугами**

И.В. Поликанова
АлтГПА, г. Барнаул

В статье обобщается результат автора, гласящий, что всякие две дуги параболы аффинно-эквивалентны [1].

Будем рассматривать линии в n -мерном аффинном пространстве A^n . Под линией понимаем одномерное многообразие, под дугой линии

– образ числового отрезка $[a, b]$ при вложении его в линию. Условимся дугу с концами A и B обозначать AB .

Дугу AB линии считаем ориентированной, если конец A считается первым, а конец B – вторым.

Ориентированные дуги AB и CD линии называются аффинно-эквивалентными, если существует аффинное преобразование f пространства, отображающее дугу AB на дугу CD , такое, что $f(A)=C$ и $f(B)=D$. В дальнейшем аффинное преобразование пространства для краткости будем называть просто аффинным преобразованием.

Линии, любые две дуги которых аффинно-эквивалентны, будем называть линиями с аффинно-эквивалентными дугами или обладающими свойством аффинной эквивалентности дуг (здесь и ниже верхний индекс означает степень).

Теорема 1. Линия γ , задаваемая в некоторой аффинной системе координат параметризацией $\vec{r} = (t, t^2, t^3, \dots, t^i, \dots, t^n)$, $t \in R$, обладает свойством аффинной эквивалентности дуг.

Доказательство. Рассмотрим сначала случай $n = 3$, т. е. линия γ в A^3 задаётся параметризацией $\vec{r} = (t, t^2, t^3)$. При аффинном преобразовании f , задаваемом формулами

$$\bar{x}_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 + b_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

она отобразится в линию $f(\gamma)$

$$\bar{r} = (a_{11}t^i + b_1, a_{21}t^i + b_2, a_{31}t^i + b_3).$$

Здесь, как принято, предполагается суммирование одночленов по индексам, встречающимся дважды на разных уровнях: $i = 1, 2, 3$. Если существует аффинное преобразование, отображающее линию γ в себя, то можно перейти к новому параметру p для $f(\gamma)$, положив:

$$a_{ji}t^i + b_j = p^j, \quad j = 1, 2, 3.$$

В результате получаем 2 тождества:

$$a_{21}t^i + b_2 = (a_{11}t^i + b_1)^2, \quad a_{31}t^i + b_3 = (a_{11}t^i + b_1)^3.$$

Распишем подробно первое тождество:

$$a_{21}t + a_{22}t^2 + a_{23}t^3 + b_2 = a_{11}^2t^2 + 2a_{11}a_{12}t^3 + 2a_{11}a_{13}t^4 + a_{12}^2t^4 + 2a_{12}a_{13}t^5 + a_{13}^2t^6 + b_1^2 + 2a_{11}b_1t + 2a_{12}b_1t^2 + 2a_{13}b_1t^3.$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях t , получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} b_2 = b_1^2 \\ a_{21} = 2a_{11}b_1 \\ a_{22} = 2a_{12}b_1 + a_{11}^2 \\ a_{23} = 2a_{11}a_{12} + 2a_{13}b_1 \\ 0 = 2a_{11}a_{13} + a_{12}^2 \\ 0 = 2a_{12}a_{13} \\ 0 = a_{13}^2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_{13} = 0 \\ a_{12} = 0 \\ a_{23} = 0 \\ a_{22} = a_{11}^2 \\ a_{21} = 2a_{11}b_1 \\ b_2 = b_1^2 \end{array} \right..$$

С учётом найденных коэффициентов второе тождество примет вид

$$a_{31}t + a_{32}t^2 + a_{33}t^3 + b_3 = (a_{11}t + b_1)^3$$

или

$$a_{31}t + a_{32}t^2 + a_{33}t^3 + b_3 = a_{11}^3t^3 + 3a_{11}^2b_1t^2 + 3a_{11}b_1^2t + b_1^3.$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях t , получим:

$$\begin{cases} a_{31} = 3a_{11}b_1^2 \\ a_{32} = 3a_{11}^2b_1 \\ a_{33} = a_{11}^3 \\ b_3 = b_1^3 \end{cases}.$$

Итак, формулы аффинного преобразования, отображающего линию γ в себя, после обозначения $a_{11} = a$, $b_1 = b$ примут вид:

$$\begin{cases} \bar{x}_1 = ax_1 + b \\ \bar{x}_2 = 2abx_1 + a^2x_2 + b^2 \\ \bar{x}_3 = 3ab^2x_1 + 3a^2bx_2 + a^3x_3 + b^3 \end{cases}.$$

Можно предположить, что аффинное преобразование, отображающее линию $\gamma \subset A^n$ с параметризацией $\vec{r} = (t, t^1, t^2, \dots, t^i, \dots, t^n)$, $t \in R$, в себя, имеет вид

$$\bar{x}_i = \sum_{k=1}^i C_i^k b^{i-k} a^k x_k + b^i, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

здесь C_i^k – биномиальные коэффициенты.

Убедимся, что это действительно так. Образ линии γ при таком преобразовании задаётся формулами:

$$x_i = \sum_{k=1}^i C_i^k b^{i-k} a^k t^k + b^i$$

или

$$x_i = \sum_{k=1}^i C_i^k b^{i-k} (at)^k,$$

или

$$x_i = (at + b)^i, \quad \text{где } i = 1, 2, \dots, n.$$

Вводя новый параметр $p = at + b$, получим уравнения линии $f(\gamma)$:

$$x_i = p^i, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Следовательно $f(\gamma) = \gamma$.

Заметим, что данное семейство аффинных преобразований – двухпараметрическое, зависящее от параметров a и b . Задав произвольно первые координаты $x_0, x_1, \widetilde{x}_0, \widetilde{x}_1$, четырёх точек $M_0, M_1, \widetilde{M}_0, \widetilde{M}_1$ линии γ , мы определим параметры a и b аффинного преобразования, отображающего точки M_0, M_1 соответственно в точки $\widetilde{M}_0, \widetilde{M}_1$, из системы:

$$\begin{cases} \widetilde{x}_0 = ax_0 + b \\ \widetilde{x}_1 = ax_1 + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{\widetilde{x}_1 - \widetilde{x}_0}{x_1 - x_0} \\ b = \frac{\widetilde{x}_0 x_1 - \widetilde{x}_1 x_0}{x_1 - x_0} \end{cases}.$$

Так как аффинное преобразование непрерывно, то связное множество – дугу M_0M_1 линии γ – оно отображает в связное множество – дугу $\widetilde{M}_0\widetilde{M}_1$ этой же линии. Теорема доказана.

Следствие 1. *Линия δ в A^n , задаваемая параметризацией*

$\vec{r} = (a_{1i}t^i + b_1, a_{2i}t^i + b_2, \dots, a_{ni}t^i + b_n)$, $t \in R$, где $\det |a_{ji}| \neq 0$, обладает свойством аффинной эквивалентности дуг.

Доказательство основано на очевидном факте, что линия, аффинно-эквивалентная линии с аффинно-эквивалентными дугами, сама обладает указанным свойством. Линия же δ получена из линии γ с параметризацией $\vec{r} = (t, t^2, t^3, \dots, t^i, \dots, t^n)$, $t \in R$, в результате аффинного преобразования.

Следствие 2. *Линия $\bar{\gamma}$ в A^n , задаваемая в некоторой аффинной системе координат параметризацией $\vec{r} = (t, t^2, t^3, \dots, t^k, 0, \dots, 0)$, $t \in R$, обладает свойством аффинной эквивалентности дуг.*

Доказательство. Действительно, аффинные преобразования

$$\overline{x_i} = \sum_{k=1}^i C_i^k b^{i-k} a^k x_k + b^i, \quad i = 1, 2, \dots, k,$$

$$\overline{x_i} = x_i, \quad i = k+1, \dots, n,$$

отображают линию $\bar{\gamma}$ в себя. Параметры a и b аффинного преобразования, отображающего дугу M_0M_1 линии $\bar{\gamma}$ в дугу $\widetilde{M}_0\widetilde{M}_1$ этой же линии, определяются как в теореме 1.

Теорема 2. *Пусть β – произвольная выборка из множества индексов $\{1, 2, \dots, n\}$ объёма меньше n . Тогда проекция γ_β линии γ : $\vec{r} = (t, t^2, t^3, \dots, t^i, \dots, t^n)$, $t \in R$, на плоскость $x_i = 0$, $i \in \beta$, обладает свойством: для любой дуги M_0M_1 и произвольной точки \widetilde{M}_0 линии существует точка \widetilde{M}_1 этой же линии такая, что дуги M_0M_1 и $\widetilde{M}_0\widetilde{M}_1$ аффинно-эквивалентны.*

Доказательство. Пусть $\bar{\beta}$ – дополнение выборки в множестве $\{1, 2, \dots, n\}$. Тогда $\gamma_\beta : x_i = t^i$ при $i \in \bar{\beta}$ и $x_i = 0$ при $i \in \beta$. Аффинное преобразование $\overline{x_i} = a^i x_i$ (нет суммирования по i), $i = 1, 2, \dots, n$, где $a \neq 0$, отображает линию γ_β в линию: $x_i = (at)^i$ при $i \in \bar{\beta}$ и $x_i = 0$ при $i \in \beta$, т. е. саму в себя. Поэтому, задав первые из ненулевых координат $x_{0j}, x_{1j}, \widetilde{x}_{0j}$ трёх точек $M_0, M_1, \widetilde{M}_0$ линии γ_β , найдём соответствующую координату \widetilde{x}_{1j} точки $\widetilde{M}_1 \in \gamma_\beta$ такой, что дуга M_0M_1 указанным преобразованием отображается в дугу $\widetilde{M}_0\widetilde{M}_1$, а также параметр a этого преобразования из равенств $\widetilde{x}_{0j} = a^j x_{0j}$, $\widetilde{x}_{1j} = a^j x_{1j}$. Таким образом, $a^j = \frac{\widetilde{x}_{0j}}{x_{0j}}$, $\widetilde{x}_{1j} = \frac{\widetilde{x}_{0j}}{x_{0j}} x_{1j}$. Теорема доказана.

Замечание. Аффинных преобразований, отображающих дугу M_0M_1 в дугу $\widetilde{M}_0\widetilde{M}_1$ этой же линии, бесконечно много: например, мож-

но положить $\overline{x_i} = a^i x_i$ при $i \in \bar{\beta}$ и $\overline{x_i} = c_i x_i$ при $i \in \beta$, где $c_i \neq 0$ при $i \in \beta$ и $a \neq 0$.

Библиографический список

1. Поликанова И.В. Об аффинной эквивалентности параболических дуг // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции, Барнаул, 11-14 ноября, 2014. – Барнаул, 2014. – С. 344-346.

УДК 514.765

Конформные деформации солитонов Риччи

Е.Д.Родионов
(АлтГУ, г. Барнаул).

В последнее время активно исследуются солитоны Риччи, т.е. римановы многообразия (M, g) , удовлетворяющие дифференциальному уравнению:

$$r(g) = \Lambda g + L_X(g),$$

где $r(g)$ – тензор Риччи метрики g , Λ – вещественная константа, $L_X(g)$ – производная Ли метрики g в направлении полного векторного поля X . Заметим, что в случае, когда $L_X(g) = 0$, мы имеем обычное уравнение Эйнштейна для римановых многообразий, а соответствующие солитоны называются тривиальными. Таким образом, солитоны Риччи представляют собой естественное обобщение римановых многообразий с метрикой Эйнштейна, а теория солитонов является обобщением теории римановых многообразий с метрикой Эйнштейна. Многообразия Эйнштейна и методы их построения хорошо исследованы (см., например, обзоры [1], [2]). В частности, один из способов построения новых метрик Эйнштейна состоит в деформации исходной римановой метрики. Одной из таких деформаций является конформная деформация: $g' = e^{2f}g$, где $f = f(x)$ – гладкая функция на многообразии M . При такой деформации тензор Риччи и производная Ли изменяются по формулам:

$$r' = r - (n-2)(Ddf - df \circ df) + (\Delta f - (n-2)|df|^2)g;$$

$$L_X(e^{2f}g) = \langle X, \text{grad } e^{2f} \rangle g + e^{2f} L_X(g),$$

где Df – градиент, Δf – лапласиан, а Ddf – гессиан функции f относительно метрики g . Понятно поэтому, что появляется возможность

строить новые солитоны Риччи из уже имеющихся. В частности, предполагая, что $M=G/H$ – однородное пространство, а $(M=G/H, g)$ – однородный, или алгебраический солитон Риччи, мы получаем систему алгебраических и дифференциальных уравнений, определяющих новые солитоны Риччи на локально конформно-однородных пространствах.

Для дальнейшей информации об эйнштейновых многообразиях, солитонах Риччи, локально конформно однородных пространствах и тензорных полях на них можно обратиться к работам [1-14].

Работа выполнена при содействии Совета по грантам Президента РФ (грант НШ-2263.2014.1), гранта Правительства РФ (госконтракт № 14.B25.31.0029), гранта Министерства образования и науки РФ (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Бессе А. Многообразия Эйнштейна: в 2-х т. – М.: Мир, 1990.
2. Никоноров Ю.Г., Родионов Е.Д., Славский В.В. Геометрия однородных римановых многообразий // Современная математика и ее приложения. – 2006. – Т. – 37. – С. 1-78.
3. Jablonski M., Homogeneous Ricci solitons// arXiv: 1109.6556v2 [math.DG] 25 Apr 2013.
4. Родионов Е.Д., Славский В.В. Локально конформно однородные пространства // Доклады Академии наук. – 2002. – Т. – 387, №3. – С. 14.
5. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact homogeneous Einstein 6-manifolds // Differential Geometry and its Applications. – 2003. – V. 19, №3. – P. 369-378.
6. Родионов Е.Д. Эйнштейновы метрики на четномерных однородных пространствах, допускающих однородную риманову метрику положительной секционной кривизны // Сиб. матем. журн. – 1991. – Т. 32, №3. – С. 126-131.
7. Родионов Е.Д. Однородные римановы многообразия с метрикой Эйнштейна // Автореф. дис. доктора физико-математических наук. – Новосибирск, 1994.
8. Rodionov E.D. Simply connected compact five-dimensional homogeneous Einstein manifolds// Siberian Mathematical Journal. – 1994. – V. 35. – P. 163-168.
9. Nikonorov Y.G., Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds and Diophantine equations // Archiv der Mathematik. – 1996. – V. 32. – P. 123-136.

10. Rodionov E.D. Standard homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1993. – Т. 328. – №2. – С. 147-149.
11. Гладунова О.П., Родионов Е.Д., Славский В.В. О конформно полуплоских 4-мерных группах Ли // Владикавказский математический журнал. – 2011. – Т. 13, №3. – С. 3-16.
12. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Compact 6-dimensional homogeneous Einstein manifolds // Доклады Академии наук. – 1999. – Т. 366. – №5. – С. 599-601.
13. Воронов Д.С., Родионов Е.Д. Левоинвариантные римановы метрики на четырехмерных неунимодулярных группах Ли с нулевой дивергенцией тензора Вейля // Доклады Академии наук. – 2010. – Т. 432. – №3. – С. 301-303.
14. Nikonorov Yu.G., Rodionov E.D. Six-dimensional compact homogeneous Einstein manifolds // Doklady Mathematics. – 1999. – V. 59. – №3. – P. 451-453.

УДК 514.7

Вычисление интегральных топографических характеристик цифрового изображения в системе MatLab

O.B. Самарина, B.B. Славский
ЮГУ, г. Ханты-Мансийск

В работах [1-2] были определены важные характеристики цифрового изображения верхние (нижние) Лебеговы множества

$$l^+_c[u] = \{(x, y) : u(x, y) \geq c\}, \quad l^-_c[u] = \{(x, y) : u(x, y) \leq c\},$$

где функция $u(x, y)$ определяет полуточновую яркость изображения, которая принимает значения в диапазоне $[0, 255]$. Им соответствуют различные числовые характеристики. Примером такой характеристики служит площадь множеств $l^{\pm}_c[u]$, где параметр $c \in [0, 255]$. Данная характеристика изображения легко вычисляется и широко используется в различных приложениях цифровой обработки изображений.

В данной работе исследуются длина и кривизна границы семейства множеств $l^{\pm}_c[u]$. В отличие от площади, эти характеристики цифрового изображения непосредственно сложно вычислить в силу дискретности цифрового изображения. В работе предложены алгоритмы их вычисления в среде MatLab, основанные на некоторых интегрально-геометрических соотношениях.

Обозначим через $F_1(c)$ и $F_2(c)$ следующие интегралы:

$$F_1^\pm(c) = \iint_{l^\pm_c[u]} |\nabla u| dx dy, \quad F_2^\pm(c) = \iint_{l^\pm_c[u]} |\nabla u| k(x, y) dx dy,$$

где $|\nabla u|$ – градиент функции, $k(x, y)$ – кривизна топографических линий

$$\kappa(x, y) = \frac{\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 - 2 \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2}{\left(\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right)^{3/2}}.$$

Справедливы интегрально-геометрические соотношения:

$$\frac{dF_1^\pm}{dc} = L^\pm(c), \quad \frac{dF_2^\pm}{dc} = \kappa^\pm(c),$$

где $L^\pm(c)$ – длина границы множества $l^\pm_c[u]$, $\kappa^\pm(c)$ – кривизна границы.

Замечание. В приведённых выше формулах функция принимает целые значения, поэтому для производных и градиента используются разностные формулы. Данные равенства используются в численном алгоритме для нахождения $L^\pm(c)$ и $\kappa^\pm(c)$.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ (грант НШ 2263.2014.1), Правительства РФ (госконтракт № 14.B25.31.0029), РФФИ 15-41-00092 р-урал-а, 15-41-00063 р-урал-а, 15-01-06582 А.

Библиографический список

1. Gui-Song Xia, Julie Delon and Yann Gousseau. Locally Invariant Texture Analysis from the Topographic Map // LTCI, CNRS, TELECOM ParisTech 46 rue Barrault, 75013. – Paris, France, 2008.
2. Самарина О.В., Славский В.В. Геометрические методы в решении задач обработки изображений. (Монография). Издательство Lambert Academic Publishing. – Germany, 2015. ISBN 978-3-659-68183-7 – 52C.

Точные оценки площади треугольника замечательных точек

A.H. Саженков, П.Е. Сартакова
АлтГУ, г. Барнаул

В работе [1] получена формула, выражающая площадь треугольника с вершинами в центре тяжести, центре вписанной окружности и центре описанной окружности треугольника через длины сторон и радиус вписанной окружности некоторого треугольника. Основываясь на этой формуле, в настоящей работе получены оценки площади треугольника замечательных точек при различных предположениях. Все полученные оценки не улучшаемы.

Утверждение 1. При фиксированном периметре исходного треугольника ориентированная площадь треугольника замечательных точек может принимать любые значения.

Утверждение 2. При фиксированной площади исходного треугольника ориентированная площадь треугольника замечательных точек может принимать любые значения.

Утверждение 3. При фиксированном радиусе описанной окружности исходного треугольника ориентированная площадь треугольника замечательных точек принимает значения в интервале $\left(-\frac{1}{6}, \frac{1}{6}\right)$.

Утверждение 4. Для прямоугольного треугольника с единичным радиусом описанной окружности, площадь треугольника замечательных точек достигает максимального значения, когда один

из острых углов равен $\frac{1}{2} \arcsin \frac{1+\sqrt{17}}{8}$.

Замечание. $\frac{1}{2} \arcsin \frac{1+\sqrt{17}}{8}$ соответствует примерно $19^{\circ}54'$.

Утверждение 5. Для прямоугольного треугольника с единичным периметром, площадь треугольника замечательных точек достигает максимального значения, когда один из острых углов равен $\arcsin \frac{\sqrt{73}-1}{6\sqrt{2}} - \frac{\pi}{4}$.

Замечание. $\arcsin \frac{\sqrt{73}-1}{6\sqrt{2}} - \frac{\pi}{4}$ соответствует примерно $17^{\circ}45'$.

Утверждение 6. Для прямоугольного треугольника единичной площади, ориентированная площадь треугольника замечательных точек принимает значения в интервале $\left(-\frac{1}{12}, \frac{1}{12}\right)$.

Библиографический список

1. Саженков А.Н. Площадь треугольника замечательных точек // Ломоносовские чтения на Алтае : сборник научных статей международной молодежной школы-семинара. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2013. – Ч. III. – 416 с.

УДК 514.75

К геометрии листа Мебиуса в E^4

*М.А. Чешкова
АлтГУ, г. Барнаул*

В евклидовом пространстве E^4 рассматривается лист Мебиуса

Впервые уравнение односторонней поверхности, открытой Мебиусом, было получено Машке [1]. Если гауссова кривизна листа Мебиуса равна нулю, то он называется плоским. Библиография работ на эту тему дана в работе [2]. В [3] указано разрезание бутылки Клейна в E^3 на два листа Мебиуса.

В евклидовом пространстве E^4 рассмотрим гладкую замкнутую не-плоскую кривую γ без самопересечения, заданную с помощью 4π – периодической вектор - функцией $\rho = \rho(v)$.

Тогда функция $s(v) = \frac{1}{2}(\rho(v) + \rho(v + 2\pi))$ есть 2π – периодическая, а вектор – функция $l(v) = \frac{1}{2}(\rho(v) - \rho(v - 2\pi))$ есть 2π – антипериодическая.

Рассмотрим линейчатую поверхность M : $r(u, v) = s(v) + u l(v)$, $u \in [-1, 1]$, $v \in [-\pi, \pi]$. Имеем гомеоморфизм прямоугольника

$[-1,1] \times [-\pi, \pi]$ в E^4 , причем точки с координатами $(-u, -\pi), (u, \pi)$ «совпадают». Поверхность M есть модель листа Мебиуса [4].

Вектор-функция $r = r(u, v)$ определяет одностороннюю поверхность — лист Мебиуса, для которого $s = s(v)$ — средняя линия, а $\rho = \rho(v) = r(1, v)$ — край.

Рассмотрим тор Клиффорда $r(u, v) = (\cos(u), \sin(u), \cos(v), \sin(v))$

и кривую на нем $\rho = (\cos(\frac{v}{2}), \sin(\frac{v}{2}), \cos(v), \sin(v))$. Тогда

$$s(v) = (0, 0, \cos(v), \sin(v)), l(v) = (\cos(\frac{v}{2}), \sin(\frac{v}{2}), 0, 0).$$

Исследуем лист Мебиуса M :

$$r(u, v) = s(v) + u l(v), u \in [-1, 1], v \in [0, 2\pi].$$

Имеем

$$r_1 = r_u = l(v), r_2 = r_v = s'(v) + u l'(v), |r_1| = 1, |r_2| = \frac{1}{2} \sqrt{4 + u^2}.$$

Касательное пространство примет вид:

$$T_p M = \{l(v), s'(v) + u l'(v), p \in M\}$$

Рассмотрим два единичных нормальных вектора в нормальном пространстве в точках поверхности M .

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{u^2 + 4}} (u s'(v) - 4 l'(v)), n_2 = s(v)$$

Пусть $t = t^i r_i \in T_p M, p \in M$ — касательный вектор, длина которого равна единице. Рассмотрим вектор нормальной кривизны $b = b(t, t)$, где $b(t, t)$ — вторая фундаментальная форма поверхности M . Зафиксируем точку p , а вектор t будем менять. Концы вектора нормальной кривизны с началом в точке p опишут в $T_p M^\perp$ кривую, которая называется индикатрисой нормальной кривизны [5]. Индикатриса нормальной кривизны есть эллипс либо отрезок прямой. Определим ее.

Имеем:

$$t = \cos(\beta) \frac{r_1}{|r_1|} + \sin(\beta) \frac{r_2}{|r_2|}.$$

$$\begin{aligned}
b(t, t) = & (\cos(\beta)^2 b_{11}^1 + 2 \sin(\beta) \cos(\beta) b_{12}^1) \frac{2}{\sqrt{u^2 + 4}} \\
& + \sin(\beta)^2 b_{22}^1 \frac{4}{u^2 + 4} n_1 + \\
& (\cos(\beta)^2 b_{11}^2 + 2 \sin(\beta) \cos(\beta) b_{12}^2) \frac{2}{\sqrt{u^2 + 4}} + \\
& \sin(\beta)^2 b_{22}^2 \frac{4}{u^2 + 4} n_2, \\
b_{ij}^k = & (r_{ij}, n_k), b_{11}^1 = 0, b_{11}^2 = 0, b_{12}^1 = -\frac{1}{\sqrt{u^2 + 4}}, \\
b_{12}^2 = & 0, b_{22}^1 = 0, b_{22}^2 = -1.
\end{aligned}$$

Переходя к двойному углу, получим

$$b(t, t) = -\frac{2 \sin(2\beta)}{u^2 + 4} n_1 - \frac{2(1 - \cos(2\beta))}{u^2 + 4} n_2,$$

или

$$(b^1)^2 + (b^2 + \frac{2}{u^2 + 4})^2 = \frac{4}{(u^2 + 4)^2}, b = (b^1, b^2)$$

Таким образом, имеет место следующее утверждение.

Теорема 1. Индикатриса нормальной кривизны в любой точке листа Мебиуса есть окружность, проходящая через эту точку, причем, наибольший радиус имеют окружности вдоль линии $s = s(v)$.

Определим метрический тензор g_{ij} и скалярную кривизну K поверхности M .

$$\text{Имеем } g_{11} = 1, g_{12} = 0, g_{22} = \frac{u^2 + 4}{4}, K = \frac{-8}{(u^2 + 4)^2}$$

Теорема 2. Скалярная кривизна K листа Мебиуса вдоль кривых $u = \text{const}$ постоянная. В точках кривой $s = s(v)$ она наименьшая и равна $-\frac{1}{2}$. Скалярная кривизна листа Мебиуса K и радиус R окружности индикатрисы нормальной кривизны удовлетворяют соотношению $K + 2R^2 = 0$.

Построим индикатрису листа Мебиуса при $u = 0$ (рис. 1) и график функции $K = K(u, v)$ (рис. 2).

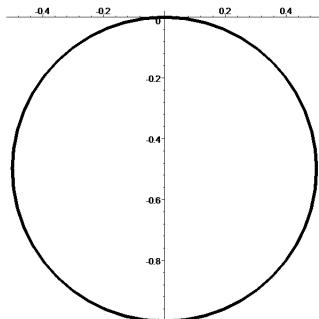


Рис.1. Индикатриса листа Мебиуса при $u = 0$.

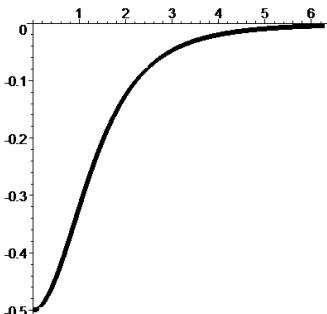


Рис. 2. Кривизна листа Мебиуса

Библиографический список

1. Mashke H. Note on the unilateral surface of Moebius // Trans. Amer. Math. Sos. 1:1(1900).
2. Сабитов И.Х. Изометрические погружения и вложения плоского листа Мебиуса в евклидовы пространства // Известия РАН. – 2007. – Т. 71, №5. – С. 197-224.
3. Чешкова М.А.О бутылке Клейна // Известия Алтайского университета. – Барнаул, 2012. – №1/1. – С. 130-133.
4. Борисович Ю.Г., Близняков Н.М., Израилевич Я.А., Фоменко Т.Н. Введение в топологию. – М., 1995.
5. Картан Э. Риманова геометрия в ортогональном репере. – М., МГУ, 1960.

УДК 514.75

Мебиусовые поверхности

М.А. Чешкова

АлтГУ, г. Барнаул

В евклидовом пространстве рассматриваются мебиусовые поверхности. В процессе исследования используется система компьютерной математики.

Пусть вдоль замкнутой кривой на поверхности обносится нормальный вектор. Если при возвращении в исходную точку направление нормали совпадает с исходным, независимо от выбора кривой, то поверхность называется двусторонней. В противном случае имеем одностороннюю поверхность.

Впервые уравнение односторонней поверхности, открытой Мебиусом, было получено Машке [1]. Если гауссова кривизна листа Мебиуса равна нулю, то он называется плоским. Библиография работ на эту тему дана в работе [2]. В [3] указано разрезание бутылки Клейна на два листа Мебиуса.

В евклидовом пространстве E^3 рассмотрим линейно независимые вектор-функции $s = s(v), l_1 = l_1(v), l_2 = l_2(v)$, где $s = s(v)$ является 2π -периодической, а $l_1 = l_1(v), l_2 = l_2(v)$ 2π -антипериодические вектор-функции. Удобно l_1, l_2 выбрать ортогональными.

Определим поверхность K уравнением

$$\begin{aligned} r(u, v) &= s(v) + \sin(u)l_1(v) + a \sin(mu)l_2(v). \\ v &= 0..2\pi, u = 0.. \pi/m \end{aligned} \tag{1}$$

Теорема 1. Поверхность K односторонняя.

Доказательство. Исследуем вектор нормали вдоль замкнутой кривой $s = (v)(u = 0)$.

$$n(v) = [r_u, r_v] = [s'(v), l_1(v) + aml_2(v)].$$

Так как $n(v) = -n(v + 2\pi)$, то поверхность K есть односторонняя поверхность.

Теорема 2. Поверхность K при m нечетном есть мебиусова поверхность.

Доказательство. При m нечетном кривая $r(u) = (\sin(u), a \sin(mu))$ незамкнутая, и поверхность K есть поверхность с краем.

Если $m = 1$, или $a = 0$, то это отрезок прямой и поверхность K есть прямолинейный лист Мебиуса.

Рассмотрим несколько примеров поверхностей Мебиуса.

Зададим вектор-функции $s = s(v), l_1 = l_1(v), l_2 = l_2(v)$ в виде

$$s(v) = (2 \cos(v), 2 \sin(v), 0),$$

$$l_1(v) = (\cos(kv/2) \cos(v), \cos(kv/2) \sin(v), \sin(kv/2)),$$

$$l_2(v) = (\sin(kv/2) \cos(v), \sin(kv/2) \sin(v), -\cos(kv/2)), \quad (2)$$

где k – нечетное число.

Пример 1. Положим $k = 1, a = 1, m = 3$. Имеем

$$r(u, v) = (2 \cos(v) + \sin(u) \cos(v/2) \cos(v) + \sin(3u) \sin(v/2) \cos(v),$$

$$2 \sin(v) + \sin(u) \cos(v/2) \sin(v) + \sin(3u) \sin(v/2) \sin(v),$$

$$\sin(u) \sin(v/2) - \sin(3u) \cos(v/2), u \in [-\pi/3, \pi/3], v \in [0, 2\pi].$$

Полагая $u = \pi/3$, получим край.

Построим поверхность Мебиуса, используя математический пакет (рис. 1).

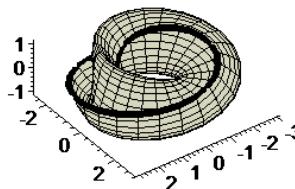


Рис. 1. Лист Мебиуса $k = 1, a = 1, m = 3$

Пример 2. Положим $k = 3, a = 1, m = 3$. Имеем

$$r(u, v) = (2 \cos(v) + \sin(u) \cos(3v/2) \cos(v) + \sin(3u) \sin(3v/2) \cos(v),$$

$$2 \sin(v) + \sin(u) \cos(3v/2) \sin(v) + \sin(3u) \sin(3v/2) \sin(v),$$

$$\sin(u) \sin(3v/2) - \sin(3u) \cos(3v/2), u = -\pi/3, \dots, \pi/3, v = 0, \dots, 2\pi.$$

Полагая $u = \pi/3$, получим край.

Построим поверхность Мебиуса (рис. 2).

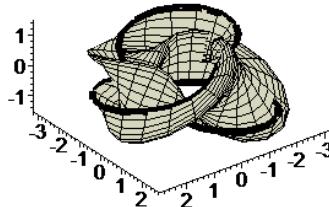


Рис. 2. Лист Мебиуса $k = 3, a = 1, m = 3$

Пример 3. Положим $k = 1, a = 1, m = 5$. Имеем

$$r(u, v) = (2 \cos(v) + \sin(u) \cos(v/2) \cos(v) + \sin(5u) \sin(v/2) \cos(v),$$

$$2 \sin(v) + \sin(u) \cos(v/2) \sin(v) + \sin(5u) \sin(v/2) \sin(v),$$

$$\sin(u) \sin(v/2) - \sin(5u) \cos(v/2), u \in [-\pi/5, \pi/5], v \in [0, 2\pi].$$

Полагая $u = \pi/5$, получим край.

Построим поверхность Мебиуса, используя математический пакет (рис. 3).

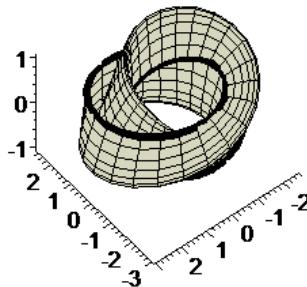


Рис. 3. Лист Мебиуса $k = 1, a = 1, m = 5$

Пример 4. Положим $k = 3, a = 1, m = 5$. Имеем

$$r(u, v) = (2 \cos(v) + \sin(u) \cos(3v/2) \cos(v) + \sin(5u) \sin(3v/2) \cos(v),$$

$$2 \sin(v) + \sin(u) \cos(3v/2) \sin(v) + \sin(5u) \sin(3v/2) \sin(v),$$

$$\sin(u) \sin(3v/2) - \sin(5u) \cos(3v/2), u = -\pi/5, \dots, \pi/5, v = 0, \dots, 2\pi.$$

Полагая $u = \pi/5$, получим край.

Построим поверхности Мебиуса (рис. 4).

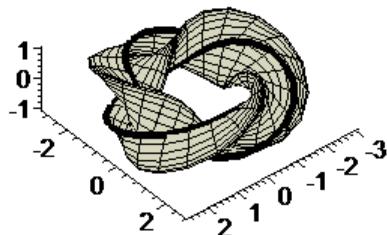


Рис. 4. Лист Мебиуса $k = 3, a = 1, m = 5$

Библиографический список

1. Mashke H. Note on the unilateral surface of Moebius // Trans. Amer. Math. Sos., 1:1(1900).
2. Сабитов И.Х. Изометрические погружения и вложения плоского листа Мебиуса в евклидовы пространства // Известия РАН. – 2007. – Т.71, №5. – С. 197-224.
3. Чешкова М.А.О бутылке Клейна // Известия Алтайского университета. – Барнаул, 2012. – №1/1. – С. 130-133.

Секция 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

УДК 536.25

Модельная задача фильтрации воды и воздуха в деформированном грунте

И.Г. Ахмерова И.Г.

АлтГУ, г. Барнаул

Рассматривается процесс фильтрации воды и воздуха в деформированном грунте. Грунт является трехфазной средой, состоящей из воды ($i = 1$), воздуха ($i = 2$) и твердой деформируемой пористой среды ($i = 3$). Уравнения сохранения массы для каждой из фаз, закон Дарси для воды и воздуха и закон сохранения импульса для твердой матрицы с учетом принципа Терцаги, обобщенного закона Гука и эффекта капиллярных сил имеют вид [1, 2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_i^0 s_i m)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i^0 s_i m u_i)}{\partial x} &= 0, \quad i = 1, 2; \\ \frac{\partial(\rho_3^0(1-m))}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_3^0(1-m)u_3)}{\partial x} &= 0; \\ ms(u_1 - u_3) &= -K_0 \frac{k_{01}}{\mu_1} \left(\frac{\partial p_1}{\partial x} + \rho_1^0 g \right), \quad s_1 \equiv s, \quad s_2 \equiv 1 - s; \\ m(1-s)(u_2 - u_3) &= -K_0 \frac{k_{02}}{\mu_2} \left(\frac{\partial p_2}{\partial x} + \rho_2^0 g \right), \quad p_1 - p_2 = p_c(s); \\ \frac{\partial \sigma_{kl}^f}{\partial x} - (1-m) \frac{\partial P}{\partial x} - (p_1 - p_2)m \frac{\partial s}{\partial x} + K_{23}(u_2 - u_3) + \\ + K_{13}(u_1 - u_3) + \rho_3^0(1-m)g &= 0; \\ \sigma_{kl}^f &= (1-m)(\lambda_1 e \delta_{kl} + 2\lambda_2 e_{kl} + \beta_s K p_c(s) \delta_{kl}). \end{aligned}$$

Здесь u_i – скорость i -ой фазы, ρ_i – приведенная плотность, связанная с истинной плотностью ρ_i^0 и объемной концентрацией α_i

соотношением $\rho_i = \alpha_i \rho_i^0$ ($\alpha_1 = ms_1, \alpha_2 = ms_2, \alpha_3 = 1-m$); s_1, s_2 - насыщенности воды и воздуха; m - пористость грунта; K_0 - тензор фильтрации; k_{0i} - относительные фазовые проницаемости; μ_i - вязкость i -ой фазы; p_i - давление i -ой фазы; $p_c(s)$ - равновесное капиллярное давление; σ_{kl}^f - полное эффективное напряжение при двухфазном насыщении среды ($\sigma_{kl}^f = \Gamma_{kl} + P\delta_{kl}$); Γ_{kl} - полное напряжение в среде ($\Gamma_{kl} = (1-m)\sigma_{kl} - msp_1\delta_{kl} - m(1-s)p_2\delta_{kl}$); σ_{kl} - истинное напряжение твердой фазы, δ_{kl} - единичный тензор, P - полное давление первой и второй фазы ($P = sp_1 + (1-s)p_2$); K_{ij} - коэффициент взаимодействия фаз; $(1-m)\lambda_1, (1-m)\lambda_2$ - коэффициенты Ламе; $(1-m)K$ - модуль всестороннего сжатия сухой пористой среды; e_{kl} - полная деформация пористой среды ($e_{kl} = e_{kl}^f + e_{kl}^\rho + e_{kl}^s$, $e_{kl} = \frac{1}{2}(\frac{\partial \omega_k}{\partial x_l} + \frac{\partial \omega_l}{\partial x_k})$, где ω - вектор перемещения твердых частиц), $e_{kl}^\rho = -\frac{1}{3}\beta_3\sigma_{mn}\delta_{mn}\delta_{kl}$, β_3 - коэффициент изотермической сжимаемости материала индивидуальных частиц матрицы), $e_{kl}^s = -\frac{1}{3}\beta_s(p_c(s) - p_c(s_0))\delta_{kl}$, β_s - коэффициент набухания (усадки) матрицы при изменениях насыщенности в силу действия капиллярных сил, $s_0 = 0$ при $x = 0$, $e = \text{tr}(e_{kl})$, e_{kl}^f - деформация переупаковки (в случае упругого состояния матрицы связаны с эффективным напряжением законом Гука); g - ускорение силы тяжести. Подобные модели рассматривались при решении задачи о тающем снеге. В работе [3] была численно решена двумерная задача снеготаяния.

Для данной системы уравнений рассматривается автомодельное решение типа «бегущей волны» в области $(-\infty, ct)$. Предполагая все искомые функции зависящими только от переменной $\xi = x - ct$ (c - неизвестная постоянная). Вектор ускорения в системе координат xyz

имеет вид $\overset{\leftarrow}{g} = (-g, 0, 0)$ [4]. Тогда в одномерном случае исходная система имеет вид:

$$\begin{aligned} -c \frac{d(\rho_1^0 sm)}{d\xi} + \frac{d(\rho_1^0 smu_1)}{d\xi} &= 0, \\ -c \frac{d(\rho_2^0(1-s)m)}{d\xi} + \frac{d(\rho_2^0(1-s)mu_2)}{d\xi} &= 0, \\ -c \frac{d(\rho_3^0(1-m))}{d\xi} + \frac{d(\rho_3^0(1-m)u_3)}{d\xi} &= 0; \end{aligned} \quad (1)$$

$$ms(u_1 - u_3) = -K_0 \frac{k_{01}}{\mu_1} \left(\frac{dp_1}{d\xi} - \rho_1^0 g \right); \quad (2)$$

$$m(1-s)(u_2 - u_3) = -K_0 \frac{k_{02}}{\mu_2} \left(\frac{dp_2}{d\xi} - \rho_2^0 g \right); \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{11}^f}{d\xi} - (1-m) \frac{dP}{d\xi} - (p_1 - p_2)m \frac{ds}{d\xi} + \\ + K_{23}(u_2 - u_3) + K_{13}(u_1 - u_3) + \rho_3^0(1-m)g &= 0; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\sigma_{11}^f = (1-m)((\lambda_1 + 2\lambda_2)e_{11} + \beta_3 K P \delta_{kl} + \beta_s K p_c(s))\delta_{kl}; \quad (5)$$

$$-c \frac{de_{11}}{d\xi} = \frac{du_3}{d\xi}, \quad p_1 - p_2 = p_c(s); \quad (6)$$

$$s|_{\xi \rightarrow \infty} = 0, u_i|_{\xi \rightarrow \infty} = 0, p_2(0) = p_2^+, u_i(0) = u_i^+, \quad i = 1, 2, 3. \quad (7)$$

Искомыми являются функции $s(\xi)$, $m(\xi)$ и c . Решение задачи (1)-(7) находим следующим образом. Интегрируя уравнения (1) и (6) находим постоянную c и получаем представления для истинных скоростей воды, воздуха и твердой матрицы и e_{11} . Используя представления для скоростей и (2),(3), приходим к уравнению для насыщенности $s(\xi)$. Подставляя (5) в (4) с учетом (3) и представления e_{11} , получим уравнение для пористости $m(\xi)$.

Библиографический список

1. Николаевский В.Н., Басниев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.А. Механика Насыщенных пористых сред. – М. : Изд-во Недраб, – 1970.

2. Веденников В.В., Николаевский В.Н. Уравнения механики пористых сред, насыщенных двухфазной жидкостью // Изв. АН СССР. - Механика жидкости и газа. - 1978. - Т. 5.
3. Гоман В.А., Папин А.А., Шишмарев К.А. Численное решение двумерной задачи движения воды и воздуха в тающем снеге // Известия Алтайского университета. - Барнаул, 2014. - №1/2. - С. 15-20.
4. Папин А.А. Краевые задачи для уравнений двухфазной фильтрации. - Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2009.

УДК 513.2:57.017.64

Об одной нелинейной динамической системе

Н.Б. Аюпова, В.П. Голубятников

ИМ СО РАН, НГУ, г. Новосибирск

В работе [1] изучалась одна модель взаимодействия двух соседних идентичных клеток в имагинальном диске *D.melanogaster* на ранней стадии его развития. Здесь мы изучаем несколько более сложную ситуацию: пусть K_1, K_2, K_3 – три соседние клетки в таком диске, и в каждой из них содержатся белки AS-C, Delta и Notch. В дальнейшем все индексы j, k, m предполагаются равными 1 или 2 или 3, и $j \neq k \neq m \neq j$. Обозначим через x_j, y_j, z_j , соответственно, концентрации этих белков в клетке K_j и выпишем, следуя [3-5], систему кинетических уравнений, описывающую их взаимодействие:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1(z_1) - x_1; \quad \frac{dy_1}{dt} = \sigma_1(x_1) - y_1; \quad \frac{dz_1}{dt} = \zeta_{2,1}(y_2) + \zeta_{3,1}(y_3) - z_1; \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(z_2) - x_2; \quad \frac{dy_2}{dt} = \sigma_2(x_2) - y_2; \quad \frac{dz_2}{dt} = \zeta_{1,2}(y_1) + \zeta_{3,2}(y_3) - z_2; \\ \frac{dx_3}{dt} &= f_3(z_3) - x_3; \quad \frac{dy_3}{dt} = \sigma_3(x_3) - y_3; \quad \frac{dz_3}{dt} = \zeta_{1,3}(y_1) + \zeta_{2,3}(y_2) - z_3. \end{aligned} \quad (1)$$

Все переменные и функции неотрицательны, функции f_j монотонно убывают, что описывает отрицательную обратную связь $(Notch)_j \blacktriangleleft (AS-C)_j$. Функции σ_j и $\zeta_{k,m}$ монотонно возрастают, описывая положительные обратные связи внутри клеток: $(AS-C)_j \rightarrow (Delta)_j$, и между клетками: $(Delta)_k \rightarrow (Notch)_j \leftarrow (Delta)_m$, см. [1]. На ранней стадии развития все клетки одинаковы, поэтому при всех $k \neq m$

$$\zeta_{k,m} = \zeta(y) = \frac{Cy}{c+y}, \quad (2)$$

$$f_1 = f_2 = f_3 = f(z) = \frac{A}{a+z^2}; \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma(x) = \frac{Bx^2}{b+x^2}.$$

Пусть $g(z) = \zeta(\sigma(f(z))) = \frac{A^2 BC}{c[A^2 + b(a+z^2)^2] + A^2 B}$. Стационарные

точки системы (1), (2) находятся из системы девяти уравнений $x_j = f(z_j)$; $y_j = \sigma(x_j)$; $z_j = \zeta(y_k) + \zeta(y_m)$, что сводится к:

$$z_1 + g(z_1) = z_2 + g(z_2) = z_3 + g(z_3) = g(z_1) + g(z_2) + g(z_3). \quad (3)$$

Система (3) имеет в точности одно симметричное решение $z_0 := z_1 = z_2 = z_3$, получаемое из уравнения $z_0 = 2g(z_0)$.

«Частично симметричные» решения системы (3) $z_1 = z_2$, или $z_3 = z_2$, или $z_1 = z_3$ находятся из уравнений вида $z_1 = g(z_1) + g(z_3)$; $z_3 = 2g(z_1)$, и в этом случае две клетки из K_1, K_2, K_3 находятся в одинаковом состоянии, определяемом уравнением $z_1 = g(z_1) + g(2g(z_1))$. При достаточно больших значениях A, B и C эта система имеет три решения. Обозначим их в порядке возрастания следующим образом: $z_1 = z_1^-$; $z_1 = z_1^0$ и $z_1 = z_1^+$, см. рисунок 1, построенный при $A=4$; $a=0,3$; $B=8$; $b=28,8$; $C=54$; $c=1$. Решение $z_1 = z_1^0$ соответствует полностью симметричному случаю $z_1 = z_2 = z_3$. Линеаризация системы (1), (2) в окрестности ее стационарной точки $S = (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3)$ описывается блочной 9×9 матрицей M , имеющей вид

$$M = \begin{pmatrix} A_1 & B_2 & B_3 \\ B_1 & A_2 & B_3 \\ B_1 & B_2 & A_3 \end{pmatrix}, \text{ где } A_j = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -p_j \\ q_j & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$B_j = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_j & 0 \end{pmatrix}.$$

Здесь $-p_j = \frac{d f(z_j)}{d z_j}$; $q_j = \frac{d \sigma(x_j)}{d x_j}$; $r_j = \frac{d \varsigma(y_k)}{d y_k}$. Обозначим через Π_j произведение $p_j q_j r_j$, вычисленное в этой точке. Характеристический многочлен матрицы M принимает вид

$$(1 + \lambda)^9 - (1 + \lambda)^3 (\Pi_1 \Pi_2 + \Pi_3 \Pi_2 + \Pi_1 \Pi_3) + 2 \Pi_1 \Pi_2 \Pi_3 = 0. \quad (4)$$

В симметричном случае $\Pi_1 = \Pi_2 = \Pi_3 = a_0^3 > 0$ уравнение (4) имеет два набора кратных корней, удовлетворяющих условию $(1 + \lambda)^3 = a_0^3$, и три корня, определяемых из $(1 + \lambda)^3 = -2a_0^3$. При больших значениях A , B и C два собственных числа положительны, это кратный корень $\lambda_{1,2} = a_0 - 1$. У остальных собственных чисел $\operatorname{Re} \lambda_n < 0$. И для частично симметричной стационарной точки уравнение (4) решается явно: пусть, например, $z_1 = z_2$. Тогда $\Pi_1 = \Pi_2 > 0$, $\Pi_3 > 0$, и $(1 + \lambda)^3 = \Pi_1$.

Оставшиеся характеристические числа в такой точке находятся из уравнения $(1 + \lambda)^6 + (1 + \lambda)^3 \Pi_1 - 2 \Pi_1 \Pi_3 = 0$. При больших A , B и C для решения $z_1 = z_1^+$, $z_3 = z_1^-$ вещественные части собственных чисел матрицы M отрицательны, в этом случае из клеток K_1 , K_2 , K_3 родительской клеткой становится K_3 , ср. [1]. Случай $z_1 = z_2 = z_1^-$, $z_3 = z_1^+$ соответствует неустойчивой стационарной точке.

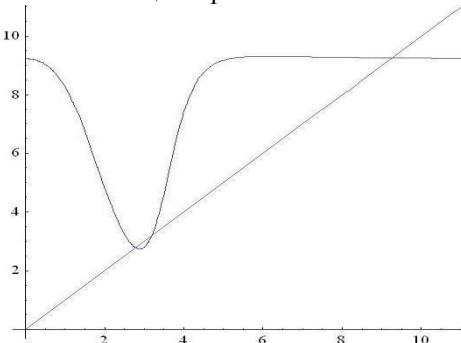


Рис. 1. График функции $g(z) + g(2g(z))$

Ввиду симметричности динамической системы (1), (2), задаваемая соотношениями $X := x_1 = x_2 = x_3$; $Y := y_1 = y_2 = y_3$; $Z := z_1 = z_2 = z_3$ трехмерная плоская область $P_+^3 \subset R^9$ инвариантна относительно траекторий этой системы, ограничение которой на P_+^3 имеет вид

$$\frac{dX}{dt} = f(Z) - X; \quad \frac{dY}{dt} = \sigma(X) - Y; \quad \frac{dZ}{dt} = 2\zeta(Y). \quad (5)$$

Эта система имеет всего одну стационарную точку $S_0(X_0, Y_0, Z_0)$, соответствующая случаю $\Pi_1 = \Pi_2 = \Pi_3 = a_0^3 > 0$, см. выше. Разобьем область P_+^3 плоскостями $X = X_0$, $Y = Y_0$, $Z = Z_0$ и перенумеруем полученные 8 областей (блоков) булевыми индексами $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3\}$: $\varepsilon_1 = 0$, если $0 < X < X_0$; $\varepsilon_1 = 1$, если $X_0 \leq X$; $\varepsilon_2 = 0$, если $0 < Y < Y_0$ и т.д., см. [4]. Линеаризация системы (5) в S_0 описывается матрицей

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -p \\ q & -1 & 0 \\ 0 & 2r & -1 \end{pmatrix}, \text{ у которой одно собственное число отрица-}$$

тельно: $\mu_1 = -1 - a_0 \sqrt[3]{2}$, и два комплексных: $\operatorname{Re} \mu_{2,3} = \frac{a_0 \sqrt[3]{2} - 2}{2}$. Как

следует из [2,4], если $a_0 \sqrt[3]{2} > 2$, то система (5) имеет в области P_+^3 цикл, который переходит из блока в блок, согласно диаграмме:

$$\dots \rightarrow \{0,0,0\} \rightarrow \{1,0,0\} \rightarrow \{1,1,0\} \rightarrow \{1,1,1\} \rightarrow \{0,1,1\} \rightarrow \{0,0,1\} \rightarrow \{0,0,0\} \rightarrow \dots$$

В системе (1), (2) такой цикл неустойчив. При сдвиге любой его точки вдоль собственных векторов матрицы M , соответствующих ее положительным собственным значениям $\lambda_1 = \lambda_2$, мы попадаем в точку, у которой траектория притягивается к одной из устойчивых частично симметричных стационарных точек, описанных выше.

Работа поддержана РФФИ, грант 15-01-00745.

Библиографический список

1. Акинышин А.А., Бухарина Т.А., Голубятников В.П., Фурман В.П. Математическое моделирование взаимодействия двух клеток в пропнейральном кластере крылового имагинального диска *D.mealnogaster* // Вестник НГУ. – 2014. – Т. 14, №4. – С. 3–10.
2. Glass L., Pasternack J. Stable oscillations in mathematical models of biological control systems // J. Math. Biology. – 1978. – V. 6. – P. 207–223.
3. Golubyatnikov V.P., Golubyatnikov I.V., Likhoshvai V.A. On the existence and stability of cycles in five-dimensional models of gene networks // Numerical analysis and applications. – 2010. – V. 3, № 4. – P. 329 – 335.

4. Golubyatnikov V.P., Golubyatnikov I.V. On periodic trajectories in odd-dimensional gene networks models // Russian journal of numerical analysis and mathematical modeling. – 2011. V. 28, №4. – P. 397–412.

5. Murray J.D. Mathematical biology. I. An introduction. 2002. NY: Springer-Verlag.

УДК 536.25

Моделирование стационарных двухслойных течений жидкости и газа с испарением на границе раздела

*О.Н. Гончарова, Е.В. Резанова
АлтГУ, г. Барнаул*

Конвективные течения жидкости и газа часто сопровождаются тепло- и массопереносом через термокапиллярную границу раздела. Изучению подобных процессов посвящено большое количество работ (см. [1-3] и цитированную там литературу).

В данной работе исследуются стационарные двухслойные течения в горизонтальном канале с твердыми непроницаемыми стенками. Система «жидкость–газ» находится под действием продольных градиентов температуры и поперечного поля силы тяжести. В верхнем газопаровом слое принимается во внимание действие эффектов Соре (термодиффузии) и Дюфура (диффузионной теплопроводности) [4-7]. Математическое моделирование течений жидкости проводится на основе системы уравнений Навье–Стокса в приближении Обербека–Буссинеска [4]. Для описания процессов в верхнем слое система уравнений должна быть дополнена уравнением диффузии. Функции скорости, распределения температуры в канале и давления, а также концентрации пара в газовом слое строятся на основе точных решений типа Бириха [8] и имеют следующий вид [2, 9, 10]:

$$u_i = \frac{y^4}{24} L_4^i + \frac{y^3}{6} L_3^i + \frac{y^2}{2} c_1^i + y c_2^i + c_3^i,$$

$$\begin{aligned}
T_i &= (a_1^i + a_2^i y) x + \frac{y^7}{1008} N_7^i + \frac{y^6}{720} N_6^i + \frac{y^5}{120} N_5^i + \frac{y^4}{24} N_4^i + \frac{y^3}{6} N_3^i + \frac{y^2}{2} N_2^i + y c_4^i + c_5^i, \\
C &= (b_1 + b_2 y) x + \frac{y^7}{1008} S_7 + \frac{y^6}{720} S_6 + \frac{y^5}{120} S_5 + \frac{y^4}{24} S_4 + \frac{y^3}{6} S_3 + \frac{y^2}{2} S_2 + y c_6^2 + c_7^2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p'_i &= \left[\frac{y^2}{2} d_3^i + y d_2^i + d_1^i \right] x + \\
&\frac{y^8}{8} K_8^i + \frac{y^7}{7} K_7^i + \frac{y^6}{6} K_6^i + \frac{y^5}{5} K_5^i + \frac{y^4}{4} K_4^i + \frac{y^3}{3} K_3^i + \frac{y^2}{2} K_2^i + y K_1^i + c_8^i.
\end{aligned}$$

Здесь u_i – продольная скорость, p'_i – модифицированное давление (отклонение давления p от гидростатического, $p' = p - \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}$, $\mathbf{x} = (x, y)$), T_i – температура, C – концентрация пара. Индекс $i = 1, 2$ отвечает за описания течения в слое, заполненном либо жидкостью ($i = 1$), либо смесью газа и пара ($i = 2$). Коэффициенты $L_j^i, N_m^i, S_n^i, K_n^i$ ($i = 1, 2, j = 1, 2, m = 2, 7, n = 1, 8$) выражаются через физические параметры задачи и коэффициенты a_j^i, b_i , ($i, j = 1, 2$); c_j^i ($i=1, 2; j=1, 8$) являются константами интегрирования и вычисляются с помощью граничных условий.

Считается, что на твердых границах канала выполняются условия прилипания для скорости, и задано линейное распределение температуры. Концентрация пара на верхней твердой границе удовлетворяет одному из условий: условию полного поглощения пара или условию отсутствия потока пара. Расход газа в верхнем слое системы полагается заданным. На термокапиллярной границе раздела, остающейся недеформированной, выполнены кинематическое и динамические условия, условие переноса тепла через границу раздела, и условие баланса массы. Концентрация насыщенного пара определяется с помощью соотношения, используемого в данной постановке в линеаризованной форме и являющегося следствием уравнения Клапейрона-Клаузиуса [2, 9]. Заметим, что выбор условия для концентрации пара на верхней границе канала, а также учет эффекта Соре оказывают влияние на вид искомых функций и интенсивность испарения на границе раздела сред.

Представлены профили скорости и температуры для системы «жидкость – газ» типа «HFE-7100 – азот» с учетом и без учета эффекта термодиффузии. Исследовано влияние величины расхода газа и продольных градиентов температуры на структуру течения, распределение температуры и интенсивность испарения жидкости. Проведено

сравнение полученных в ходе аналитических вычислений результатов с экспериментальными данными [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-08-00163).

Библиографический список

1. Гончарова О.Н. Моделирование течений в условиях тепло- и массопереноса на границе // Известия АлтГУ. – 2012. – № 73 (1/2). – С. 12-18.
2. Goncharova O.N, Hennenberg M., Rezanova E.V., Kabov O.A. Modeling of the convective fluid flows with evaporation in the two-layer systems. // Interfacial Phenomena and Heat Transfer. – 2013. – Vol. 1. – P. 317-338.
3. Lyulin Yu.V., Kabov O.A. Evaporative convection in a horizontal liquid layer under shear-stress // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 2014. – N. 70. – P. 599-609.
4. Андреев В.К., Гапоненко Ю.А., Гончарова О.Н., Пухначев В.В. // Современные математические модели конвекции. – М.: Наука. – 2008. – 368 с.
5. Гроот С.Р. Термодинамика необратимых процессов // М.: Гос. изд. технико-теоретической литературы. – 1956. – 281 с.
6. Гебхард Б., Джалурия Й., Махаджан Р., Самакия Б. Свободно-конвективные течения. Тепло- и массообмен. Книга 1 // М.: Мир. – 1991. – 678 с.
7. Де Гроот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика // М.: Мир. – 1964. – 456 с.
8. Бирих Р.В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // Прикладная механика и техническая физика. – 1966. – № 3. – С. 69-72.
9. Гончарова О.Н., Резанова Е.В. Пример точного решения стационарной задачи о двухслойных течениях при наличии испарения на границе раздела // ПМТФ. – 2014. – № 2. – С. 68-79.
10. Резанова Е.В. Математическое моделирование двухслойных течений с учетом эффектов Соре и Дюфура. // Известия АлтГУ. – 2014. – № 1/2(81). – С. 57-61.

Численное исследование влияния внешней среды на формирование сферического микробаллона

*А.В. Закурдаева
АлтГУ, г. Барнаул*

В настоящее время микробаллоны или микросфера служат основой для новых материалов, таких, как сферопласт, а также применяются как сенсибилизаторы эмульсионных взрывчатых веществ [1, 2]. Математическому моделированию процесса формирования сферических микробаллонов посвящены работы [3-6]. Важными факторами, определяющими динамику сферического слоя, являются внешний температурный режим и давление внешней среды [3, 5, 7].

В данной работе изучается сферический слой вязкой несжимаемой жидкости, содержащий внутри себя газовый пузырек. Задача рассматривается в условиях кратковременной невесомости, газ растворенный в жидкости, представляет собой пассивную добавку. Внутри пузырька давление, плотность и абсолютную температуру можно считать функциями только времени, связанными уравнением Менделеева-Клапейрона.

Пусть вязкая несжимаемая жидкость заполняет сферически симметричный слой $R_1(t) < r < R_2(t)$, где $r = R_1(t)$ и $r = R_2(t)$ – его внутренняя и внешняя свободные границы. Положение границ, а также радиальная скорость жидкости $v(t, r)$ и распределение температуры в жидкости $T(t, r)$ определяются в ходе решения задачи. Искомые функции удовлетворяют уравнениям Навье-Стокса и переноса тепла, представленным здесь в безразмерном виде [3, 4]:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{2} V^2 (R_1^2 + R_2^2) (R_1 + R_2) R_1^{-3} R_2^{-3} + \\ &+ \text{Re}^{-1} \left[P'_g - P'_{vn} - 2 \bar{S}i \sigma(T) (R_1 + R_2) R_1^{-1} R_2^{-1} \right] R_1 R_2 (R_2 - R_1)^{-1} - \\ &- 4 \text{Re}^{-1} v(T) V (R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2) R_1^{-2} R_2^{-2}, t > 0; V(0) = V_0, \\ T_t + \frac{V}{r^2} \frac{\partial T}{\partial r} &= \frac{1}{Pe} r^{-2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \chi(T) \frac{\partial T}{\partial r}) \end{aligned}$$

Здесь $V = r^2 v$ – скорость изменения объема оболочки, v и σ – коэффициенты кинематической вязкости и поверхностного натяжения, χ – коэффициент температуропроводности. Безразмерные параметры

задачи имеют следующий вид: $Pe = (v_* r_*) / \chi_*$ – число Пекле, $Re = (v_* r_*) / v_*$ – число Рейнольдса, $\bar{Si} = Si \cdot S$, $Si = \sigma_* / r_* P_*$, $S = P_* r_* / (\rho_* v_* v_*)$. Имеем также $P'_g = P_g \cdot S$, $P'_{vn} = P_{vn} \cdot S$, где P_g и P_{vn} – давление в газе и внешнее давление. Звездочкой обозначены характерные значения физических величин: ρ_* – характерное значение плотности жидкости, P_* – характерное значение давления. При этом характерные размер r_* , время t_* и скорость процесса v_* связаны между собой соотношением $r_* = v_* t_*$, а коэффициенты χ , v и σ зависят от температуры.

На внутренней и внешней границах сферического слоя $r = R_1(t)$ и $r = R_2(t)$ выполняются кинематические и динамические условия. Также на внутренней границе $r = R_1(t)$ искомые функции должны удовлетворять условиям баланса энергии и непрерывности температуры, а на внешней $r = R_2(t)$ – условию теплообмена с внешней средой, которое может быть задано в виде условия первого, второго или третьего рода.

Алгоритм численного решения задачи состоит из нескольких этапов. На каждом временном слое расчет начинается с вычисления скорости изменения объема сферической оболочки V и положения свободной границы R_1 . Значения этих функций определяются в результате решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка методом Рунге-Кутта четвертого порядка точности [8]. Положение внешней границы жидкого слоя R_2 вычисляется из закона сохранения объема оболочки: $R_2^3(t) - R_1^3(t) = R_{20}^3 - R_{10}^3$. Для нахождения распределения температуры в жидкости осуществляется переход в фиксированную область $[0, 1]$ с помощью замены пространственной переменной x $x = (r^3 - R_1^3(t)) \cdot (R_{20}^3 - R_{10}^3)^{-1}$ ($x \in [0, 1]$). Неявная разностная схема второго порядка аппроксимации по пространственной переменной [4, 7] для уравнения теплопереноса решается методом прогонки с параметром, в роли которого выступает неизвестное значение температуры на внутренней границе слоя. Схема, представленная для уравнения переноса тепла, была протестирована с помощью формального точно-

го решения уравнения. Тестирование численного алгоритма проводилось также на последовательности сеток.

Проведены численные эксперименты по формированию стеклянного микробаллона, содержащего пузырек углекислого газа. Исследовано влияние внешнего давления и внешнего теплового режима на динамику жидкой оболочки и распределение температуры в ней.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-08-00163).

Библиографический список

1. Аншиц А.Г., Аншиц Н.Н., Дерибас А.А., Карабанов С.М., Касаткина Н.С., Пластиинин А.В., Решетняк А.Ю., Сильвестров В.В. Скорость детонации эмульсионных взрывчатых веществ с ценосферами // Физика горения и взрыва. – 2005. – Т. 41, № 5. – С. 119-127.
2. Карпов Е.В. Деформирование и разрушение сферопласта в условиях малоциклового нагружения при различных температурах // Прикладная механика и техническая физика. – 2009. Т. 50, № 1. – С. 197-204.
3. Гончарова О.Н. Математическая модель формирования сферических оболочек в условиях кратковременной невесомости // Динамика сплошной среды. СО АН СССР, Институт Гидродинамики –1987. – № 82. – С. 66-79.
4. Гончарова О.Н., Пухначев В.В. Диффузионное приближение в задаче формирования сферических микробаллонов в условиях кратковременной невесомости // Моделирование в механике. СО АН СССР, Институт Гидродинамики – 1990. – № 5. – С. 83-95.
5. Гончарова О.Н. Глобальная разрешимость задачи о формировании сферических микробаллонов // Динамика сплошной среды. СО АН СССР, Институт Гидродинамики –1993. – № 106. – С. 36-48.
6. Резанова Е.В. Численное исследование динамики сферической газосодержащей оболочки // Известия АлтГУ. – 2013. – № 1/2(77) – С. 42-47.
7. Закурдаева А.В., Резанова Е.В. Численное исследование влияния давления внешней среды на динамику жидкой сферической оболочки // Омский научный вестник. – 2015 (представлена к опубликованию).
8. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.

Профильная задача движения грунтовых вод в окрестности водохранилища

И.В. Каракулова
АлтГТУ (АГУ), г. Барнаул

Грунтовая вода под влиянием градиента давления вынуждена двигаться через почву, каждая ее частица, проходя через нерегулярно расположенные поры между частицами почвы, описывает сложную траекторию.

Расчеты гидродинамических процессов водохранилища основаны на континуальной модели, описывающей движение однородной и несжимаемой жидкости в пористой среде [1, 2].

Уравнения неразрывности и движения имеют вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\vec{q}) &= S, \\ \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial t}(\vec{q}) &= -\operatorname{grad}\left(\frac{P}{\rho g} + y\right) + \frac{\vec{F}}{g}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\vec{q} = \mathbf{m}\vec{v}$ – скорость фильтрации, S – источники и стоки, \mathbf{m} – пористость среды, \vec{v} – скорость, t – время, \vec{F} – сила трения для единичной массы, \mathbf{g} – ускорение свободного падения, P – гидравлическое давление, ρ – плотность жидкости, y – вертикальная текущая координата.

Скорость фильтрации связана с вязкостью:

$$\vec{q} = -K \frac{\vec{F}}{g}, \quad (3)$$

где K – гидравлическая проницаемость (коэффициент фильтрации).

При установившемся движении в пористой среде временная зависимость отсутствует, поэтому член $\frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial t}(\vec{q})$ в уравнениях (2) отбрасывается.

Введение пьезометрической высоты (потенциала скорости)

$$\Phi = \frac{P}{\rho g} + y \quad (4)$$

приводит (2) к закону Дарси:

$$\vec{q} = -K \cdot \operatorname{grad} \Phi. \quad (5)$$

Учитывая уравнение неразрывности (1) получаем уравнение для Φ

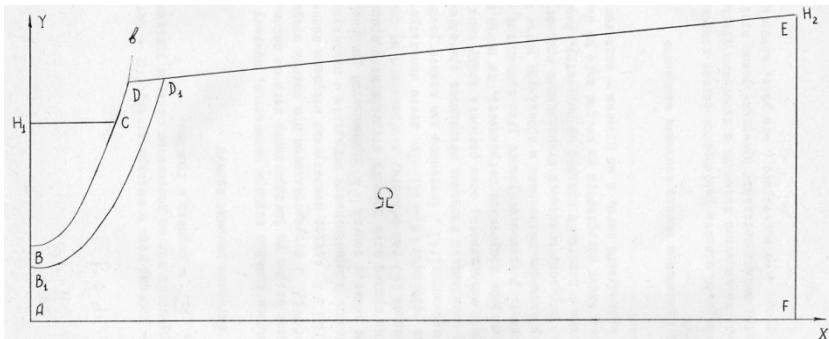
$$\operatorname{div}(K \cdot \operatorname{grad} \Phi) = S. \quad (6)$$

Коэффициент фильтрации K связан с проницаемостью k пористой среды и вязкостью жидкости μ следующим образом:

$$K = \frac{k \rho g}{\mu}, \quad (7)$$

где k – тензор второго ранга.

Расчетная область



Границные условия:

$$AB: \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \quad (\text{ось симметрии}), \quad (8)$$

$$AF: \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \quad (\text{водонепроницаемая граница}), \quad (9)$$

$$BC: \Phi = H_1, \quad (10)$$

$$CD: \Phi = y, \quad (\text{промежуток высачивания}) \quad (11)$$

$$EF: \Phi = H_2, \quad (12)$$

$$DE: \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0, \quad (13)$$

где H_1 – уровень воды в водохранилище, H_2 – естественный уровень грунтовых вод на достаточно большом удалении от водохранилища, \vec{n} – нормаль к границе.

Реализация метода конечных элементов:

$$\Phi = N_i \Phi_i + N_j \Phi_j + N_k \Phi_k. \quad (14)$$

Дифференциальное уравнение (6) описывающее плоское безвихревое движение грунтовых вод принимает вид:

$$K_{xx} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + K_{yy} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - S = 0, \quad (15)$$

где K_{xx} и K_{yy} – коэффициенты фильтрации в направлениях x и y соответственно, Φ – пьезометрическая высота, S – источники и стоки.

Границные условия (8)-(14) могут быть записаны в следующем виде:

$$\Phi = \Phi_0, \quad (16)$$

и (или)

$$K_{xx} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \ell_x + K_{yy} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \ell_y + s = 0, \quad (17)$$

s – поток воды, движущейся через границу.

Компоненты вектора скорости фильтрации выражаются через пьезометрический напор следующим образом:

$$q_x = -K_{xx} \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad q_y = -K_{yy} \frac{\partial \Phi}{\partial y}. \quad (18)$$

В области $ABCDEF$ пьезометрический потенциал Φ удовлетворяет эллиптическому уравнению (6). На границе $\partial\Omega$ области Ω задаются линейные граничные условия для Φ : (8)-(12) и

$$DE: \Phi = H \text{ (свободная поверхность).} \quad (19)$$

Движение свободной поверхности DE , задаваемой равенством $G(x, y, t) = 0$, описывается уравнением:

$$m \frac{\partial G}{\partial t} = K \cdot \operatorname{grad} \Phi \cdot \operatorname{grad} G. \quad (20)$$

Аппроксимация свободной границы: пусть уравнение свободной границы DE имеет вид $y = H(x, t)$. Тогда, считая $K_{xy} = K_{yx} = 0$, получим (20) в виде:

$$m \frac{\partial H}{\partial t} = K_{xx} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} - K_{yy} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial H}{\partial y}. \quad (21)$$

Используя условие (19), имеем

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \left(1 - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \frac{\partial H}{\partial x}, \text{ при } y = H(x, t).$$

Подставляя это выражение в (21) получим:

$$m \frac{\partial H}{\partial t} = K_{xx} \left(1 - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 - K_{yy} \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \text{ при } y = H(x, t). \quad (22)$$

Применим метод квадратур. Нелинейный член в (22) раскладывается в ряд Тейлора и аппроксимируется следующим образом:

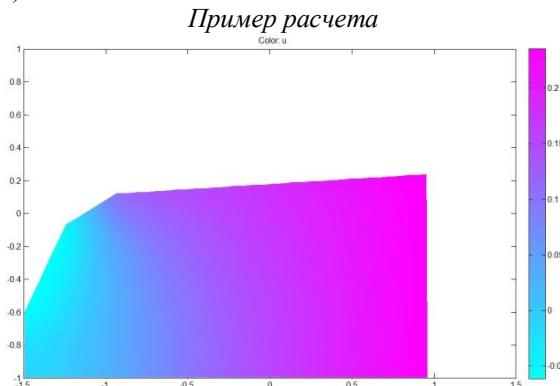
$$\left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 \approx \left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial x} \right) \left[\frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{H}}{\partial x} \right],$$

где $\frac{\partial \tilde{H}}{\partial x}$ – неизвестная функция – первая аппроксимация для $\frac{\partial H}{\partial x}$. Тогда уравнение (22) переходит в

$$m \frac{\partial H}{\partial t} = K_{xx} \left(1 - \Phi_y \right) \left[2 \frac{\partial \tilde{H}}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} - \left(\frac{\partial \tilde{H}}{\partial x} \right)^2 \right] - K_{yy} \Phi_y. \quad (23)$$

Численная реализация: алгоритм состоит из двух итерационных процессов вложенных один в другой. На первом этапе решается задача нахождения потенциала скоростей с небольшим временным шагом при заданных граничных условиях, во внутреннем цикле вычисляется свободная поверхность.

Для решения краевой задачи были использованы свободно распространяемые пакеты математического моделирования, основанные на методе конечных элементов: freefem++3.35 (Франция) и Elmer7.0 (Финляндия).



Библиографический список

1. Введение в динамику жидкости. Бэтчелор Дж. / пер. с англ. – М.: Мир, 1973. – 778 с.

2. Винников В.А., Каркашадзе Г.Г. Гидромеханика: учебник для вузов. – М.: Изд-во Московского государственного горного университета, 2003. – 302 с.
3. Кочина П.Я., Кочина Н.Н. Задачи о движении со свободной поверхностью в подземной гидродинамике. – М.: Редакция журнала «Успехи физических наук» РАН, 1995. – 172 с.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа: учеб. для вузов.-7-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.

УДК 532

**Моделирование конвективного течения жидкости
с испарением на основе приближения тонкого слоя
уравнений конвекции Обербека-Буссинеска**

Л.А. Масенюк, Е.В. Резанова, Я.А. Тарасов
АлтГУ, г. Барнаул

Динамика, устойчивость и разрыв тонких пленок жидкостей встречаются во многих областях инженерии, геофизики и биофизики. В частности, в промышленных технологиях применяются тонкие пленки жидкостей для охлаждения локально нагреваемых поверхностей [1]. Построению математических моделей, описывающих течения тонких слоев жидкостей, исследованию их устойчивости и численному решению посвящено достаточно много работ [2-5]. Моделирование испаряющихся пленок проводится в работах [4-7].

В данной работе исследуется процесс стекания тонкого слоя вязкой, несжимаемой жидкости по неравномерно нагретой, наклоненной под углом α к линии горизонта подложке. Сопутствующий поток газа движется над слоем жидкости. Требуется учесть эффекты испарения на термокапиллярной границе.

Течение жидкости моделируется при помощи системы уравнений конвекции Обербека-Буссинеска [8] и обобщенных кинематического, динамического и энергетического условий на границе раздела [9]. При построении математической модели выбираются два характерных масштаба – продольный l и поперечный d . Решение задачи строится в виде разложений по степеням малого параметра ε , равного отношению характерной поперечной длины к продольной.

В безразмерном виде классические уравнения конвекции могут быть записаны следующим образом [6]:

$$\begin{aligned}
 Re\varepsilon^2(u_t + uu_x + uw_z) &= u_{zz} - p'_x + \varepsilon^2 u_{xx} - \gamma_1 \sin \alpha T, \\
 Re\varepsilon^4(w_t + uw_x + ww_z) &= \varepsilon^2 w_{zz} - p'_z + \varepsilon^4 w_{xx} + \gamma_2 \cos \alpha T, \\
 u_x + w_z &= 0, \\
 RePr\varepsilon^2(T_t + uT_x + wT_z) &= \varepsilon^2 T_{xx} + T_{zz}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь (u, w) – вектор скорости, $p' = p - \frac{\gamma_1}{Bu} x \sin \alpha + \gamma_2 z \cos \alpha$ – безразмерное модифицированное давление, T – температура, $\gamma_1 = \frac{Gr}{\varepsilon}$,

$$\gamma_2 = \frac{Gr}{Re}, \quad Pr = \frac{\nu}{\chi} \text{ – число Прандтля, } Gr = \frac{d^3 g \beta T_*}{\nu^2} \text{ – число Грасгофа,}$$

$Re = \frac{u_* l}{\nu}$ – число Рейнольдса. При этом вектор ускорения силы тяжести имеет вид $\vec{g} = (g \sin \alpha, -g \cos \alpha)$, ν – коэффициент кинематической вязкости, χ – коэффициент температуропроводности, β – коэффициент теплового расширения, а T_* и u_* – характерные значения температуры и продольной скорости.

На термокапиллярной границе раздела $z = h(x, t)$ выполняются обобщенные кинематическое, динамическое и энергетические условия (см. [6, 7, 9]). Для задания зависимости локального потока массы испаряющейся жидкости от температуры на границе раздела используется кинетическое уравнение Герца-Кнудсена [6, 7, 9]. На твердой, непроницаемой границе $z = 0$ выполняются условия прилипания $u|_{z=0}$, $w|_{z=0}$, а также условие неоднородного нагрева вида $T|_{z=0} = \Theta_0(x, t)$.

Задача сводится к поиску главных и первых членов разложения по степеням малого параметра ε . Все искомые функции будут найдены, как только станет известна толщина слоя h . Для нахождения толщины слоя имеет место уравнение, которое является следствием обобщенно-го кинематического условия

$$h_t + uh_x - w + \frac{E}{\varepsilon} J_{ev} = 0,$$

а именно [6]:

$$\begin{aligned}
& h_t + h_x [h^4 \frac{1}{24} (\gamma_2 \cos \alpha A_x + \varepsilon \gamma_2 \cos \alpha B_x) + \\
& + h^3 \frac{1}{6} ((\Theta_0)_x \gamma_2 \cos \alpha + A \gamma_1 \sin \alpha + \varepsilon \gamma_1 \sin \alpha B) + \\
& + h^2 \frac{1}{2} ((C_0)_x + \Theta_0 \gamma_1 \sin \alpha + \varepsilon (\bar{C}_0)_x) + h(C_1 + \varepsilon \bar{C}_1)] + \\
& + [h^5 \frac{1}{120} (\gamma_2 \cos \alpha (A_{xx} + \varepsilon B_{xx})) + \\
& + h^4 \frac{1}{24} ((\Theta_0)_{xx} \gamma_2 \cos \alpha + \gamma_2 \sin \alpha (A_x + \varepsilon B_x)) + \\
& + h^3 \frac{1}{6} ((C_0)_{xx} + (\Theta_0)_x \gamma_1 \sin \alpha + \varepsilon (\bar{C}_0)_{xx}) + h^2 \frac{1}{2} ((C_1)_x + \varepsilon (\bar{C}_1)_x)] + \\
& + \frac{E \alpha_J}{\varepsilon} (A h + \Theta_0 + \varepsilon B h) = 0.
\end{aligned}$$

Предполагается, что $Re = 1$. Функции A , B и Θ_0 определяют тепловой режим, а функции $C_0, C_1, \bar{C}_0, \bar{C}_1$ выражаются через A , B и Θ_0 . Проведен параметрический анализ задачи для систем «жидкость-газ» типа «этанол-азот», «HFE7100-азот», «FC72-азот». Построен алгоритм численного решения задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-08-00163).

Библиографический список

1. Liu R., Kabov O.A. Effect of mutual location and the shape of heaters on the stability of thin films flowing over locally heated surfaces // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2013. – Vol. 65. – P. 23–32.
2. Копбосынов Б.К., Пухначев В.В. Термокапиллярное движение в тонком слое жидкости // Гидромеханика и процессы переноса в невесомости : сб. научн. тр. – 1983. – С. 116–125.
3. Miladinova S., Slavtchev S., Lebon G., Legros J.-C. Long-wave instabilities of non-uniformly heated falling films // J. Fluid Mech. – 2002. – Vol. 453. – P. 153–175.
4. Gatapova E. Ya., Kabov O. A. Shear-driven flows of locally heated liquid films // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2008. – Vol. 51. – Issues 19–20. – P. 4797–4810.
5. Kabova Yu., Kuznetsov V.V., Kabov O., Gambaryan-Roisman T., Stephan P. Evaporation of a thin viscous liquid film sheared by gas in a micro-

channel // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2014. – Vol. 68. – P. 527-541.

6. Гончарова О.Н., Резанова Е.В. Построение математической модели течений в тонком слое жидкости на основе классических уравнений конвекции и обобщенных условий на границе раздела // Известия Алтайского государственного университета. – 2015. – №85 (1/1). – С. 70-74.

7. Гончарова О.Н., Резанова Е.В., Тарасов Я.А. Математическое моделирование термокапиллярных течений в тонком слое жидкости с учетом испарения // Известия Алтайского государственного университета. – 2014. – №81 (1/1). – С. 47-52.

8. Андреев В.К., Гапоненко Ю.В., Гончарова О.Н., Пухначёв В.В. Современные математические модели конвекции. – М.: Физматлит. – 2008. – 368 с.

9. Гончарова О.Н. Моделирование течений в условиях тепло- и массопереноса на границе раздела // Известия Алтайского государственного университета. – 2012. – №73 (1/2). – С. 12-18.

УДК 517.95 + 556.342.2 + 539.217

Об одной модели двухфазной фильтрации в пороупругой среде

*A.A. Папин, Ю.Ю. Подладчиков
АлтГУ г. Барнаул, университет Лозанны*

Рассматривается изотермическое движение двух несмешивающихся жидкостей в деформируемой пористой среде. Уравнения сохранения массы для каждой из жидкостей и пористой среды, законы Дарси и Лапласа для жидкостей, а также реологическое соотношение для пористости имеют вид [1, 2]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho_i^0 s_i) + \nabla \cdot (\phi\rho_i^0 s_i \vec{u}_i) = 0, \quad i = 1, 2, \quad \frac{\partial}{\partial t}((1-\phi)\rho_3^0) + \nabla \cdot ((1-\phi)\rho_3^0 \vec{u}_3) = 0,$$

$$s_i \phi (\vec{u}_i - \vec{u}_3) = -K_0 \frac{\vec{k}_{0i}}{\mu_i} (\nabla p_i + \rho_i^0 \vec{g}), \quad p_2 - p_1 = p_c(x, s_1), \quad s_1 + s_2 = 1,$$

$$\nabla \cdot \vec{u}_3 = -\frac{1}{\xi(\phi)} p_e - \beta_t(\phi) \left(\frac{\partial p_e}{\partial t} + \vec{u}_3 \cdot \nabla p_e \right),$$

$$\nabla p_{tot} = \rho_{tot} \vec{g}, \quad p_e = p_{tot} - p_f, \quad p_f = s_1 p_1 + s_2 p_2,$$

$$p_{tot} = \phi p_f + (1-\phi)p_s, \quad \rho_{tot} = \phi \rho_f + (1-\phi)\rho_3^0, \quad \rho_f = \phi(s_1\rho_1^0 + s_2\rho_2^0).$$

Здесь ϕ – пористость \vec{u}_i – скорость i -ой фазы ($i = 1,2,3$), s_i и p_i – насыщенность и давление жидкой фазы ($i = 1,2$), p_s – давление твердой фазы, p_e – эффективное давление.

Заданные функции: ρ_i^0 – истинные плотности ($i = 1,2,3$), K_0 – тензор фильтрации, $\overline{k_{0i}}$ – относительные фазовые проницаемости, μ_i – вязкости жидкостей, $p_c(x, s)$ – капиллярный скачок давлений, $\xi(\phi)$ и $\beta_i(\phi)$ – коэффициенты объемной вязкости и объемной сжимаемости горной породы, \vec{g} – ускорение силы тяжести. Условие $\rho_i^0 = const$ ($i = 1,2,3$) приводит к замкнутой системе уравнений для $\phi, \vec{u}_i, p_i, p_s$. В случае $\phi = \phi(x)$ сформулированная система уравнений есть модель Маскета-Леверетта [3–8].

В [9] дается постановка задачи и проводится преобразование трехмерной системы уравнений, записанной в переменных Эйлера. В результате возникает система составного типа, содержащая, как в классической модели Маскета-Леверетта, вырождающиеся на решении уравнения. Для скорости твердой фазы возникает условие совместности.

В одномерном случае исходная система принимает вид

$$\frac{\partial \phi s_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\phi s_i u_i) = 0, \quad i = 1,2, \quad (1)$$

$$s_i \phi (u_i - u_3) = -K_0 \frac{\overline{k_{0i}}}{\mu_i} \left(\frac{\partial p_i}{\partial x} - \rho_i^0 g \right), \quad i = 1,2, \quad (2)$$

$$s_1 + s_2 = 1, \quad p_2 - p_1 = p_c(x, s), \quad s = \frac{s_1 - s_1^0}{1 - s_1^0 - s_2^0} \in [0, 1], \quad (3)$$

$$\frac{\partial (1-\phi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} ((1-\phi)u_3) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial x} = -a_1(\phi) p_e - a_2(\phi) \left(\frac{\partial p_e}{\partial t} + u_3 \frac{\partial p_e}{\partial x} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\partial p_{tot}}{\partial x} = -\rho_{tot} g. \quad (6)$$

Здесь (x, t) – переменные Эйлера, $a_1(\phi) = \frac{1}{\xi(\phi)}$, $a_2(\phi) = \beta_t(\phi)$.

Пусть $y = y(\zeta, x, t)$ – решение задачи Коши

$$\frac{\partial y}{\partial \zeta} = u_3(y, \zeta), \quad y|_{\zeta=t} = x. \quad (7)$$

Положим $\xi = y(\zeta, x, t)|_{\zeta=0}$ и возьмем за новые переменные ξ и t .

Тогда $1 - \phi(\xi, t) = (1 - \phi^0(\xi))J(\xi, t)$, где $J(\xi, t) = \frac{\partial \xi}{\partial x}$ – якобиан перехода. Система уравнений в новых переменных может быть приведена к виду

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{1 - \phi} s_1 \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left((1 - \phi) K_0 a(s) \frac{\partial s}{\partial x} \right) + \quad (8)$$

$$+ (1 - \phi) K_1 \frac{\partial p}{\partial x} + f_0 = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi}{1 - \phi} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(K(1 - \phi) \frac{\partial p}{\partial x} + f \right) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{1}{(1 - \phi)} \frac{\partial(1 - \phi)}{\partial t} = a_1(\phi) p_e + a_2(\phi) \frac{\partial p_e}{\partial t}, \quad (10)$$

$$(1 - \phi) \frac{\partial p_{tot}}{\partial x} = -\rho_{tot} g, \quad (11)$$

где

$$a(s) = -\frac{k_{01}k_{02}}{k} \frac{\partial p_c}{\partial s} \geq 0, k_{0i} = \frac{\overline{k_{0i}}}{\mu_i}, k = k_{01} + k_{02}, \quad a(0) = a(1) = 0,$$

$$K_1 = K_0 k_{01}, \quad f_0 = -K_1 \rho_1^0 g,$$

$$p = p_1 - \int_s^1 \frac{k_{02}}{k} \frac{\partial p_c}{\partial \xi} d\xi, \quad K = K_0 k,$$

$$f = -K_0 g (k_{01} \rho_1^0 + k_{02} \rho_2^0).$$

Скорость u_3 явно не входит в систему (8)–(11). С учетом связи функций p_{tot} и p_e , четыре уравнения системы служат для нахождения s , p , ϕ , p_s . Затем из уравнения неразрывности твердой фазы находим u_3 . Наконец из (7) восстанавливаем переменные Эйлера.

В докладе излагаются результаты о разрешимости начально-краевых задач для уравнений двухфазной фильтрации в пороупругой среде [10–12].

Работа выполнена при финансовой поддержке государственного задания Минобрнауки РФ № 2014/2, РФФИ (код проекта 13-08-01097).

Библиографический список

1. Бэр Я, Заславски Д., Ирмей С. Физико-математические основы фильтрации воды. – М., 1971.
2. Connolly J. A. D., Podladchikov Y. Y. Compaction-driven fluid flow in viscoelastic rock // Geodin. Acta. – 1998. – Vol. 11. – P. 55-84.
3. Антонцев С. Н., Кажихов А. В., Монахов В. Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. – Новосибирск, 1983.
4. Антонцев С.Н., Папин А.А. О глобальной гладкости решений уравнений двухфазной фильтрации // Динамика сплошной среды. – Новосибирск, 1978. – Вып. 35. – С. 3-28.
5. Антонцев С.Н., Папин А.А. Приближенные методы решения задач двухфазной фильтрации // Докл. АН СССР. – 1979. – Т. 247, № 3. – С. 521-524.
6. Папин А.А. Априорные оценки решений вырождающихся квазилинейных параболических уравнений // Динамика сплошной среды. – Новосибирск, 1980. – Вып. 46. – С. 107-121.
7. Папин А.А., Сибин А.Н., Вайгант В.А. Математическая модель неизотермической внутренней эрозии // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2015. – Вып. 1/1. – С. 89-103.
8. Кузиков С.С., Папин А.А., Сибин А.Н. Численное исследование профильной задачи внутренней эрозии в межмерзлотном водоносном слое // Известия Алтайского государственного университета, Барнаул, 2014. – Вып. 1/2 (81). – С. 41-44.
9. Папин А.А., Подладчиков Ю.Ю. Изотермическое движение двух несмешивающихся жидкостей в пороупругой среде // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2015. – Вып. 1/2 (в печати).
10. Папин А.А., Токарева М.А. Задача о движении сжимаемой жидкости в деформируемой пористой среде // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2011. – Вып. 1/2 (72). – С. 36-43.
11. Папин А.А., Токарева М.А. Динамика тающего деформируемого снежно-ледового покрова // Вестник НГУ. Серия:

Математика, механика, информатика. – 2012. – Т. 12, вып.4. – С. 107-113.

12. Папин А.А., Ахмерова И.Г. Разрешимость системы уравнений одномерного движения теплопроводной двухфазной смеси // Математические заметки. – 2010. – Т. 87, вып. 2. – С. 246-261.

УДК 532.546+536.415

О точных решениях задачи протаивания грунта под действием инфильтрации осадков

А.Г. Петрова, А.С. Алейников,

Ю.А. Бочкарева, Д.Л. Михина

АлтГУ, г.Барнаул

Работа посвящена построению точных решений с подвижной границей пропаивания одномерной задачи тепломассопереноса с фазовым переходом в ненасыщенном грунте. Точные решения строятся в двух вариантах постановки задачи: без учета силы тяжести, и с учетом ее.

Основная модель формулируется в следующих предположениях: вода и лед несжимаемы, воздух – вязкий совершенный газ; температура и давление общие для скелета и пор; поверхность грунта подвержена воздействию выпадающего с определенной скоростью и температурой дождя [1].

Следуя [2], считаем, что область между дневной поверхностью и фронтом пропаивания занята грунтом, который рассматривается как приостановленная среда с неподвижным скелетом и порами, заполненными водой и воздухом. Область перед границей фазового перехода занята мерзлым грунтом, в порах которого находится лед и воздух. Таким образом, в области $0 < x < \xi(t)$ инфильтрации осадков выполнены следующие уравнения относительно неизвестных функций S – влагонасыщенности, плотности воздуха в порах ρ_a , температуры T и давления P .

$$n \rho_w \frac{\partial}{\partial t} S_w + \rho_w \frac{\partial}{\partial x} (v_w) = 0, \quad n \frac{\partial}{\partial t} \rho_a (1 - S_w) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_a v_a) = 0, \\ v_j = - \frac{k f_j (S_w)}{\mu_j} P_x, \quad P = \rho_a R T, \quad j = a, w,$$

$$(\rho C)_m \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [P(v_a + v_w)] + (\rho_w C_w v_w + C_v \rho_a v_a) \frac{\partial}{\partial x} T = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_m \frac{\partial}{\partial x} T \right).$$

В мерзлом грунте (область $\xi(t) < x < Y$) лед в порах и сам скелет не-подвижны, следовательно, выполнены следующие уравнения:

$$\begin{aligned} n \rho_i \frac{\partial}{\partial t} S_i &= 0, \quad n \frac{\partial}{\partial t} \rho_a (1 - S_i) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_a v_a) = 0 \\ v_a &= -\frac{k}{\mu_a} f_a(S_i) \frac{\partial}{\partial x} P, \quad P = \rho_a R T, \\ (\rho C)_f \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (P v_a) + C_v \rho_a v_a \frac{\partial}{\partial x} T &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_f \frac{\partial}{\partial x} T \right), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \lambda_f &= n S_i \lambda_i + n (1 - S_i) \lambda_a + (1 - n) \lambda_s, \\ (\rho C)_f &= n S_i \rho_i C_i + n (1 - S_i) \rho_a C_v + (1 - n) \rho_s C_s. \end{aligned}$$

Нижние индексы a, w, i, s относятся к характеристикам воздуха, воды, льда и скелета грунта соответственно, нижние индексы m, f указывают на усредненную (эффективную) характеристику соответственно талого и мерзлого грунта, которая, здесь вычисляется как средневзвешенная.

На верхней границе задана температура осадков, насыщенность

$$T(0, t) = T_d, \quad S(0, t) = S_{gr};$$

и условие

$$-\frac{k f_w(S, x)}{\mu_w} \frac{\partial P}{\partial n} \Big|_{x=0} = N(t),$$

где $N(t)$ - скорость дождя (объем воды, выпавшей на единицу поверхности $x=0$ за единицу времени).

На границе фазового перехода $x=\xi(t)$ выполнены условия непрерывности температуры и давления

$$[T] = 0, [P] = 0,$$

условие фазового равновесия

$$T^* = T_{eq}(P),$$

где зависимость температуры от давления считается линейной, а также условия, следующие из законов сохранения

$$\left(S_w - \frac{S_i \rho_i}{\rho_w} \right) \dot{\xi}(t) = -\frac{k}{n \mu_w} f_w(S_w) \frac{\partial}{\partial x} P_m(\xi(t), t);$$

$$(S_i - S_w) \dot{\xi}(t) = \frac{k}{n \mu_a} \left(f_a (S_i) \frac{\partial}{\partial x} P_f - f_a (S_w) \frac{\partial}{\partial x} P_m \right).$$

Кроме того, имеет место условие Стефана

$$n S_i \rho_i q \dot{\xi}(t) = \lambda_f \frac{\partial}{\partial x} T_f(\xi(t), t) - \lambda_m \frac{\partial}{\partial x} T_m(\xi(t), t).$$

Здесь q – удельная скрытая теплота фазового перехода.

На неподвижной границе $x=Y$ заданы температура и давление:

$$T(Y, t) = T_f, \quad P(Y, t) = P_f.$$

Здесь приведена задача без учета силы тяжести в обобщенном законе Дарси. Помимо этой постановки будем рассматривать также и постановку, в которой обобщенный закон Дарси имеет вид:

$$v_j = -k f_j(S) (P_x - \rho_j g) / \mu_j.$$

Без учета силы тяжести и при отсутствии дождя задача имеет стационарное решение с неподвижным фронтом, постоянным давлением, постоянной водонасыщенностью и линейным распределением температуры в обеих фазах. Это решение выписано в работе [2], где нелинейные уравнения задачи влияния осадков на скорость протаивания линеаризовались на найденном точном решении. Полученная задача со свободной границей для малых возмущений относительно стационарного решения далее численно решалась методом выпрямления фронта аналогично [3].

В случае учета силы тяжести стационарного решения нет; отсутствует оно также в задаче с дождем. Эти обстоятельства, а также потребность иметь точное решение для тестирования алгоритма численного решения приводят к необходимости исследовать возможность построения автомодельного решения типа бегущей волны, где все искомые функции зависят только от аргумента $x-Vt$, где V -постоянная скорость движения фронта протаивания.

В данной работе находятся условия существования автомодельного решения такого вида с постоянной положительной скоростью движения фронта и постоянной положительной и не превышающей единицы влагонасыщенностью.

Показывается, что в постановке без учета силы тяжести данное решение существует только при дополнительном соотношении на входные данные задачи – в частности, построено решение, в котором пористость не является произвольной, эта константа, лежащая между нулем и единицей, выбирается специальным образом из физических требований на знаки величин, составляющих решение. Решение типа бегущей волны строится в различных вариантах задачи – с учетом

силы тяжести и без нее, а также в «однофазном» и «двухфазном» слу-
чаях.

Библиографический список

1. Васильев В.И., Максимов А.М., Петров Е.Е., Цыпкин Г.Г. Теп-
ломассоперенос в промерзающих и протаивающих грунтах. – М., 1996.
2. Петрова А.Г., Мошкин Н.П., Жирков А.Ф. Задача о возмущени-
ях фазового фронта в ненасыщенном грунте под действием инфильт-
рации осадков // Известия Алтайского государственного университета.
– Барнаул, 2015. – Т. 1, № 1 (85). – С. 100-106.
3. Воеводин А.Ф., Леонтьев Н.А., Петрова А.Г. Термодиффузион-
ная задача о кристаллизации шара // Динамика сплошной среды. – Но-
восибирск, 1982. – № 5. – С. 118.

УДК 551.345 + 539.3

Корректность начально-краевой задачи внутренней эрозии грунта

A.H. Сибин, B.A. Вайгант

*АлтГУ, г. Барнаул, Rheinische Friedrich-Wilhelms-
Universität Bonn*

В работе изучается следующая система уравнений составного типа:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (K_0(\phi)a(s)\nabla s - b(s)v(t) + F(s,\phi)), \quad (1)$$

$$\frac{\partial(1-\phi)}{\partial t} = -I(s,\phi), \quad (2)$$

решаемая в области $(x,t) \in Q_T = Q \times (0,T)$, $Q = (0,1)$, при краевых и начальных условиях

$$s(0,t) = s_0(t), \quad s(1,t) = s_1(t), \quad (3)$$

$$s(x,0) = s^0(x), \quad \phi(x,0) = \phi^0(x).$$

Данная начально-краевая задача описывает одномерное движение в неподвижной пористой среде двухфазной смеси, состоящей из твердых частиц и жидкости [1]. Здесь ϕ – пористость, s – насыщенность воды, I – интенсивность перехода массы из твердого скелета; кроме того $K_0(\phi)$, $a(s)$, $b(s)$, $F(s,\phi)$ – заданные функции.

Задача записана в эйлеровых координатах x, t . Искомыми являются величины s и ϕ . Математические модели процесса супфузии изложены, например, в работах [1–2]. Математическое обоснование постановок задач отсутствует, за исключением рассмотрения частных решений [3–6]. Вывод уравнений (1), (2) дан в работе [7]. Система уравнений близка по структуре уравнениям двухфазной фильтрации несмешивающихся жидкостей в случае известной пористости [8–10]. Особенностью данной задачи является необходимость обоснования физического принципа максимума для пористости ϕ и насыщенности s вида $0 \leq \phi \leq 1, 0 \leq s \leq 1$. Кроме того коэффициент $a(s)$ в общем случае обладает свойствами $a(0) = a(1) = 0, a(s) > 0$ при $s \in (0,1)$, то есть уравнение (1) является вырождающимся на решении, а переменная неизвестная пористость существенно усложняет структуру системы (1), (2). Поэтому на первом этапе исследования задачи (1)–(3) рассматривается случай невырождающегося уравнения (1) ($a(s) > 0$ при $s \in [0,1], 0 < \phi < 1$). Целью работы является доказательство классической разрешимости задачи (1)–(3). Ключевым моментом является доказательство гельдеровской непрерывности насыщенности.

Для интенсивности фазовых переходов принимается следующая модельная зависимость [1]: $I = \delta(s)R(\phi)\max\{|v(t)| - v_k, 0\}$,

$$\delta(s) = \begin{cases} 0, & s \geq 1; \\ 1-s, & 0 < s < 1; \\ 1, & s \leq 0. \end{cases} \quad R(\phi) = \begin{cases} 0, & \phi \geq 1; \\ \phi(1-\phi), & 0 < \phi < 1; \\ 0, & \phi \leq 0. \end{cases}$$

где $v(t)$ – суммарная скорость фильтрации (заданная функция), v_k – предельное значение скорости фильтрации при превышении которой "запускается" процесс супфузии.

Определение 1. Классическим решением задачи (1) – (3) в цилиндре Q_T будем называть пару функций $s(x,t), \phi(x,t) \in C^{2+\alpha, (2+\alpha)/2}(Q_T)$, удовлетворяющую уравнениям (1), (2) и условиям (3) как непрерывные функции. Причем $0 \leq s \leq 1, 0 < \phi < 1$.

В дальнейшем, будем придерживаясь обозначений принятых в [11, 12].

Теорема. Пусть данные задачи (1) – (3) подчиняются условиям:

1. функции $K_0(\phi), a(s), b(s), F(s, \phi)$ и их производные до второго порядка непрерывны для $s \in [0,1], \phi \in [0,1]$ и удовлетворяют условиям

$$0 < m \leq K_0(\phi), \quad a(s) \leq M < \infty,$$

$$F(s, \phi) = 0 \text{ при } s < 0, \quad s > 1.$$

2. функции $v(t)$, $s_0(t)$, $s_1(t)$, $s^0(x)$, $\phi^0(x)$ удовлетворяют следующим условиям гладкости

$$v(t), \quad s_0(t), \quad s_1(t) \in C^{2+\alpha}[0, T]; \quad s^0(x), \quad \phi^0(x) \in C^{2+\alpha}(\bar{Q})$$

и условиям согласования

$$s_0(0) = s^0(0), \quad s_1(0) = s^0(1), \quad s_1(0) = s^0(1),$$

а также удовлетворяют неравенствам

$$|v(t)| > v_k, \quad 0 \leq s^0(x) \leq 1, \quad 0 < m_0 \leq \phi^0 < M_0 < 1,$$

$$0 \leq s_0(t) \leq 1, \quad 0 \leq s_1(t) \leq 1,$$

где m_0 , m , M , v_k , M_0 – известные положительные постоянные.

Тогда для любого конечного интервала $(0, T]$ задача (1) – (3) имеет единственное классическое решение:

$$\phi(x, t), \quad s(x, t) \in C^{2+\alpha, (2+\alpha)/2}(\bar{Q}_T).$$

Более того

$$0 \leq s(x, t) \leq 1, \quad 0 < \phi(x, t) < 1, \quad (x, t) \in \bar{Q}_T.$$

Для классического решения справедливы следующие утверждения.

Лемма 1. Пусть пара (s, ϕ) – решение задачи (1) – (3) и выполнены условия теоремы, тогда $\phi_0 \leq \phi < 1$.

Лемма 2. Пусть пара (s, ϕ) – решение задачи (1) – (3), выполнены условия теоремы и $\phi_0 \leq \phi < 1$, тогда $0 \leq s \leq 1$.

Лемма 3. Пусть две пары (s_i, ϕ_i) , $i = 1, 2$, являются классическими решениями задачи (1)–(3) с граничными $s_0^{(i)}$, $s_1^{(i)}$ и начальными s_i^0 , ϕ_i^0 условиями соответственно. Пусть

$$\|s_0^1 - s_0^2\| + \|s_1^1 - s_1^2\| + \|s_1^0 - s_2^0\| + \|\phi_1^0 - \phi_2^0\| = \delta,$$

где $\|\cdot\|$ – норма в L_2 . Тогда верна оценка

$$\int_{\bar{Q}_T} (s^2 + s_x^2 + \phi_t^2 + \phi^2) dx dt \leq C\delta, \quad (4)$$

где постоянная C зависит только от m_0 , m , M , v_k , M_0 .

Замечание 1. Из (4) получим оценку постоянных Гельдера функций $s(x, t)$ и $\phi(x, t)$

$$\|s\|_Q^{(\alpha)} \leq C_3(m_0, m, M, v_k),$$

$$\|\phi\|_Q^{(\alpha)} \leq C_4(m_0, m, M, v_k).$$

В данной работе доказана глобальная разрешимость начально-краевой задачи для невырожденных уравнений внутренней эрозии грунта. Естественным продолжением работы будет рассмотрение более физичного условия зависимости интенсивности фазового перехода не от сумарной скорости, а от скорости первой фазы. Нелокальная разрешимость близкой по структуре системы рассмотрена в работе [13].

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №13-08-01097.

Библиографический список

1. Vardoulakis I. Sand-production and sand internal erosion: Continuum modeling // Alert School: Geomechanical and Structural Issues in Energy Production – 2006.
2. Папин А.А., Сибин А.Н., Хворых Д.П. Об одной задаче фильтрации в условиях вечной мерзлоты // МАК-2013: сборник трудов шестнадцатой региональной конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2013. – С. 45-48.
3. Сибин А.Н. Математическая модель деформации мерзлого грунта вблизи термокарстовых озер // Анализ, геометрия и топология : труды всероссийской молодежной школы-семинара. – Барнаул, 2013. – Ч. 2. – С. 132-142.
4. Кузиков С.С., Папин А.А., Сибин А.Н. Численное моделирование процесса супфазионного выноса грунта // МАК-2014 : сборник трудов семнадцатой региональной конференции по математике. – Барнаул, 2014. – С. 61-65.
5. Кузиков С.С., Папин А.А., Сибин А.Н. Численное исследование профильной задачи внутренней эрозии в межмерзлотном водоносном слое // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2014. – Вып. 1/2 (81). – С. 41-44.
6. Сибин А.Н. Численное решение двумерной задачи фильтрации с учетом супфазионных процессов // Ломоносовские чтения на Алтае : сборник научных статей международной школы-семинара. – Барнаул : АлтГПА, 2014. – Ч. II., – С. 389 – 393.
7. Папин А.А., Вайгант В.А., Сибин А.Н. Математическая модель изотермической внутренней эрозии // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2015. – Вып. 1/1 (85). – С. 89-93.

8. Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. – Новосибирск, 1983.
9. Ахмерова И.Г., Папин А.А. Разрешимость краевой задачи для уравнений одномерного движения двухфазной смеси // Математические заметки. – 2014. – Т. 96, № 2. – С. 170-185.
10. Папин А.А., Ахмерова И.Г. Разрешимость системы уравнений одномерного движения теплопроводной двухфазной смеси // Математические заметки. – 2010. – Т. 87, № 2. – С. 246-261.
11. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. – М., 1967.
12. Кружков С. Н., Сукорянский С. М. Краевые задачи для систем уравнений типа двухфазной фильтрации; постановка задач, вопросы разрешимости, обоснование приближенных методов // Матем. сб. – 1977. – Т. 104(146), № 1(9). – С. 69–88.
13. Папин А.А. Разрешимость «в малом» по начальным данным уравнений одномерного движения двух взаимопронекающих вязких несжимаемых жидкостей // Сб. Динамика сплошной среды. – Новосибирск, 2000. – Вып. 116. – С. 73-81.

УДК 532.546+517.958

Локализация решения уравнения движения жидкости в деформируемой пористой среде

М.А. Токарева, Ю.Ю. Подладчиков

АлтГУ, г. Барнаул

В работе рассмотрена математическая модель фильтрации жидкости в пороупругой среде с преобладанием упругих свойств относительно свойств вязкости и малом коэффициенте объемной сжимаемости твердой среды. Для описания процесса фильтрации жидкости в пороупругой среде используются законы сохранения масс для жидкой и твердой фаз, закон Дарси для жидкости, учитывающий движение скелета, реологический закон типа Максвелла и уравнение сохранения импульса системы в целом. Система уравнений при переходе к переменным Лагранжа сводится к вырождающемуся на решении параболическому уравнению для пористости. Для установления свойства конечной скорости стабилизации решения при малом коэффициенте объемной сжимаемости твердой среды используется метод интегральных энергетических оценок [1, 2].

Рассматривается следующая система уравнений [3, 4]

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(1-\phi)\rho_s}{\partial t} + \operatorname{div}((1-\phi)\rho_s \vec{v}_s) &= 0, \\
\frac{\partial(\rho_f \phi)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_f \phi \vec{v}_f) &= 0, \\
\phi(\vec{v}_f - \vec{v}_s) &= -\frac{k\phi^n}{\mu}(\nabla p_f + \rho_f \vec{g}), \\
\nabla \cdot \vec{v}_s &= -\phi^b \beta_\phi \left(\frac{\partial p_e}{\partial t} + \vec{v}_s \cdot \nabla p_e \right), \\
\nabla p_{tot} &= \rho \vec{g}, \\
p_{tot} &= \phi p_f + (1-\phi)p_s, p_e = (1-\phi)(p_s - p_f), \\
\rho &= \rho_f \phi + \rho_s (1-\phi).
\end{aligned}$$

Данная квазилинейная система описывает пространственное нестационарное изотермическое движение сжимаемой жидкости в пороупругой среде, в которой преобладают упругие свойства относительно свойств вязкости. Здесь $\rho_f, \rho_s, \vec{v}_s, \vec{v}_f$ – соответственно истинные плотности искорости фаз; ϕ – пористость ($0 \leq \phi < 1$); $\vec{g} = (0, 0, -g)$ – плотность массовых сил; k – проницаемость, μ – динамическая вязкость жидкости; β_ϕ – коэффициент объемной сжимаемости твердой среды; b, m – параметры пороупругой среды; p_{tot} – общее давление; ρ – общая плотность среды. Задача записана в эйлеровых координатах (x_1, x_2, x_3) , t . Истинные плотности жидкости и твердой среды ρ_f, ρ_s принимаются постоянными. Искомыми являются величины $\phi, \vec{v}_s, \vec{v}_f, p_f, p_s$.

Ранее для этой модели была установлена локальная разрешимость [5], исследовано автомодельное решение в случае постоянства общего давления [6].

Система, записанная в переменных Лагранжа, сводится к одному уравнению для $s = \frac{\phi}{1-\phi}$:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(A(s) \frac{\partial s}{\partial x} + D(s) \right), \quad (1)$$

где

$$A(s) = \frac{k}{\mu \beta_\phi} s^{n-b} (1+s)^{-n+b-2},$$

$$D(s) = -\frac{k}{\mu} (s^n(1+s)^{-n-1} \left(\frac{\partial(1/\beta_\phi G(\phi^0) + p_e^0)}{\partial x} + \rho_s g + (1+2s)\rho_f g \right)).$$

Здесь предполагается, что

$$\begin{cases} 0 < n \leq b \leq n+2, \\ n+b \geq 2. \end{cases} \quad (2)$$

$$\exists \delta : \left| \frac{\partial(p_e^0 + 1/\beta_\phi G(\phi^0))}{\partial x} \right| \leq \delta \quad \text{равномерно} \quad \text{по} \quad \beta_\phi,$$

почти всюду в Ω

$$0 \leq s \leq M. \quad (3)$$

Кроме того

$$\begin{aligned} \beta_\phi &< \frac{4}{(n-b+2)LnM^{b-1}(mes\Omega)^{(b-n)/4}\beta^{1/\alpha}(1+M)^{n-b+2}}, \\ \text{где} \quad L &= \delta + \rho_s g + \rho_f g(1+2M), \beta = \left(\frac{3}{2}\right)^\alpha, \\ \alpha &= \left(\frac{1}{r} - \frac{n-b+2}{4}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{r}\right)^{-1}, r \geq 1. \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим для уравнения (1) в области $(x,t) \in Q = \Omega \times (0, T)$, следующую начально-краевую задачу

$$s(x,0) = s_0(x), \quad x \in \Omega; \quad s|_{\partial\Omega} = 0, t \in (0, T). \quad (5)$$

Теорема. Пусть s – обобщенное решение задачи (1), (5), и выполнены условия (2)–(4). Тогда существует конечное время t_0 такое, что $s(x, t) = 0, x \in \Omega, t \geq t_0$.

Работа выполнена при финансовой поддержке государственного задания Министерства №2014/2 и гранта РФФИ №13-08-01097.

Библиографический список

1. Favini A., Marinoschi G. Degenerate Nonlinear Diffusion Equations. Springer. 2012. 143p.
2. DiBenedetto E. Degenerate Parabolic Equations. Springer-Verlag. 1993. 387p.
3. Bear J. Dynamics of Fluids in Porous Media. Elsevier, New York, 1972.
4. Morency C., Huismans R. S., Beaumont C., Fullsack P. A numerical model for coupled fluid flow and matrix deformation with applications to

disequilibrium compaction and delta stability // Journal of Geophysical Research, Vol. 112, 2007.

5. Папин А.А., Токарева М.А. Задача о движении сжимаемой жидкости в деформируемой горной породе // Известия Алтайского государственного университета. – 2011. – №1/2 (72). – С. 36-43.

6. Папин А.А., Токарева М.А. Динамика тающего деформируемого снежно-ледового покрова // Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика, 12, 2012, 4, 107-113.

УДК 519.6

Применение метода конечных элементов к задаче о деформировании массива водонасыщенных пород

A.В. Устюжанова

АлтГУ, г. Барнаул

Процессы деформирования, протекающие в водонасыщенных средах, зависят от взаимосвязи геомеханических и гидродинамических закономерностей. При математическом моделировании необходимо учитывать влияние пористости материала на формирование напряженно-деформированного состояния. Водонасыщенный массив представляет собой двухфазную среду, для описания гидрогеомеханических процессов в которой используются уравнения движения жидкой и твердой фаз с учетом их взаимодействия [1].

При постановке и решении гидрогеомеханической задачи используется принцип К. Терцаги [2], согласно которому процесс деформирования породного скелета зависит от эффективных напряжений

$$\sigma_{ij}^f = \sigma_{ij} - p\delta_{ij},$$

где σ_{ij} – полное напряжение; p – давление воды; индексы i, j принимают значения 1, 2, 3.

В работе [3] предлагается следующий подход к решению гидрогеомеханической задачи определения полей напряжений и деформаций в водонасыщенной среде. Взаимодействие твердой и жидкой фаз рассматривается последовательно при раздельном нахождении фильтрационного и механического полей. Вертикальная составляющая напряжений в водонасыщенном массиве определяется весом пород и находящейся в них водой

$$\rho gh(1-\varphi) + \rho_0 gh_0 \varphi,$$

где ρ – плотность скелета; ρ_0 – плотность воды; h – высота столба пород; h_0 – высота столба водонасыщенных пород; g – ускорение свободного падения; φ – пористость пород. Необходимо также учитывать зависимость начального напряженно-деформированного состояния среды от векторных сил гидродинамического давления, возникающего при движении воды в массиве пород.

Наиболее распространенным численным методом, применяемым в механике сплошных сред для исследования напряженно-деформированного состояния геологических материалов, является метод конечных элементов [4, 5]. Алгоритм численного решения согласно предложенному подходу разбивается на последовательные шаги, каждый из которых реализуется в два этапа. На первом гидродинамическом этапе решается задача фильтрации и определяется поле гидродинамического давления, которое используется в качестве дополнительных фильтрационных сил на втором геомеханическом этапе при расчете напряженно-деформированного состояния массива водонасыщенных пород.

В данной работе рассматривается численная реализация предложенного алгоритма в плоском случае. Исследуемая область имеет форму прямоугольника, расположенного вдоль осей координат. Все величины при этом считаются безразмерными. В качестве характерного линейного размера выбирается горизонтальный размер прямоугольника. При разбиении данной области используются треугольные конечные элементы. На каждом расчетном шаге алгоритма может происходить корректировка сетки конечных элементов с учетом приращений деформаций. Для нахождения распределения давления воды решается стационарная задача фильтрации. При определении напряженно-деформированного состояния в рассматриваемой области используется комплекс программ, разработанный для плоских задач об упругом деформировании [6–7].

В результате численных расчетов построены изолинии полей напряжений. Представленный алгоритм численного решения можно применять при анализе прочностных характеристик массива водонасыщенных пород.

Библиографический список

1. Мироненко В.А., Шестаков В.М. Основы гидрогеомеханики. – М.: Недра, 1974.
2. Терцаги К. Теория механики грунтов. – М.: Госстройиздат, 1961.

3. Оловянный А.Г. Механика горных пород. Моделирование разрушений. – СПб. : ООО «Издательско-полиграфическая компания «КОСТА», 2012.
4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975.
5. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. – М. : Недра, 1987.
6. Устюжанова А.В. Применение метода конечных элементов к задаче об упругой области с отверстиями // MAK-2010: материалы тридцатой региональной конференции по математике (июнь 2010). – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2010. – С. 53–54.
7. Устюжанова А.В. Численное исследование напряженно-деформированного состояния вблизи систем круговых отверстий в упругой среде // Ломоносовские чтения на Алтае: сборник научных статей международной школы-семинара, Барнаул, 8–11 ноября, 2011 г. Ч.1. – Барнаул: АлтГПА, 2011. – С. 263–266.

УДК 517.95 + 532.582

Влияние гидростатического и гидродинамического давлений на колебания ледового покрова

К.А. Шишмарев, Т.И. Хабахпашева, А.А. Коробкин
АлтГУ г. Барнаул, ИГиЛ СО РАН г. Новосибирск,
Университет Восточной Англии

Задачи о колебаниях ледового покрова под действием изгибо-гравитационных волн являются хорошо изученными (см., например, [1-6]). Большой обзор, посвященный колебаниям бесконечной плавающей ледовой пластины, приведен в работе [7]. Также важными прикладными задачами являются задачи взаимодействия полубесконечного ледового покрова и вертикальных конструкций [8], когда лед крепится к одной вертикальной стенке. Данные задачи исследуются в рамках линейной теории гидроупругих волн. Жидкость предполагается идеальной и несжимаемой. Движение жидкости является потенциальным и вызвано отклонением ледового покрова от состояния покоя. Рассматривается ледовый покров постоянной толщины. Глубина ледового покрова может быть как конечной, так и бесконечной.

Скопление льда может вызвать наводнение в северных реках в период ранней весны. Для разрушения льда может использоваться

судно на воздушной подушке, которое движется вдоль замороженной части реки на определенной скорости и создает напряженно-деформированное состояние ледового покрова. Вызванные напряжения могут быть достаточными для ломки льда (см., например, [1, 5, 6]). Судно моделируется точкой давления или локализованным гладким распределением внешнего давления, движущимся с постоянной скоростью вдоль ледового покрова.

Целью данного исследования является изучение влияния гидростатического и гидродинамического давлений на колебания ледового покрова в канале под действием движущейся нагрузки. Задача исследуется с учетом гладкой локализованной нагрузки, движущейся между двумя вертикальными стенками по ледовому покрову, прикрепленному к стенкам. Практический интерес исследования заключается в ответе на вопрос – может ли движущаяся нагрузка сломать лед, в частности, вблизи стенок канала.

Задача решается численно в рамках модели вязкоупругого плавучего льда. Гидроупругие волны, вызванные движением нагрузки, затухают на определенном расстоянии от нагрузки. Таким образом, ледовой покров находится в состоянии покоя вдали от движущейся нагрузки. Модель вязкоупругого льда более приближена к реальности, чем модель упругой ледовой пластины, т. к. в вязкоупругой модели учитывается затухание возмущенных колебаний. Основное внимание уделяется прогибам ледового покрова и изгибающим напряжениям, в частности, на стенках канала. Задача решалась для трех случаев: случай «сухой» пластины, когда давление жидкости отсутствует; случай, учитывающий только гидростатическое давление жидкости; случай, учитывающий гидростатическое и гидродинамическое давления жидкости. Прогибы льда и изгибающие напряжения исследуются при заданных физических характеристиках ледового покрова.

Следует отметить, что задача о прогрессивных волнах в канале была изучена в рамках модели упругой ледовой пластины, без учета вязкоупругих эффектов [2, 3, 5, 6].

На практике, при решении различных прикладных задач, ледовой покров, чистый от снега, встречается достаточно редко. В большинстве случаев лед покрыт снежным покровом. Снежный покров оказывает значительное влияние на прогиб ледового покрова. Поэтому, при проведении работ по разрушению льда, необходимо учитывать свойства и характеристики снежного покрова. Снег представляется как многофазная пористая среда, описываемая уравнениями сохранения массы для каждой из фаз (вода, воздух, лед) с

учетом фазовых переходов, уравнениями двухфазной фильтрации и уравнением сохранения энергии для пористой среды (см., например, [9, 10]).

Рассматривается прогиб ледового покрова в трехмерном канале, вызванный движением внешней нагрузки по ледовому покрову. Канал имеет прямоугольное сечение с шириной $2L$, $(-L \leq y \leq L)$, и высотой H , $(-H \leq z \leq 0)$. По переменной x канал считается бесконечным ($-\infty < x < \infty$, x, y, z – декартовы координаты). Канал наполнен идеальной жидкостью с плотностью ρ . Жидкость покрыта ледовым покровом постоянной толщины h_i с изгибной жесткостью $D = Eh_i^3 / [12(1 - \nu^2)]$, где E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона для льда. Ледовый покров канала моделируется как тонкая вязкоупругая ледовая пластина, закрепленная на стенах канала ($y = -L, L$). Внешняя нагрузка моделируется как пятно давления, движущееся по пластине в положительном направлении оси x с постоянной скоростью U . В результате нагрузки лед отклоняется от исходного состояния ($z = 0$) на величину $w(x, y, t)$.

Прогиб ледового покрова $w(x, y, t)$ описывается уравнением вязкоупругих колебаний ледовой пластины [1]

$$Mw_{tt} + D \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial t} \right) \nabla^4 w = P(x, y, t) + p(x, y, 0, t) \quad (-\infty < x < \infty, -L < y < L, z = 0), \quad (5)$$

где $\tau = \eta/E$ – время релаксации, η – вязкость, $\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$, $M = \rho_i h_i$ – масса льда на единицу площади, ρ_i – плотность льда, $p(x, y, 0, t)$ – давление на поверхности жидкости, $P(x, y, t)$ – внешнее давление, создаваемое движением нагрузки, t – время.

Внешняя нагрузка моделируется как гладкая локализованная функция $P(x, y, t)$

$$P(x, y, t) = -P_0 P_1 \left(\frac{x - Ut}{L} \right) P_2 \left(\frac{y}{L} \right) \quad (-\infty < x < \infty, -L < y < L). \quad (6)$$

Для определения гидродинамического давления на границе жидкость-лед используется линеаризованное уравнение Бернулли

$$p(x, y, 0, t) = -\rho\varphi_t - \rho gw \quad (7)$$

$$(-\infty < x < \infty, -L < y < L),$$

где $\varphi(x, y, z, t)$ – потенциал скорости течения жидкости, удовлетворяющий уравнению Лапласа, g – ускорение свободного падения.

Границные условия для $\varphi(x, y, z, t)$ имеют вид

$$\varphi_z = w_t \quad (z = 0), \quad (8)$$

$$\varphi_y = 0 \quad (y = \pm L), \quad \varphi_z = 0 \quad (z = -H). \quad (9)$$

Ледовый покров приморожен к стенкам канала, следовательно для прогиба $w(x, y, t)$ выполнены граничные условия жесткого защемления

$$w = 0, \quad w_y = 0 \quad (y = \pm L). \quad (10)$$

Требуется определить прогибы $w(x, y)$ и напряжения в ледовой пластине, в том числе и вдоль стенок канала.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ «Взаимодействие ледового покрова с сооружениями при наличии неизвестных областей контакта», № 13-08-01097, и государственного задания Министерства №2014/2.

Библиографический список

1. Zhestkaya V. D. Numerical solution of the problem of an ice sheet under a moving load // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 1999. – V. 40(4): 770-775.
2. Коробкин А.А., Папин А.А., Шишмарев К.А. Поведение ледового покрова канала под действием поверхностных волн // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2012. – Вып. 1/1 (73). С. 55-59.
3. Коробкин А.А., Папин А.А., Шишмарев К.А. Аналитическое и численное исследование квазизотермической задачи взаимодействия ледового покрова канала и поверхностных волн // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2012. Вып. 1/2 (73). – С. 23-27.
4. Шишмарев К.А. Математические вопросы моделирования взаимодействия ледового покрова и гидроупругих волн // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2015. – Вып. 1/1 (85). – С. 126-132.

5. Коробкин А.А., Хабахпашева Т.И., Папин А.А. Математические модели снежно-ледового покрова. Барнаул : Изд-во АлтГУ, 2013. – 116 с.
6. Korobkin A., Khabakhpasheva T., Papin A. Waves propagating along a channel with ice cover // European Journal of Mechanics B/Fluids. 2014. V. 47: 166-175.
7. Squire V., Hosking R., Kerr A., Langhorne P. Moving loads on ice // Kluwer Academic Publishers, 1996.
8. Brocklehurst P., Korobkin A.A., Parau E.I. Interaction of hydro-elastic waves with a vertical wall // Journal Engineering Mathematic, 68 (2010) 215-231.
9. Ахмерова И.Г., Папин А.А. Разрешимость краевой задачи для уравнений одномерного движения двухфазной смеси // Математические заметки. – 2014. – Т. 96. – №2. – С. 170-185.
10. Ахмерова И.Г. Разрешимость изотермической задачи фильтрации воды и воздуха в пористой среде // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2013. – Вып. 1/2 (77). – С. 11-15.

Секция 4. ИНФОРМАЦИОННЫЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 004.65

Математические методы обработки данных пептидных микрочипов

Д.С. Анисимов, М.А. Рязанов, А.И. Шаповал
(АлтГУ, Барнаул).

В работе рассматривается подход к обработке многомерных данных пептидных микрочипов. Основными этапами используемой технологии являются предобработка, направленная на уменьшение аппаратных ошибок измерений, уменьшение размерности, направленное на выделение переменных, наилучшим образом описывающих исходные данные, и классификация тестовых данных, результатом которой является определение класса нового объекта, используя множество объектов-образцов. Ввиду малого количества тестовых данных (в работе использовались пробы 25 доноров, из которых 15 – условно-здоровые и 10 с диагнозом рака молочной железы), работа нацелена на апробацию различных алгоритмов обработки, анализ применимости и выявление путей их дальнейшего развития с целью улучшения качества и повышения устойчивости результатов при применении этих алгоритмов. Результатом работы является технология обработки данных пептидных микрочипов и при дальнейшей доработке возможно ее применение на реальных данных с использованием большего количества образцов и большего количества классов.

Ранняя диагностика онкологических заболеваний является основным направлением научных исследований Российско-Американского противоракового центра, созданного в Алтайском государственном университете. Данные исследования проводятся совместно с центром инновационной медицины Аризонского государственного университета и Алтайским краевым онкологическим диспансером.

Основой исследований является обработка данных пептидных микрочипов, разработанных в институте биодизайна университета штата Аризона [1]. В общем виде, пептидный микрочип представляет собой подложку из нейтрального материала (стекла или полимерных мате-

риалов), на которую нанесены, искусственно созданные, последовательности аминокислот (пептиды).

В данной статье рассматривается проблема обработки данных, полученных с микрочипов, состоящих из четырёх независимых блоков, содержащих по 10368 пептидов. Из них 80 «EMPTY» - пептидов, не содержащих аминокислот, 112 «FIDUCIAL» - пептидов, предназначенных для контроля и 10176 уникальных пептидов, имеющих информационный характер.

По окончании биологической части эксперимента по каждому блоку микрочипа получается цифровая характеристика светимости пептидов, включая служебную информацию об условиях проведения эксперимента, минимальная математическая обработка. Общая структура получаемого файла описана в [2].

Предварительным этапом применения математических методов предобработки полученных многомерных данных является процесс их нормализации. Наиболее перспективными методами нормализации светимости пептидов являются методы, изложенные в работах [1, 3, 4]. Нами исследованы следующие алгоритмы нормализации:

- нормализация относительно фона;
- нормализация приведением к медианной светимости;
- квантильная нормализация;
- по методике, изложенной в работе Мариной Кретич и Марцела Чиари [4].

В докладе будут представлены результаты вычислительных экспериментов, направленных на исследование методов обработки многомерных данных пептидных микрочипов. Одним из основных является следующий результат: каждому из рассмотренных классификаторов для получения оптимальных оценок нужен свой алгоритм нормализации. Так, с точки зрения чувствительности, специфичности и точности наилучшим методом предварительной обработки имевшихся многомерных данных оказалась нормализация по формуле (4) с последующей их классификацией методом наименьших квадратов.

Изложенный в данной статье подход к обработке данных пептидных микрочипов является основой для проведения дальнейших исследований. Одним из возможных путей развития технологии является применение нестатистических методов анализа и методов интервального анализа, а также методов изложенных в работах [5, 6].

Библиографический список

1. Stafford P., Cichacz Z., Woodbury N., Johnston S.A. Immunosignature System for Diagnosis of Cancer // PNAS. – 2014. DOI: 10.1073/pnas.1409432111.
2. Форматы файлов GenePix (GenePix® File Formats) [Электронный ресурс]. – URL: http://mdc.custhelp.com/app/answers/detail/a_id/18883/~genepix%C2%AE-file-formats.
3. Sykes K., Legutki J.B., Stratford P. Immunosignaturing: a critical review // Cell Press. – 2012. DOI: 10.1016/j.tibtech.2012.10.012.
4. Cretich M., Chiari M. Peptide Mycroarrays. Methods and Protocols – Humana Press, 2009. DOI:10.1007/978-1-60327-394-7.
5. Максимов А.В., Оскорбин Н.М. Многопользовательские информационные системы: основы теории и методы исследования. – Барнаул, 2013.
6. Оскорбин Н.М. Математические модели систем с латентными переменными // Известия Алтайского государственного университета. – 2012. – №1.

УДК 004.65

Актуальность разработки геоинформационной вебсистемы для комплексного анализа данных о грозовой активности Горного Алтая

М.Ю. Беликова, С.Ю. Кречетова, А.А. Перелыгин
ГАГУ, г. Горно-Алтайск

Территория Горного Алтая характеризуется повышенной грозовой активностью. Орографическая сложность и малая освоенность территории ограничивает использование ряда методов, позволяющих получить качественные характеристики грозовой активности. Тем не менее, территория является хорошей лабораторией для фундаментальных исследований закономерностей временного и пространственного распределения грозовой активности.

Данные о закономерностях пространственного распределения гроз необходимы как для решения фундаментальных задач атмосферного электричества, так и для решения практических задач грозозащиты линий электропередач, зданий и сооружений и грозовой пожарной опасности лесов [1].

В настоящее время источниками таких данных являются наблюдения редкой сети гидрометеостанций и единичных на территории Си-

бири метеорологических радиолокаторов, данные инструментальных наблюдений, представленные в основном мировой сетью WWLLN, а также спутниковые наблюдения за грозами и/или параметрами конвекции, позволяющими идентифицировать грозу. Однако, для решения последней задачи необходимо привлекать информацию о состоянии атмосферы не только в грозовой, но и в предгрозовой периоды. В качестве такой информации можно использовать данные радиозондов, данные реанализа и спутниковые данные [2]. Таким образом, возникает необходимость создания достаточно хорошо структурированного большого объема пространственных данных.

Целью планируемых исследований является создание информационной системы на основе веб-гис-технологий. Основой системы послужит база данных, включающая перечисленные выше данные.

На текущий момент реализация данной системы находится на этапе формализации модели данных и выборе инструментов для осуществления хранения данных и проведения операций с ними. Изучается опыт создания подобного рода систем [3-5].

Работа поддержана грантом РФФИ №13-05-98024 р_сибирь_а.

Библиографический список

1. Дмитриев А.Н., Кречетова С.Ю., Кочеева Н.А. Грозы и лесные пожары от гроз на территории Республики Алтай : монография. – Горно-Алтайск: Изд-во Горно-Алтайского госуниверситета, 2011. – 163 с.
2. Горбатенко В.П., Кречетова С.Ю., Беликова М.Ю., Разумова О.В. Идентификация мезомасштабной конвекции и гроз по данным MODIS и аэрологического зондирования // Вестник ТГУ. - 2012. - № 365. - С. 169–174.
3. Гордов Е.П., Окладников И.Г., Титов А.Г. Программный инструментарий для поддержки исследований в области климато-экологического мониторинга / Инфраструктура спутниковых геоинформационных ресурсов и их интеграция / Сб. науч. статей под ред. д.т.н. М.А. Попова и д.т.н. Е.Б. Кудашева. – Киев: ООО Карбон-Сервис, 2013. – С. 7-17.
4. Волков Н. В., Донцов А. А., Лагутин А. А. Разработка геопортальной системы для решения задач регионального космического мониторинга // Известия Алтайского государственного университета. – 2013. – № 1/2 (77). С.151–156
5. Якубайлик О. Э. Исследование возможностей современного программно-технологического обеспечения для построения геопорталов // Естественные и математические науки в современном мире : сб. ст. по

материалам XII Междунар. науч.-практ. конф.. – Новосибирск: СибАК, 2013. – С. 77-82.

Анализ и генерация геометрического представления изображения

К.А. Бобков

АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

Компьютерное зрение на сегодня является одним из самых быстро развивающихся направлений исследований. Распознавание образов – это центральная часть в области машинного зрения, а распознавание фигур является его частным случаем, т.к. множество задач классификации объектов можно свести к классификации их фигур. В итоге классификация объектов по типу или определенным признакам предоставляет нам возможность проводить дальнейший анализ, поступающей в программу визуальной информации, что в свою очередь позволяет программе принимать решения и действовать в зависимости от окружающей обстановки.

Одним из ярких примеров использования компьютерного зрения, а также систем распознавания и классификации визуальной информации, является роботизация и автоматизации управления автомобилем без участия человека.

В данной работе мы рассмотрим методы классификации объектов на основе анализа их контуров [1,2]. Для классификации фигур по средством описания контура используют такие методы, как: комплексные координаты, функция расстояния, касательный угол, кривизна контура, а также дескрипторы Фурье [3]. Все представленные выше методы, кроме Фурье дескрипторов, входят в класс «одномерные функции представления фигур». Рассмотрим каждый метод более подробно.

Функция расстояния

Функция расстояния R_n для контура $P_n = (x_n, y_n)$, $n = [1, N]$ вычисляется как расстояния каждой точки (x_n, y_n) от неподвижной точки $C(x_0, y_0)$.

В качестве точки C обычно выбирают центроид представленной фигуры. Основным из недостатков данного метода является его неустойчивость к вращению, перемещению или масштабированию.

Комплексные координаты

Представим изображения в виде функции $f(x, y)$, и $P_n = (x_n, y_n)$, $n = [1, N]$ является множеством точек на контуре фигуры. В таком случае $z_n = x_n + iy_n$ называется комплексной координатой. Данные комплексные числа можно представить как дескрипторы фигуры, либо использовать их как входные параметры для преобразования Фурье. Недостатком данного метода также является его не инвариантность к аффинным преобразованиям, но данную проблему можно избежать учитывая центр тяжести, где центр тяжести $g = (x_g, y_g)$.

Касательный угол

Используя данный подход, будем считать каждый контур кривой линией, таким образом, можно рассчитать угол касательной к каждой его точке. Данный метод обладает двумя существенными недостатками: чувствительность к шумам на изображении, а также прерывность. Для избежания прерывности используется кумулятивная угловая функция, которую можно записать как, где Φ – касательный угол к случайной выбранной точке на контуре. Также для нивелирования проблемы чувствительности к шумам на изображения можно использовать различные методы шумоподавления.

Фурье дескрипторы

Фурье дескрипторы получаются путем применения Фурье-преобразования к представленным выше одномерным функциям представления фигуры. Фурье-дескрипторами называются нормированные коэффициенты Фурье разложения.

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T c(t) \cos(kwt) dt,$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T c(t) \sin(kwt) dt,$$

$$c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}.$$

Предположим, что контур объект обозначается непрерывной и периодичной функцией $c(t)$, и что здесь a_k – реальная часть; b_k – мнимая часть; c_k – Фурье-дескриптор.

Выбор подходящего метода

Фурье-дескрипторы устойчивы к перемещению, масштабированию и вращению объекта

и, следовательно, идеально подходят для представления фигуры. Исходя из вышеперечисленных плюсов Фурье-дескрипторов было принято решение использовать их для описания контуров. Для применения данного метода первым шагом мы производим преобразование изображения для выделения его контуров. Для этих целей нами был выбран Кенни фильтр, т.к. данный фильтр хорошо зарекомендовал себя в данной области.

Иерархическое представление геометрии изображения

Определение характеристики только внешнего контура не обеспечивает полноценное описание объекта для дальнейшей его классификации. Следовательно, нами было предложено решение данной проблемы: построение иерархической древовидной структуры, в которой содержится информация о геометрическом строении представленного объекта, т.е. информация о иерархии контуров. Каждый узел дерева представляет собой структуру, включающую в себя – Фурье-дескриптор для данного контура, значение высоты и ширины, массив под узлов.

Таким образом, построив иерархическую структуру мы можем с большей точностью описать наш объект и в дальнейшем классифицировать его не только по сопоставлению внешнего контура, но и по сравнению внутренней структуры. Построение иерархии контуров позволяет нам проводить различную пост обработку полученного дерева, одним из возможных вариантов пост обработки является свертывание в группы различных похожих объектов (по Фурье-дескриптору, а также по площади контура) на одном уровне иерархии. Данный фильтр позволяет сократить алгоритмическую сложность при сравнении и поиске схожих иерархических структур при сравнении объектов.

Предложенный подход, в совокупности с пост-обработкой дерева, позволяет нам сравнивать различные объекты посредством сопоставления характеристических деревьев.

Ниже приведен пример построения дерева объекта, представленного на рисунке 1.

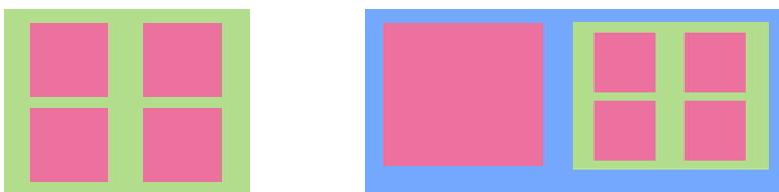


Рис. 1. Простое изображение,
с четко выраженной иерархической структурой

Для представленного выше изображения наша система построила следующее дерево (рис. 2).

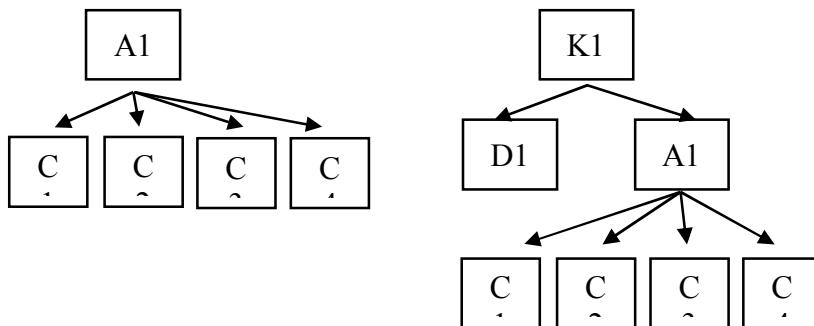


Рис. 2. Дерево геометрии для предложенного изображения

Стоит отметить, что построенные деревья схожи, т.к. присутствуют схожие структурные части, следовательно, мы можем сопоставить деревья и вычислить процент схожести объектов.

Вывод

Проанализировав уже изученные различные методы описания и классификации структур по их контурам, мы столкнулись с проблемой определения сложных композитных объектов, состоящих из нескольких частей.

Так как стандартные подходы, в основном, учитывали только внешний контур объекта, что не позволяло с достаточной точностью провести его классификацию, нами был предложен подход, основывающийся не только на описании контура посредством вычисления Фурье дескриптора, но и учитывающий геометрическую и иерархическую структуру объекта. Наш выбор Фурье дескрипторов, как универсальных характеристик контура, обусловлен тем, что данный подход является устойчивым к аффинным преобразованиям.

Таким образом, предложенный нами подход позволяет с достаточной точностью классифицировать композитные объекты.

Библиографический список

1. Zhang D., Lu G. Review of shape representation and description techniques // Pattern Recognition. – Oxford: Elsevier, 2004. – P. 1–19.

2. Yang Mingqiang, Kpalma Kidiyo and Ronsin Joseph, “A Survey of Shape Feature Extraction Techniques,” Pattern Recognition Techniques, Technology and Applications, Peng-Yeng Yin (Ed.) (2008). P. 43-90.

3. Richard Szeliski, “Computer Vision: Algorithms and Applications”, 2013. – P. 133–140.

УДК 004.056.5

Выявление сезонности сетевой нагрузки посредством R/S-анализа

А.В. Жариков, О.С. Терновой

АлтГУ, г. Барнаул

Определение сезонных периодов сетевого трафика является актуальной задачей. Решение данной задачи позволит гибко управлять сетевой инфраструктурой, может помочь снизить затраты на вычислительные мощности, повысит уровень безопасности. Так, например, знание периодов с минимальной нагрузкой может помочь выбрать время для профилактики или для плановой замены сетевого оборудования. Знание периодов повторяющейся нагрузки может помочь арендаторам вычислительных мощностей планировать увеличение мощности по реальной необходимости. Знание максимумов и минимумов сетевой нагрузки может помочь выявлять вредоносный трафик [1, 2].

Для решения задачи выявления сезонных периодов используется R/S анализ, основным параметром которого, является показатель Хёрста [3].

Показатель Хёрста служит мерой персистентности временного ряда, т.е. если временной ряд «возрастает» (убывает) в предыдущий период, то, вероятно, он будет сохранять ту же тенденцию и в будущем.

В предлагаемой работе исследовалась персистентность данных о сетевой нагрузке – количество запросов к серверу в течение одной минуты, полученные с помощь и R/S анализа и методики выявления цикличности, предложенна в работе [4].

Библиографический список

1. Терновой О.С., Шатохин А.С. Снижение ошибки обнаружения DDOS атак статистическими методами при учете сезонности // Ползуновский вестник. – 2012. – № 3-2. – С. 226-229.

2. Терновой О.С., Шатохин А.С. Раннее обнаружение DDOS-атак статистическими методами при учете сезонности // Доклады Томского

государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2012. – Т. 1, № 2. – С. 104-107.

3. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка: Пер. с англ. – М.: Мир. 2000. – 323 с.

4. Жариков А.В., Семенов С.П. R/S – анализ ценовых приращений акций на российском фондовом рынке // МАК–2004 : материалы девятой региональной конференции по математике. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2004. – С. 29-30.

УДК 57.087+51-76

**Способ построения траектории изменения
функционального состояния спортсмена во время
проведения силовой тренировки по динамическим
биометрическим данным**

*A.A. Мураенко, С.И. Жилин
АлтГУ, г. Барнаул*

При проведении спортивных тренировок или медицинских реабилитационных мероприятий необходимо иметь объективное представление о реакции организма на физическую нагрузку для контроля и оптимизации процесса тренировки и реабилитации. В настоящее время для этих целей с успехом применяются исследования сердечного и дыхательного ритмов, биохимических показателей крови и др. Проведение подобных тестов, как правило, а) требует наличия высокоточной, и как следствие, довольно дорогостоящей аппаратуры; б) усложняет процесс тренировки или реабилитации.

Целью настоящей работы является поиск количественных показателей для оценки отклика организма испытуемого на физическую нагрузку по результатам несложных измерений.

В качестве источника динамической биометрической информации, характеризующей состояние организма испытуемого, предлагается использовать стабилометрическую платформу ST-150 [1]. Процесс регистрации стабилометрической информации весьма необременителен для испытуемых и сводится к их размещению на платформе, например, в свободной стойке в течении некоторого непродолжительного времени. При этом рядом исследователей отмечается взаимосвязь изменения характера стабилограммы с самыми различными особенно-

стями испытуемых: физическим состоянием, возрастом, эмоциональной и интеллектуальной нагрузкой и т.п. [2-4].

Для регистрации данных с платформы ST-150 было разработано специальное приложение с графическим интерфейсом на языке C#. Приложение позволяет получать с платформы и сохранять в файл формата CSV отсчеты временной шкалы t (в миллисекундах) и соответствующие им значения трех временных рядов: координат центра давления на платформу $X(t)$ и $Y(t)$, измеряемых в миллиметрах, а также «веса» $W(t)$ в килограммах. Сигналы $X(t)$, $Y(t)$ и $W(t)$ имеют частоту дискретизации 20 Гц.

В описываемых далее экспериментах регистрировалась информация о состоянии нескольких добровольцев со сходными физическими параметрами, проходившими тренировку по одинаковой программе. Фиксировалось перемещение центра давления $(X(t), Y(t))$ на стабилометрическую платформу. Первая запись проводилась до начала тренировочного процесса, далее регистрировали данные после каждого выполнения силового упражнения. Заключительная запись осуществлялась после полного отдыха спортсменов. Продолжительность каждой записи составляла 60 секунд.

Типичный фрагмент стабилограммы представлен на рисунке 1.

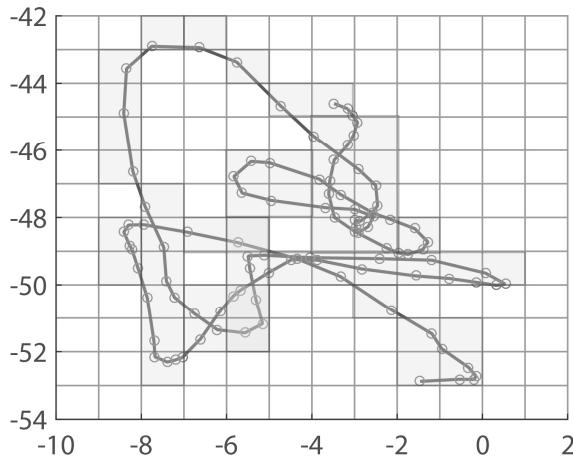


Рис. 1. Фрагмент стабилограммы (о – точки, регистрируемые с ST-150)

В качестве синтетического показателя, отражающего реакцию организма испытуемого на физическую нагрузку, предлагается использовать «плотность стабилограммы» D , определяемую как среднее ко-

личество точек стабилограммы, приходящееся на единицу площади в единицу времени:

$$D = \frac{N}{TS},$$

где N — количество точек стабилограммы, зарегистрированное за время T , а S — количество элементов площади, содержащих ненулевое количество точек стабилограммы. Для фрагмента стабилограммы, приведенного на рисунке 1, $N = 100$, $T = 5, S = 48$, поэтому $D = 0.42$.

На рисунке 2 приведены графики изменения значения плотности стабилограмм, записанных для двух разных испытуемых после каждого из упражнений, входивших в программу тренировки.

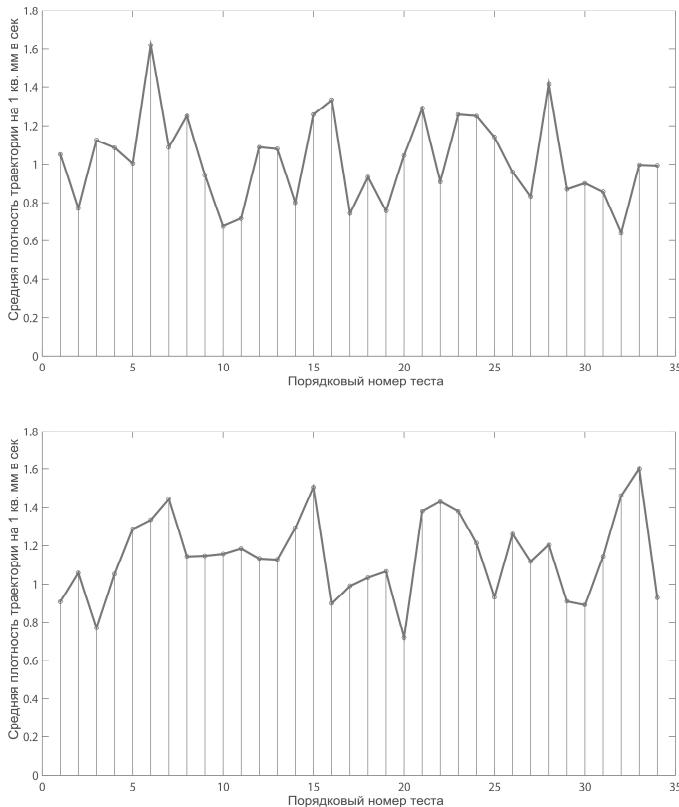


Рис. 2. Пример изменения плотности стабилограммы для двух различных испытуемых в ходе силовой тренировки по единой программе

Анализ графического представления динамики плотности стабилограмм D для различных испытуемых свидетельствует о качественном подобии изменений этого показателя при сходной силовой нагрузке, что позволяет надеяться на принципиальную пригодность данного подхода для контроля физической нагрузки. Содержательная интерпретация конкретных значений плотности стабилограммы D, а также выяснение её количественных взаимосвязей с прочими показателями и характеристиками требуют накопления значительного объема экспериментальной информации и станут предметом дальнейших исследований.

Библиографический список

1. Скворцов Д.В. Стабилометрическое исследование: краткое руководство. М. : Маска, 2010.
2. Kuznetsov N.A., Riley M.A. Effects of Breathing on Multijoint Control of Center of Mass Position During Upright Stance// Journal of Motor Behavior, 2012, 44(4), 241–253.
3. Stensdotter A.-K., Wanvik A.K., Lorås H.W. Postural Control In Quiet Standing with a Concurrent Cognitive Task in Psychotic Conditions // Journal of Motor Behavior, 2013, 45(4), 279–287
4. Portela F.M., Ferreira A.S. Kinematic Mapping Reveals Different Spatial Distributions of Center of Pressure High-Speed Regions Under Somatosensory Loss // Journal of Motor Behavior, 2014, 46(5), 369–379.

УДК 004.738.5

Анализ XML-системы для решения задач семантического поиска

О.Н. Половикова

АлтГУ, г. Барнаул

Любая задача в рамках реализации семантического поиска ресурсов глобальной сети или корпоративной базы знаний связана с построением унифицированной схемы знаний. Мета-схема формализует знания и правила их построения для описания и интерпретации (логический вывод) знаний. Такая мета-схема знаний задает схему знаний хранимых ресурсов (понятия и их свойства, отношения между понятиями и свойства этих отношений), схему семантических запросов поиска и схему поведения различных программных модулей для анализа хранимых знаний.

Абстрагированная схема знаний, заданная определенной спецификацией, определяет необходимую схему знаний, а уровень формализации задает механизмы перехода между схемами. Построение схем перехода между знаниями различной спецификации позволяет на едином контексте решать задачи семантического поиска.

Среди множества технологических решений определения метасхемы знаний и её спецификаций следует выделить XML-систему. Следует заметить,

необходимо анализировать не отдельный абстрактный язык размётки, а целостную XML-систему. XML-система включает сочетание трёх основных составляющих: XML-схема, XML-файлы, в которых хранятся данные или спецификации для XML-схем и необходимая совокупность *преобразований*.

XML-схема – задаёт правила для содержания данных. Схема обеспечивает необходимую структуру для хранимых в XML-файле данных, которая требуется для выполнения программными модулями своих задач.

Кроме этого XML-схема может использоваться для построения абстрагированных семантических схем (без конкретной спецификации знаний), а также схем, регламентирующих правила для хранимых данных (проверка на корректность). Спецификации абстрактных схем для построения конкретных схем знаний могут быть представлены совокупностью XML-файлов.

XML-схема также может использоваться для описания поведения программных модулей (в том числе и различных анализаторов знаний), а на основе схем более высокого уровня абстракции программные модули могут взаимодействовать между собой.

Преобразование или механизм повторного использования данных (XSLT) позволяет на основе содержимого XML-файла создавать другие структуры и документы, не используя языки программирования. Такой механизм может быть использован, например, для получения определенной выборки из набора терминов нескольких XML-файлов, удовлетворяющих определенным условиям (фильтрация, сортировка).

Несмотря на широкие возможности использования XML-системы для решения задач семантического поиска, необходимо указать принципиальные недостатки такой технологии. XML-схемами невозможно описывать сложные структуры знаний: знания об отношениях между понятиями, свойства отношений, типизации и т.д. Данная проблема связана с ограниченной описательной базой XML-схем для формализации знаний и знаний о знаниях.

Описанная проблема ограничивает возможности работы программных модулей реализующих задачи семантического поиска, например, нельзя обеспечить логический вывод нового знания по запросу пользователя. Возможности фильтрация или сортировка хранимых данных не могут реализовать полноценный механизм получения нового знания (логический вывод).

Следует сделать вывод, что XML-система может быть использована для решения задач семантического поиска, невозможность формализации сложных структур данных выступает ограничителем для реализации поисковых функций.

Библиографический список

1. Печерский А. Язык XML – практическое введение. Схемы данных. [Электронный ресурс] //электронная книга. – Режим доступа: <http://www.ods.com.ua/win/rus/web-tech/xml/part5.phtml>.
2. Язык XML: назначение и область применения [Электронный ресурс] //I2R Web Creation (еженедельный сетевой журнал для вебмастеров). № 19. – Режим доступа: <http://nrd.pnpi.spb.ru/UseSoft/Journals/WebCreator/webc19/xml.htm>.

УДК 004.42:378

Обеспечение перехода образовательных учреждений на эффективный контракт посредством разработки автоматизированной информационной системы

Я.Б. Татаринцев, В.Ю. Петроченко, А.В. Якимчук
ЮГУ, г. Ханты-Мансийск

Введение эффективного контракта во все сферы государственного обеспечения направлено на оптимизацию системы оплаты труда, а именно на увеличение к 2018 году размера реальной заработной платы сотрудников учебных учреждений в 1,5 раза и повышение качества и результативности труда. В сфере образования нормативную базу эффективного контракта составляют следующие правовые документы:

1. Указ президента РФ от 7 мая 2012 года № 597 «О мероприятиях по реализации государственной социальной политики»;
2. Государственная программа Российской Федерации «Развитие образования» на 2013-2020 годы, утвержденная распоряжением правительства РФ от 15.05.2013 г. № 792-р;

3. Постановление правительства РФ № 2190-р от 26 ноября 2012 г.;
4. Постановление правительства РФ № 2620-р от 30 декабря 2012 г.;
5. Показатели эффективности деятельности подведомственных государственных, муниципальных учреждений образования, утвержденными органами местного самоуправления.

Основными из них является указ президента РФ от 7 мая 2012 года № 597 «О мероприятиях по реализации государственной социальной политики» и постановления правительства № 2620-р и № 2190-р, которые вводят понятие эффективного контракта применительно ко всем работникам образовательных учреждений.

Эффективный контракт – трудовой договор с работником, в котором конкретизированы должностные обязанности и условия оплаты труда. Также в нем определены показатели и критерии эффективности деятельности для назначения стимулирующих выплат (далее – СВ) [1].

Основной проблемой при расчете СВ в образовательном учреждении является формулирование основных критериев оценки качества труда, поскольку коллектив образовательного учреждения составляет как профессорско-преподавательский состав (далее – ППС), так и прочий персонал. Если для ППС достаточно просто выделить основные критерии оценки и их граничные значения, то для прочего персонала это сделать проблематично, так как в него входят сотрудники разной специализации и направлений деятельности. Разрабатываемая система направлена на работу именно с прочим персоналом.

Цель разработки автоматизированной информационной системы (далее – АИС) «Расчет стимулирующих выплат прочего персонала» заключалась в автоматизации расчета СВ и обеспечения перехода на эффективный контракт.

Предлагается следующая методика расчета СВ. Размер общего Фонда стимулирующих выплат рассчитывается исходя из штатного расписания (далее – ШР) университета и утверждается ректором Университета на один календарный год. Общий фонд СВ распределяется между структурными подразделениями также исходя из ШР и базовых размеров стимулирующих выплат, которые определяются для каждой должности ШР, в зависимости от требований к квалификации, сложности и напряженности выполняемой работы.

Размер стимулирующей выплаты (РСВ) конкретного работника, рассчитывается исходя из следующей формулы:

$$РСВ = (БРСВ \times ККТ) \times \frac{\Phi^q}{\Pi^q} \times К, \text{ где:}$$

БРСВ – базовый размер стимулирующей выплаты;

ФЧ – фактическое количество рабочих часов, отработанное работником в текущем месяце;

НЧ – нормативное количество рабочих часов в текущем месяце;

$\frac{\PhiЧ}{НЧ}$ – коэффициент фактически отработанного времени в текущем месяце, который рассчитывается автоматически на основании данных из модуля «Табельный учет» корпоративной информационной системы;

К – размер районного и северного коэффициентов;

ККТ – коэффициент качества труда рассчитывается исходя из следующих критериев:

- 1) напряженность труда;
- 2) сложность;
- 3) значимость;
- 4) своевременность и полнота исполнения;
- 5) качество исполнения;
- 6) профессиональная компетенция;
- 7) трудовая и исполнительная дисциплина;
- 8) непрерывный стаж работы в университете;

Коэффициент может принимать значения от 0 до 1. Оценку работников по показателям и критериям эффективности проводит непосредственный или вышестоящий руководитель.

Разработанная система отвечает следующим функциональным и нефункциональным требованиям:

Функциональные требования:

- 1) оценка показателей деятельности работников непосредственными или вышестоящими руководителями;
- 2) назначение ФСВ и ведение истории его изменений;
- 3) назначение ФСВ по структурным подразделениям;
- 4) назначение БРСВ сотрудникам;
- 5) формирование и печать приложения к приказу о стимулирующих выплатах и необходимых списочных статистических отчетов;
- 6) автоматизация учета сведений об отклонениях рабочего графика сотрудников (отпуска, больничные, неявки).

Нефункциональные требования:

- 1) внедрение в многокомпонентную информационную среду управления образовательным учреждением [2];
- 2) поддержание актуальности данных о сроках назначения, окладах сотрудников в режиме online посредством использования корпоративной информационной системы;
- 3) удобный пользовательский интерфейс.

При разработке были использованы следующие технические средства – язык гипертекстовой разметки HTML, каскадные таблицы стилей CSS, серверный язык программирования PHP, СУБД Oracle, библиотека jQuery сценарного языка программирования Javascript, а также подход для работы интерактивных Web-приложений Ajax.

Предлагаемая методика вводит основные понятия и формулы для расчета СВ прочего персонала. Разработанная АИС интегрирована с многокомпонентной информационной средой университета, что обеспечивает актуальность данных, а также позволяет автоматизировать процесс расчета СВ прочего персонала за счет использования оперативной информации из модулей «Табельный учет», «Штатное расписание» и «Учет кадров».

Библиографический список

1. Приказ Минтруда России от 26.04.2013 г. № 167н «Об утверждении рекомендаций по оформлению трудовых отношений с работником государственного (муниципального) учреждения при введении эффективного контракта».
2. Семенов С.П., Татаринцев Я.Б. Исследование эффективности многокомпонентной информационной среды управления образовательным учреждением // Информационные технологии в науке, образовании и производстве : материалы V-й Международной научно-технической конференции. – 2012. – г. Орёл. – Т. 3. – С. 123–130.

УДК 004.94

Нейросетевые методы обработки данных пептидных микрочипов

*A.A. Шайдуров
АлтГУ, г. Барнаул*

В ходе экспериментов, проводимых в Российско-Американском противораковом центре, были получены результаты исследования иммunoсигнатур для двух групп людей. Одна группа людей – контрольная группа людей с невыявленной онкологией (25 человек), а другая группа – пациенты с диагнозом С50 «Злокачественное новообразование молочной железы» (10 человек). Чтобы получить достоверные данные, для каждого пациента проводилось три эксперимента, в разные моменты времени на разных чипах.

Полученный результат представляет собой набор различных показателей более чем по десяти тысячам пептидам. К основным показателям, используемым нами, можно отнести: среднее и медианное значения светимости пептида, логарифм отношения для каждого пептида, среднее и медианное значения светимости фона в окрестности пептида.

На первом этапе была осуществлена первичная обработка данных, заключающаяся в фильтрации артефактов и нормализации данных.

На основе эмпирического анализа, был предложен метод нормализации данных, заключающейся в том, чтобы все светимости EMPTY имели одинаковые и минимальные значения:

1. Рассчитать нормировочный коэффициент по формуле $1/(\text{средняя светимость EMPTY})$.
2. Все светимости пептидов преобразовывать следующим образом:
 - если светимость больше удвоенной средней светимости для EMPTY, то она умножается на нормировочный коэффициент;
 - если светимость меньше или равна удвоенной средней светимости для EMPTY, то она приравнивается к нулю;
 - Если пептид является артефактным, то он исключается из дальнейших расчетов.

На следующем этапе нормализованные данные исследовались методом доверительных интервалов. То есть целью численного эксперимента стало выявление наиболее значимых пептидных последовательностей, которые на протяжении всех проведенных экспериментов, имеют стабильное значение светимости с небольшим отклонением. Выявление таких последовательностей должно позволить осуществить классифицирование между разными группами пациентов.

В результате проведенных исследований были выявлены пептиды, которые для всех пациентов в пределах одной группы имеют стабильное значение светимости с малым отклонением. Таким образом, для группы пациентов с диагнозом C50 «Злокачественное новообразование молочной железы» было выявлено 20 характерных пептидов, однозначно относящих пациента к данной нозологической группе.

Дальнейший анализ данных был осуществлен при помощи слоистых нейронных сетей на основе нейропарадигмы «BackPropagation». В ходе проектирования искусственной нейронной сети (ИНС) «Back Propagation», была выбрана оптимальная архитектура, позволяющая распознать рак молочной железы.

Эксперимент проходил следующим образом. В исходной выборке присутствовало 10 пациентов с диагнозом и 25 человек контрольной группы. Так как по каждому пациенту было осуществлено три экспе-

римента, то общее число записей выборки составило 105. Исходная выборка была разделена на 2 части: обучающая (35 записей) и тестовая (70 записей). В обучающую выборку были включены записи первых экспериментов, а в тестовую – записи вторых и третьих экспериментов.

В ходе нейросетевого исследования число скрытых нейронов ИНС менялось от 2 до 7. В результате чего был получен график зависимости ошибки обобщения от числа нейронов в скрытом слое. Эксперимент показал, что сети с 4 нейронами в скрытом слое оптимально классифицируют пациентов из выборки.

Таким образом, в ходе эксперимента были реализованы методы использования ИНС при решении задачи классификации данных. Разработанная модель анализа данных технологии immunosignature на основе применения традиционных и нейросетевых алгоритмов позволила с достаточной точностью (90%) классифицировать пациентов с онкологическим диагнозом C50 «Злокачественное новообразование молочной железы».

Секция 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ, ЭКОНОМИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

УДК 519

Моделирование случайных процессов

С.М. Аборнев
ИКТ КГБУ ДПО АКИПКРО, г. Барнаул

В докладе рассмотрен численный метод решения математических задач, в которых искомые величины представляются вероятностными характеристиками какого-либо случайного явления. Работа предназначена для учителей информатики и ИКТ, студентов, учащихся старших классов. Все программы реализованы в учебной среде «Исполнители», версия 2.4, исполнитель Kturtle (черепаха). Все дистрибутивы, описание, примерные программы можно найти на сайте К.Ю. Полякова: <http://kpolyakov.narod.ru/>. Программное обеспечение является свободно распространяемым и может быть использовано без ограничений в некоммерческих целях.

Существует класс задач, для решения которых нужно рассчитать теоретические вероятности каких-либо событий. Часто это бывает очень трудно сделать. В этом случае можно использовать метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). Суть метода заключается в моделировании явления (процесса), после чего нужные характеристики приближённо определяются путём статистической обработки «наблюдений» модели. Как известно, результаты большого числа испытаний обладают статистической устойчивостью. Это позволяет решать задачи, подобные приведенным ниже.

Задача 1. Предположим, что производится сборка изделия, состоящего из трех деталей (детали А, В, С). Перед сборщиком находится три ящика – с деталями А, В и С соответственно. Пусть половина деталей каждого типа имеет размеры с положительными отклонениями от номинала, а половина – с отрицательными отклонениями. Изделие *не может* нормально функционировать лишь в тех случаях, когда все детали имеют положительное отклонение. Сборщик берет детали из ящика наугад. Вопрос: какова вероятность сборки нормально функционирующего (не бракованного) изделия?

Конечно, этот пример довольно прост. Искомую вероятность легко рассчитать. Вероятность получения бракованного изделия есть вероятность того, что все три детали окажутся с положительными отклонениями. Она равна $P_\delta=1/2 * 1/2 * 1/2=1/8$. Следовательно, вероятность сборки не бракованного изделия $P=1-1/8=0,875$.

Забудем на время, что мы умеем вычислять вероятности, а воспользуемся для решения этой задачи статистическими испытаниями. В качестве таковых надо выбрать испытания, каждое из которых имеет два равновероятных исхода, например, подбрасывание монеты. Возьмем три монеты – А, В и С. Каждая монета *моделирует* соответствующую деталь, используемую при сборке изделия. Выпадение герба при подбрасывании монеты будет означать, что соответствующая деталь имеет в данном испытании положительное отклонение, а выпадение «решки» – отрицательное отклонение.

Приступим теперь к статистическим испытаниям, каждое из которых состоит в одновременном подбрасывании трех монет. Предположим, что проделано N таких испытаний ($N>>1$) и при этом в n испытаниях выпал герб одновременно у трех монет. Легко сообразить, что отношение $(N-n)/N$ и есть приближенное значение искомой вероятности.

Разумеется, вместо вместо реальных испытаний мы можем использовать компьютерную программу, написанную на одном из языков программирования. Примерная программа для решения данной задачи в среде *Исполнители* может выглядеть так:

```
Детали {дробные p=0, z=0, x=0, y=0;
целые n=10000; опусти_nеро;
повтори ( n ) {x=random; если (x>=0.5) {x=0} иначе {x=1}
y=random; если (y>=0.5) {y=0} иначе {y=1}
z=random; если (z>=0.5) {z=0} иначе {z=1}
z=x+y+z если (z>=1) {p=p+1}}
p=p/n; вывод "вероятность "; вывод p:5:3;}
```

Результат, получаемый программой, уже для 10000 испытаний хорошо совпадает с теоретическим. На практике в простых ситуациях, подобных описанной выше, никто не прибегает к методу статистических испытаний. Его используют, когда рассчитать искомую вероятность очень трудно или даже вообще невозможно. Рассмотрим теперь более сложный пример статистического моделирования.

Задача 2. Ведется стрельба по мишени. Вероятность попадания в отдельном выстреле известна и равна 0,4. Нам нужно поразить мишень ровно четыре раза. Определить:

1. Среднее количество (математическое ожидание) выстрелов, необходимое для **четырехкратного** поражения мишени.

2. Зависимость вероятности четырехкратного поражения мишени от количества выстрелов $P_4(n)$ ($n=4, 5, \dots$).

Каждый выстрел будем моделировать генерацией случайного вещественного числа в интервале от 0 до 1 (монетой здесь уже не обойтись). Причем, если это число окажется в интервале (0 – 0,4), это означает « попадание », а если в интервале (0,4 – 1,0) – « промах ». Производим серию « выстрелов » до тех пор, пока мишень не будет поражена 4 раза. Количество выстрелов, понадобившихся для этого в данной серии n_i (например, 11), « запоминаем ».

Теперь, чтобы найти теоретическое среднее (матожидание), проведем, к примеру, 10 000 таких серий. Искомое среднее найдем, сложив все значения n_i и поделив на 10 000. Описанный алгоритм легко реализуется в среде **Исполнители**. Примерная программа может выглядеть так:

```

Мишени {дробные k=0,z=0,x=0,y=0;
целые n=10000,i=0, a[10000];опусти_перо;
повтори (n) {z=0,i=0, пока (z<4)
{x=random; i= i+1 если (x<=0.4) {z=z+1}}
a[i]=a[i]+1; k=k+i;} k=k/n; вывод "n="; вывод k;
Линия ( 0,400 ,400 ,400); Линия ( 0,0 ,0 ,400);
цикл (i=0;i<201 ;i=i+1) {y=a[i]/10; ЛинияK (i*10,400-y);}
Текст ( 10,20 , "P" ); Текст ( 380,380 , "n" );
Линия (80,395,80,405); Линия (60,395,60,405);
Линия (100,395,100,405); Текст (57,410, "6" );
Текст (77,410, "8" ); Текст (94,410, "10");}
```

Полужирным шрифтом выделена графическая часть программы. Результат (рис.1) отлично согласуется с теоретическим ($N = 10$). Попутно мы построили график зависимости вероятности четырехкратного поражения мишени от количества выстрелов. Мы видим, что график имеет максимум в районе $n = 8 - 9$.

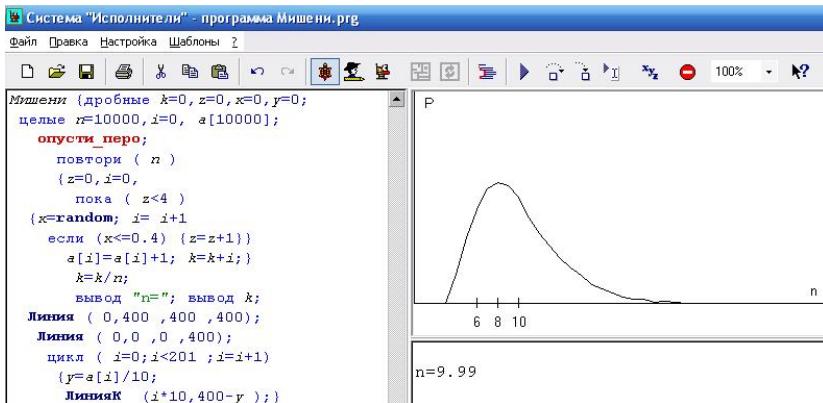


Рис. 1. Вид окна после завершения работы программы

Эти же результаты можно было получить, используя формулы теории вероятности (формула умножения вероятностей, формула Бернулли и т.д.), но в данном случае это был бы гораздо более трудоемкий процесс. Рассмотрим еще один пример, решение которого уже совсем не простое и требует специальных знаний в области математики, так что применение метода Монте-Карло и здесь будет вполне оправдано.

Задача 3. Выполняются одиночные выстрелы по мишени. Вероятность попадания в отдельном выстреле равна 0,5. Мишень считается пораженной, если произведено два попадания **подряд**. Определите среднее количество (математическое ожидание) выстрелов, необходимое для поражения мишени.

Логика построения модели почти такая же, как в **Задаче 2**. Моделируем серию «выстрелов» до тех пор, пока не произойдет 2 попадания подряд. Эта серия может состоять из 2, 3, 4... и т.д. выстрелов. Количество выстрелов в данной серии (n_i) «запоминаем». Проведя 10 000 (или больше) таких серий, определим среднее количество выстрелов (матожидание). Попутно можно получить зависимость вероятности поражения мишени от количества выстрелов $P_2(n)$ ($n=2, 3, 4, 5, \dots$).

Примерная программа, реализующая этот алгоритм в среде **исполнители**, может выглядеть так:

```

Два_попадания_подряд
{дробные p=0, z=0, x=0, y=0; целые n=10000,i=0, a[10000];
опусти_перо; повтори ( n ) {z=0,i=0, пока ( z<2 )
{x=random; i:= i+1 если (x>=0.5) {x=1,z=z+x}
иначе {x=0, z=0} } a[i]=a[i]+1; p=p+i; }p=p/n;
вывод "Матожидание = "; вывод p:3;

```

Линия (40,400 ,400 ,400); Линия (40,0 ,40,400);
цикл ($i=0$; $i < 201$; $i=i+1$) { $y=a[i]/10$; ЛинияК ($i*10+40,400-y$);}
Текст (25,20 , "p"); Текст (380,410 , "x"); Текст (57,410 , "2");
Текст (77,410 , "4"); Текст (97,410 , "6"); Текст (10,142 , "1/4");
Текст (10,267 , "1/8"); Линия (60,395 ,60,405);
Линия (80,395 ,80,405); Линия (100,395 ,100,405);
Линия (36,150 ,44,150); Линия (36,275 ,44,275);}

Полужирным шрифтом выделена графическая часть программы. На рисунке 2 показан вид окна после очередного выполнения программы. Запустив программу несколько раз, мы сможем с уверенностью сказать, что среднее количество выстрелов, необходимое для двух подряд попаданий, равно *шести*. Это и есть главный результат работы программы. На рисунке также показана зависимость вероятности поражения мишени от количества выстрелов $P_2(n)$.

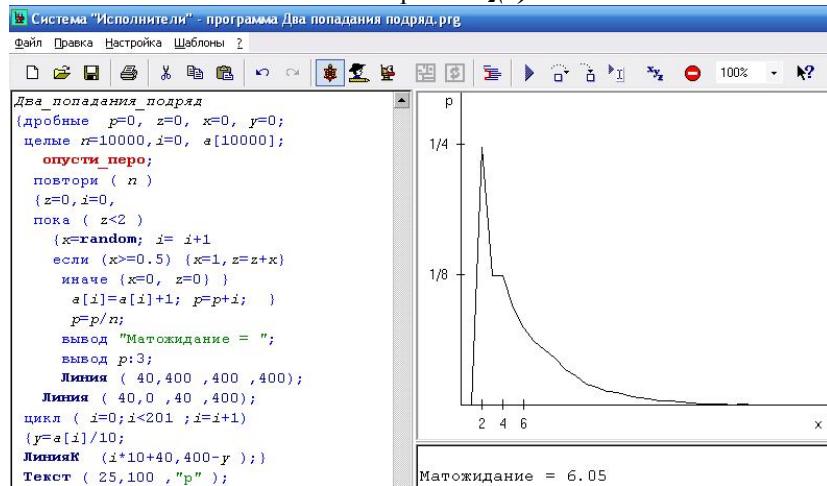


Рис. 2. Вид окна после выполнения программы

Таким образом, используя метод статистических испытаний (метод Монте-Карло), можно решать вероятностные задачи, которые традиционным способом либо не решаются вовсе, либо их решение представляет собой длительную и трудоемкую процедуру.

Библиографический список

1. Сайт Википедия. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/Категория:Метод_Монте-Карло
 2. Сайт К.Ю. Полякова. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://kpolyakov.newmail.ru/>.

3. Угринович Н.Д. Исследование информационных моделей: учебное пособие. – Москва, Бином. Лаборатория знаний, 2006. – 200 с.

УДК 519.87

Теоретико-игровые модели и механизмы формирования роялти в франчайзинговых сетях

Д.Г. Алгазина, Г.И. Алгазин

АлтГУ, Барнаул

Взаимоотношения в системе франчайзинга достаточно сложны и разнообразны [4, 5, 6 и др.]. Важное место в них отводится платежам роялти.

Основу этих платежей составляет оплата управлеченческих и прочих услуг франчайзера по текущему содержанию франшизной системы и её развитию. В отличие от первоначального взноса роялти являются текущими платежами, производимые франчайзи на регулярной периодической основе.

Выплата роялти может строиться по следующим схемам:

- отчисления (еженедельные, ежемесячные), размер которых устанавливается фиксированной ставкой процента от объема продаж;
- фиксированная (ежемесячная, годовая) сумма;
- наценка на закупочную стоимость сырья, материалов и комплектующих, поставляемых франчайзером для франчайзи.

Первая схема по праву наиболее распространена. Она отвечает интересам каждой из сторон не только в стабилизации работы франчайзи, но и в расширении его рынка сбыта. Она, что немаловажно, дает возможность франчайзеру оценивать по размерам отчислений объем продаж франчайзи и оперативно реагировать на ситуации, приводящие к увеличению риска неплатежей.

Вторая схема упрощает франчайзеру прогнозирование своих доходов, но не позволяет оценить финансовое положение франчайзи.

Возможность применения третьей схемы предполагает обязательную продажу франчайзером материальных ресурсов франшизному предприятию. Третья схема может комбинироваться с первой или второй. Некоторые франчайзеры используют эту схему как основной источник дохода и взимают очень низкую плату за управлеченческие услуги как таковые.

Размер регулярных платежей (роялти) определяется рядом факторов, к которым относятся: отрасль бизнеса, месторасположение фран-

шизного предприятия, размер и особенности территориального рынка, престижность товарного знака, конкурентоспособность бизнеса и его рейтинг среди аналогичных отечественных и зарубежных компаний, форма франшизной сделки, субъективное мнение франчайзера и пр.

Воздействие франчайзера (центра) на агентов его франчайзинговой сети посредством формирования роялти изучалось авторами доклада с применением теоретических и экспериментальных подходов теории игр [1, 2].

Иерархическая игра Γ_1 (гамма-один) дает наиболее выгодное для центра значение величины роялти при условии, что агенты (франчайзи) действуют оптимальным для себя образом [3, 7]. Это значение на-

ходится из условия $\frac{\partial I}{\partial k} = 0$ (где I – прибыль центра, k – параметр роялти), а агенты сети оптимизируют выбор своей активности q (объема выпуска товаров/услуг). Решение игры Γ_1 дает возможность определить размер выплаты роялти по первой схеме отчислений от объема продаж.

Другие возможности поиска баланса интересов дает игра Γ_1 с фиксированными платежами (игра Γ_1^f) [3]. Размер платы для фирмы-агента устанавливается равным платежам центра, рассчитанным по стратегии Γ_1 , т.е. выплата агентом роялти строится не по первой схеме отчислений, размер которых устанавливается фиксированной ставкой процента от объема продаж, а по второй схеме фиксированной сервисной платы.

Авторами на основе проведения модельных исследований доказаны ряд утверждений, показывающих эффективность механизмов с фиксированной сервисной платой. Рассматривались следующие концепции построения франчайзинговых сетей на конкурентном рынке: 1) однородная сеть, когда все интеллектуальные агенты сети разыгрывают равновесие Курно–Нэша (K -сеть); 2) однородная сеть, когда все интеллектуальные агенты выступают «лидерами» по Штакельбергу («региональными» центрами) – S -сеть; 3) неоднородная сеть, в которой некоторые агенты выступают региональными «лидерами» по Штакельбергу, а остальные агенты действуют по Курно–Нэшу (\bar{S} -сеть); 4) неоднородная сеть, в которой центр выходит непосредственно на потребителя, составляя конкуренцию своим агентам, которые действуют по Курно–Нэшу. Так применение механизма с фиксированной сервисной платой дает максимальную активность сети и минимальную цену товара (услуги) для K , S и \bar{S} -сетей, а также для сети, в которой центр конкурирует с агентами. Для K и \bar{S} -сетей механизмы Γ_1

с фиксированной сервисной платой дают максимальный объем активности агента, если его предельные издержки не ниже средних по сети. Для K , S и \bar{S} -сетей при оптимальном по доходу головной фирмы числе агентов механизм Γ_1^f с фиксированной сервисной платой является менее выгодным для агентов, чем механизм Γ_1 с расчетом величины роялти от объема продаж.

Проведены также вычислительные эксперименты по сравнительному анализу зависимостей объема продаж франчайзинговых сетей от числа лицензий для K , S и \bar{S} -конкурентных рынков, учитывающие первые две схемы формирования роялти. Эксперименты дают основания предполагать, что механизмы Γ_1 с фиксированной сервисной платой предпочтительнее с точки зрения совокупного объема продаж только при малой сети.

Библиографический список

1. Алгазин Г.И., Алгазина Д.Г. Моделирование многоагентных франчайзинговых систем.– Барнаул: Изд-во Алт. ун-та. – 2009. – 91 с.
2. Алгазин Г.И., Алгазина Д.Г. Моделирование сетевого взаимодействия на конкурентных рынках // Управление большими системами: сборник трудов. – Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. – М., 2013. – № 43. – С. 172-216.
3. Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. – М.: Наука. –1976. – 328 с.
4. Дельтей Ж. Франчайзинг / пер. с фр. В.А. Петров. – СПб.: Нева, 2009.
5. Carney V., Gedalovich C. Vertical Integration in Franchise Systems: Agency Theory // Strategic Management Journal. – 2005. 12(8). – P. 60–67.
6. Lafonten F. Agency theory and franchising: Some empirical results // Rand Journal of Economics. – 1992. 23(2).
7. Myerson R.B. Game Theory: Analysis of Conflict. – London: Harvard University Press. – 1997. – 568 p.

**База знаний экспертной системы «Безопасность
профессиональной деятельности спасателей
в условиях высокогорья»**

Н.А. Банушкина, М.Ю. Крячко

АлтГУ, г. Барнаул

В докладе рассматривается методика создания и особенности информационной экспертной системы обеспечения безопасности профессиональной деятельности при ведении поисково-спасательных работ в условиях высокогорья.

Оценка уровня безопасности деятельности спасателей является весьма сложной задачей. Опасные ситуации, выступающие в качестве непосредственной предпосылки, реальной возможности несчастного случая, аварии, катастрофы формируются под влиянием большого количества факторов. Каждый фактор, в свою очередь, может быть источником нескольких причин, в разной мере способствующих порождению опасных ситуаций в процессе проведения аварийно спасательных работ.

Статус спасателей – это совокупность прав и обязанностей, установленных законодательством Российской Федерации и гарантированных государством спасателям. Особенности статуса спасателей определяются возложенными на них обязанностями по участию в проведении работ по ликвидации чрезвычайных ситуаций и связанной с этим угрозой их жизни и здоровью.

Вынужденные действовать в условиях крайней необходимости, спасатели опираются на принцип оправданного риска, обозначенный в законе «Об аварийно-спасательных службах и статусе спасателей».

Профессиональная деятельность спасателей протекает, как правило, в неблагоприятных условиях внешней среды и при высоком уровне психоэмоционального напряжения.

Разработка вопросов, связанных с оценкой профессионального здоровья и рисков его нарушений является актуальной проблемой. Успешность ее решения зависит от наличия адекватных (качественных и количественных) критериев оценки профессионального здоровья, что в свою очередь требует оптимизации концептуальных и методологических подходов, применения современных методов и средств сбора, обработки и анализа данных [1].

Сложность и опасность профессиональной деятельности спасателей обусловлена целым комплексом взаимосвязанных факторов: неопределенность, дефицит времени, опасность для жизни, непредсказуемость развития событий в экстремальной ситуации, ограниченная информационная обеспеченность и другие. При этом одной из главных целей деятельности является безопасность как пострадавших, так и самих спасателей. Безопасное и эффективное выполнение профессиональных задач во многом зависит от психологической готовности членов коллектива спасателей к действиям в экстремальных условиях [2].

Практическая реализация системы позволит повысить эффективность организационных, диагностических и корригирующих мероприятий, направленных на устранение или минимизацию рисков нарушения профессионального здоровья спасателей.

Конечная цель проведения всех этапов оценки и анализа рисков нарушений профессионального здоровья спасателей заключается в определении приоритетности, перечня, объема и направленности тех мероприятий, которые необходимы для их устранения или минимизации. Весь этот комплекс мероприятий (организационных, нормативно-правовых, санитарно-гигиенических, материально-технических, лечебно-профилактических и пр.) образует в системе управления рисками нарушений профессионального здоровья спасателей блок регулирования рисков.

В результате анализа возникновения и развития рисков нарушений профессионального здоровья спасателей установлены особенности и взаимосвязи между уровнем воздействия опасных и вредных факторов профессиональной деятельности спасателей и уровнем компенсаторных, резервных возможностей организма. Разработанные, методические подходы и алгоритмы управления рисками дают возможность структурировать способы оценки и регулирования рисков.

Реализация опасности всегда идет по схеме «опасный (вредный) фактор – причины – нежелательные последствия». Например, высота – это потенциальная опасность, падение человека – это причина, а травма человека при падении – нежелательное последствие.

Эффективных методик оценки профессионального риска спасателей в настоящее время практически нет.

Данная работа посвящена исследованию и оценке факторов влияния на показатели риска и динамического изменения Базы знаний в зависимости от степени этого влияния.

Процесс анализа влияния множества параметров на показатели риска достаточно сложный, так как степень влияния каждого параметра не определена, а зависимость между параметрами не достаточно

формализована. В работе изложены методы установления зависимостей между параметрами. Функция ранжирования показателей отводится специалистам экспертам. Пятковским О.И. [3, с. 45] выделены необходимые требования, при которых разработка экспертной системы становится возможной: наличие экспертов в данной области и их способность объяснить используемые ими методы. Более того, эксперты должны сходиться в оценке предлагаемого решения.

Алгоритм формирования базы знаний и экспертного анализа изложен в работах [4, 5]. Традиционно обновление базы знаний осуществляется в результате проверки эффективности управленческих решений и анализа влияния управляющих воздействий на целевую функцию. Также учитывается динамика изменений целевой функции от изменений параметров влияния.

Подход к решению данной задачи имеет существенное отличие от принципов реализации экспертной системы поддержки принятия управленческих решений, описанных выше и в работах автора [4, 5].

Ввиду специфики предметной области управленческие решения не могут учитываться в данной задаче. База знаний формируется и динамически изменяется в зависимости от экспертной оценки степени влияния отдельных факторов на показатели риска. В работе спасателей для прогнозирования рисков и обеспечения безопасности может быть применен метод потенциальных опасностей.

В работе приведен расчет весовых коэффициентов на основании оценок экспертов и установлена зависимость вероятности и тяжести профессионального заболевания и/или профессиональной травмы от сочетания опасных и вредных профессиональных факторов и факторов, оказывающих влияние на показатели риска.

Формирование базы данных осуществляется на основе анализа различных источников информации. В докладе приведены таблицы опасных и вредных профессиональных факторов (ОВФП) и факторов, оказывающих влияние на показатели рисков (ФОВ).

Множество Y – опасные и вредные профессиональные факторы, представляющие собой потенциальные опасности, и являющиеся объективными причинами риска спасателей, где $y_j \in Y$,

$1 \leq j \leq m$ – порядковый номер фактора в таблице потенциальных опасностей (обрушение горных пород, лавины, сели, низкая температура и др.). Множество X - факторы, оказывающие влияние на показатели риска, где $x_i \in X$, $1 \leq i \leq n$ – порядковый номер фактора влияния в таблице потенциальных опасностей.

Устанавливается зависимость между опасными и вредными профессиональными факторами и факторами влияния, воздействуя на которые снижаются потенциальные опасности и степень риска.

$y_j = f(x_i)$ – алгоритмическая функция.

Из множества $X \in \mathcal{B}3$ делается первоначальная выборка факторов $(x_1, \dots, x_n) \in X_0$, предположительно влияющих на показатели риска. Первоначальная выборка (x_1, \dots, x_n) определяется на основе фактических данных, измерений, психологических тестов и экспертной оценки специалистов.

В докладе рассматриваются алгоритмы формирования и динамического изменения данного множества, где

$X_0 \in X$ – факторы влияния первоначально выборки.

Осуществляется структуризация знаний и построение иерархической модели Б3.

$X_0 = X_{01} \cup X_{02} \cup \dots \cup X_{0N}$, где $X_{01}, X_{02}, \dots, X_{0N}$ – подмножества факторов влияния (физическая подготовка, специальная подготовка, спасательное оборудование и снаряжение, средства защиты и др.).

Множество N – нормативные данные на факторы влияния

$N = N_1 \cup N_2$, где

N_1 – множество нормативов, установленное руководящими документами;

N_2 – множество нормативов, установленное экспертным путем

В докладе рассматривается алгоритм экспертной системы безопасности профессиональной деятельности спасателей в условиях высокогорья. Приведена схема алгоритма.

Оценки факторов, оказывающих влияние на показатели рисков, осуществляется системой баллов, согласно имеющимся методикам. Так, например, оценка вестибулярной устойчивости (один из факторов физической подготовки) заключается в измерении времени стояния в позе Ромберга (в сек).

Проводится сравнение полученных результатов с нормативными данными и осуществляется расчет нормативов при их отсутствии. В таком случае за норматив принимается среднее значение показателя за прошедший период при спасательных работах в отсутствие риска.

В последующие периоды на основании экспертного анализа фактических опасностей возникших при проведении спасательных работ в условиях высокогорья формируются подмножества

$X_1, X_2 \dots \in X$ – факторов влияния на показатели риска, где

X_1 – факторы, обеспечившие безопасность спасателей;

X_2 – факторов увеличения риска.

База знаний экспертной системы постоянно обновляется и совершенствуется.

Библиографический список

1. Башир-Заде, Т.С. Риски нарушения профессионального здоровья лиц опасных профессий (концептуальная модель, оценка и регулирование) / Всероссийский центр медицины катастроф «Зашита». – М., 2003. – 302 с.
2. Иванова, Е.М., Лабутина, В.Е., Хабарова, А.О. Прогнозирование психологической готовности спасателей к совместной деятельности в экстремальных условиях // Социальная психология труда: теория и практика: сб. ст. – М.: Ин-т психологи РАН, 2010. – Т. 1, с. 351-365.
3. Пятковский О.И. Интеллектуальные информационные системы (системы обработки знаний) : учебное пособие /Алт. гос. техн. ун-т им. И. И. Ползунова. - Барнаул, 2010.
4. Банушкина Н.А. Разработка алгоритмов формирования информационной Базы знаний, предназначеннной для автоматизации принятия управлеченческих решений // МАК-2009: материалы двенадцатой региональной конференции по математике. – Барнаул, 2009.
5. Банушкина Н.А. База знаний экспертной системы «Анализ эффективности управлеченческих решений» // Известия алтайского государственного университета. – Барнаул, 2011. – №1.

УДК 51-74

Информационные системы принятия управлеченческих решений в классе формализованных задач

Н.А. Банушкина
АлтГУ, г. Барнаул

Системы поддержки принятия решений (СППР) широко применяются в различных предметных областях. Основная функция – обеспечение руководителей и специалистов информацией, набором вариантов решений и инструментальными средствами анализа. В научной литературе рассматриваются математические основы теории принятия решений, типовые методы решения проблемных ситуаций - выбор лучшей альтернативы, ранжирование, групповое упорядочение альтернатив [1].

Основные принципы создания базы знаний (БЗ) и алгоритмов принятия решений изложены автором в работах [2, 3].

Дальнейшие исследования и анализ систем управления позволяют сделать вывод о существовании достаточно большого класса задач, в котором повышение эффективности производственных процессов, функционирования социально-экономических систем и снижение рисков зависит только от повышения качества управления.

В представленном докладе выделен класс задач, в котором функции управления и принятия решений могут быть структурированы и формализованы, так как регулируются локальными, нормативными и законодательными актами.

Для данного класса в статье предлагается и описывается методика разработки автоматизированной системы принятия управленческих решений.

Особенностью методики является то, что принятие решений полностью возложено на информационную систему. Участие экспертов, специалистов предметной области и руководителей не требуется как на этапе разработки системы, так и в процессе ее эксплуатации.

В работе изложены основные принципы формирования БЗ и особенности алгоритмов. Эффективность методики подтверждена результатами мониторинга безопасности дорожного движения на конфликтных участках.

Нормативная база данных (БДНР) формируется на основании норм и правил, определенных для данного объекта или системы управления. На конфликтных объектах осуществляется проверка соответствия нормативным данным, предельно допустимым нормам, требованиям локальных, нормативных и законодательных правовых актов. В результате в базе данных (БД) формируется подмножество факторов, по которым выявлены нарушения.

Наличие экспертов не требуется, так как нет необходимости анализа факторов влияния на целевую функцию, их ранжирования, оценки эффективности управления и прогноза неблагоприятных ситуаций. Метод основан на принципе обязательного соблюдения установленных норм и правил вне зависимости от степени влияния факторов на эффективность функционирования объекта или системы.

Положения нормативных и законодательных актов всегда хорошо структурированы и формализованы и по своей сути предназначены для обеспечения достижения цели и эффективности функционирования объекта. Фактически в них заложены экспертные знания, продуманные и неоднократно проверенные.

Методика создания информационной системы принятия управленческих решений:

1. Проектирование информационной БД:

- выбор показателей цели;
- выбор факторов влияния на показатели цели, регулируемых требованиям локальных, нормативных и законодательных правовых актов. Фактически базой данных является нормативная база, так как в данном классе задач другие факторы не анализируются. В докладе рассматривается структура БД.

2. Проектирование БЗ:

- выбор из нормативной базы данных факторов, по которым имеются отклонения;
- разработка требований о принятии мер по устранению выявленных нарушений;
- формирование множества субъектов ответственности. В данном множестве должна быть четко обозначена иерархия подчиненности и организационного исполнения, определены функции и регламенты.

–контроль исполнения требований о принятии мер по устранению выявленных нарушений. Следует отметить, что в данной системе не анализируется эффективность принятых мер. В БЗ должна содержаться информация об исполнении/ не исполнении требований соответствующими субъектами ответственности, а также о сроках и качестве выполненных работ. В докладе рассматривается структура БЗ.

3. Разработка алгоритма анализа.

Алгоритм анализа основан на сравнении требований о принятии мер и их фактического исполнения. В базу знаний вводится система признаков (исполнено, не исполнено, качество и сроки исполнения). Каждому состоянию и их сочетаниям в БЗ соответствует рекомендация об управляющих воздействиях. Особое значение придается повторяемости не удовлетворительных результатов. В этом случае управление передается на вышестоящий уровень иерархии организационной структуры. Под контроль попадает управляющее звено. Реализация алгоритма управления с обратной связью изложена автором в работах [4, 5]. Суть алгоритма сводится к установлению зависимости динамики изменений целевой функции от изменений параметров влияния. Основная роль отводится анализу эффективности управленческих решений и ранжированию степени влияния.

Подход к решению данной задачи имеет существенное отличие от принципов реализации экспертной системы поддержки управленческих решений, описанных в этих работах. Анализ эффективности управленческих решений, оценка рисков и прогнозирование данным алгоритмом не осуществляется. Реализация алгоритма направлена на исследование влияния управляющих воздействий на целевую функцию. Анализ осуществляется с использованием БДНР и БЗ.

Принятие решений полностью возложено на информационную систему. Участие экспертов не требуется. Ввиду того, что, в данном классе исследуются только факторы, регулируемые локальными, нормативными и законодательными актами, в алгоритме передача управления осуществляется не только на верхний уровень субъектов ответственности, но и в правоохранительные органы.

Ввиду строгой формализации всех элементов базы знаний автоматически формируются все документы необходимые для передачи управления не верхний уровень и в правоохранительные органы. Важно подчеркнуть, что контроль исполнения, формирование документов и передача управления осуществляется информационной системой автоматически, исключая возможность влияния на процесс принятия решений со стороны любых организационных единиц

4. Мониторинг соответствия факторов базы знаний нормативным данным, требованиям локальных, нормативных и законодательных правовых актов.

Проведение последующего мониторинга для анализа результативности мероприятий является составляющей частью реализации алгоритма. Результаты мониторинга заносятся в БД, и на их основании в БЗ формируется новое значение признаков, по которым осуществляется автоматическое принятие управленческих решений. Все необходимые действия по мониторингу и работе с системой осуществляются специалистами средней квалификации.

Изложенные в статье подходы к созданию информационных систем, применимых для автоматического принятия решений в научной литературе исследованы не достаточно.

Эффективность алгоритмов подтверждена на практике. В течение года автором проводился анализ потенциальных опасностей ДТП на конфликтном перекрестке и прилежащих к нему участках. Выявлено низкое качество управления со стороны субъектов ответственности на разных уровнях иерархии, а именно:

- нарушения положений требований нормативных и законодательных актов;
- многократная повторяемость нарушений после принятия административных мер и отсутствие контроля исполнения
- отсутствие контроля соблюдения нормативных требований со стороны субъектов ответственности.
- неопределенность функций управления между исполнителями.

Снижение уровня потенциальных опасностей на данном объекте может быть достигнуто за счет автоматизированной системы управления.

Таким образом, можно сделать вывод о целесообразности и эффективности предложенной методики для данного класса задач.

Библиографический список

1. Блюмин С.Л., Шуйкова И.А. Модели и методы принятия решений в условиях неопределенности. – Липецк: ЛЭГИ, 2001. – 138 с.
2. Банушкина Н.А. База знаний экспертной системы «Анализ эффективности управленческих решений» // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2011. – №1.
3. Банушкина Н.А. Особенности разработки экспертных систем в зависимости от класса объектов // Известия Алтайского государственного университета. – 2011. – №2/2(69).
4. Банушкина Н.А. Разработка систем анализа состояния объекта в задачах управления // Известия Алтайского государственного университета. – 1998. – №1.
5. Банушкина Н.А. Разработка методов и алгоритмов процессного описания топологически сложных производственных систем: дис. ...канд. техн. наук: 05.13.06; АлтГУ. – Барнаул, 2002.

УДК 330.131.7

Разработка имитационной модели финансового потока для формирования фонда КР МКЖД в среде AnyLogic

E.В. Богарова, С.П. Пронь

АлтГУ, г. Барнаул

Представлено исследование проблемы по разработке имитационной модели мониторинга формирования и расходования фонда капитального ремонта (КР) многоквартирных жилых домов (МКЖД). Рассмотрена специфика формирования фонда КР, как специальном счете [1], так и на общем счете регионального оператора. Имитационная модель строится на основе дискретно-событийного и агентного подхода с учётом стохастичности соответствующих стоимостных и временных показателей КР основных компонентов МКЖД. Рассмотрены составляющие финансового потока, обеспечивающие своевременность и непрерывность КР:

- средства собственников (расчетная величина необходимых ежемесячных взносов);
- кредитные средства, привлекаемые уже в ходе ремонта;

– бюджетные средства, как средства перестраховщика [2] или средства, выделяемые безвозмездно на КР определенного типа МКЖД, например, имеющих историческую ценность.

Приведена классификация укрупнённых элементов МКЖД, по которым разработаны показатели стоимости капитального ремонта, в том числе расчётная величина необходимых ежемесячных отчислений собственниками квартир МКЖД.

Законом установлены два способа формирования фонда КР МКЖД: первый – перечисление взносов на специальный счёт, второй – перечисление взносов на общий счёт регионального оператора. Независимо от того какая организация выбрана владельцем счёта, встаёт вопрос выбора банка для открытия такого счёта [3]. Спецификой данного счёта является то, что это счёт долгосрочный, постоянно пополняемый, не расходуемый ранее установленного времени, согласуемого со сроком включения МКЖД в программу КР и как минимум трёхлетним периодом расходования (минимальный срок реализации региональной программы), что требует включения в модель оценки эффективности различных подходов к перестрахованию фонда КР [2].

В предлагаемой модели учитывается динамика укрупнённого показателя стоимости капитального ремонта j -го конструктивного элемента или инженерной системы общего имущества (ОИ) ($j=1,2,\dots,n_i$) i -го конкретного типа МКЖД ($i=1,2,\dots,n$), рассчитываемого в уровне цен по состоянию на 01.01.2014 г. для базового региона руб./кв.м общей площади квартир по формуле [3]:

$$S_{ij}(t) = N_i \cdot y_{ij}(t) \cdot k_{ij}, \quad (1)$$

где N_i – укрупнённый норматив восстановительной стоимости i -го типа МКЖД в уровне цен на 1 января 2014г., руб./кв.м общей площади квартир (определяется по сборнику УНВС (укрупнённых нормативов восстановительной стоимости) 01-2014);

$y_{ij}(t)$ – удельный вес j -го конструктивного элемента или инженерной системы ОИ i -го типа МКЖД в общей восстановительной стоимости здания. (определяется на основе анализа проектно-сметной документации на строительство жилых домов различного конструктивного исполнения и данных, приведенных в сборнике УНВС 01-2014);

k_{ij} – коэффициент капитальности j -го элемента или системы ОИ i -го типа МКЖД (характеризует зависимость стоимости КР ОИ от его фактического физического износа на момент проведения).

Следовательно на каждый усредненный кв.м. общей площади квартир i -го типа МКЖД потребуется сумма первоначальных затрат по всему ОИ:

$$S_i(t) = \sum_{j=1}^{n_i} S_{ij}(t), \quad (2)$$

где n_i – количество укрупнённых элементов ОИ i -го типа МКЖД, подлежащих КР в рамках региональной программы, шт.

С учетом изменения цен и специфики налогообложения к моменту начала КР для каждого усредненного МКЖД i -го типа в идеале фонд должен содержать сумму первоначальных затрат:

$$C_i(t) = (S_i(t) \cdot P_i) \cdot K_1 \cdot K_2, \quad (3)$$

где P_i – общая площадь квартир (средняя для базового региона) i -го типа МКЖД (кв.м.);

K_1 – коэффициент пересчёта базовой стоимости работ по КР МКЖД в уровень цен на момент начала строительства;

K_2 – коэффициент, учитывающий НДС.

Тогда общая стоимость реализации региональной программы в текущих ценах базового региона составит (руб.) [3]:

$$C(t) = \sum_{i=1}^n C_i(t) \cdot L_i(t), \quad (4)$$

где n – количество типов МКЖД, подлежащих КР в рамках региональной программы, шт.;

$L_i(t)$ – количество МКЖД i -го типа, подлежащих КР в рамках региональной программы, шт.

Следуя подходу, предложенному в [3], определим ежемесячную величину отчислений собственника помещения на КР ОИ i -го типа МКЖД в приведенных ценах для базового региона на кв.м общей площади по формуле (руб./кв.м):

$$m_i(t) = \frac{1}{M} \cdot \frac{S_i(t) \cdot K_1 \cdot K_2}{\prod_{t=1}^T (1 + r_t)^{\frac{M_i}{M}}}, \quad M = \sum_{t=1}^T M_t \quad (5)$$

где $(r_1, r_2, \dots, r_t, \dots, r_T)$ – временная структура процентных ставок на финансовом рынке, применяемая для приведения будущих платежей;

M_t – число месяцев действия процентной ставки r_t ;

M – число месяцев с момента начала формирования на спецсчете фонда КР до планового срока начала капитального ремонта.

T – момент времени, соответствующий плановому началу КР.

Полученная расчётная величина ежемесячных отчислений m_i (5) должна быть соотнесена с нормативной величиной ежемесячных отчислений: законами субъектов РФ установлены нормативы минимальной величины ежемесячных отчислений. Платить меньше, чем установленный минимальный размер взноса собственники помещений не вправе (часть 1 статьи 169 ЖК). В том случае, когда

размер расчётного ежемесячного отчисления m_i (5) несоизмерим с платежеспособностью собственников помещений МКЖД, критически важна бюджетная поддержка, нужны и заёмные средства.

Состав средств на проведение КР существенно зависит от состояния фонда. При моделировании финансового потока необходимо учесть защиту интересов собственников помещений в МКЖД – плательщиков взносов. По закону нет условия о страховании комиссии за пользование средствами фонда, обеспечивающим ее значение не ниже величины инфляции. К тому же не решён вопрос о страховании самих средств фонда. Этот вопрос сопряжён с рисками банкротства кредитных организаций, отзывом лицензии (в 2014 г. лицензии отозваны у 95 банков, с начала 2015 г. – более чем у 20 банков). При этом по закону установлено ограничение на размер собственных средств кредитных организаций, где будет формироваться фонд (не менее 20 млрд. руб.) и относительные показатели финансовой устойчивости: нормативы мгновенной, текущей и долгосрочной ликвидности банка, влияют на параметры финансового потока. Таким образом, с учетом объективного роста ежемесячных платежей m_{it} в соответствии с прогнозируемой временной структурой процентных ставок

$$m_{it+1} = m_{it} \cdot (1 + r_t)^{M_i}, \quad m_{i1} = m_i(t) \quad (6)$$

и ожидаемой доходности h_{t+1} , как результата управления банком средствами фонда в соответствующем периоде $t+1$, получаем условие достаточности расчетной величины ежемесячных отчислений:

$$\sum_{t=1}^T m_{it} \prod_{k=t}^T (1 + h_k)^{M_k} + B_i(t) + D_i(t) = C_i(t), \quad (i = 1, \dots, n), \quad (7)$$

где $B_i(t)$ и $D_i(t)$ – размер бюджетных и кредитных средств соответственно, направляемых и привлекаемых для КР i -го типа МКЖД.

Для определения параметров финансового потока формирования фонда КР МКЖД на специальном счете для обеспечения первоначальных затрат в соответствии с (7) предлагается построить имитационную модель мониторинга накопления и расходования средств фонда КР с учетом перечисленных показателей. Модель позволит оценить чувствительность к возможному снижению бюджетной поддержки, определить насколько могут изменяться ремонтные сроки в зависимости от размеров бюджетных и внебюджетных средств, а также оценить эффективность различных подходов к перестрахованию фонда КР [2]. В качестве среды для построения имитационной модели может быть использована система AnyLogic – инструмент имитационного моделиро-

вания нового поколения, объединившего подходы системной динамики, дискретно-событийного и агентного моделирования.

Библиографический список

1. Богарова Е.В., Проны С.П. Задача оценки параметров формирования фонда КР МКЖД на специальном счете для обеспечения первоначальных затрат // Сборник статей по результатам Региональной конференции «Мой выбор – наука!». – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015.
2. Проны С.П., Сидун Л.В., Сидун Д.Ю. Имитационное моделирование перестрахования накопительной части пенсии // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции, Барнаул, 11-14 ноября, 2014. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 527-529.
3. Клюев В.Д., Зайцев Д.А., Журавлев П.А. Нормативная база для стоимостной оценки капитального ремонта многоквартирных домов // Управление многоквартирным домом. – 2015. – № 1.

УДК 001.891.572

Оценка научной деятельности: показатели и модели

***A.K. Букасова**
АлтГУ, г. Барнаул*

Рассмотрена возможность использования РИНЦ и SCIENCE INDEX для анализа и оценки научной деятельности, применение математического моделирования для оценки и прогноза научной продуктивности.

Одним из показателей научной деятельности ученого является его публикационная активность, а оценка значимости результатов его научных исследований – цитируемость его публикаций. Интерес к разработке аналитических методов оценки эффективности результатов научной деятельности находится в центре внимания научного сообщества с 1950-х гг. [1, 2]. Библиометрические показатели в сочетании с другими статистическими показателями используют, как инструмент управления наукой.

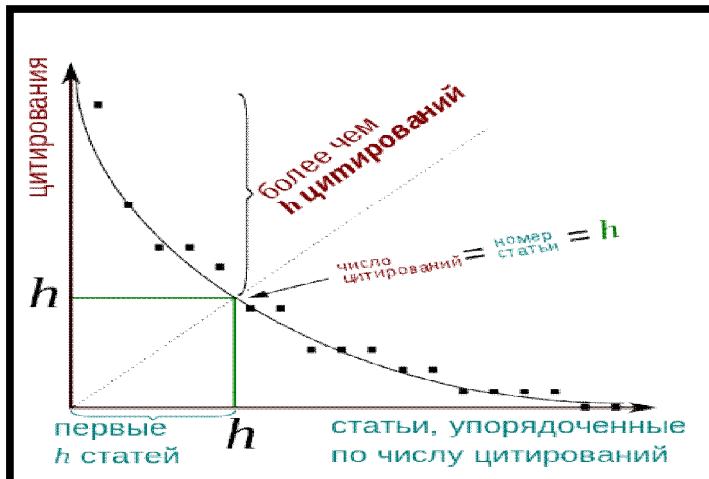


Рис. 1. Получение h -индекса из графика распределения статей по числу цитирований

Индекс цитирования – это принятый в научном мире показатель «значимости» трудов какого-либо ученого. Представляет собой число ссылок на публикации ученого в реферируемых научных периодических изданиях. Наличие в научно-образовательных организациях ученых, обладающих высоким индексом, говорит о высокой эффективности и результативности деятельности.

Весьма информативным научометрическим показателем считается так называемый индекс Хирша (h -индекс), который является количественной характеристикой продуктивности ученого, основанной как на количестве его публикаций, так и количестве цитирований этих публикаций.

Учёный имеет индекс h , если h из его N статей цитируются как минимум h раз каждая, в то время как оставшиеся $(N-h)$ статей цитируются не более, чем h раз каждая (рис. 1).

Информационная база исследования представлена массивом данных о публикациях преподавателей ФМиИТ АлтГУ и ссылках на эти публикации, составленным по реферативной базе данных научных публикаций [3]. Для обработки эмпирических данных использованы методы и технологии, представленные в работах [4, 5].

В докладе анализируются показатели научной продуктивности преподавателей факультета математики и информационных технологий. Для этого построена таблица распределения научной продуктивности преподавателей, осуществлено распределение типов публикаций и научных направлений исследований преподавательского состава.

Модель распределения научной продуктивности. Ключ к правильному пониманию поведения сложных систем лежит в изучении эмпирических закономерностей путем построения соответствующих математических моделей. Мы ограничимся рассмотрением гиперболических законов распределения.

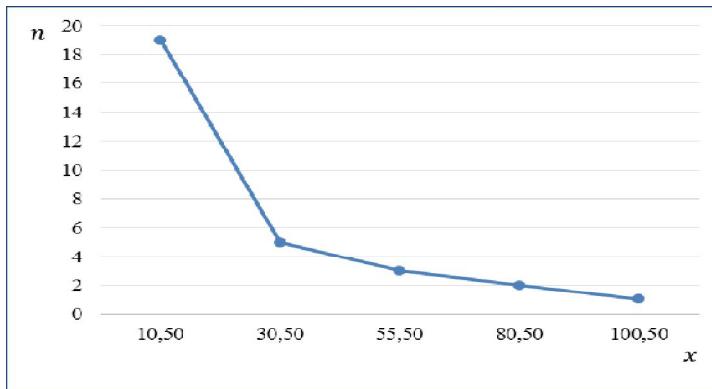


Рис. 2. Экспериментальная зависимость числа человек, написавших статьи, от общего количества статей преподавателей факультета

Примером гиперболического распределения является известный закон Лотки для распределения научной продуктивности. Лотка получил следующую зависимость для числа ученых $n(x)$, написавших x статей:

$$n(x) = n_1 / x^2; \quad x = 1, 2, \dots, x_{\max}, \quad (1)$$

где n_1 – число ученых, написавших минимальное число статей, x_{\max} – максимальная продуктивность ученого.

Для подтверждения наличия гиперболического распределения были собраны и обработаны данные по научной продуктивности преподавателей ФМиИТ АлтГУ, по эмпирическим данным построен график зависимости (1). График, отражающий экспериментальную зависимость числа человек, написавших статьи, от количества статей преподавателей факультета приведен на рисунке 2. График, построенный по закону Лотки, абсолютно аналогичен графику на рисунке 2..

В качестве модельной зависимости выбрана гиперболическая:

$$\tilde{y} = a + \frac{b}{x}. \quad (2)$$

Процедурой идентификации найдены параметры a и b , построен график. Характер эмпирического (1) и теоретического (2) распределений показал достаточно хорошее совпадение.

Заключение. В результате проведенного исследования были выявлены достоинства и недостатки в оценке научной продуктивности с помощью индекса Хирша.

К **достоинствам индекса Хирша** относят то, что он будет одинаково низким как для автора одной сверхпопулярной статьи, так и для автора множества работ, процитированных не более одного раза. Этот показатель будет высоким лишь для тех, у кого достаточно публикаций, и, по крайней мере, многие из них достаточно востребованы, т.е. часто цитируются другими исследователями.

К **недостаткам индекса** можно отнести следующее: h-индекс расчитан на активного среднего ученого; короткая карьера учёного приводит к недооценке его работ; чем старше учёный, тем в лучшем положении он оказывается; не учитывается вклад учёного в работу, выполненную в соавторстве (можно быть рядовым исполнителем в серии совместных работ и заработать себе этим очень высокий индекс Хирша; авторы, как правило, широко цитируемой статьи, оказываются в более «выгодном» положении, чем диссертант, в одиночку выполнивший оригинальную исследовательскую работу); индекс хорошо «работает» лишь при сравнении учёных, работающих в одной области исследований.

Библиографический список

1. Маршакова И.В. Система цитирования научной литературы как средство слежения за развитием науки. – М.: Наука. – 1988. – С. 288.
2. Писляков В.В. Методы оценки научного знания по показателям цитирования // Социологический журнал. – 2007. – № 1. – С. 128–140.
3. Научная электронная библиотека. URL:<http://elibrary.ru>.
4. Хворова Л.А., Гавриловская Н.В., Лопатин Н.Н. Применение информационных технологий, математических методов и моделей для обработки и анализа многомерных данных // Известия Алтайского государственного университета. – 2006. – № 1. – С. 83–88.
5. Каратаева В.В., Хворова Л.А. Моделирование, диагностика и прогнозирование процесса обучения // Известия Алтайского государственного университета. – 1998. – № 4. – С. 35–39.

Модель портфельного анализа при отборе активов в процессе секьюритизации активов

*М.А. Денисов
АлтГУ, г. Барнаул*

Интерес к данной финансовой операции в последние годы увеличивался во всех странах Европы, а также в США. Также механизм секьюритизации активов получает распространение в экономике России, как средство инновационного финансирования долгосрочных проектов.

В последнее время в зарубежной научной литературе появляются работы, рассматривающие моделирование процесса секьюритизации активов. Среди таких работ можно отметить работы Mansini and Speranza [1], Mansini and Pferschy [2]. В отечественной научной литературе тема математического моделирования данного процесса рассматривается слабо. Большинство авторов рассматривают отдельные аспекты моделирования данного процесса. Так Mansini and Speranza представляют модель для отбора активов в сфере лизинга. Другие авторы рассматривают вопросы амортизации финансовых средств в процессе секьюритизации, а также возможности досрочных выплат активов и т.д. Цель данной работы, учитывая уже существующие подходы, представить общую математическую модель отбора активов для проведения процесса секьюритизации.

Широкое распространение термин секьюритизация получил в конце 1980-х – начале 1990-х годов. Первоначально он использовался в западной литературе для обозначения тенденции «смещения рынка заимствований от классического банковского кредитования в направлении финансирования на обезличенном денежном рынке и рынке капиталов посредством эмиссии ценных бумаг»[3]. Таким образом, можно дать следующее определение: «секьюритизация – это процесс вытеснения банковского кредитования финансированием, осуществляется путем выпуска ценных бумаг»[4].

В дальнейшем этот термин приобрел более узкий смысл и стал употребляться применительно к активам. Ханс Питер Бэр в своей монографии определяет секьюритизацию активов как «инновационную технику финансирования, основанную на списании финансовых активов с баланса предприятия и их рефинансирования посредством выпуска ценных бумаг на денежном рынке и рынке капиталов» [5].

Таким образом, суть механизма секьюритизации активов заключается в том, что финансовые активы конвертируются в ценные бумаги, и выпуск этих бумаг на рынке капитала становится долговременным заемом для владельца активов, который в научной литературе называется *оригинатор*.

Процесс секьюритизации имеет сложную и запутанную схему, поэтому в данной публикации мы опускаем отдельные детали этого процесса и роли отдельных участников процесса и укажем лишь общую, базовую схему проведения сделки.

В процессе секьюритизации создается специальное юридическое лицо (SPV). Данная организация создается специально для проведения секьюритизации, она финансирует приобретение активов у владельца путем выпуска долговых ценных бумаг, которые обеспечиваются данными активами. Необходимо отметить, что данная передача активов является продажей, что ведет к снижению риска дефолта данных активов. Так если *оригинатор* вступит в процедуру банкротства, то на переданный портфель активов не будет распространяться данное банкротство.

Данные активы, переданные специальному юридическому лицу, и составляющие портфель активов будут производить платежи, которые в свою очередь передаются инвесторам, для погашения ценных бумаг. Таким образом, инвесторы получают процентные платежи и платежи на погашение основной суммы долга.

Рассмотрим основные задачи проведения данной финансовой операции, с точки зрения владельца активов [2].

1. Диверсификация источников финансирования. Оригинатор получает денежные средства в виде займа ценных бумаг от инвесторов.
2. Улучшение финансовых показателей. Так передача неликвидных активов с бухгалтерского баланса *оригинатора* позволяет улучшить структуру активов и пассивов, особенно если существуют ограничения со стороны контрольных органов.
3. Ценные бумаги, обеспеченные активами, как правило, обладают более высоким кредитным рейтингом, а, следовательно, имеют меньшую процентную ставку.

Главная задача на данном этапе процесса секьюритизации активов для *оригинатора* заключается в том, чтобы общая сумма балансов активов, которые выделены в портфель активов, не превышала сумму (баланс) займа ценных бумаг.

Таким образом, проблема заключается в выборе необходимых активов из всего множества активов, находящихся в наличии у *оригинатора*.

тора, в портфель активов, который будет передаваться инвесторам. Данную проблему можно рассматривать в рамках задачи оптимизации (задачи на поиск максимального или минимального значения целевой функции).

В рамках данной работы нами используется проблема, составляющая целое семейство комбинаторных задач, известная как проблема о рюкзаке (ранце). Данная задача нашла широкое применение в решении задач оптимизации экономических процессов. Суть данной проблемы заключается в том, чтобы из множества доступных предметов выбрать такое подмножество этих предметов, сумма стоимости которых будет максимальной, но при этом их общий вес не будет превышать вес «рюкзака»[6]. В зависимости от ограничений на предметы и вместимость рюкзака, существует целых ряд задач о рюкзаке. В данной работе мы рассматриваем самую распространенную задачу о рюкзаке 0 – 1.

Формулируем модель для отбора активов (предметов), которые будут составлять портфель активов (пул активов), передаваемых SPV. Цель данной модели подобрать такое количество активов, чтобы сумма их балансов равнялась балансу (общей стоимости) ценных бумаг, при соблюдении максимальной доходности данного портфеля активов.

Определим систему основных обозначений. Пусть $T = \{1, \dots, n\}$, $t \in T$, будет периодом времени между началом сделки секьюритизации t_1 и окончанием сделки t_n , т.е. датой погашения займа ценных бумаг. Так как, в данной работе мы рассматриваем передачу активов как продажу, то на момент начала сделки секьюритизации портфель активов уже сформирован, и не амортизируется в течение процесса сделки, поэтому для всех показателей период времени равен t_1 . Пусть w_j будет сумма текущего баланса отдельного актива j , $j \in C$, где C множество всех доступных активов для их владельца в период t_1 . W – общий баланс ценных бумаг, которые приобретаются инвесторами. Таким образом, текущий баланс секьюритизируемого портфеля активов не должен превышать W . Портфель активов определяется как: $\sum_{j=1}^n w_{jt}$.

Пусть r_j стоимость актива j . Под стоимостью актива мы понимаем его доходность. Пусть x_j , булева переменная, которая принимает значение равное единице, если актив j включается в портфель активов (пул), и нулю – в противном случае. Иначе говоря:

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{актив } j \text{ включен в пул активов} \\ 0, & \text{актив } j \text{ не включен в пул активов} \end{cases}, \quad (1)$$

Задача состоит в том, чтобы обеспечить максимальную доходность данного портфеля активов. Задача выборки активов с максимальной доходностью в пул активов в период $t_1 \in T$ имеет следующий вид:

$$\sum_{j=1}^n p_j x_j \rightarrow \max, \quad (2)$$

Должно соблюдаться условие, чтобы совокупный баланс активов, выбранных в портфель, не превышал баланс займа W . Это условие имеет вид:

$$\sum_{j=1}^n w_{jt} x_j \leq W; \\ X_j = \{0,1\}, \quad j \in C, \quad (4)$$

Итак, мы получили в виде соотношений (1) – (4) математическую формулировку задачи распределения активов с максимально возможной доходностью в портфель, величина которого не должна превышать размер займа ценных бумаг. Решение данной задачи будет представлять собой модель оптимизации в портфельном анализе для данного экономического процесса.

Решение данной задачи возможно с использованием стандартных программных методов, и применением программного обеспечения.

Библиографический список

1. Renata Mansini and Maria Granzia Speranza, Selection of lease contracts in an asset-backed securitization: a real case analysis. *Control and Cybernetics*. vol. 28 (1999) No. 4. 740–754.
2. Renata Mansini and Ulrich Pferschy, Securitization of financial assets: Approximation in theory and practice. *Computational optimization and applications*, 29, 2002. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://www.deeppdve.com/lp/springer-journal/securitization-of-financial-assets-approximation-in-theory-and-iKSLYBFadC?key=springer>.
3. Петровичев А.Ю. Секьюритизация – альтернативный способ привлечения финансовых ресурсов // Деньги и кредит. – 2010. – № 10. – С. 45–50.
4. Белозеров С.А., Лупырь А.А. Современный механизм секьюритизации активов: экономическое содержание исходных категорий // Финансы и кредит. – 2010. – № 29(413). – С. 7–14.
5. Бэр Х.П. Секьюритизация активов: секьюритизация финансовых активов – инновационная техника финансирования банков. – М. – 2007. С. 624.
6. David Pisinger. Knapsack problems. 1995. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.diku.dk/users/pisinger/95-1.pdf>.

Современные проблемы развития технологии семантического поиска

*А.Ю. Дорофеева
АлтГУ, г. Барнаул*

Семантическая паутина (Semantic Web) является расширением традиционного Интернета и нацелена на упрощение поиска и распределения информации. Технология семантического поиска основывается на элементах, построенных с использованием стандартных языков онтологий, таких как OWL (Ontology Web Language). Обычные поисковые системы основываются на поиске ключевых терминов запроса в документе и не могут использовать его смысловое значение для получения результата, поэтому сообщество исследователей семантической паутины предложило использовать семантические поисковые технологии, среди которых OntoSearch, Semantic Portals, Semantic Wikis, мультиагент P2P, семантические системы маршрутов (запросов), вопросно-ответные системы, использующие онтологии для хранения баз знаний [1].

Документ семантической паутины SWD (Semantic Web Document) можно рассматривать как набор данных, контентом которого является либо онтология, либо обычный документ, размеченный определенными тегами, взятыми из онтологии предметной области. Такие Интернет-документы могут быть распределены по множеству различных категорий, относящихся к типам онтологий, используемых для разметки документа. Примерами таких категорий являются тяжеловесная или легковесная онтологии.

Хотя семантическая паутина способствует поиску информации в сети, существует несколько нерешенных проблем, которые следует принять во внимание. Первая из них – это огромное количество неструктурированных Интернет-документов, которые должны быть семантически размечены для использования семантическими поисковыми системами. Это непростая задача, т. к. она, среди прочего, требует развития проблемно-ориентированных онтологий.

Полностью автоматизированный процесс разметки существующих данных – еще одна нерешенная задача. С другой стороны, эффективный поиск Интернет-документов требует, вне существования онтологий, создания формальных запросов. Получается, что обычные пользователи Интернета должны изучить формальный язык для создания та-

кого рода запросов, а это не так просто. Методы, позволяющие автоматизировать процесс преобразования запросов свободной формы (например, в форме предложения на естественном языке или как множество/список ключевых слов) к формальному виду, в настоящее время являются объектом исследования. Построение отображения онтологий предметных областей на формальные запросы также активно исследуется.

Кроме того, при разработке и реализации семантических поисковых систем возникает еще ряд проблем:

1. Использование внешних ресурсов.
2. Автоматизация и прозрачность.
3. Производительность.
4. Точность/полнота.

Исследования мировых лидеров в прогнозных исследованиях (IDC, 2012; Tofler, 2006; GARTNER, 2012) показывают, что до 2020 года количество информации и потребности в ней будут расти экспоненциально. Таким образом, одной из самых больших проблем современного общества является информационное переполнение. Как представляется, базовые тренды в области семантических технологий в значительной мере связаны с концепцией Semantic Web, которую в 2000 г. выдвинул Тим Бернерс-Ли – один из основоположников WWW.

С момента появления этой концепции прошло уже более 10 лет, но пока SW-эра, в отличие от эпохи Интернет, еще только приближается и на этом пути существует значительное число научных, технических, технологических и человеческих проблем, основными из которых являются доступность семантического контента, доступность онтологий и средств их разработки, а также эволюция онтологий, масштабируемость, мультиязыковость, визуализация и стабильность.

Доступность семантического контента является основной проблемой на пути формирования и использования пространств знаний, так как сейчас основная масса информации не представлена в «семантических» форматах и нет надежды, что эта работа может быть выполнена вручную. Онтологии, по мнению практически всех специалистов, являются ключевым компонентом в решении проблемы семантизации контента. В связи с этим особое значение приобретают проблемы онтологического инжиниринга, а также доступность уже существующих онтологий.

В настоящее время основными используемыми системами информационного поиска являются представители традиционных подходов поиска по ключевым словам (Google, Bing, Yahoo и т.д). Примерами применения семантических технологий в глобальных масштабах мож-

но считать проекты SearchMonkey от Yahoo, Rich Snippets от Google, или Bing Powerset. Такие системы подтверждают тот факт, что семантический поиск является перспективным направлением развития поиска информации, и решение проблем семантического поиска откроет новые возможности как для отдельно взятых компаний, так и человечества в целом.

Библиографический список

1. Allemang D., Hendler J. Semantic Web for the Working Ontologist: Effective Modeling in RDFS and OWL // Morgan Kaufmann, 2008.
2. Bernstein A., Kaufmann E., Fuchs N. Talking to the semantic web – a controlled english query interface for ontologies // AIS SIGSEMIS Bulletin. – 2005. – № 2. – P. 42–47.
2. Corcho O. Ontology based document annotation: trends and open research problems // Int. J. Metadata, Semantics and Ontologies. – 2006. – № 1. – P. 47–57.
3. Хорошевский В.Ф. Пространства знаний в сети Интернет и Semantic Web (Часть 1) / В. Ф. Хорошевский // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2008. – № 1.

УДК: 519.237.8

Описание одного алгоритма кластеризации типа Forel

В.В. Журавлева, А.А. Бондарева

АлтГУ, г. Барнаул

В научной литературе описано множество методов автоматической классификации. Среди них есть достаточно простые (k-средних, Forel), применение которых позволяет построить классы простой формы, и трудоемкие (KRAB), но строящие при этом «необычные» классы [1, 2]. Здесь описан простой алгоритм, позволяющий получать классы необычной формы.

Предварительностоится разбиение массива данных (представленного таблицей числовых значений признаков, в которой строки соответствуют объектам, а столбцы признакам) на большое количество мелких непересекающихся кластеров с помощью алгоритма Форел. Также для начального разбиения можно использовать иной алгоритм. В итоге каждый кластер можно описать сферой определенного радиуса. Суть алгоритма состоит в последовательном объединении маленьких сфер-кластеров в большие классы по принципу «ближайшего соседа».

Опишем некоторые понятия.

Центр кластера вычисляется покоординатно по формуле:

$$z_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ji},$$

где n – количество объектов в кластере, x_{ji} , z_i – значения i -го признака для j -го объекта и центра кластера соответственно.

Радиус кластера – максимальное расстояние объектов от центра кластера. Радиус рассчитывается по следующей формуле:

$$R = \max_{j=1..n} \sqrt{\sum_{i=1}^m (z_i - x_{ji})^2},$$

где m – количество признаков.

Расстояние между кластерами рассчитывается как расстояние между центрами сфер-кластеров, за вычетом радиусов этих сфер. Формула расстояния между кластерами:

$$P_{kt} = \sqrt{\sum_{i=1}^m (z_{ki} - z_{ti})^2 - (R_k + R_t)},$$

где z_{ki} , z_{ti} – значения i -го признака для центров k -го и t -го кластера, R_k и R_t – радиусы k -го и t -го кластера.

Условие присоединения сфер-кластеров определяется как

$$P_{kt} \leq C.$$

Параметр C – пороговое значение, задаваемое пользователем. Объединение кластеров происходит до тех пор, пока все оставшиеся расстояния между кластерами не будут больше C .

Итак, на вход алгоритма подается совокупность маленьких сфер-кластеров.

Пошаговое выполнение алгоритма:

1. Найти центр и радиус каждого кластера.
2. Задать пороговое значение (параметр C).
3. Найти матрицу расстояний между кластерами.
4. В порядке возрастания межклассового расстояния объединять кластеры до тех пор, пока оно не станет больше C .
5. Вывести результат классификации.

Пункт 5 предполагает выполнение цикла.

В частных случаях выполнения данного алгоритма могут быть получены цепочки либо деревья из маленьких сфер-кластеров.

Замечание 1: для радиусов кластеров и межклассовых расстояний использована Евклидова метрика, которую можно заменить на любую другую [3].

Замечание 2: допустимо применение описанного алгоритма при начальном разбиении на пересекающиеся классы, в этом случае алгоритм работает корректно.

Замечание 3: последовательно увеличивая значение параметра C , можно получать меньшее количество классов. Таким образом, данный алгоритм можно отнести к иерархическим методам классификации. Алгоритм легко модифицировать в вариант, при котором количество классов не будет превышать максимально допустимое.

Корректность алгоритма проверена на модельных примерах, а также по совокупности данных о вызовах скорой помощи (по сердечно-сосудистым заболеваниям) и ряду геофизических факторов за 2006-2010 г.г. Для указанных данных ранее проводились исследования по малому массиву данных с применением простых методов кластеризации [4, 5]. С использованием описанного алгоритма построена кластерная структура, которая позволяет обнаружить значимую эмпирическую зависимость между количеством вызовов скорой помощи и значениями геофизических факторов.

Библиографический список

1. Загоруйко Н.Г. Прикладные методы анализа данных и знаний. – Новосибирск: ИМ СО РАН, 1999. – 270 с.
2. Половикова О.Н. Применение кластерного анализа для математического моделирования информационно-поисковых систем. [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.ict.nsc.ru/ws/YM2003/6285/>.
3. Половикова О.Н., Фокина В.В. Использование евклидова и манхэттенского расстояний в качестве меры близости для решения задачи классификации // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2010. – № 1-1(65). – С. 101-102.
4. Журавлева В.В. Исследование связи между состоянием геомагнитного поля и обострением сердечно-сосудистых заболеваний // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2011. – №1-1(69). – С. 98-100.
5. Журавлева В.В., Егошин А.В. Применение кластерного анализа для обнаружения влияния ГМП на обострение сердечно-сосудистых заболеваний // МАК-2010: материалы тринадцатой региональной конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2010. – С.86-87.

Создание агентной имитационной модели естественного движения населения в среде AnyLogic

К.М. Кулаков

РИ (филиал) АлтГУ, г. Рубцовск

В современной демографии прогнозирование занимает значимое положение и с развитием вычислительной техники получило широкое распространение. Одним из современных направлений моделирования и прогнозирования демографических процессов является построение имитационных моделей. Разработка этого метода началась еще в середине 20-го века и нашла свое отражение, например, в работах [1, 2].

В докладе рассматривается опыт использования для имитационного моделирования AnyLogic – эффективный инструмент, который поддерживает существующие подходы к созданию имитационных моделей.

Для построения модели необходимы следующие входные данные:

- вероятности рождения ребёнка женщиной разных возрастов;
- вероятности рождения мальчика или девочки;
- вероятности смерти индивида в зависимости от пола и возраста;
- срез половозрастной структуры населения на некоторый момент времени.

В докладе подробно рассматриваются способы сбора исходных данных и их ведение в составе информационной системы.. В качестве СУБД была использована СУБД Microsoft SQL Server Express. Выбор обоснован тем, что, во-первых, среда AnyLogic поддерживает интеграцию модели с этой СУБД, а во-вторых Microsoft SQL Server Express является свободно распространяемым программным продуктом.

В состав модели входит программный модуль, написанный на языке Java. При запуске модели в среде AnyLogic средствами этого программного модуля выполняется несколько SQL запросов к базе данных модели, на основе результатов которых создаётся начальная популяция агентов и начинается имитация её «жизни». За один шаг принимается период равный одному году, при этом индивид в моделируемой популяции может либо умереть, либо родить ребенка (если это женщина), либо не произойдет ни одно из указанных событий и возраст индивида увеличится на 1 год. Выходными данными модели являются характеристики популяции (пол, возраст, количество новорожденных, количество детей, количество умерших и т.п.). В связи с тем, что ана-

лиз таких данных является сложным, после каждого шага моделирования производится расчет основных демографических показателей (численность населения, общие коэффициенты смертности и рождаемости, суммарный коэффициент рождаемости и других). В целом в рамках модели можно рассчитывать и анализировать практически любые демографические показатели, для которых достаточно данных о половозрастной структуре населения и количестве новорожденных и умерших.

Для проверки адекватности модели она была проверена на данных из статистического ежегодника Алтайский край 2008-2013 [3]. Входными параметрами для вычислительных экспериментов послужили половозрастная структура и вероятности рождения ребенка и смерти, рассчитанные на основе данных 2008 года. Моделирование проводилось по совокупности 23 тыс. человек. Всего было сделано 10 серий имитации. Результаты имитации показали работоспособность созданной модели.

Библиографический список

1. Имитационное моделирование в демографии / под. ред. А.Г. Волкова. – М.: Статистика, 1980.
2. Баркалов Н.Б. Микроимитационная модель рождаемости поколения: Городская и сельская семья / под. ред. Медкова В.М. – М., 1987.
3. Статистический ежегодник. Алтайский край. 2008-2013: стат. сборник / Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Алтайскому краю. – Барнаул, 2014.

УДК 519.8

Применение критерия Грэндженера для анализа статистических показателей

A.C. Маничева, A.B. Савиных

АлтГУ, г. Барнаул

При статистическом анализе временных рядов часто возникает задача определения наличия и направления связи между рядами, т.е. какие данные на что влияют и от чего, в свою очередь, зависят. Один из способов решения данной задачи – использование теста Грэндженера на причинность.

Тест Грэндженера можно использовать для определения наличия взаимозависимости между статистическими временными рядами, особенно при рассмотрении многомерного массива данных, когда требуется установить факт наличия причинно-следственной связи между несколькими временными рядами. В этом случае тест Грэндженера дает возможность определить, какие из рассматриваемых временных рядов оказывают наибольшее влияние, а какие ни на что не влияют.

Рассмотрим суть теста Грэндженера [1]. Пусть имеются два временных ряда $x(t)$ и $y(t)$. Последовательно проверяются две нулевые гипотезы: « y не является причиной x по Грэндженеру» и « x не является причиной y по Грэндженеру». Для проверки этих гипотез строятся две регрессионных модели:

$$(1) \quad x(t) = \sum_{i=1}^p a_{11(i)} x(t-i) + \sum_{i=1}^p a_{12(i)} y(t-i) + \varepsilon_1(t),$$

$$(2) \quad y(t) = \sum_{i=1}^p a_{21(i)} x(t-i) + \sum_{i=1}^p a_{22(i)} y(t-i) + \varepsilon_2(t),$$

где p – количество предыдущих значений, принимаемых во внимание (временной лаг, показывающие, влияние какой давности проверяется); матрица $A(i)$ с коэффициентами $a_{jk(i)}$ содержит веса узлов; $\varepsilon_1(t)$ и $\varepsilon_2(t)$ – ошибки модели.

Для каждой регрессионной модели нулевая гипотеза заключается в том, что коэффициенты при лагах второй переменной одновременно равны нулю:

$$H_0^{(1)} : a_{12(i)} = 0, \quad i = 1, \dots, p,$$

$$H_0^{(2)} : a_{22(i)} = 0, \quad i = 1, \dots, p.$$

Если гипотеза H_0 принимается, причинно-следственной связи между рассматриваемой парой временных рядов нет.

Рассмотрим пример использования теста Грэндженера для выявления причинно-следственной связи между двумя временными рядами: количеством куриц ($x(t)$) и яиц ($y(t)$) на территории Российской Федерации. Количество временных периодов было взято равным 13 (с 2000 по 2012 гг.), значение временного лага $p = 2$. Тест Грэндженера дал следующий результат: гипотеза $H_0^{(1)}$ принимается, гипотеза $H_0^{(2)}$ отвергается. Т.е. принимается зависимость вида «количество яиц не влияет на количество куриц» и отвергается «количество куриц не влияет на

количество яиц». Результат применения теста Грэнджа: количество куриц является причиной для количества яиц.

Следует отметить, что одним из условий применения теста Грэнджа является стационарность исследуемых временных рядов, что также проверяется различными тестами.

Библиографический список

1. Granger C.W.J. Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral / Methods, *Econometrica*. – 1969. – Vol.37. – P. 424–432.

УДК 519.2

Алгоритм вероятностной модели для расчета остаточного ресурса электродвигателя

E.O. Мартко

АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

Математический аппарат методов, необходимых для создания вероятностной математической модели технического состояния электродвигателя (ЭД), проанализированы и приведены в работах [1-3]. Помимо этого, рассмотрены методы оценки параметров функций распределения случайных величин: температуры, влажности, теплопроводности, режимов работы ЭД, долговечности, тока ЭД. При моделировании временных рядов использован метод анализа сингулярного спектра.

Поскольку описанные характеристики изменяются во времени и носят случайный характер, представляя собой временные ряды случайных чисел, основной задачей являлся выбор метода их прогнозирования с минимальной потерей достоверности полученных данных.

Апроксимативные методы в свою очередь позволили найти подходящие аналитические выражения с неизвестными параметрами, которые полностью удовлетворяют поставленным задачам и описывают найденные экспериментальные результаты. Для таких характеристик как температура окружающей среды и влажность воздуха – в различных районах Алтайского получены статистические модели распределения.

На сопротивление изоляции ЭД оказывают влияние нагрузка и режим его работы. В связи с тем, что они зависят от времени, т.е. имеют явный характер временного ряда, наилучшим методом для прогнозирования является метод анализа сингулярного спектра [3].

Суть алгоритма созданной математической модели заключается в следующем: используя исходные данные (тип ЭД, характер работы ЭД, наименование технологического процесса, температура (Θ), влажность (φ), концентрация агрессивного агента (C), тип среды, сопротивление изоляции (R_{20}), норма вероятности, постоянная времени нагрева (T_h)) производится отслеживание и прогноз остаточного ресурса ЭД.

Норма вероятности – это априорно заданная вероятность выхода ЭД из строя, которая может быть изменена в зависимости от степени ответственности ЭД в технологическом процессе. В качестве нормы вероятности рассматривалась вероятность выхода ЭД из строя, заданная априорно, которая может быть изменена в зависимости от степени занятости ЭД в технологическом процессе.

В основу модели положены сопротивления, полученные в зависимости от показаний агрессивности среды (влажности, температуры), а также с учетом изменения параметров от времени и аналитических зависимостей. Общая функциональная зависимость (1):

$$R(T_{cl}, m, n, \varphi, C, R_0) = f(T_{cl}(t, \varphi)), \quad (1)$$

была получена следующим образом:

- срок службы ЭД выражается как $T_{cl} = f(t, \varphi)$;
- в свою очередь, влажность определяется как $\varphi = f(C_0, \phi)$;
- сопротивление изоляции – $R_0 = f(\alpha, \theta_{экспл})$,

где $\theta_{экспл}^0 = f(\theta_{o.c.}^0, \tau_y)$;

– температура окружающей среды является средней годовой температурой $\theta_{o.c.}^0 = \Theta^0$, зависимость которой такова:

$$\Theta^0 = f(\bar{\Theta}^0, \psi);$$

– функции $\psi(t)$ и $\phi(t)$ экспериментальные данные, а параметры m, n, C являются постоянными справочными данными.

Таким образом, можно записать общую функциональную зависимость:

$$R \left[f(t, f(C_0, \phi)), m, n, f(C_0, \phi), C, f \left(\alpha, f \left(f(\bar{\Theta}^0, \psi), \tau_y \right) \right) \right] = f(T_{cl}(t, \varphi))$$

Вследствие ряда необходимых подстановок и на основании выше-описанной цепочки зависимостей получена математическая модель, которая имеет вид (2) [3]:

$$R = R_{20} \left[1 + \alpha \left\langle A_0 + \sum_{i=1}^n (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t) + \psi(t) + \tau_y \right\rangle \right] \cdot \exp \left\langle -t \cdot \left[A \cdot \exp \left\langle E_a \cdot C^{-m} \cdot \left(C_0 + \sum_{j=1}^n (C_j \cos \omega_j t + D_j \sin \omega_j t) + \phi(t) \right)^{-n} \cdot \right\rangle^{-1} \cdot \left(R_c \cdot \left[A_0 + \sum_{i=1}^n (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t) + \psi(t) \right] \right)^{-1} \right]^{-1} \right\rangle, \quad (2)$$

где R_{20} – начальное сопротивление изоляции ЭД, замеренное непосредственно перед вводом в эксплуатацию ЭД при температуре 20°C;

α – температурный коэффициент сопротивления изоляции, 1/°C;
 A_0 – коэффициент, численно равный математическому ожиданию средней годовой температуры, °C;

A_i, B_i – амплитуды колебаний математического ожидания температуры, соответствующие частоте ω_i ;

$\psi(t)$ – случайная составляющая температуры, соответствующая времени t , °C;

τ_y – установившееся превышение температуры;

C – концентрация агрессивного агента, г/м³ или %;

A, m, n – постоянные коэффициенты, зависящие от природы материала и режима работы двигателя;

E_a – эффективная энергия активации процесса, вызывающего отказ, определяемая для конкретного материала, Дж/моль;

$R_c = 8,31$ Дж/град·моль – универсальная газовая постоянная;

C_0 – коэффициент, численно равный математическому ожиданию средней годовой влажности, %;

C_j, D_j – амплитуды колебаний математического ожидания влажности, соответствующие частоте ω_j ;

$\phi(t)$ – случайная составляющая влажности, соответствующая времени t – °C.

Таким образом, полученная математическая модель (2) позволяет определить остаточный ресурс ЭД.

Библиографический список

1. Мартко Е.О. Вероятностная оценка факторов, влияющих на работу электродвигателей в сельском хозяйстве // Ломоносовские чтения на Алтае : сборник научных статей международной школы-семинара в 4 ч. – Ч. II. – Барнаул : АлтГПА, 2012. – С. 192-197.

2. Мартко Е.О., Куликова Л.В. Методы оценки параметров функций распределения случайных величин, влияющих на работу электродвигателя в сельском хозяйстве. – Электронный периодический научный журнал «SCI-ARTICLE.RU», 2013. – №3. – С. 123-126.

3. Мартко Е.О. Прогнозирование времени работы электродвигателя до отправки на ремонт // Современные проблемы электроэнергетики. Алтай 2014 [Электронный ресурс] : сборник статей II Международной научно-технической конференции / Алт. гос. техн. ун-т им. И.И. Ползунова. – Электрон. дан. и прогр. – Барнаул : ЦЭОР АлтГТУ, 2014. – С.172-179.

УДК 51-74

Моделирование опасности возникновения ДТП на трассе А322 в Калманском районе

***E. В. Печатнова*
АлтГУ, г. Барнаул**

Автомобилизация страны, решая задачи по перевозке пассажиров и грузов, ставит проблему обеспечения безопасности дорожного движения. В обстановке, характеризующейся высокой интенсивностью движения автомобильного транспорта, в которое вовлечены десятки миллионов людей и большое число транспортных средств, предупреждение аварийности становится одной из серьезнейших социально-экономических проблем. От ее успешного решения в значительной степени зависят не только жизнь и здоровье людей, но и развитие экономики страны [1]. Согласно статистическим данным ГИБДД, одними из наиболее тяжелых являются аварии на автомобильных дорогах вне населенных пунктов.

Одним из способов предупреждения аварий является их прогнозирование. Прогнозирование дорожно-транспортных происшествий (ДТП) требует детального понимания особенностей возникновения аварий, формализованной оценки влияния факторов на состояние безопасности. Повышение качества прогнозирования позволит предотвращать аварии путем уменьшения влияния факторов с помощью технических и организационно-строительных решений, а также путем верного распределения сил и средств дорожных организаций, служб ГИБДД и СМП, и методом информирования населения.

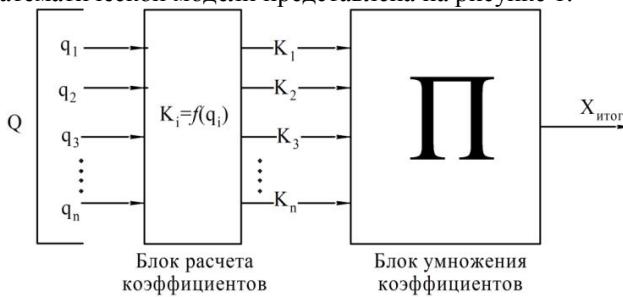
Основными методами прогнозирования в настоящее время являются: статистический метод; метод многофакторного корреляционного

анализа; метод конфликтных точек [2]. Однако указанные методы не обладают высокой точностью или не применимы для прогнозирования ДТП на автомобильных дорогах вне населенных пунктов.

В настоящее время для прогнозирования ДТП на дорогах вне населенных пунктов наиболее применим метод линейных графиков коэффициентов аварийности (разработан российским исследователем В.Ф. Бабковым) [3], основанный на анализе условной опасности на каждом типовом участке дороги. Эта опасность, выражаемая итоговым коэффициентом аварийности $K_{итог}$, определяется как произведение частных коэффициентов аварийности K_a , характеризующих условную опасность отдельных факторов.

Как и в целом по Российской Федерации, в Алтайском крае наиболее тяжелыми являются аварии, произошедшие на автомобильных дорогах федерального и краевого значения. Одной из основных автомобильных дорог края является трасса федерального значения А 322 Барнаул-Рубцовск-гр.п.Казахстан. Для прогнозирования возможных происшествий автором применен метод коэффициентов аварийности. Основой для исследования стал метод В.Ф. Бабкова.

По каждому километру дороги А – 322 в Калманском районе рассчитан итоговый коэффициент аварийности $X_{итог}$, с помощью которого построена модель опасности возникновения ДТП. Принципиальная схема математической модели представлена на рисунке 1.



Q – вектор исходных данных, $q_1 \dots q_n$ – фактор дороги, дорожных объектов и придорожной ситуации, $K_1 \dots K_n$ – коэффициент, характеризующий факторы ДТП, $X_{итог}$ – итоговый коэффициент аварийности

Рис. 1. Принципиальная схема математического моделирования опасности возникновения ДТП

Исходными данными при моделировании является вектор Q , представляющий собой совокупность факторов дороги, дорожных объектов и придорожной ситуации $q_1 \dots q_n$. В качестве факторов выбраны пока-

затели интенсивности движения, элементов плана и профиля дороги, а также наличие дорожных объектов.

По мнению автора в качестве основных факторов также необходимо учитывать такие показатели как: наличие пешеходного перехода, автозаправочных станций, камер учета скоростного режима, скоростной режим в населенных пунктах, места отдыха.

На основании установленной функциональной связи, в зависимости от фактора q_i рассчитаны коэффициенты K_i , характеризующие i -й фактор ДТП, с учетом особенностей выбранной трассы:

$$K_i = f(q_i),$$

Затем в блоке умножения вычисляется произведение коэффициентов, представляющее собой итоговый показатель аварийности, характеризующий совокупность выбранных факторов, влияющих на ДТП:

$$X_{\text{итог}} = K_1 \cdot K_2 \cdot \dots \cdot K_n = \prod_{i=1}^n K_i,$$

где $X_{\text{итог}}$ – итоговый показатель аварийности, характеризующий совокупность выбранных факторов, влияющих на ДТП:

Распределение итоговых коэффициентов аварийности по километрам дороги характеризуют опасные в отношении возможности ДТП. На рисунке 2 представлены распределение итоговых коэффициентов по км дороги и распределение числа ДТП с пострадавшими за 2012-2014 гг.

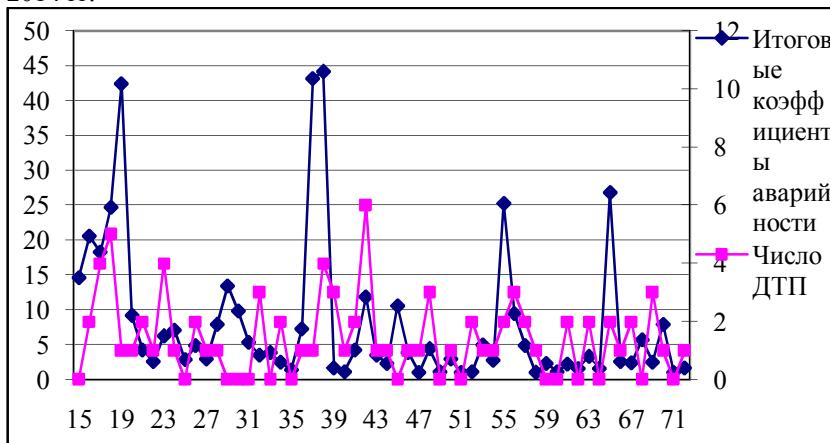


Рис. 2. Распределение итоговых коэффициентов аварийности и числа ДТП за 2012-2014 годы по километрам дороги А – 322

Из графика видно, что характер распределения показателей схож, возрастание итогового коэффициента аварийности на большей части участков дороги совпадает с увеличением числа ДТП. Следует отметить, что влияние итогового коэффициента аварийности может распространяться за пределы километра и оказывать некоторое влияние на следующий или предыдущий.

На участках дороги, характеризующихся высоким итоговым коэффициентом аварийности высока вероятность возникновения ДТП, а также вероятны происшествия с тяжелыми последствиями. Однако оценка метода статистическими данными не является полной, поскольку распределение происшествий по участкам во времени происходит неравномерно. Часто на очень опасных участках дороги в течение ряда лет не возникает происшествий, которые случаются на явно менее опасных. Поэтому для надежности оценки метода установления опасности участков необходимы данные за длительный период.

На участках, сочетающих высокие итоговые коэффициенты аварийности и отсутствие ДТП за приведенный период, возможно возникновение происшествий в 2015 и последующих годах. Таким образом, необходимо проведение дополнительных мероприятий по повышению безопасности дорожного движения на 15, 29-31, 33, 45 и 68 км дороги А – 322 в Калманском районе.

С помощью расчета коэффициентов аварийности выявлен высокий уровень влияния факторов дороги, придорожной ситуации и наличия придорожных объектов на уровень дорожно-транспортной опасности. Для дальнейшего развития и совершенствования метода необходимо выделение дополнительных факторов дороги и дорожной обстановки, а также накопление и анализ статистических данных об аварийности. Целесообразно исследование данных о ДТП без пострадавших и оценка влияния дорожных факторов на тяжесть аварий. Использование и анализ полных статистических данных о ДТП позволит повысить эффективность прогнозирования возможных происшествий на автомобильном транспорте.

Библиографический список

1. Министерство транспорта Российской Федерации [Электронный ресурс]. URL: http://www.mintrans.ru:8080/pressa/DAT_Bezopasnost_DD_1.
2. Капский Д.В. Повышение безопасности дорожного движения на основе прогнозирования аварийности // Научно-технический сборник. Коммунальное хозяйство городов. – 2006. – №69. – С. 274-281.

3. Бабков В.Ф. Дорожные условия и безопасность движения: учебник для вузов. – М.: Транспорт, 1993. – 271 с.

УДК 519.8

Исследование факторов миграции сельской молодежи на основе байесовских сетей доверия: факторы перспектив профессиональной реализации

Е.В. Понькина*, З. Беднаркова, М. Баворова**,
А.А. Кузнецова****

**АлтГУ, г. Барнаул*

*** Университет Мартина Лютера, г. Хале, Германия,*

**** Институт экономики сельского хозяйства*

и информации, г. Прага, Чехия

Процессы урбанизации и миграции сельского населения наблюдаются в большинстве стран мира. Эти процессы активно проявляются как в странах Европы, Азии, так и большей части регионов РФ. Сохранение сельского сообщества во многом связано с решением проблемы укоренения молодежи на селе. Наблюдаемое старение сельского населения затрудняет проведение политики социально-экономического развития села. Эта проблема актуальна и для Алтайского края, в котором доля сельского населения составляет 44% от общей численности (что в 1,7 раза выше, чем в среднем по РФ). От развития сельских территорий существенно зависит развитие экономики края в целом. Процессы миграции негативно отражаются на заселенности территории. Так, при общей численности 1600 населенных пунктов в крае, 965 из них имеют общую численность населения менее 500 человек. За последние 15 лет количество сельских населенных пунктов сократилось на 2,5% [1]. В крае средний размер сельского поселения колеблется в зависимости от природных условий и удобства транспортного положения, развитости социальной инфраструктуры. Плотность населения в муниципальных районах края колеблется от 1,8 до 18,3 чел./кв.км [2]. Различия в людности сельских поселений влияют на доступность базовых услуг, развитие экономики и предпринимательства, объемах бюджетного финансирования и участия в программах развития сельских территорий.

Исследованию процессов миграции сельской молодежи и мотивирующих факторов посвящены многочисленные работы зарубежных авторов (А. Финдлей, Р. Роджерсона, С. Джарского, М. Кобита, Ф.

Тиссена, А. Михи-Рамиреса и др.). Проблемы миграции сельского населения в Алтайском крае исследуются в работах Н.И. Быкова, А.А. Еремина [3], Н.П. Гончаровой, А.Я. Троцкого [4] и др. О.А. Ивановой, под руководством А.М. Сергенко в 2008-2009 гг. проведен анализ особенностей положения сельской молодежи в Алтайском крае [5]. Анкетный опрос выполнен для 253 молодых людей возраста от 19 до 29 лет и показал, что тройку наиболее актуальных социальных проблем сельской молодежи Алтайского края входят вопросы социально-экономического характера: безработица, рост цен, низкая заработная плата.

Имеющиеся результаты ориентированы, во-первых, на сельскую молодежь в целом, во-вторых, не сфокусированы на выявлении ожидаемых решений о миграции сельской молодежи и обуславливающих их выбор системы разнородных факторов. Исследование миграции с учетом выделенных аспектов дает качественно-новое представление о миграционном процессе и дает информационную основу для его регулирования.

Миграционное поведение молодежи находится во взаимосвязи с учебной и трудовой мотивацией [6]. Учитывая то, что основным видом занятости в селе является сельскохозяйственное производство важно исследование миграционного поведения сельской молодежи во взаимосвязи с оценками перспектив профессиональной реализации в сфере АПК. В связи с этим, в работе делается акцент на исследование миграционных настроений студентов, обучающихся по аграрной специальности, представляющих будущий кадровый потенциал АПК Алтайского края и выявлении характера влияния факторов профессиональной реализации на ожидаемое решение о миграции.

Исследование базируется на результатах анкетирования студентов АГАУ, очной формы обучения, выполненного в мае-октябре 2014 г. Анкета содержит 36 вопросов, группированных по разделам: персональные данные, бытовые факторы, факторы субъективного удовлетворения и благополучия, условия и качество жизни, ожидания в области профессионального развития, факторы мотивации в получении аграрного образования. В результате стратифицированного отбора было опрошено 473 студента, 26 из которых приехали на обучение из других регионов, 108 студентов из Барнаула, 20 – Рубцовска, 9 – Новоалтайска, 2 – Бийска, 1 – Заринска. Общее число студентов, приехавших на обучение из сельских населенных пунктов составило 308 чел. В целом опрос охватил студентов 48 районных центров и 178 населенных пунктов Алтайского края. Средний возраст студентов 20 лет. Распределение респондентов по факультетам следующее: 18,3% – агро-

номический факультет; 17,7% – факультет биотехнологий; 22,2% – экономический факультет; инженерный факультет – 16,1%, ветеринарной медицины – 15,4%, факультет природообустройства – 10,3%.

Утвердительно ответили на вопрос о возможном возвращении в родное село 16,8% студентов, приехавших из сельской местности. При этом 23,3% общего числа респондентов желали бы трудоустроиться по аграрной специальности. Этот факт, с одной стороны, характеризует то, что желающих работать в АПК (но необязательно в селе) больше, с другой стороны, очевидно, есть некоторые факторы, обуславливающие решение 6,5% респондентов выехать из родного села, но работать по аграрной специальности. Возможно проблема в общей привлекательности сельского образа жизни? Однако, при ответе на вопрос *«Привлекает ли Вас вообще сельский образ жизни?»* позицию «нет» выбрало лишь 21,8% респондентов. 90 студентов (29,2% от общей численности респондентов) хотели бы организовать собственное сельскохозяйственное предприятие, из них только 19 чел. планируют вернуться в родное село (21,1%). Соответственно, можно сделать вывод о том, что желание заниматься аграрным бизнесом существенно повышает вероятность решения респондента о возвращении в родное село и его профессиональную реализацию на этой территории.

28,2% опрошенных студентов (87 чел.) принципиально не хотят работать в сельскохозяйственном производстве, из них только 9,2% (8 чел.) ожидали вернуться в родное село. Таким образом, вероятности положительного исхода для данной группы респондентов ниже на 7,6%.

Очевидно, что факторы, обуславливающие выбор респондентом решения о миграции действуют во взаимосвязи, соответственно качественный анализ причинности бинарного выбора можно выполнить, используя инструментарий байесовских сетей доверия.

Исследуя факторы профессиональной реализации студентов, в частности организации аграрного бизнеса разработана байесовская сеть доверия (рис.), используя которую возможно выявление наиболее значимых факторов.

Анализ системы факторов, обуславливающих выбор респондентом решения о миграции (целевой блок – *«Desire to out migration from parent's village»*) показал, что причинными факторами являются:

– общая мотивация в получении аграрного образования *«Motivation to agricultural education»* (измеряется по трех позиционной шкале по результатам обобщения ответов на вопросы: «Мои родители очень хотели, чтобы я учился по этой специальности: Да/Нет»; «Я хочу работать на сельскохозяйственном предприятии: Да/Нет»; «Я хочу иметь

мое собственное сельскохозяйственное предприятие: Да/Нет»; «Я не хочу работать в сельском хозяйстве: Да/Нет»;

– желаемая область профессиональной деятельности «*Work area in the future*»;

– уровень удовлетворенности жизнью «*Happiness*», измеренный по десяти бальной шкале;

– доход семьи «*Family income*» (low – доход менее 20 тыс. руб. в месяц; high – более 20 тыс. руб./мес.);

– предпринимательская деятельность одного из родителей «*Parents doing business*»;

– опытом работы родителей в сельскохозяйственном производстве «*Parents doing in agriculture*»;

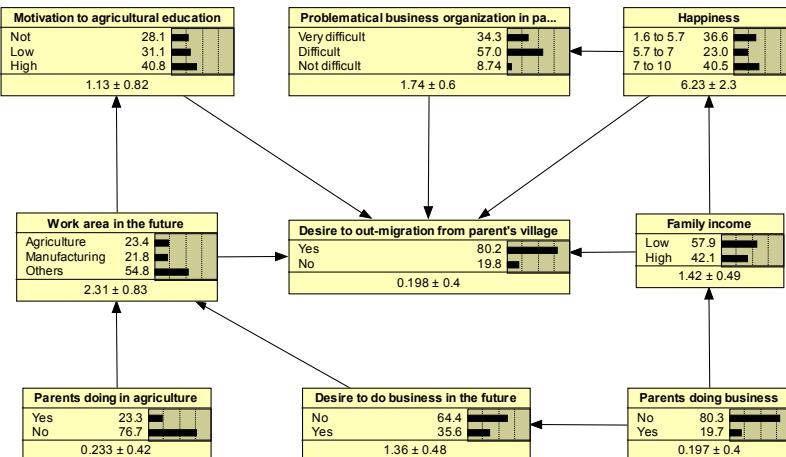


Рис. Структура байесовской сети доверия

– субъективным восприятием проблем организаций бизнеса в родном селе «*Problematical business organization in parent's village*».

Точность классификации на основе полученной сети 13,3%.

Межфакторные связи, позволяют увидеть то, что доход семьи является причиной субъективной удовлетворенности текущим положением. В частности, студенты из более обеспеченных семей более позитивно оценивают текущее положение. В свою очередь, субъекты, положительно оценивающие уровень удовлетворенности жизнью в целом (более 7 по 10 бальной шкале) менее вероятно оценивают перспективы организации собственного бизнеса в родном селе как «очень сложно». Решение заняться собственным бизнесом принимается чаще в семьях, где есть уже позитивный опыт, т.е. один из родителей уже

занимается бизнесом. Высокая мотивация получения аграрного образования обусловлена желанием профессиональной реализации именно в сфере АПК.

В результате анализа чувствительности целевого блока (выбора решения о миграции) к изменению уровней причинных блоков были выявлены факторы, наиболее сильно влияющие на ожидаемое решение респондентов остаться в родном селе. Так, вероятность того, что студент останется в родном селе при высокой мотивации получения аграрного образования уменьшается с 0,21 до 0,12 при отсутствии мотивации (т.е. респондент не заинтересован в работе на сельскохозяйственном предприятии). Различие в вероятностях выбора решения вернуться в родное село для студентов, считающих, что открытие собственного бизнеса не вызывает проблем и тех, кто видит в этом большие проблемы составляет 0,18.

Тройка наиболее значимых факторов, обуславливающих выбор респондента, включает: 1) выбор области профессиональной деятельности в будущем; 2) общая мотивация в получении аграрного образования; 3) субъективное восприятие проблем организации бизнеса в родном селе.

Библиографический список

1. Лукьянов А.Н. Основные направления развития сельских территорий Алтайского края: проблемы и перспективы // http://www.econ.asu.ru/inet_conf_kaf.Menedgmenta_2012/lukyanov.pdf.
2. Еремин А.А., Быков Н.И. Демографическая ситуация в Алтайском крае на современном этапе (1990-2010 гг.). – Барнаул, Азбука, 2011.
3. Троцковский А.Я. Алтайское село: тенденции и механизмы социального развития. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2011.
4. Иванова О.А. Будущее социального статуса сельской молодежи в регионе аграрной специализации (на примере Алтайского края) // Известия. – 2001. – № 2/2 (70). – С. 223-227.
5. Худавердян В.Ц. Молодежная миграция в современном мире: причины и следствия // Знание, Понимание, Умение. – 2012. – №2. – С. 142-148.

Нечеткое моделирование рынка труда в регионе

И.В. Пономарев

АлтГУ, г. Барнаул

Рынок труда является сложной динамической системой, имеющей огромное влияние на многие сферы экономики страны, например, проблема безработицы имеет не только экономические, но и социальные последствия. Именно поэтому исследования рынка труда имеют важное стратегическое значение. Наиболее популярными и изученными способами моделирования механизмов функционирования рынка труда являются методы статистического анализа. Использование данных методов позволяет оценивать степень взаимосвязи между различными факторами, изучать скорость реагирования одних факторов на изменение других. Теоретическому изучению рынка труда и механизмам его функционирования в современных условиях посвящены работы [1, 2, 3, 4].

Другим подходом к исследованию сложных явлений и процессов, и, в частности, рынка труда, является использование математических моделей, основанных на теории нечетких множеств, что позволит при моделировании учитывать нечисловые лингвистические неопределенности формирования факторов и зависимостей. Развитию данной теории и ее приложений удалено внимание в работах [5, 6]. Также стоит отметить, что разработка новых моделей, влечет за собой спрос на разработку удобных программных продуктов, реализующих в автономном режиме построенные алгоритмы и способные анализировать входную социально-экономическую информацию.

В данной статье рассматривается возможность объединения различных типов нечетких математических моделей способных оценить как влияние различных социально-экономических факторов на функционирование рынка труда, так и динамику его развития.

На первом этапе для оценки особенностей воздействия основных факторов на функционирование труда в современных условиях будет построена модель нечеткой линейной регрессии по Чебышеву

$$y = f(x_1, x_2, x_3, x_4),$$

где y – интегральный индикатор напряженности на рынке труда; x_1 – финансовые результаты деятельности организаций; x_2 – инвестиции в

основной капитал за счет всех источников финансирования; X_3 – валовой сбор основных сельскохозяйственных культур в хозяйствах всех категорий; X_4 – численность требуемых работников на вакантные рабочие места; f – нечеткая числовая функция, описывающая механизм формирования результирующего фактора. Математическое описание методики построения данной модели раскрыто в работах [7, 8, 9, 10]. Использование данной модели позволяет решить ряд проблем, присущих моделям, основанным на анализе статистических данных:

- небольшой набор исходных данных;
- трудности с проверкой предположения о вероятностном законе распределения ошибок;
- неясность в закономерности между входными и выходными переменными;
- чувствительность к выбросам.

На втором этапе каждый из рассматриваемых признаков будем рассматривать как нечеткий временной ряд

$$x(t) = x(t - \tau) \circ R(t, t - \tau),$$

где $x(t)$ – значения показателя в момент времени t ; $x(t - \tau)$ – значения показателя в момент времени $t - \tau$; $R(t, t - \tau)$ – нечеткое отношение между уровнями временного ряда; \circ – нечеткое отношение. Алгоритм построения нечеткого временного ряда модифицированным методом и методы его анализа описаны в работах [11, 12]. Данный метод позволит расширить возможности обработки временных рядов за счет понятных человеку лингвистических оценок, а также решить математические проблемы, связанные с малочисленностью выборки и ее вероятностными характеристиками.

В дальнейшем предполагается объединить указанные выше модели и построить обобщающую экономико-математическую модель для исследования рынка труда в регионе, на примере Алтайского края. Посредством этой модели предполагается выбрать наиболее значимые факторы, влияющие на состояние рынка труда в регионе и определить тренд его развития.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Гончарова Н.П., Родионова Л.В., Родионова О.Е., Тарасова Е.В. Рынок труда алтайского края: демографические вызовы: монография // Алтайский государственный университет.– Барнаул. – 2010. – 222 с.
2. Родионова Л.В., Перекаренкова Ю.А. Социально-трудовые права сельского населения: формальные нормы, реальные практики и перспективы // Социальные исследования. – 2014. – № 5. – С. 88-96.
3. Родионова Л.В., Родионова О.Е. Методика интегральной оценки напряженности на рынке труда в регионе // Человек и труд. – 2007. – № 10. – С. 23-25.
4. Родионова Л.В., Троцковский А.Я. Региональный рынок труда: проблемы формирования, прогнозирования и регулирования// Известия Алтайского государственного университета. – 2011. – № 2-1. – С. 298-307.
5. Перекаренкова Ю.А., Пономарев И.В., Родионова Л.В., Родионов Е.Д. Региональный рынок труда: анализ, моделирование, прогноз // Вестник алтайской науки. – 2014. –№ 1 (19). – С. 57-65.
6. Пономарев И.В., Родионов Е.Д., Родионова Л.В., Славский В.В. Комплекс моделей для построения и оценки вариантов развития регионального рынка труда // Вестник Алтайской науки. – 2013. – № 1. – С. 86-87.
7. Ponomarev I,V, Slavsky V.V., Uniformly fuzzy model of linear regression// Journal of Mathematical Sciences. – 2012. – V. 186, №3. – P. 478-494.
8. Пономарев И.В., Славский В.В. Нечеткая модель линейной регрессии // Доклады Академии наук. – 2009. – Т. 428, №5. – С. 598-600.
9. Пономарев И.В., Славский В.В. Равномерно нечеткая модель линейной регрессии // Вестник Новосибирского государственного университета. – 2010. – Т.10. – №2. – С. 118-134.
10. Пономарев И.В., Славский В.В. О геометрической интерпретации метода наименьших квадратов // Известия Алтайского государственного университета. – 2012. – № 1-1. – С. 119–121.
11. Пономарев И.В. Нечеткие временные ряды и их применение к моделированию социально-экономических процессов // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник трудов международной конференции, г. Барнаул, 11-14 ноября, 2014 г. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 511-513.
12. Гуров А.В., Пономарев И.В. Моделирование численности вакансий на рынке труда Алтайского края // Известия Известия Алтайского государственного университета: математика и механика. – 2014. – № 1/2. – С. 81-85.

УДК 517.958:52/59

Моделирование производительности труда в регионе

И.В.Пономарев, Л.В.Родионова, Е.Д.Родионов

АлтГУ, г. Барнаул, ИЭиОПП СОРАН, г. Новосибирск,

АлтГУ, г. Барнаул

Производительность труда является объектом активного интереса со стороны отечественных и зарубежных ученых. Однако с началом рыночных преобразований в нашей стране проблемы производительности труда выпали из поля зрения большинства российских исследователей. Многократно сократилось количество научных исследований и публикаций по данной тематике, показатели производительности труда исчезли из государственного статистического учета, а меры по ее повышению – из программных документов на уровне страны и регионов. И только отдельные ученые сохранили интерес к изучению производительности труда (А. Аганбегян, В. Бессонов, В. Гимпельсон, Р. Капелюшников, В. Кондратьев, Я. Кузьминов, Н. Михеева, Е. Ясин и др.). В их работах основное внимание уделяется проблемам измерения производительности труда, оценке ее уровня и тенденций изменения, изучению соотношения производительности и заработной платы, отраслевой и региональной дифференциации, анализу факторов и моделированию производительности труда. Наряду с перечисленными проблемами, зарубежные ученые рассматривают роль производительности труда в конкурентоспособности стран и регионов, изучают взаимосвязь производительности труда и справедливости в распределении доходов, определяют границы роста производительности труда и причины замедления темпов ее роста, строят регрессионные модели зависимости производительности труда от различных факторов (Дж. Акерлоф, Дж. Бекер, Дж. Йеллен, Л. Катц, Р. Смит, М. Харпер и др.). Однако при исследовании производительности труда как в России так и за рубежом сегодня преобладают статистические методы анализа и чаще всего используются классические регрессионные модели. В данной работе использован новый подход к исследованию социально-экономических явлений и процессов, и, в частности, производительности труда, основанный на теории нечетких множеств. Большое внимание в развитии данной теории и ее приложений уделено в работах отечественных и зарубежных ученых, таких как: G. Bojadziev, K. Tanaka, H.J. Zimmermann, И.З. Батырши, В.П. Бочарников, А.О.Недосекин,

А.И. Орлов. При этом важное место в исследовании социально-экономических процессов занимает количественный анализ. Это влечет за собой спрос на разработку удобных программных продуктов, новых способов анализа социально-экономической информации.

В настоящее время авторами проведены следующие исследования: определены теоретико-методологические и методические основы изучения и моделирования производительности труда; выявлено содержание и определены основные понятия; классифицированы факторы роста производительности труда; построена информационная база исследования; изучены уровень, динамика и отраслевая дифференциация производительности труда в Алтайском крае в 1990-2000-е годы. Кроме того, выявлены основные факторы и особенности их воздействия на производительность труда в современных условиях.

В дальнейшем, на основании проведенных исследований предполагается построить систему нечетких экономико-математических моделей для исследования производительности труда в регионе, на примере Алтайского края, выявить факторы, влияющие на рост производительности труда в различных отраслях экономики региона. При этом будут использованы результаты математического моделирования систем и процессов в региональной экономике, представленные в работах [1-12].

Работа выполнена при содействии Совета по грантам Президента РФ (грант НШ-2263.2014.1), гранта Правительства РФ (госконтракт № 14.В25.31.0029), гранта Министерства образования и науки РФ (код проекта: 1148).

Библиографический список

1. Гончарова Н.П., Родионова Л.В., Родионова О.Е., Тарасова Е.В. Рынок труда алтайского края: демографические вызовы: монография // Алтайский государственный университет. – Барнаул. – 2010. – 222 с.
2. Перекаренкова Ю.А., Пономарев И.В., Родионова Л.В., Родионов Е.Д. Региональный рынок труда: анализ, моделирование, прогноз// Вестник алтайской науки. – 2014. – № 1 (19). – С. 57-65.
3. Пономарев И.В., Родионов Е.Д., Родионова Л.В., Славский В.В. Комплекс моделей для построения и оценки вариантов развития регионального рынка труда // Вестник Алтайской науки. – 2013. – № 1. – С. 86-87.
4. Родионова Л.В., Перекаренкова Ю.А. Социально-трудовые права сельского населения: формальные нормы, реальные практики и перспективы // Социальные исследования. – 2014. – № 5. – С. 88-96.

5. Родионова Л.В., Родионова О.Е. Методика интегральной оценки напряженности на рынке труда в регионе // Человек и труд. – 2007. – № 10. – С. 23-25.
6. Родионова Л.В., Троцковский А.Я. Региональный рынок труда: проблемы формирования, прогнозирования и регулирования// Известия Алтайского государственного университета. – 2011. – № 2-1. – С. 298-307.
7. Ponomarev I,V, Slavsky V.V., Uniformly fuzzy model of linear regression// Journal of Mathematical Sciences. – 2012. – V. 186, №3. – P. 478-494.
8. Пономарев И.В., Славский В.В. Нечеткая модель линейной регрессии // Доклады Академии наук. – 2009. – Т. 428. – №5. – С. 598-600.
9. Пономарев И.В., Славский В.В. Равномерно нечеткая модель линейной регрессии // Вестник Новосибирского государственного университета. – 2010. – Т. 10. – №2. – С. 118-134.
10. Пономарев И.В., Славский В.В. О геометрической интерпретации метода наименьших квадратов // Известия Алтайского государственного университета. – 2012. – № 1-1. – С. 119-121.
11. Пономарев И.В. Нечеткие временные ряды и их применение к моделированию социально-экономических процессов // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник трудов международной конференции, г. Барнаул, 11-14 ноября, 2014 г. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2014. –С. 511-513.
12. Гуров А.В., Пономарев И.В. Моделирование численности вакансий на рынке труда Алтайского края // Известия Алтайского государственного университета: математика и механика. – 2014. – № 1/2. – С. 81-85.

УДК 330.131.7

Имитационное моделирование перестрахования в кредитных операциях

*С.П. Пронь, Л.В. Сидун
АлтГУ, г. Барнаул*

В современной экономической ситуации – повышенных рисков неплатежей и неплатежеспособности на рынке аннуитетов, получает дополнительный импульс развития такое направление страхового бизнеса, как перестрахование. В докладе обосновывается возможность использования на рынке аннуитетов представленных в [1, 2] подходов к

формированию договоров перестрахования и математических моделей анализа их эффективности, а также предложений по применению программных средств [3, 4] на уровне имитационного моделирования кредитных отношений. Под аннуитетом будем понимать регулярные по размеру и времени инвестиции, приносящие инвестору определенный доход, как в конце периода инвестирования, например, вложение средств в негосударственные пенсионные фонды и фонды капитального ремонта [2, 4], так и в начале, например, ипотечные кредиты и ссуды.

Рассмотрим указанные подходы анализу эффективности перестрахования на примере аннуитетного кредита, сравнивая внутреннюю норму доходности таких инвестиций, как без использования, так и с использованием перестрахования.

При моделировании параметров составляемых договоров перестрахования необходимо проанализировать баланс доходов и расходов участников договора перестрахования, оценить размер комиссионных выплат, рассчитать эффективную процентную ставку, как внутреннюю норму доходности (IRR) и обеспечить процесс визуализации – графического представления динамики параметров аннуитетного процесса во времени.

Эффективная процентная ставка в соответствии с положением № 254-П ЦБ РФ является в настоящее мерой реальной стоимости кредитов, т.к. при ее расчете «учитываются все проценты, комиссии и сборы, которые заемщик должен уплатить банку за пользование кредитом, а также платежи в пользу третьих лиц (услуги по государственной регистрации и/или оценке передаваемого в залог имущества, услуги нотариуса, услуги по страхованию жизни и/или предмета залога и т.д.)». Таким образом, на величину IRR влияет методика расчетов стоимости страховых комиссий во всем их многообразии. После введения обязательного раскрытия информации об эффективной процентной ставке и права выбора заемщиков участвовать или не участвовать в страховании инвестиций, последние предпочитают отказаться от страхования, т.к. это очевидно снижает эффективную процентную ставку, а значит, снижает и прямые затраты заемщиков. Однако безусловное повышение при этом размеров аннуитета, участие в нескольких аннуитетах и достаточная их продолжительности во времени, делает этот выбор не столь очевидным. Риски возникновения условий неплатежеспособности повышаются, что требует от инвесторов их тщательного учета.

В докладе представлены результаты исследования, проведенного с использованием имитационного моделирования, влияния параметров

перестрахования на величину современной стоимости аннуитета с учетом инфляции и среднерыночной интенсивности роста капитала. Показано, что моделирование рыночной ситуации и процесса перестрахования аннуитета позволяет найти пороговые значения одних параметров, которые обуславливают в среднем неплатежеспособность заемщиков при фиксированном значении других. Макетное моделирование в простейших случаях возможно в среде MS Excel, для многопараметрического моделирования на уровне программного продукта необходимо использование специализированных систем, например, такие AnyLogic.

Библиографический список

1. Пронь С.П., Сидун Л.В., Сидун Д.Ю. О влиянии модели перестрахования накопительной части пенсии на эффективность УК и НПФ // Ломоносовские чтения на Алтае : сб. научных статей международной школы-семинара, Барнаул, 5–8 ноября, 2013: в 6 ч. – 2013. – Ч. I. – С. 233–235.
2. Артамонов А.П., Дедиков С.В. Проблема страхового интереса в договорах перестрахования // Законы России: опыт, анализ, практика. – 2011. – №11. – С. 76–81.
3. Пронь С.П., Сидун Л.В., Сидун Д.Ю. Имитационное моделирование перестрахования накопительной части пенсии // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования : сборник научных статей международной конференции, Барнаул, 11–14 ноября, 2014. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2014. – С. 527–529.
4. Богарова Е.В., Пронь С.П. Задача оценки параметров формирования фонда КР МКЖД на специальном счете для обеспечения первоначальных затрат // Мой выбор – наука! : сборник статей по результатам региональной конференции. Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2015.

УДК 517.938

Пути перехода к хаосу. Свойства хаотических динамик

К.В. Роцупкин
АлтГУ, Барнаул

Для определения хаотических колебаний необходимо понятие такого вида движений. Однако так как современные исследования раскрывают все новые стороны нелинейной динамики, то определения хаоса ограничиваются некими классами математических задач. Сейчас

нелинейную динамику можно поделить на несколько подвидов, в зависимости от преобладания хаотичности и способа её возникновения.

К настоящему времени известны, по крайней мере, три пути, которыми при изменении внешних управляющих характеристик нелинейная система приходит к хаосу. Любой вид хаотичности может быть реализован опытным путём. При этом поведение системы обнаруживает универсальность, сходную с универсальностью, которую можно найти в переходах между точками равновесий систем второго порядка.

Первый путь перехода к хаосу рассматривает простое разностное уравнение, используемое для описания зависимости и которое осциллирует во времени между устойчивыми величинами (неподвижными точками), значения которых рассматриваются также в качестве явных значений внешних параметров. Это продолжается до тех пор, пока число неподвижных точек не становится бесконечным, причем значение параметра, при котором временные изменения параметра становятся нерегулярными, остается конечным.

Второй подход, известный как сценарий перемежаемости, означает, что регулярный во времени сигнал прерывается статистически распределенными интервалами нерегулярного движения. При вариации внешнего управляющего параметра среднее число этих разрывов увеличивается до тех пор, пока движение не становится полностью хаотическим.

Третий путь перехода происходит тогда, когда траектории начинают прижиматься к ограниченной области фазового пространства, где первоначально близкие траектории экспоненциально разбегаются, так что движение становится хаотическим. Эти особые области фазового пространства названы странными аттракторами [1, 2].

Также у хаотичных колебаний присутствуют характерные свойства:

- Чувствительность к изменению начальных условий (часто измеряемая показателем Ляпунова и границами фрактальной области).
- Широкий спектр движения, возбуждаемого на одной частоте.
- Фрактальные свойства движения в фазовом пространстве, которые указывают на присутствие странного аттрактора.
- Растущая сложность регулярных движений по мере изменения некоторого параметра эксперимента, например удвоение периода.
- Переходные или перемежаемые хаотические движения; непериодические всплески нерегулярного движения (перемежа-

мость) или первоначально неупорядоченное движение, которое, в конце концов, релаксирует к регулярному [3].

Определение (Хаотическая динамика). Термин «хаотическая динамика» относится к динамическому поведению определенных уравнений F , которые обладают

- a) для каждого $n \geq 1$ невырожденной n -периодической точкой
- b) несчетным множеством $S \in I$, не содержащим периодических точек и асимптотических периодических точек. Траектории таких точек блуждают в I «случайным» образом.

Теорема. (Ли и Йорке). Пусть J — интервал, и отображение $F: J \rightarrow J$ непрерывно. Предположим, что существует точка $\alpha_1 \in J$, для которой точки $\alpha_2 = F(\alpha_1)$, $\alpha_3 = F^2(\alpha_1)$, и $\alpha_4 = F^3(\alpha_1)$, удовлетворяют соотношениям

$$\alpha_4 \leq \alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 \text{ (или } \alpha_4 \geq \alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3\text{)}$$

Тогда для каждого $k = 1, 2, \dots$ в J существует периодическая точка периода k а также существует несчетное множество $S \in J$, (не содержащее периодических точек), которое удовлетворяет следующим условиям:

для произвольных попарно неравных $p, q \in S$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \sup |F^n(p) - F^n(q)| &> 0 \text{ и} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \inf |F^n(p) - F^n(q)| &= 0; \end{aligned}$$

для каждой точки $p \in S$ и периодической точки $q \in J$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup |F^n(p) - F^n(q)| > 0. \quad (1)$$

В результате заметим, что если α , независимо изменяющаяся и превышает некоторое значение, то сходимость к равновесию становится немонотонной и возникают осциллирующие колебания. Если же продолжать увеличивать значение α в дальнейшем, то возникнет значение, при котором появится цикл случайного периода k . Также существует несчетное множество начальных условий, при которых траектории хаотично движутся в определённой ограниченной области [4, 5].

Таким образом, можно утверждать, что небольшие изменения структурных параметров могут привести к качественным изменениям системы. Также на поведение нелинейной системы оказывают воздействие начальные условия. При разработке математических моделей это имеет большое значение. Качественные изменения структурных параметров и их начальные условия могут приводить к возможным погрешностям измерений из-за хаотичности. Это делает непростой задачей предсказание поведения нелинейных систем и управления ими. Даже если модель построена с учётом всех параметров, то на практике,

из-за неустранимых ошибок измерений, предсказание может быть невозможno.

Траектория простого нелинейного детерминированного разностного уравнения первого порядка может быть подвержена хаотическим флуктуациям. Они могут казаться случайными и ошибочно могут быть отнесены к ошибкам измерений или воздействию внешних факторов. В детерминированных линейных разностных уравнениях такие свойства не наблюдаются. Нелинейность порождает хаос. Таким образом, в контексте моделирования экономических явлений, основанных на линейных разностных уравнениях, законно будет добавление оправданных теоретически нелинейностей, которые могут объяснить экономические флуктуации в некоторых случаях успешнее, чем просто введение случайных переменных.

Библиографический список

1. Шустер (Schuster, H. G., 1984) *Deterministic Chaos – An Introduction*, 2nd revised ed. (VCH, Weinheim, F.R.G.) Русский перевод: Шустер Х. Детерминированный хаос. Введение. – М.:Мир, 1988
2. Мун Ф. М90 Хаотические колебания: Вводный курс для научных работников и инженеров: пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 312 с., ил. ISBN 5-03-001413-6
3. Занг В.-Б. 327 Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории: пер. с англ. – М.: Мир 1999. —335 с., ил.
4. Йорке Е., Йорке А. (Yorke, E D-, Yorke, A., 1978) «Metastable Chaos Transition to Substainid Chaotic Behavior in the Lorenz Model», *J. Stat. Phys.* 31, 2(3-277 Русский перевод: Йорке Е., Йорке А. Метастабильный хаос: переход к устойчивому хаотическому поведению в модели Лоренца. В кн.: Странные аттракторы, сер. «Математика. Новое в зарубежной науке», вып. 22, М.:Мир, 1981.
5. Штутцер (Stutzer, M., 1980) «Chaotic Dynamics and Bifurcation in a Macro Model», *J. Economic Dynamics and Control* 2, 253-276.

**Анализ и прогнозирование
творческих показателей учащихся**

Т.В. Саженкова, Н.О. Детиненко, А.В. Пономарева
АлтГУ, г. Барнаул

В работе проведено исследование и прогнозирование творческих показателей по математике учащихся 8-11 классов Алтайского края.

В качестве исследуемых рассматриваются временные ряды, состоящие из максимальных и средних показателей в баллах на краевом этапе всероссийских олимпиад по математике для 8-11 классов в период с 2001 по 2014 годы:

		2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
8	Высш. балл		35	36	35	56	56	56	41	42	44	47	29	45	51
	Ср. балл		13,7	19,5	24,7	26,7	31,1	28,4	21,6	31,3	18,8	20,2	15,3	20,5	14,6
9	Высш. балл	56	56	53	46	46	55	56	56	38	29	35	55	39	45
	Ср. балл	20,4	16,4	27,6	18,8	16,8	20,1	33,9	26,8	20,1	14,1	9,2	19,8	16,7	9,6
10	Высш. балл	36	56	42	41	55	55	54	42	45	29	32	46	45	31
	Ср. балл	14,9	21,7	21	13,4	15	25,1	24,7	16,7	30,2	13	16,1	15,8	18,9	15,1
11	Высш. балл	47	38	46	41	55	56	56	49	49	48	32	37	44	43
	Ср. балл	11,2	11	13,5	20,6	19,7	24,4	25,1	24,4	24,5	23,4	11	22,3	18,7	24

Представленные данные размещаются ежегодно на сайте Краевого управления по образованию и делам молодежи Алтайского Края после проведения регионального этапа.

Анализ и прогнозирование творческих показателей учащихся осуществляются с целью определения дальнейшего направления работы, как в плане улучшения общей математической культуры, так и углублении в отдельных направлениях математики, называемых олимпиадными.

В процессе работы установлена невозможность применения для исследования данных временных рядов методов трендового прогнозирования [1].

Для прогнозирования адаптивными методами [2] с оптимизацией коэффициентов сглаживания по определённому критерию был осуществлён отбор наиболее приемлемых по точности моделей из однодвух- и трёхпараметрических моделей Брауна, Хольта, Бокса-Дженкинса.

Полученные численные результаты носят роль предупреждающего прогноза, их роль заключается в том, чтобы принять меры, по возможности, не допускающие исполнения неблагоприятного прогноза.

В частности, данное исследование показало предстоящее снижение среднего балла у учащихся 10 классов. Это может быть связано с падением общей успеваемости школьников, кроме того, средний балл, в принципе, не велик, поэтому необходимо направить усилия на повышение общего уровня подготовки этой параллели. Его, в том числе, можно повышать и за счёт повышения интереса учащихся к математике, используя качественное ведение факультативных занятий. Следовательно, необходимы определённые финансовые затраты на повышение квалификации учителей и на приглашение преподавателей высшей школы, обладающих опытом такой работы.

В работе получены прогнозные показатели по всем параллелям, по каждому из восьми рассматриваемых временных рядов.

Библиографический список

1. Федосеев В.В., Гармаш А.Н., Дайтбегов Д.М. Экономико-математические методы и прикладные модели. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 391 с.
2. Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 416 с.

УДК 51.380

Об одном классе внешних штрафных функций

Т.В. Саженкова, И.С. Карпова
АлтГУ, г. Барнаул

В монографии К. Гроссмана и А. А. Каплана [1] исследуется применение методов последовательной безусловной оптимизации, возникающих в использовании штрафных функций, на основе предложенной ими достаточно общей конструкции. А также устанавливаются оценки скорости сходимости методов для классов штрафных функций, удовлетворяющих требованиям этой конструкции.

Для задачи выпуклого программирования: найти минимум выпуклой дважды дифференцируемой функции f на компакте $D \subset R^n$, задаваемом системой неравенств $g_j(x) \leq 0$, $j = 1, 2, \dots, m$, с выпуклыми дважды дифференцируемыми функциями g_j , следующие функции

$$\Phi_k^{(t)}(x) = A_k \sum_{j=1}^m (g_j(x) + \sqrt{g_j^2(x) + A_k^{-2-t}}),$$

где $g_j(x) \leq 0$, $j \in J$, $t > 0$ является константой, $A_k > 0$, $A_k \rightarrow \infty$ при $k \rightarrow \infty$, приводятся в качестве примера функций, удовлетворяющих требованиям конструкции.

В данной работе проводится непосредственное установление принадлежности этих функций к классу внешних штрафов, доказана теорема сходимости и получены априорные оценки скорости сходимости.

Библиографический список

1. Гроссман К., Каплан А. А. Нелинейное программирование на основе безусловной минимизации. – Новосибирск: Наука, 1981.

Секция 6. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЭКОЛОГИИ И ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИИ

УДК 004.021; 51.37

Температурное поле почв: закономерности, методы и модели

А.В. Боярская, Ю.О. Терехова
АлтГУ, г. Барнаул

Рассматриваются задачи: распределение температуры в почве, имеющей неоднородную структуру почвенных слоев; определение теплофизических характеристик почвы – теплоемкости, теплопроводности и температуропроводности черноземов выщелоченных Алтайского Приобья; алгоритм и численный метод решения двумерной задачи теплового режима почв с границей раздела между двумя участками с различными теплофизическими параметрами.

Температура почвы является одним из ключевых факторов, определяющих функционирование агрокосистем. Задача выявления закономерностей пространственного варьирования температуры почвы в масштабе сельскохозяйственного поля, количественной оценки этого варьирования и прогнозирования температурного режима почвенных разностей приобретает актуальность в связи с развитием точного земледелия, а также в связи с проблемой устойчивого функционирования почвенных комплексов в условиях интенсивной антропогенной нагрузки [1–3].

Теплота, поступающая на поверхность почвы, под действием создаваемого градиента температур перераспределяется в толщине почвенного слоя. Уравнение теплопереноса в почве имеет вид [2, 3]:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\chi \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\chi \frac{\partial T}{\partial z} \right) + f(x, y, z, t),$$

где T – температура почвы; $\rho(x, y, z)$ – плотность почвы; $c(w(x, y, z))$ – теплоемкость; χ – коэффициент теплопроводности, зависящий от влажности почвы w : $\chi = \chi(w(x, y, z))$. Теплоперенос осуществляется

вдоль координатных осей Ox , Oy , Oz ; $f(x, y, z, t)$ – функция источника тепла.

Искомая функция T удовлетворяет начальным и некоторым граничным условиям. Нижняя граница помещается, как правило, на глубине, на которой температура либо постоянна, либо зависит от времени известным образом. В качестве верхнего граничного условия записывается соотношение, обеспечивающее “шивание” решений задачи в почве и в приземном воздухе, – условие теплового баланса на поверхности почвы.

Исследовали двумерную модель теплового режима почвы, состоящую из двух участков, значительно отличающихся по влиянию характеристик поля на продукционный процесс посева и на движение почвенных растворов. На границе раздела участков выполняются условия непрерывности температур и тепловых потоков.

После введения коэффициента температуропроводности $K_i = \frac{\chi_i}{\rho_i c_i}$

для решения уравнения (1) применяется численный метод с использованием продольно-поперечной конечно-разностной схемы (метод переменных направлений).

Полученные результаты хорошо согласуются с данными по теплофизическим свойствам выщелоченных черноземов Алтайского Приобья. Они близки как по значениям, так и по характеру зависимостей, и отражают объективные почвенно-физические факторы. Теплофизические свойства почвы закономерно изменяются в зависимости от плотности сложения генетических горизонтов [3–6]. Работа выполнена при финансовой поддержке благотворительного фонда В.В. Потанина.

Библиографический список

1. Брыксин В. М., Гавриловская Н. В., Топаж А. Г., Хворова Л. А. Математическое моделирование и информационные технологии в экологии и природопользовании. – Барнаул: Изд-во АлтГУ. – 2013. – 256 с.
2. Хворова Л. А. Математические модели в теории и практике точного земледелия // Известия Алтайского государственного университета. – 2011. – №2. – С. 123–128.
3. Хворова Л. А. Модель теплового режима почвы в пространственно-дифференцированных технологиях точного земледелия // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2011. – №4(128). – С. 101–106.
4. Хворова Л.А., Жариков А.В. Численное моделирование составляющих теплового режима почв Алтайского Приобья // Известия Ал-

тайского государственного университета. – 2013. – № 1/2. – С. 126–130.

5. Хворова Л. А., Гавриловская Н. В., Лопатин Н. Н. Применение информационных технологий, математических методов и моделей для обработки и анализа многомерных данных // Известия Алтайского государственного университета. – 2006. – №1. – С. 83–88.

6. Гавриловская Н.В., Хворова Л.А. Информационно-прогностическая система сбора, обработки, анализа и обобщения агрометеорологической информации // Известия Алтайского государственного университета. – 2010. – №1/1. – С. 65–68.

УДК 631.1: 681.5

**Системы поддержки принятия решений в земледелии:
применение данных ДЗЗ, ГИС-технологий
и моделирования в точном земледелии**

В.М. Брыксин¹, Л.А. Хворова²

¹Балтийский федеральный университет им. И. Канта,
г. Калининград, ²АлтГУ, г. Барнаул

Эффективность решений, принимаемых по управлению производством растениеводческой продукции на всех уровнях управления, определяется точностью, полнотой и оперативностью информации, доступной лицу, принимающему решение. Отсутствие или неполнота исходных данных, а также невозможность объективной оценки последствий принимаемых решений является основным источником ошибок, приводящих к негативным и зачастую катастрофическим явлениям, таким как эрозия почв, деградация черноземов, загрязнение окружающей среды. Появление современных высокоскоростных компьютеров с большой памятью позволяют коренным образом изменить ситуацию в области информационной поддержки принимаемых решений. В качестве источника необходимой для принятия решений информации могут быть использованы данные дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), географические системы (ГИС), разветвленные базы данных, а также базы знаний, основанные на использовании имитационных динамических моделей агрокосистем [1–3]. Это позволит видоизменить технологию принятия решений путем «проигрывания» сценариев будущего с учетом текущей и прогнозируемой обстановки.

В настоящее время одним из наиболее перспективных направлений агрономической науки и производства растениеводческой продукции

является точное земледелие, в основе которого лежит представление о возможности значительного повышения урожаев, существенной экономии ресурсов и снижения антропогенной нагрузки на окружающую среду за счет применения пространственно-дифференцированных агротехнологий, связанных с пространственной изменчивостью почвенных и иных факторов продуктивности в пределах отдельного сельскохозяйственного поля.

Как показывает анализ многочисленных публикаций, посвященных системам поддержки принятия решений (СППР) в земледелии, в частности точном земледелии, многие из них в значительной степени используют хотя бы одну из составляющих триады – ДЗЗ, ГИС и/или математическое моделирование.

1. Дистанционное зондирование Земли из космоса

Зондирование Земли из космоса сегодня представляет собой важнейший источник информации, необходимой для решении задач экологии и рационального природопользования, обеспечения безопасности жизнедеятельности и др.

Использование данных ДЗЗ из космоса является одним из эффективных методов получения пространственной информации об объектах. Данные ДЗЗ объективны, достоверны, наглядны, при этом могут обеспечить информацией по всем точкам поля, что дает возможность оптимального управления однородными зонами поля.

С помощью методов дистанционного зондирования Земли со спутников можно оперативно решать такие задачи, как: распознавание и оценка площадей пахотных земель; мониторинг атмосферы и подстилающей поверхности (температура на поверхности, объемное содержание воды в верхнем слое почвы, восстановление альбедо подстилающей поверхности [4]); радиационный режим атмосферы и подстилающей поверхности; коррекция листового индекса в моделях биопродуктивности; оценка урожайности зерновых культур [5].

2. Географические информационные системы (ГИС)

ГИС – цифровая система хранения, редактирования, создания и анализа информации, имеющей пространственные координаты (географическую привязку к местности).

ГИС-технологии используются для хранения и манипуляции пространственно распределенными данными, а также для наглядного представления картографической информации. Электронные картографические материалы могут быть использованы в районировании территории по целому комплексу признаков, а также при составлении долговременных агроэкологических прогнозов.

Для реализации технологии точного земледелия разработано множество специализированных ГИС, которые содержат в своих тематических слоях информацию, необходимую для рационального земледелия, например, содержание гумуса, фосфора, калия, азота, агрофизические свойства почвы, рельеф, климатические условия и многие другие данные. СППР, используя данные ГИС, на основе заложенных алгоритмов обработки синтезирует карту операции на выполнение агротехнологической операции. Бортовой компьютер, установленный на с.-х. технике, сопоставляет полученные от космических аппаратов GPS координаты положения машины с данными карты состояния поля, в результате чего осуществляется выполнение операции в данной точке участка в соответствии с запланированной схемой работ.

Функционально специализированные ГИС позволяют решать следующие задачи:

- составление и ведение цифровых карт полей сельскохозяйственного назначения;
- создание базы данных по истории полей для определения оптимального севооборота;
- определение состояния плодородия почвы и всхожести культур, рациональное использование минеральных удобрений и средств защиты растений;
- усовершенствование прогнозирования развития культур [6];
- определение площади водной эрозии;
- представление сведений, хранящихся в базе данных в табличном виде, составление карт и вывод их на печать;
- оценка рисков и уточнение страховых платежей.

3. Математическое моделирование

Динамические модели являются принципиально новым средством оценивания ситуации, складывающейся на с.-х. полях с выдачей прогнозов по состоянию посевов и среды обитания растений в реальном времени. Модель позволяет отслеживать динамику важнейших процессов, происходящих в почве, приземном воздухе и растительном покрове, начиная с момента сева (посадки) и кончая датой уборки урожая, являясь интеллектуальным ядром СППР в растениеводстве. Как правило, на вход модели поступают контролируемые (агротехника) и неконтролируемые (погода) воздействия. На выходе модели формируются динамические оценки и динамические прогнозы.

Существующая версия модели Agrotool, разработанной в лаборатории математического моделирования агрозкосистем АФИ (г. Санкт-Петербург), позволяет адекватно описывать следующие агротехнические мероприятия и получать оценку их влияния на производственный

процесс растений: обработка почвы, внесение удобрений и азотных подкормок, сев (посадку), поливы в орошающем земледелии, укосы трав и уборку урожая.

В качестве погодных условий в модели используются суточные данные о метеопараметрах, измеряемых на метеостанциях или метеопостах.

Модель содержит математическое описание следующих процессов, имеющих место в системе «почва - растительный покров - приземный слой воздуха»:

- радиационный режим посева, включая коротковолновую, длинноволновую радиацию и ФАР,
- режим турбулентного переноса паров воды, тепла и углекислого газа в посеве,
- динамика влагопереноса в почве,
- транспирация и физическое испарение,
- трансформация почвенной органики,
- динамика элементов питания растений (азот) в почве и посеве,
- фотосинтез растений,
- развитие растений в онтогенезе,
- рост отдельных органов растений (листьев, стеблей, корней, генеративных или запасных органов) и формирования урожая.

Модель имеет балансовый характер и рассчитывает все составляющие водного и теплового балансов, динамики питательных элементов в почве и накопления растениями органического вещества с суточным временным шагом.

Прикладные аспекты использования моделей в точном земледелии

Принятие решений, например, о необходимости дополнительного внесения удобрений на конкретном участке поля может основываться на информации, полученной с помощью глобальной позиционной и географической информационной систем, традиционных источников, а также на основе экспертных оценок практиков и модельных расчетов. Зная карты урожайности, почвенные и другие характеристики полей, используя математические модели, можно составлять программу движения машинного агрегата (например, с целью внесения удобрений) и по заданным программам вносить на конкретный участок поля соответствующее количество удобрений с сочетанием азота, фосфора и калия в необходимых пропорциях. В СППР неоценима роль моделей [7–10], которые в режиме предварительных расчетов, могут спрогнозировать последствия той или иной агротехнологии, рассчитать оптимальные дозы удобрений, спрогнозировать сроки наступления фено-

фаз, а эксперт по результатам модельных расчетов может дать оценку множеству возможных агротехнологий и отдельным агротехнологическим операциям по экономическим и экологическим критериям.

Библиографический список

1. Хворова Л.А., Брыксин В.М., Гавриловская Н.В., Топаж А.Г. Математическое моделирование и информационные технологии в экологии и природопользовании. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2013. – 277 с.
2. Оскорбин Д.Н., Гавриловская Н.В., Понькина Е.В., Хворова Л.А. Инновационная технология поддержки принятия решений по управлению производством продукции растениеводства // Материалы межд. школы-семинара «Фундаментальные и прикладные исследования в математической экологии и агроэкологии». – Барнаул, 2012. С. 121–127.
3. Хворова Л.А., Гавриловская Н.В., Брыксин В.М. Технология прогноза урожайности зерновых культур с использованием динамических имитационных моделей продуктивности, года-аналога и данных дистанционного зондирования // Материалы 4-й Межд. научно-практической конф. «АГРОИНФО-2009» Информационные технологии, системы и приборы в АПК. Сибирский физико-технический институт аграрных проблем. – 2009. – С. 11–13.
4. Шмаков И.А., Лагутин А.А., Хворова Л.А. Математические технологии восстановления альбедо и NDVI по данным спектрорадиометра MODIS // Материалы межд. школы-семинара «Фундаментальные и прикладные исследования в математической экологии и агроэкологии». – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2012. С. 162–167.
5. Брыксин В.М., Евтушкун А.В., Рычкова Н.В., Хворова Л.А. Верификация модифицированной модели биопродуктивности EPIC на региональном уровне // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. Серия: физико-математ. науки. 2014. Вып. 4. С.121-126.
6. Брыксин В.М., Евтушкун А.В., Хворова Л.А. Интеграция модели продукционного процесса сельскохозяйственных культур в среду геоинформационных систем // Матер. Всерос.конф. с межд. участием «Математические модели и информационные технологии в с/х биологии: итоги и перспективы». – СПб., 2010. – С.76–79.
7. Хворова Л.А. Математические модели в теории и практике точного земледелия // Известия Алтайского государственного университета. – 2011. – № 1/2. – С. 121–125.
8. Хворова Л.А. Модель теплового режима почв в пространственно-дифференцированных технологиях точного земледелия // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного поли-

технического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. –2011. –Т. 4. –№ 128. – С. 101–107.

9. Хворова Л.А., Жариков А.В. Численное моделирование составляющих теплового режима почв Алтайского Приобья // Известия Алтайского государственного университета. – 2013. – № 1/2 (77). – С. 126–130.

9. Лагутин А.А., Волков Н.В., Мордвин Е.Ю., Хворова Л.А. Моделирование климата Западной Сибири с использованием RegCM4: поля температур и осадков // Материалы межд. школы-семинара «Фундаментальные и прикладные исследования в математической экологии и агроэкологии». – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2012. – С. 51–58.

10. Гавриловская Н.В., Топаж А.Г., Хворова Л.А. Моделирование погодных сценариев для оценки урожайности зерновых культур в условиях Западной Сибири // Известия Алтайского государственного университета. 2011. № 1/1 (69). С. 71–77.

УДК 631.16: 519.863

**Применение метода анализа иерархий для оценки
степени значимости параметров в общей оценке
готовности гидротехнического сооружения
к безопасному пропуску паводковых вод**

Е.Ю. Морозюк, Е.В. Понькина

АлтГУ, г. Барнаул

Риски подтопления территорий в результате гидродинамических аварий на гидротехнических сооружениях (ГТС) являются существенными. Для предотвращения таких аварий два раза в год проводят оценку готовности ГТС к безопасному пропуску паводковых вод. Межведомственной комиссией проводится обследование ГТС в рамках предпаводкового и паводкового обследования сооружений для выработки решения по приведению сооружений к безопасному состоянию. В состав комиссии входят специалисты из ККУ «УГОЧС и ПБ в Алтайском крае»; ГУ МЧС России по Алтайскому краю; Главного управления природных ресурсов и экологии Алтайского края; Ростехнадзора; Верхне-Обского бассейнового водного управления [1]. До начала проведения обследования ГТС организовывают разработку оптимальных маршрутов по районному принципу для сокращения времени на обследование всех ГТС. Подготавливают приказ главы администрации района, в котором указывают: задачи проведения обследования, время проведения обследования, состав комиссии, методы обследования,

необходимые технические средства [2]. Цель обследования – своевременное выявление дефектов и опасных явлений, которые могут привести к чрезвычайной ситуации. Комиссия проверяет ГТС по следующим параметрам:

1. Техническое состояние ГТС.
2. Наличие службы эксплуатации.
3. Аварийный запас материальных ресурсов.
4. Наличие плана, согласованного с МЧС России, по локализации и ликвидации аварий с использованием материально-технических средств.
5. Срок эксплуатации.
6. Расчет размера вероятного вреда, который может быть причинен жизни и здоровью физических лиц, имуществу физических и юридических лиц в результате аварии ГТС.
7. Правила эксплуатации ГТС.
8. Договор обязательного страхования гражданской ответственности за причинение вреда в результате аварии на ГТС.
9. Наличие общих сведений о ГТС [3].

Результаты работы межведомственной рабочей группы оформляются актами и предоставляются в Алтайскую межрайонную природоохранную прокуратуру.

Недостатком современной процедуры проверки готовности ГТС к пропуску паводковых вод является ее формальность. В результате обнаружения несоответствий оформляется акт, где указываются нарушения и устанавливается срок на их устранение. Нарушения различного рода равнозначны. Так, например, параметры реальной технической готовности равнозначны параметрам готовности документации. Кроме того, отсутствие системы балльной оценки готовности ГТС затрудняет восприятие ситуации. Устранение данных недостатков процедуры оценки готовности ГТС возможно посредством применения метода анализа иерархий, позволяющего на основе экспертных оценок оценить значимость проверяемых параметров и получить веса, используемые для балльной оценки готовности ГТС к пропуску паводковых вод.

Метод анализа иерархий – математический инструментарий, позволяющий сравнивать альтернативы и посредством их попарного сравнения оценить степень их приоритетности/значимости как для ЛПР, так и в оценке некоторого свойства объекта. Основы применения метода детально изложены в [4]. Отличительной особенностью метода является то, что возможно сравнение объектов/альтернатив по «неизмеряемым» напрямую свойствам.

Для получения оценок значимости параметров состояния ГТС (весовых коэффициентов) в общей оценке готовности ГТС к безопасному

пропуску паводковых вод была разработана анкета, при заполнении которой эксперты осуществляли сравнение параметров готовности ГТС с одним из выбранных. В частности, предлагалось сравнить параметры «Техническое состояние ГТС», «Наличие плана согласованного с МЧС России по локализации и ликвидации аварий с использованием материально-технических средств», «Правила эксплуатации ГТС» со всеми другими параметрами, используя девятив позиционную шкалу (1 – идентичность; оценки 3, 5, 7 и 9 – характеризуют степень превосходства; оценки 1/3, 1/5, 1/7 и 1/9 – степень не значимости параметра относительно сравниваемого).

Экспертами выступили специалисты из ККУ «УГОЧС и ПБ в Алтайском крае», ГУ МЧС России по Алтайскому краю, Главного управления природных ресурсов и экологии Алтайского края, Ростехнадзора, Верхне-Обского бассейнового водного управления. Общее число экспертов – 5 человек. В результате опроса получены матрицы попарных сравнений степени значимости параметров готовности ГТС к пропуску паводковых вод для каждого эксперта и оценки векторов приоритетов (табл.). Согласованность мнений экспертов в оценке значимости равна в среднем 0,17.

Таблица
Результаты оценки значимости параметров готовности ГТС к пропуску паводковых вод (экспертные оценки)

№	Наименование параметра готовности ГТС к пропуску паводковых вод	Вектор приоритетов, по мнению эксперта, %				
		1	2	3	4	5
1	Техническое состояние ГТС	23	8	25	24	6
2	Служба эксплуатации	6	7	7	3	20
3	Аварийный запас материальных ресурсов	4	1	3	3	2
4	Наличие плана, согласованного с МЧС России, по локализации и ликвидации аварий с использованием материально-технических средств	19	8	8	25	4
5	Срок эксплуатации	5	6	4	9	27
6	Расчет размера вероятного вреда, который может быть причинен жизни и здоровью физических лиц, имуществу физических и юридических лиц в результате аварии ГТС	18	26	18	8	22
7	Правила эксплуатации ГТС	11	6	11	11	11
8	Договор обязательного страхования гражданской ответственности за причинение вреда в результате аварии на ГТС	5	17	9	10	1
9	Наличие общих сведений о ГТС	8	21	14	7	8
Отношение согласованности		0,13	0,30	0,15	0,10	0,15

Результаты опроса показали, что в целом мнения экспертов схожи. Существенные отличия наблюдаются в оценках второго эксперта, ко-

торый большую значимость отвел параметрам формального характера «Наличие общих сведений о ГТС», «Наличия расчета вероятного вреда...» и «Договора обязательного страхования...». Согласованность мнения второго эксперта самая низкая, что свидетельствует либо о неверном толковании цели и задач процедуры опроса, либо о его отличном от большинства экспертов субъективном восприятии ситуации. Пятый эксперт в отличие от других указал большую значимость параметров «Срок эксплуатации» ГТС и наличие «Службы эксплуатации». В целом высокая схожесть оценок достигается по параметрам № 3 «Аварийный запас материальных ресурсов» и № 7 «Правила эксплуатации ГТС».

Итоговые результаты оценки значимости признаков в оценке готовности ГТС к пропуску паводковых вод приведены на рисунке. Расчет выполнен путем взвешивания по степени согласованности мнений экспертов (менее согласованные оценки играют меньшую значимость). Заметим, что упорядочение по степени значимости параметров идентично при отсутствии или учете мнения второго эксперта.

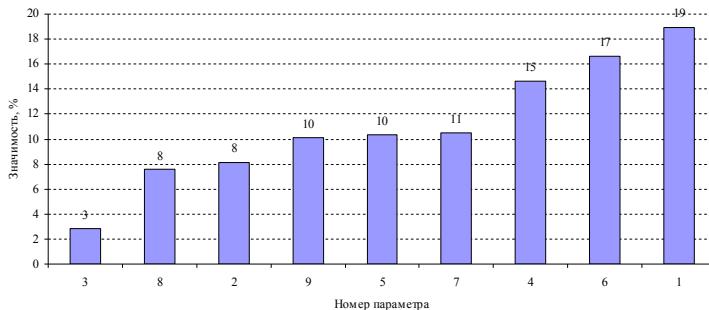


Рис. Интегральная оценка значимости (веса) признака в общей оценке готовности ГТС к пропуску паводковых вод

Расширение круга экспертов до 20-25 человек позволит получить более объективные оценки значимости параметров готовности ГТС к пропуску паводковых вод и сформировать информационную основу для внедрения методики балльной оценки. Применение балльной шкалы, разработанной на основе метода анализа иерархий, позволит учесть в общей оценке готовности ГТС наиболее важные признаки, действительно оказывающие влияние на эксплуатационную готовность.

Библиографический список

1. Положение о межведомственной группе по вопросам безопасности гидротехнических сооружений от 18 февраля 2011 г.

2. Методические рекомендации по организации надзорной деятельности за гидротехническими сооружениями и защите населения и территории от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера и система мониторинга инженерных сооружений (СМИС) г. Барнаул, 2007.
3. Федеральный закон «О безопасности гидротехнических сооружений» № 117-ФЗ от 21 июля 1997 г.
4. Саати Т. Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1989. – 316 с.

УДК 004.942 + 579.64

Решение производственных задач в среде имитационного моделирования AnyLogic

*О.Н. Кунгурова, Л.А. Палкина
АлтГУ, г. Барнаул*

Работа финансовых и производственных организаций в условиях конкуренции требует снижения производственных издержек, обоснованного выбора лучших альтернатив и управления рисками. С целью решения подобных задач необходимы информационные системы, предоставляющие оценки развития ситуации в будущем, оценки рисков и осуществляющие поддержку принятия решений.

Имитационное моделирование позволяет составить «виртуальную модель» производственного или финансового процесса. Правильно составленная модель позволяет оперативно и своевременно принимать обоснованные управленческие решения.

Современные CASE-средства охватывают обширную область поддержки многочисленных технологий проектирования ИС: от простых средств анализа и документирования до полномасштабных средств автоматизации, покрывающих весь жизненный цикл ПО.

Наиболее трудоемкими этапами разработки ИС являются этапы анализа и проектирования, в процессе которых CASE-средства обеспечивают качество принимаемых технических решений и подготовку проектной документации. При этом большую роль играют методы визуального представления информации. Это предполагает построение структурных или иных диаграмм в реальном масштабе времени, использование многообразной цветовой палитры, сквозную проверку синтаксических правил. Графические средства моделирования предметной области позволяют разработчикам в наглядном виде изучать

существующую ИС, перестраивать ее в соответствии с поставленными целями и имеющимися ограничениями.

AnyLogic – программное обеспечение для имитационного моделирования сложных систем и процессов, разработанное российской компанией «Экс Джей Технолоджис» (англ. XJ Technologies). AnyLogic предлагает пользователю графическую среду для создания моделей на основе простых и ясных визуальных средств с дополнительным использованием всех возможностей современного объектно-ориентированного языка Java.

В качестве производственной задачи выбрана модель фотосепаратора.

Фотосепарация (от англ. Colour sorting - цветосортировка, сортировка по цвету) – технология сортировки любых сыпучих материалов, основанная на анализе продукта по цвету.

Фотосепараторы – инновационное оборудование, предназначенное для электронно-оптической сортировки сыпучих продуктов по цвету (рис. 1), позволяющее добиваться чистоты продукта на выходе.

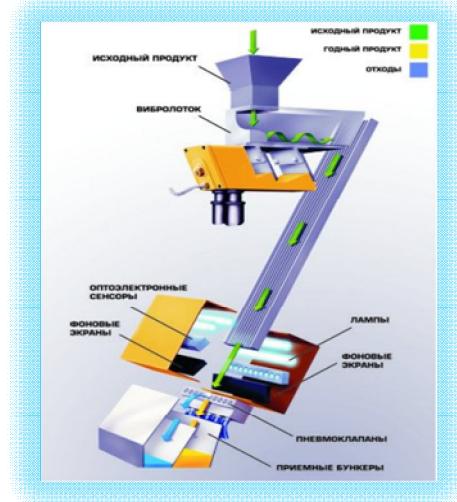


Рис. 1. Фотосепаратор

Широкое применение фотосепарация получила в пищевой сфере, а так же и на непищевых производствах.

Качественные и количественные показатели, характеризующие разработку, напрямую связаны с аналогичными показателями фотоэлектронного сортировщика.

Поскольку в основе построения любого фотосепаратора лежат законы физики падения тела, которое обследуется в процессе своего падения, и, в случае, когда тело признано электроникой негодным, оно при помощи воздушной струи меняет траекторию своего падения, отделяясь от основной массы годного продукта. Попадая в зону обследования, каждая зерновка осматривается датчиками отдельно. Во избежание наслаждения продукта очень важно правильно подобрать режим подачи зерновок и обеспечить их движение в один слой с одинаковой скоростью и на равном удалении друг от друга.

Засоритель отличается от годного продукта по форме и весу. Из-за этого происходит наложение продукта на засоритель в зоне осмотра, что ведет к потере годного продукта, либо к повышению отхода в годном продукте, а это в свою очередь влияет на производительность аппарата в целом.

Важнейшим фактором, влияющим на производительность аппарата, является степень засоренности основного продукта. Чем больше засорителя присутствует в исходном продукте, тем меньше производительность фотосепаратора. Это объясняется необходимостью «обрабатывать» признанные негодными зерновки, удалить их из основного продукта. Фотосепаратор удаляет негодное зерно при помощи основного инструмента – эжекторов, изменяя траекторию его падения используя воздушную струю (рис. 2).

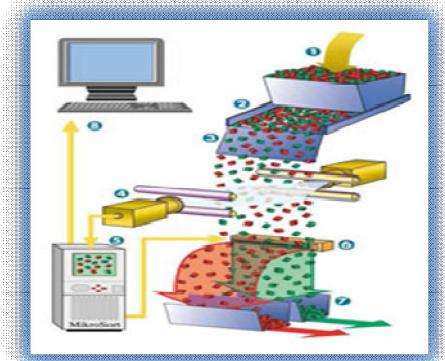


Рис. 2. Сортировка продукта по цвету

В настоящее время настройка фотосепараторов осуществляется вручную на основе анализе продукта только по цвету. Производительность фотосепаратора, качество и скорость сортировки во многом зависят от продукта сортировки, его физических свойств и физических свойств засорителя. Возникает необходимость учета таких параметров

продукта и засорителя как цвет, физические размеры зерновки, удельный вес, аэродинамические свойства, плотность. Эти параметры должны учитываться оператором при настройке фотосепаратора на сортировку продукта и, в той или иной степени, отображаться в меню настройки аппарата.

Поскольку число параметров сортировки увеличивается, возрастают требования к качеству продукта на выходе, возникла необходимость построения имитационной модели фотосепаратора (рис. 3). Новизна состоит в уникальности предлагаемой модели фотоэлектронного сортировщика для различных сыпучих продуктов, с целью достижения максимальной реалистичности принципов работы фотосепаратора, которые в дальнейшем будут оптимизированы для повышения качества сортируемого продукта.

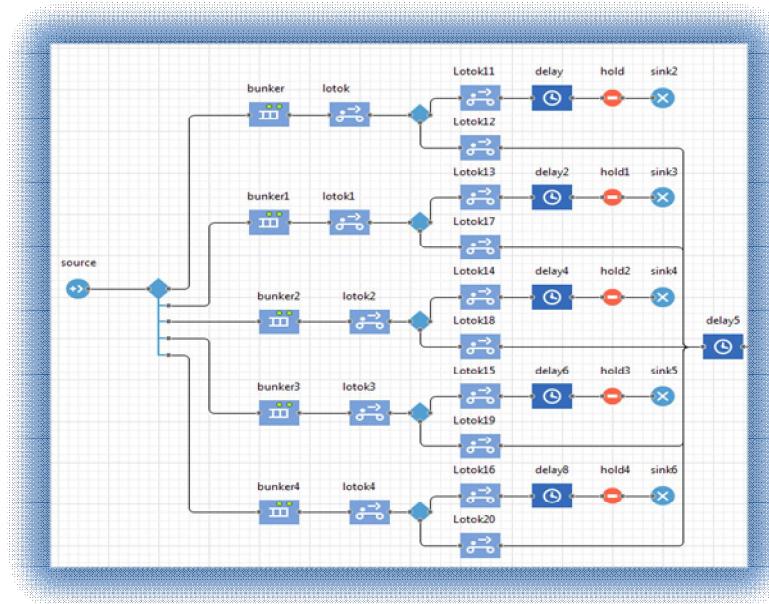


Рис. 3. Модель фотосепаратора в среде Anylogic

Модель (условно) можно разделить на две части: процесс первичной сортировки и процесс вторичной сортировки. Процесс первичной сортировки, в которой годный продукт отделяется от засорителя (условно плохого продукта), проходит следующим образом: в бункер загружается исходный продукт с определенным процентом засоренно-

сти. Из бункера продукт поступает на лоток, по которому перемещается в контрольную точку, где происходит сортировка.

Отсортированный годный продукт попадает в первое хранилище, а условно плохой продукт – во второе, откуда транспортируется по трубе в другой бункер для последующей сортировки. Процесс вторичной сортировки аналогичен первичной. Только в данном случае отделяется засоритель от условно годного продукта, отсортированный продукт остается в хранилище.

Схема передвижения продукта представлена на рисунках 4, 5.

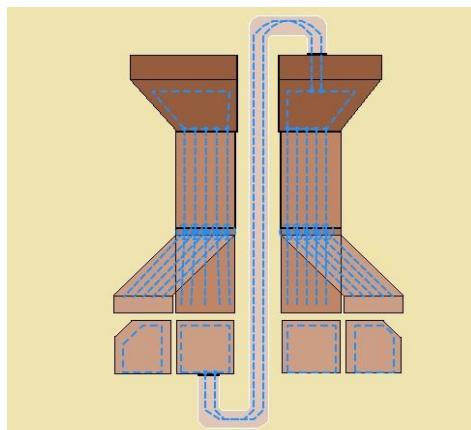


Рис. 4. Схема модели фотосепаратора

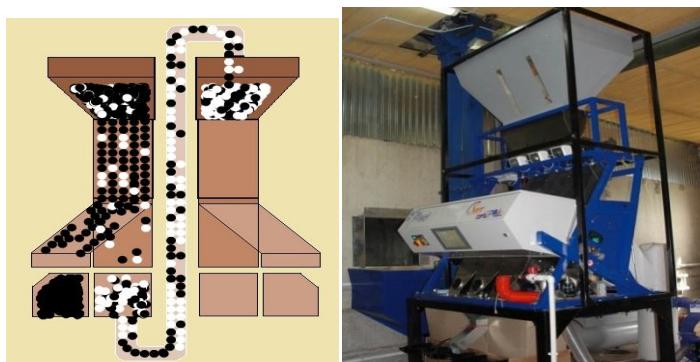


Рис. 5. Фотосепараторы: модель и оригинал

В процессе работы модели накапливается статистики о количестве брака и годного продукта.

Анализ технологической эффективности производства зерновых и подсолнечника в условиях Кулундинской степи Алтайского края на основе метода DEA

Д.В. Курочкин, Е.В. Понькина

АлтГУ, г. Барнаул

Метод DEA (*Data Envelopment Analysis*) позволяет оценить технологическую эффективность хозяйственного объекта путем решения задачи математического программирования. Базовая конструкция моделей DEA была предложена в 1978 г. А. Чарнзом, У. Купером и Е. Родосом [1] и содержит модели, ориентированные на выход (*CCR-output*), ориентированные на вход (*CCR-input*). Оценки эффективности, полученные на основе указанных моделей, идентичны, различна лишь интерпретация результатов. Так, используя показатель *TE*, можно оценить степень эффективности производственной деятельности объекта *o* ($o \in \{1, \dots, N\}$) путем решения задачи математического программирования вида (*CCR-output*):

$$\phi^* \rightarrow \max_{(\phi, \lambda) \in Q_o} \phi, \quad (1)$$

$$Q_o = \left\{ (\phi, \lambda) \in R_+ \times R_+^n : \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{js} \leq x_{os}; \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rs} \geq \phi y_{or}; s = \overline{1, S}; r = \overline{1, R} \right\},$$

где ϕ^* – индикатор эффективности, характеризующий величину пропорционального увеличения выходов, при действующих входах; y_{jr}, x_{js} – наблюдаемые для j -го объекта выходы и входы; λ_j – весовые параметры модели.

Задача (1) является моделью, ориентированной на выход при гипотезе CRS (постоянного эффекта от расширения масштаба производства). Модель CCR-output при гипотезе о VRS (переменного от расширения масштаба производства) формируется в модель BCC-output путем добавления ограничения $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ к задаче (1). В целом, решение N задач приближают границу эффективности, которая представляет собой выпуклую оболочку множества производственных возможностей,

образованную путем отсечения полуплоскостей, проходящих через смежные, граничные точки.

Решение $\phi^* = 1$ свидетельствует об эффективности объекта и невозможности увеличения выхода при имеющихся входах. Однако, как показывают исследования, этого факта не достаточно для полной (100%) эффективности. Объекты, лежащие на границе, могут быть слабо эффективными в связи с тем, что ограничения задачи не выполнены как равенства. В связи с этим, вычисление остаточных d_s^- и избыточных d_s^+ переменных в ограничениях задачи (1) дает дополнительную информацию о степени эффективности объекта и величине отклонения от границы эффективности:

$$d_s^{-*} = x_{os} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{js}; \quad d_s^{+*} = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{jr} - \phi^* y_{or}. \quad (2)$$

Указанный метод широко применяется зарубежными исследователями для решения практических задач, в том числе в сфере сельского хозяйственного производства. Авторами показано [2, с. 8-15], что метод DEA обладает рядом преимуществ и недостатков в измерении технологической эффективности.

Исследование технологической эффективности сельскохозяйственного производства в условиях Кулунды сфокусировано на группе сельскохозяйственных предприятий различных форм собственности растениеводческой специализации (доля в выручке от производства продукции растениеводства более 60%), осуществляющих производство зерновых культур и подсолнечника. В анализе не учитываются предприятия, возделывающие сахарную свеклу, что продиктовано необходимостью обеспечения относительной сопоставимости показателей (однородности выборки), а возделывание сахарной свеклы оказывает существенное влияние и на севооборот, и структуру производственных расходов.

Для формирования базы исходных данных использовались результаты сплошного статистического наблюдения «Главного управления сельского хозяйства Алтайского края» за период 2008-2012 гг. Период наблюдений характеризуется разнообразными климатическими условиями в крае (от сильной засухи, минимальной продуктивности культур и ростом цен в 2012 г. до благоприятных климатических условий и высокой урожайности в растениеводстве, но сильным падением цен в 2009 г.), что позволяет выявить потенциал и адаптивность агропроизводственной системы в различных по благоприятности условиях [3]. Объем выборки варьируется по годам исследования от 52 до 69 объек-

тов и является достаточным для получения объективных оценок. Анализ эффективности ориентирован на выявление различий в динамике и устойчивости технологической эффективности с учетом почвенно-климатическое районирования территории Кулундинской равнины на зоны сухой степи, типичной степи и лесостепи. Выборка содержит от 26 до 30 предприятий, ведущих производство в условиях сухой степи и от 17 до 27 предприятий – лесостепи.

В качестве входов рассматриваются статьи переменных затрат на производство продукции растениеводства, а выход оценивается по величине стоимости произведенной продукции, рассчитанной в среднегодовых ценах реализации производителя (табл. 1). Отсутствие в структуре затрат на амортизацию и прочих расходов связано с проблемами соотношения предприятий, осуществляющих хозяйственную деятельность в разных налоговых режимах и необходимости исключения факторов кредитования, поэтому в расчет берутся переменные издержки, непосредственно влияющие на выпуск продукции (выход).

Таблица 1

Среднее значение входов и выходов по объектам наблюдения

Показатель, тыс. руб.	Обоз- на- чение	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.	2012 г.
Выход						
Стоимость произведенной продукции	y	29 908	29 696	26 720	26 447	29 227
Входы (затраты по статьям):						
Семена и посадочный материал	x_1	2 763	3 332	3 017	3 329	4 422
Минеральные удобрения	x_2	399	350	313	425	442
Средства защиты растений	x_3	869	934	1 413	1 303	1 415
Энергия и нефтепродукты	x_4	5 782	4 190	4 472	4 453	5 338
Запасные части и материалы для ремонта	x_5	3 386	2 596	2 853	2 533	3 194
Заработка плата и социальные отчисления.	x_6	4 212	4 634	5 133	4 939	5 289
Кол-во объектов выборки, ед.	N	64	61	69	58	52

В результате применения метода DEA (CRS, VRS) на каждый год исследования получены оценки индекса TE , резервов прироста производительности и экономических показателей в расчете на 1 га площадей посева (рис. 2 и 3). Средняя величина TE за 2008-20012 гг. составила 0,6 при учете постоянного эффекта от расширения масштабов деятель-

ности (CRS), 0,71 при переменном эффекте (VRS), масштабной эффективности – 0,86 (вариация – 13, 12 и 6%, соответственно). Большая доля предприятий характеризуется переменным эффектом от расширения масштабов деятельности, поэтому более объективной является оценка эффективности DEA_VRS.

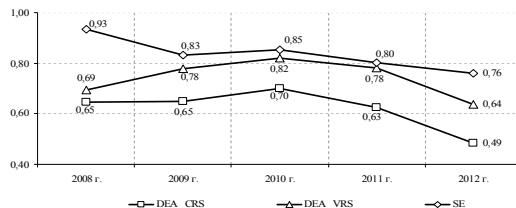


Рис. 2. Средняя технологическая эффективность производства зерновых культур и подсолнечника по предприятиям Кулундинской степи в Алтайском крае

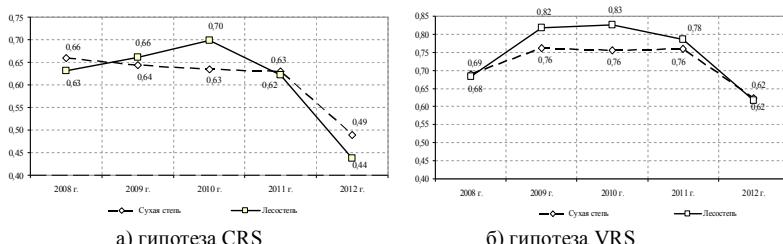


Рис. 3. Средний индекс технологической эффективности предприятий, осуществляющих производство в сухой степи и лесостепи, Кулундинская степь Алтайского края

Результаты исследования показали, что наибольшее падение технологической эффективности произошло в 2012 году (засуха). В критических условиях 2012 года доля предприятий, оказавшихся неэффективными составила, 42%, что значительно выше, чем в другие годы (<16%). Фактор засухи сказался негативно и на результатах деятельности предприятий, при этом рыночные реакции (в виде повышения закупочной цены) запоздали и не оказали существенного влияния на финансовые результаты в растениеводстве. Существенной является доля неэффективных предприятий в 2009 году (период перепроизводства и резкого падения цены) – 16% от объема выборки. Наиболее благоприятным для достижения технологической эффективности оказался

2010 год, в котором средняя урожайность составила 12,3 ц/га зерновых и зернобобовых. В целом, по всей выборке предприятий, оценка величины экономически целесообразного прироста урожайности зерновых и зернобобовых культур составила от 2,7 до 5,4 ц/га в 2010 и 2012 гг. соответственно, в среднем за период исследования – 3,9 ц/га. Общая оценка реализации производственного потенциала с учетом экономических факторов составляет более 70% как по урожайности культур, так и по стоимости произведенной продукции растениеводства.

Сравнивая динамику технологической эффективности предприятий лесостепи и сухой степи, видно, что в целом для предприятий в лесостепи индекс TE доминирует относительно предприятий сухой степи. Финансовые потери предприятий вследствие технологической неэффективности в условиях сухой степи выше, чем аналогичный показатель в условиях лесостепи на 300-600 руб./га (в среднем на 23%). Это обусловлено преимущественно различием почвенных и климатических условий производства и может характеризовать объективно «неблагоприятность» природных условий производства в условиях сухой степи. Этот факт необходимо учитывать при формировании государственной политики поддержки производства продукции растениеводства, которая должна быть направлена на нивелирование негативного влияния разнородных факторов на агропроизводственную систему и учитывать объективные различия в условиях производства при назначении погектарных субсидий в растениеводстве.

Библиографический список

1. Charnes A., Cooper W., Rhodes E. Measuring the Efficiency of Decision Making Units. European Journal of Operational Research. 1978. Vol. 2. Pp. 429–444.
2. Лобова С.В., Понькина Е.В., Межин С.А., Курочкин Д.В. Количественная оценка влияния технологических и социо-экономических факторов на результативность сельскохозяйственных предприятий Алтайского края на основе методов Data Envelopment Analysis (DEA) и Stochastic Frontier Analysis (SFA) / Препринт 2/13. – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2013. – 60 с.
3. Понькина Е.В., Курочкин Д.В. Практико-ориентированное DEA-моделирование эффективности производства зерна // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2013. – № 9 (107). – С. 133-139.

**Исследование симбиотической азотфиксации
с помощью методов и инструментов
многоподходного математического моделирования**

А.Г. Топаж¹, А.В. Абрамова², К.Г. Неупокоева²

¹*ФГБНУ «Агрофизический научно-исследовательский институт», г. Санкт-Петербург; ²АлтГУ, г. Барнаул*

Магистральная тенденция развития современных методов математического моделирования в различных предметных областях естественных наук связана с появлением так называемых мультипарадигменных или гибридных моделей. В таких моделях одно и то же явление или феномен может рассматриваться и описываться с одновременным использованием нескольких принципиально разных математических методов формализации и/или техник имитационного моделирования. Подобное смешение подходов в рамках одной модели зачастую позволяет взглянуть на объект исследования с разных точек зрения, отразить в модели различные факторы и аспекты его поведения и получить синергетический эффект.

В данной работе рассматривается исследование с помощью методов и инструментов многоподходного математического моделирования важнейшего процесса, обеспечивающего стабильность и экологическую устойчивость естественных и антропогенных биоценозов, – симбиотической азотфиксации атмосферного азота клубеньковыми бактериями в корнях бобовых растений.

Биологическая азотфиксация – уникальный механизм и потенциально практически неисчерпаемый естественный источник минеральных соединений азота – важнейшего питательного элемента культурных растений. Создание специфических севооборотов с участием бобовых культур за счет использования бобово-ризобиальных систем составляет основу «биологического земледелия». Понимание движущих механизмов данного процесса может быть достигнуто как в ходе экспериментальных исследований, так, в том числе, и с помощью методов математического имитационного моделирования. В частности, совершенно необходимым представляется включение алгоритмов симбиотической азотфиксации в математические модели производственного процесса бобовых культур, а, следовательно, и в «моделецентрические» системы расчета сельскохозяйственных севооборотов с их участием [1, 2].

Действительно, блоки описания процесса симбиотической азотфиксации включены в состав всех наиболее распространенных комплексов динамического моделирования агроэкосистем. Соответствующие подмодели основываются на традиционном системно-динамическом или поточно-балансовом подходе, то есть законы поведения исследуемого «пассивного» объекта формулируются в виде предопределенных причинно-следственных связей (потоков вещества и энергии), математическим выражением которых выступают системы обыкновенных дифференциальных уравнений или уравнения в частных производных [3].

В приложении к рассматриваемой проблеме моделирования симбиотической азотфиксации многоподходность, прежде всего, выражается в том, чтобы попытаться расширить этот традиционный формализм описания. Так, если встать на точку зрения эволюционной теории и попытаться не просто зафиксировать наблюдаемые законы поведения, но попытаться объяснить и вывести принципы их возникновения в живой природе, то для описания симбиотической азотфиксации может быть применен принципиально иной математический аппарат [4].

В самом деле, азотфиксация, как типичное парное взаимодействие, может быть описана в терминах совместного функционирования двух независимых активных агентов, образующих симбиоз, каждый из которых обладает своей собственной целью и собственными интересами. В рассматриваемом случае данными агентами выступают бобовое растение и азотфиксирующие бактерии (ризобии). При подобном подходе открывается возможность не просто констатации видимых проявлений кооперативного поведения, но и объяснения данного природного феномена, то есть в определенном смысле прослеживание его эволюционного генезиса.

Более того, представляется, что бобово-ризобиальное взаимодействие может служить исключительно ценным объектом исследования возникновения подобного кооперативного поведения в широком классе живых систем. Известно, что свободно живущие ризобии не нуждаются в симбиозе с растениями для поддержания своей популяции, и в этом состоянии они не задействуют энергетически затратные механизмы фиксации атмосферного азота. Сущность бобово-ризобиального симбиоза проявляется именно в том, что бактерии вырабатывают лабильный азот в качестве своеобразной платы за снабжение их растением углеродосодержащими питательными веществами (сахарами и т.п.).

Исследование вопросов односторонней или двусторонней стимуляции подобного рода взаимодействия, определение наличия или отсутствия единственного «центра принятия решений» в данной системе,

обеспечение устойчивости кооперативных стратегий к проявлениям «мошенничества» субъектов взаимодействия, то есть существование эволюционно стабильных стратегий и механизмов их поддержания, требуют использования математического аппарата теории оптимальных решений и теории игр. Построение и исследование соответствующего семейства моделей составляет содержание данной работы.

В докладе представлены результаты исследования следующих модельных решений:

1) поточко-балансовая детерминистическая модель азотфиксации в системно-динамической и агентной постановке;

2) модель симбиотической азотфиксации, в которой активным действующим агентом выступает бобовое растение, и ее анализ методами теории оптимального управления;

3) модель симбиотической азотфиксации, в которой активными действующими агентами выступают колонии азотфиксацирующих бактерий (ризобий) с различными параметрами поведения (популяция с неоднородной структурой);

4) модель симбиотической азотфиксации, с двумя активными агентами (бобовое растение и ризобии), полученная путём совмещения двух ранее разработанных классов моделей, в каждой из которых поведение одного из агентов пассивно (заранее известно другому агенту). Полное исследование получившейся двухкомпонентной динамической модели предполагает использование методов теории неантагонистических дифференциальных игр [5]. Однако для широкого класса формализаций оказывается возможным показать, что практически на всем временном интервале интегрирования динамической системы индивидуальные оптимальные стратегии обоих субъектов взаимодействия совпадают между собой. Тогда для количественного исследования получившейся вариационной задачи с двумя скалярными функциями управления можно использовать классический аппарат принципа максимума Понтрягина.

Библиографический список

1. Баденко В.Л., Гарманов В.В., Иванов Д.А., Савченко А.Н., Топаж А.Г. Перспективы использования динамических моделей агроэкосистем в задачах средне- и долгосрочного планирования сельскохозяйственного производства и землеустройства // Российская сельскохозяйственная наука. – 2015. – № 1-2. – С. 72-76.
2. Полуэктов Р.А., Смоляр Э.И., Терлеев В.В., Топаж А.Г. Модели продукционного процесса сельскохозяйственных культур.– СПб.: Изд-во С.– Петерб. ун-та, 2006. – 396 с.

3. Хворова Л.А., Топаж А.Г., Абрамова А.В., Неупокоева К.Г. Подходы к описанию симбиотической азотфиксации Часть 2. Анализ подходов к математическому моделированию процесса // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2015. №1/1 (85). С. 192–196.
4. Новосельцев В.Н. Теория управления и биосистемы. – М. : Наука, 1978, 320 с.
5. Айзекс Р. Дифференциальные игры. – М.: Мир, 1967. – 480 с.

УДК 502.05

Международная мониторинговая сеть в степной зоне Алтайского края

**В.В. Щербинин¹, А.А. Бондарович¹, А.В. Пузанов²,
Р. Майсснер³, Х. Рупп³, М. Фрюауф³, Г. Шмидт⁴,
Э. Штефан⁴, П. Иллигер⁴, Д.Н. Балыкин²**

¹ АлтГУ, г. Барнаул; ² ИВЭП СО РАН, г. Барнаул;

³ Центр исследования окружающей среды им. Гельмгольца,
департамент физики почв, лизиметрические станции,
г. Фалькенберг; ⁴ Институт наук о Земле и географии,
Университет Мартина-Лютера Галле-Виттенберг,
г. Галле

Проводившееся в середине XX века интенсивное хозяйственное освоение степной и лесостепной зон Западной Сибири привело к ряду негативных экологических и социально-экономических последствий. Площадь распаханных целинных земель в 1954-63 гг. в СССР превысила 42 млн. га, при первоначальном плане в 13 млн. га, при этом была допущено несколько серьёзных ошибок, среди которых – сплошная распашка каштановых почв сухих степей на площади около 20 млн. га [1], куда вошла и Кулундинская равнина (Западно-кулундинская физико-географическая провинция). Интенсивная распашка каштановых почв драматическим образом совпала с засухами. Итогом подобного освоения Кулундинской равнины стала деградация почв на больших площадях под влиянием ветровой и водной эрозии [2]. В настоящее время, скорости потерь содержания гумуса в Алтайском крае различны и составляют от 0,023/год до 0,1%/год, а наибольшая интенсивность

процессов дегумификации наблюдается именно в пределах Кулундинской равнины (провинции) [3]. Данные проблемы в настоящее время обостряются на фоне изменений глобального и регионального климата и, в первую очередь изменений водного баланса почв, который, в свою очередь, является определяющим для обеспечения биологической продуктивности почвы и, соответственно, устойчивого развития сельских территорий.

Для исследования влияния различных агротехнологий на состояние ландшафта, процессы накопления гумуса и сохранения почвенной влаги, с целью выбора методов обработки почвы, наиболее адекватных сложившимся в степной зоне Алтайского края климатическим условиям, был организован международный проект «Кулунда» – Как предотвратить глобальный синдром «dust bowl» – «пыльных бурь»? финансируемый Федеральным министерством образования и науки Германии (нем. сокр. BMBF) в период 2011–2016 г., а также Российским фондом фундаментальных исследований. Проект инициирован учеными Института наук о земле и географии Университета Мартина Лютера Галле-Виттенберг – ведущего научно-образовательного центра земли Заксен-Анхальт, которая является самой засушливой частью Германии. Для проведения тестовых испытаний заложены опытные поля в трех хозяйствах Алтайского края в с. Полуямы, Михайловский район (КФХ «Партнер»); п. Первомайский, Мамонтовский район (ЗАО ПР «Тимирязевский») и п. Комсомольский, Павловский район (ФГУП ПЗ «Комсомольское» Россельхозакадемии), в которых была развернута мониторинговая сеть по наблюдению за значимыми климатическими и почвенно-гидрологическими параметрами.

Наибольшее количество оборудования расположено в с. Полуямы: автоматическая метеорологическая станция, автоматическая лизиметрическая станция и две автоматические почвенно-гидрологические станции. Автоматическая метеорологическая станция обеспечивает ежечасное измерение следующих параметров почвы: количество атмосферных осадков в капельном виде; скорость и направление ветра; температура и относительная влажность воздуха; атмосферное давление; количество атмосферных осадков. Последний датчик обеспечивает измерение не только осадков в капельном виде (дождь), но и тумана и снега. Каждые шесть часов результаты измерений передаются на сервер АлтГУ. Лизиметрическая станция представляет собой уникальный прибор, обеспечивающий возможность изучения процессов тепловлагопереноса в почве с учётом испарения. На станции установлены два керна почвы: один взят с обрабатываемого поля, а другой – с многолетней залежи. Керны установлены на весах. Площадь поверхности

каждого керна – 1 кв.м. Поскольку рядом с лизиметрической станцией установлена метеорологическая станция, количество осадков, попавших в керны, известно. Уменьшение массы может произойти либо за счёт вытекания воды в дренаж, либо за счёт испарения – так становится возможным количественно описать последний из процессов. Помимо массы кернов почвы, лизиметрическая станция определяет в каждом из них температуру, влажность и влагу, доступную растениям потенциал почвенной влаги (доступную растениям влагу) на трёх глубинах: 30, 50 и 120 см. Измерения производятся один раз в час. Почвенно-гидрологические станции расположены на опытном поле под участками, на которых используются разные способы обработки почвы. Почвенно-гидрологические станции четырежды в сутки определяют температуру, влажность и влагу, доступную растениям потенциал почвенной влаги (доступную растениям влагу) на трёх глубинах: 30, 60 и 130 см.

В п. Первомайский расположена метеорологическая и две почвенно-гидрологические станции, выполняющие аналогичные измерения.

Библиографический список

1. Чибилёв А.А., Левыкин С.В. Целина, разделенная океаном (актуальные заметки о судьбе степей Северного полушария) // Степной бюллетень. – Новосибирск, 1998. – № 1. – С. 3-9.
2. Frühauf M., Meinel T. Desertification in the agricultural used dry stepps in Central Asia // Proceedings of the International Conference Soil and Desertification - Integrated Research for the Sustainable Management of Soils in Drylands 5-6 May 2006, Hamburg.
3. Морковкин Г.Г., Байкалова Т.В., Максимова Н.Б., Овчинов В.И., Литвиненко Е.А., Дёмина И.В., Дёмин В.А. Динамика структуры агроландшафтов, состояния почвенного покрова и показателей плодородия почв степной зоны Алтайского края // Вестник Алтайской науки. – 2014. – № 1. – С. 185-192.

Секция 7. ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 51-77

Особенности преподавания курса «Управление персоналом» для математических специальностей

Г.А. Булатова, А.С. Маничева, Н.М. Оскорбин
АлтГУ, г. Барнаул

Учебный курс «Управление персоналом» входит в список обязательных дисциплин вариативной части образовательной программы подготовки бакалавров по направлению «Прикладная математика и информатика».

В докладе обсуждаются особенности преподавания данной дисциплины, связанные с включением не только экономических основ и методов управления, но и оригинальных математических моделей поведения работников в условиях локального рынка труда.

Рабочая программа курса включает следующие разделы [1]:

1. Экономические основы и методы управления персоналом.
2. Кибернетические основы и методы управления персоналом.
3. Математические модели поведения персонала в трудовых процессах.

В первом разделе поясняются основные понятия, связанные с персоналом (трудовые ресурсы, персонал, его признаки и свойства, рабочая сила). Рассматриваются структура персонала, ее основные виды и классические истоки управления персоналом, в частности, научные принципы системы Ф. Тейлора, методы планирования, отбора, найма и оценки персонала. Подробно раскрывается комплекс вопросов мотивации и стимулирования труда.

Во втором разделе рассматриваются основные понятия теории управления, задачи и методы управления персоналом в трудовых процессах и типовая структура системы управления персоналом. Методологическим подходом структурирования понятий выступает принцип элементарной управляемой системы, при котором эффективно используется структурно-функциональный подход к исследованию процессов управления персоналом организаций с применением экономико-математических методов и моделей [2].

В третьем разделе рассматриваются вопросы моделирования поведенческих характеристик персонала в трудовых процессах и приводятся примеры таких моделей. Описываются модель трудовой активности персонала в условиях равновесного локального рынка труда, задача оптимизации размера бонуса менеджера, оптимизация числа работников в группе и другие [1, 2].

При изложении учебного материала широко используются простые примеры применения экономико-математических моделей, в том числе модельные системы, для исследования которых предлагаются компьютерные программы.

Все разделы содержат вопросы и задания для самоконтроля, а также имеется список источников литературы для более глубокого изучения рассмотренных тем.

Авторы надеются, что представленные в работах [1, 2] материалы будут востребованы бакалаврами, магистрантами и аспирантами, изучающими дисциплины, связанные с теорией управления, с методами обоснования оптимальных решений в социальных и экономических системах.

Библиографический список

1. Булатова Г.А., Маничева А.С., Оскорбин Н.М. Методы и математические модели управления персоналом : учебное пособие / Г.А. Булатова, – Барнаул : Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 107 с.
2. Оскорбин Н.М. Исследование систем управления. Программа и конспект курса. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 21 с.

УДК 375

Оценка эффективности применения электронного учебно-методического комплекса в среде Moodle

Г.В. Кравченко
АлтГУ, г. Барнаул

Основной задачей по организации образовательного процесса вуза является качественная подготовка специалистов в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО).

В системе высшего образования более развита внешняя оценка качества, ориентированная на стандарты и показатели эффективности. Основными элементами этой системы являются стандартизация и про-

цедуры лицензирования, аттестации и аккредитации, а также комплексное оценивание образовательных учреждений на основе рейтинговой системы. В рамках внешнего оценивания все больше возрастает значение внутренней системы оценивания качества образовательного процесса.

Однако не вызывает сомнения то, что невозможно говорить о качестве и усовершенствованиях образовательного процесса в целом – необходимо выделение его отдельных элементов, качество которых наиболее существенно для качества образовательного процесса как системы, таких как:

- 1) профессиональный уровень профессорско-преподавательского состава (ППС);
- 2) качество учебных программ;
- 3) качество подготовки студентов;
- 4) техническая оснащенность вуза и обеспеченность информационными ресурсами;
- 5) качественное учебно-методическое обеспечение образовательного процесса.

Именно на последней составляющей остановимся более подробно. В соответствии с положением об электронном учебно-методическом комплексе (ЭУМК) дисциплины в Алтайском государственном университете [1], определяющим состав и содержание ЭУМК по дисциплине, учебно-методические материалы для обучающихся и преподавателей, организацию контроля качества содержания и реализации, ЭУМК должны быть разработаны для всех видов учебных занятий, структурированы определенным образом и быть выставлены в системе дистанционного обучения Moodle на Едином образовательном портале Алтайского государственного университета (АлтГУ).

Экспертиза ЭУМК на соответствие ФГОС ВПО, проводимая специалистами управления автоматизации АлГУ, во многом позволяет оценить только состав ЭУМК.

Об этом говорят все 10 показателей, приведенных в оценочном листе:

- наличие РПД и ФОС;
- наличие инструкции по использованию ЭУМК для студентов;
- дизайн главной страницы;
- наличие названий разделов;
- наличие словаря терминов;
- наличие учебных материалов;
- наличие фотогалерей;
- наличие тестов;

- наличие заданий для студентов;
- наличие лекций.

В этом перечне нет ни одного показателя, свидетельствующего об эффективности применения ЭУМК в учебном процессе. Но состав и структура ЭУМК сами по себе еще не дают гарантию эффекта от его применения.

Методики и технологии применения ЭУМК чрезвычайно разнообразны, их состав, система целеполаганий, логико-информационные основы предъявления учебной информации и организации самостоятельной работы и познавательной деятельности студентов во многом является творчеством преподавателя, которое играет здесь решающую роль.

Некоторые специалисты утверждают, что эффективность применения ЭУМК в учебном процессе можно выявить лишь на конечном этапе обучения в результате педагогического эксперимента, как мы это и делаем по завершению обучения дисциплине [2].

Однако, по нашему мнению, существуют объективные показатели, с помощью которых можно непосредственно в процессе обучения оценить эффективность применения ЭУМК в конкретной учебно-методической среде конкретного вуза и в конкретных условиях.

Поэтому для оценки эффективности применения ЭУМК в учебном процессе Алтайского государственного университета мы предлагаем:

- развернуть научные исследования, связанные с инновационным применением средств и методов повышения эффективности учебного процесса в системе Moodle;
- обеспечить объективность и прозрачность оценки деятельности ППС по разработке и применению ЭУМК;
- разработать порядок стимулирования ППС по результатам мониторинга применения ЭУМК в учебном процессе.

Эффективность применения ЭУМК, по нашему мнению, определяется следующими моментами:

- активностью работы студентов с элементами ЭУМК;
- работой преподавателя в ЭУМК по сопровождению учебного процесса (мониторинг работы студентов с элементами ЭУМК, организация и проведение интерактивных форм взаимодействия, таких как чат, форум, лекция с элементами деятельности и др.);
- соответствием состава и структуры ЭУМК предъявляемым требованиям и оснащенностью его инновационными элементами;
- постоянной актуализацией структуры и отдельных элементов ЭУМК для повышения эффективности учебного процесса.

Мониторинг эффективности применения ЭУМК предлагается осу-

ществлять ежемесячно. Для оценки эффективности применения ЭУМК, расположенных на Едином образовательном портале Алтайского государственного университета, с учетом имеющихся методик [3], мы предлагаем рассматривать следующие показатели:

1. Процент активных пользователей ЭУМК (сделавших не менее 10 входов в систему Moodle) из тех, которые должны были к нему обращаться в отчетный период времени.
2. Среднее количество ответов преподавателя на одного активного пользователя.
3. Среднее число сообщений на форумах курса на одного активного пользователя.
4. Среднее количество файлов в заданиях, проверенных преподавателем на одного активного пользователя.
5. Использование в ЭУМК инновационных элементов, таких как: видео- и аудио-ролики, видео-лекции, мультимедийные презентации и др.
6. Доля открытых вопросов и вопросов типа «эссе» в тестах ЭУМК.
7. Результаты анонимного анкетирования студентов.

В настоящее время идет процесс определения веса каждого показателя и проверка их валидности. Но уже сейчас можно с уверенностью утверждать, что предлагаемые показатели (с возможным изменением их состава и содержания) могут быть использованы для мониторинга эффективности применения ЭУМК в системе дистанционного обучения Moodle.

Библиографический список

1. Положение об электронном учебно-методическом комплексе дисциплины в Алтайском государственном университете. – URL: <http://portal.edu.asu.ru>.
2. Кравченко Г.В., Лаврентьев Г.В. Построение дистанционного курса и организация обучения студентов высшей школы в системе Moodle // Известия Алтайского государственного университета. – 2013. – № 2-2 (78). – С. 26-29.
3. Васильев К.О., Карпухин Н.В., Стригун А.И. Об одном подходе к оценке эффективности применения электронных учебно-методических комплексов // Ученые записки Международного банковского института. – 2014. – № 9. – С. 16-20.

Балльно-рейтинговая система контроля знаний

Л.А. Линевич

АлтГУ, г. Барнаул

В настоящее время во многих вузах страны активно внедряется балльно-рейтинговая система оценки знаний студентов. Это во многом связано с тем, что существовавшая ранее система контроля знаний постепенно вступила в противоречие с современными требованиями к подготовке квалифицированных специалистов. Классическая форма проверки знаний зачастую является нерезультативной, т.к. проверить объем знаний студента по изучаемой дисциплине за время, отведенное на проведение экзамена невозможно. К недостаткам традиционной системы контроля можно отнести: отсутствие стимулов для систематической аудиторной и самостоятельной работы студентов, размытость критериев оценки труда обучаемых, крайне слабую индивидуальную работу с учащимися.

При ранее использовавшейся системе оценки знаний студент мог несистематически, а часто и недостаточно добросовестно и малоактивно заниматься в течение семестра, однако на экзамене получить отличную оценку за счет фактора случайности. В результате такой студент мог стать хорошо успевающим или даже отличником. С другой стороны, трудолюбивый, способный студент, несмотря на хорошую работу во время цикла обучения, на экзамене мог случайно получить неудовлетворительную оценку (вследствие излишнего волнения и т.д.) и незаслуженно попасть в разряд «неблагополучных».

С внедрением балльно-рейтинговой системы такие варианты развития событий практически исключаются, так как при выведении окончательной экзаменационной оценки по учебной дисциплине учитывается не только количество баллов, полученных при ответе на экзамене, но и количество баллов, набранных студентом в ходе ежедневного выполнения теоретических и практических заданий. В рамках данной системы трудолюбивый студент за счет постоянной работы во время цикла обучения может набрать большое количество баллов, имеющее решающее значение при выведении окончательной оценки, обеспечивающее ему «страховку» во время сдачи экзамена. С другой стороны, у недостаточно усердного студента даже при условии отличной оценки на экзамене общая сумма баллов будет невысока за счет малого количества баллов, набранных в течение семестра, и это оказывает непосредственное влияние на итоговую экзаменационную оценку.

Рейтинговая система – свод правил и положений, в которой количественно, путем накопления условных единиц (баллов), оцениваются результаты учебной деятельности студентов при изучении учебной дисциплины за весь период обучения.

Организация учебного процесса на основе рейтинговой системы, преследует цель активизации учебной деятельности, повышения ответственности студентов путем планомерной, систематической работы над учебным материалом, что формирует побудительные мотивы управления успеваемостью.

Рейтинговая система обеспечивает комплексную оценку успеваемости студентов; при этом учитывается текущая успеваемость студентов на аудиторных практических занятиях (текущий рейтинг), итоговых занятиях по разделам (рубежный рейтинг) и экзамене (рейтинговая оценка экзамена), при этом также рассчитывается семестровый и итоговый рейтинги.

Основу балльно-рейтинговой системы составляет условно принятая максимальная оценка в 100 баллов, означающая стопроцентное владение студентом теоретическими и практическими аспектами дисциплины, и выставляемая студентам при отличном выполнении всех контролируемых видов учебной работы в семестре по данной дисциплине. Расчет баллов производится так, что максимальной оценкой, которую студент может заработать за цикл при условии отличной успеваемости, является 100 баллов.

Перевод баллов в традиционную пятибалльную шкалу производится следующим образом:

– «отлично» – от 86 до 100 баллов – полностью освоено теоретическое содержание курса, сформированы практические навыки по решению не только типовых, но и задач повышенной сложности, выполнены все предусмотренные программой учебные задания;

– «хорошо» – от 70 до 85 баллов – полностью освоено теоретическое содержание курса, полностью сформированы практические навыки по решению типовых задач, однако при решении задач повышенной сложности возникают затруднения, выполнены все предусмотренные программой учебные задания, однако некоторые виды задач решены с ошибками;

– «удовлетворительно» – от 51 до 69 баллов – частично освоено теоретическое содержание курса, однако пробелы в знаниях не носят существенный характер, сформированы практические навыки по решению типовых задач, однако не могут решить задачи повышенной сложности, выполнено большинство предусмотренных программой учебных заданий, некоторые из них решены с ошибками;

– «неудовлетворительно» – менее 51 балла – не освоено теоретическое содержание курса, не сформированы практические навыки по решению типовых задач, не выполнено большинство предусмотренных программой учебных заданий [2].

Несмотря на большое количество преимуществ применение балльно-рейтинговой системы сопряжено с рядом рисков психологического и организационного характера. Также как и для пятибалльной системы существует риск необъективной оценки, однако он гораздо меньше, так рейтинг учитывает разные виды достижений. Применение балльно-рейтинговой системы в нашей практике, как правило, отражает реальную оценку качества знаний студента. Индивидуализация может превратиться в индивидуализм, когда каждый заинтересован только в личностном росте [1]. Однако для преодоления данной проблемы можно поставить персональные достижения в зависимость от коллективных. Например, проведение интерактивных занятий, таких как коллективной решение творческих заданий, викторины и т.п.

В целом оценивая перспективы применения балльно-рейтинговой системы для оценки знаний студентов, следует отметить, что ее использование создает условия для повышения качества подготовки будущих специалистов.

Библиографический список

1. Кузнецова Н.Л. Возможности балльно-рейтинговой системы для развития творческих способностей студентов // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2011. – №1. – С. 63-66.
2. Тарасенко О.В. Балльно-рейтинговая система оценивания знаний студентов в условиях аграрного вуза // Молодой ученый. – 2014. – №1. – С. 579-581.

УДК 004

Разработки ЭУМК математических дисциплин в системе дистанционного обучения Moodle

Ю.В. Паутова
АлтГУ, г. Барнаул

В настоящее время наблюдается бурный рост потока научной информации. Данный факт побуждает искать новые, более эффективные приёмы, способы и средства обучения, которые способствуют повы-

шению интенсивности и качества процесса обучения [1–4]. К числу таких факторов относится применение информационно-коммуникационных технологий (ИКТ).

Электронное образование предполагает проведение стандартных занятий в аудитории, но с использованием электронного обучения – презентаций, видеолекций, компьютерных тестов, компьютерных деловых игр по предмету и т.д. Организованное таким образом смешанное обучение имеет особые преимущества особенно при работе с магистрантами. Внесение в обучение элементов электронного образования способствует более гибкому и индивидуальному планированию времени, затрачиваемому магистрантом на обучение.

Проблема развития электронного образования становится актуальной и в АлтГУ. Необходимость развития электронного образования связана, прежде всего, с возможностью увеличения контингента обучающихся в вузе и привлечением дополнительных средств в доходную часть бюджета вуза.

Таким образом, задача электронного обучения состоит в том, чтобы успешно интегрироваться с традиционной формой, усилить и модернизировать традиционную модель обучения.

Цель работы – разработка ЭУМК математических дисциплин. Обеспечение студентов электронными учебно-методическими материалами, позволяющими эффективно организовывать и поддерживать самостоятельную работу студентов в учебном процессе.

Практическая значимость работы заключается в разработке электронно-методической поддержки традиционного обучения студентов факультета математики и информационных технологий АлтГУ, помочь студентам при подготовке к практическим занятиям и организации самостоятельной работы учащихся [2].

Рассмотрим решение следующих задач.

Задача 1. Изучение особенностей разработки ЭУМКД в системе дистанционного обучения Moodle.

Из систем с открытым исходным кодом большее распространение получила среда MOODLE (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment) – среда дистанционного обучения, предназначенная для создания дистанционных курсов.

ЭУМКД разрабатывались в данной среде, поскольку именно эта система выбрана в качестве базовой платформы для развития дистанционного обучения в Алтайском государственном университете и установлена на сервере Единого образовательного портала АлтГУ.

Moodle легко устанавливается на стандартном оборудовании и работает без модификаций в Unix, Linux, Windows, MacOS и любой другой операционной системе, поддерживающей Php.

В настоящее время на Едином образовательном портале Алтайского государственного университета в системе Moodle размещено около 450 электронных курсов разных категорий, информация о которых представлена в таблице.

Направления	Количество курсов
ФМКФиП	110
ИФ	96
МИЭМС	35
ХФ	34
ЮФ	22
ГФ	21
ФТФ	18
Математика, методы вычислений	17
Информатика и информационные технологии	48
Моделирование	7

Малое количество ЭУМКД по классическим математическим дисциплинам обуславливается не приспособленностью системы Moodle для разработки курсов по точным наукам.

Задача 2. Разработка электронно-методического обеспечения учебных дисциплин в системе Moodle.

Рассмотрим разработку электронного курса на примере дисциплины «Методы оптимизации» [5], которая преподается студентам 4-го курса факультета математики и информационных технологий и связанные с ней проблемы реализации.

Курс «Методы оптимизации» оформлен в формате «Структура» и состоит из учебных модулей (тем), разбитых на параграфы. Каждая тема оформлена в виде элементов курса: лекций, тестов, заданий. В курс включены обязательные элементы – рабочая программа, методические указания по изучению дисциплины, глоссарий и форум.

Рабочая программа позволяет студентам получить полное представление о данном курсе: тематике модулей, видах учебной деятельности; формах и сроках отчетности.

Учебные модули содержат структурированную учебную информацию, соответствующую рабочей программе. Каждый учебный модуль посвящен отдельной теме.

Основное содержание лекций – изложение теоретических основ методов оптимизации, вариационного исчисления и оптимального управления.

Практические задания представлены в виде задач и содержат задания по тематике учебного модуля, оформленные с помощью элемента «Задание» и с возможностью загрузки файлов на сервер.

Тестовые задания используются для диагностики учебных достижений обучающихся. Разработанная система тематических тестов позволяет студентам самостоятельно прорабатывать изученный материал, а преподавателю – контролировать уровень усвоения учебного материала.

Тестовые задания по дисциплине в СДО Moodle созданы с помощью элемента «Тест» и сгруппированы по категориям (темам).

Для вставки формул элементы среды Moodle в настоящее время можно пользоваться тремя способами:

- если формулы уже набраны в текстовом редакторе MSWord, то можно воспользоваться скриншотами экрана, сохраняя файлы рисунками в формате jpeg;

- если формулы не набраны, то при создании элемента или ресурса в Moodle можно напрямую использовать редактор Tex или встроенный математический редактор DragMath, но его предварительно нужно настроить, установив на компьютер программное обеспечение Java.

Большинство формул были набраны первым способом.

Использование электронного журнала позволяет преподавателю эффективно отслеживать посещаемость электронного курса обучающимися, а также сделать выводы об успешности обучения по дисциплине, так как в журнале отражается прохождение лекций, тестов и выполнение заданий.

Рассмотрим третью задачу исследования: формирование комплексной оценки критериев эффективности обучения с помощью ЭУМКД.

Изучение особенностей Moodle и практическая реализация 2-й задачи исследования показали, что данная система в большей степени разработана для гуманитарных дисциплин и вполне успешно может быть использована информатиками.

Однако, как показала работа в системе Moodle, для многих математических дисциплин электронное обучение может применяться только на этапах формирования профессиональных навыков и умений. Реализация электронного обучения для студентов-математиков при изучении сложных математических дисциплин может оказаться малоэффективной и создаст преподавателю-разработчику различного рода трудности [6, 7]. Нашей задачей стало преодолеть эти трудности и разрабо-

тать критерии эффективности электронного обучения при изучении математических дисциплин.

Внедрение электронных технологий в образовательный процесс может оказаться малоэффективным вследствие следующих причин:

- 1) осуществляется не системно;
- 2) требует огромных затрат времени для качественной подготовки материала;
- 3) модули Moodle малопригодны при разработке классических математических дисциплин;

Так, элемент курса «Глоссарий» неудобен в приложении к математическим дисциплинам, так как в определениях используются математические формулы.

Ввод формул необходимо осуществлять заново либо с использованием текстового редактора TeX, либо с помощью редактора формул DragMath, либо вставлять изображениями.

Элемент курса «Тест» неудобно использовать по тем же причинам.

Использование элемента «Лекция» так же требует перенабора формул, которые являются основой лекций.

Тем не менее, нами был использован возможный и наиболее удобный инструментарий Moodle. В настоящее время ЭУМКД «Методы оптимизации» доступен на сайте АлтГУ.

Не смотря на перечисленные проблемы при разработке ЭУМКД, технологии Moodle имеют ряд преимуществ.

1. Учащиеся в любой момент могут воспользоваться ресурсами курса (лекциями, web-страницами, глоссарием) и использовать их в качестве справочного материала.

2. Организация самостоятельной работы студентов. Предоставление электронных учебников, учебно-методических материалов.

3. Автоматизация процедур оценивания знаний – разработка электронного журнала с формированием из поставленных баллов оценок.

В заключение сделаем несколько замечаний.

1. С экономической точки зрения электронное обучение наиболее целесообразно, если имеется большое число широко рассредоточенных учащихся.

2. Невозможно найти инструментарий, идеально подходящий для всех направлений профессиональной подготовки студентов, реализующий дидактические цели преподавателей различных областей знаний. Для каждой категории дисциплин нужен свой специально разработанный программный инструментарий.

3. Высокая трудоемкость процесса разработки ЭУМКД. Электронные средства обучения создаются преподавателями для своих учебных

дисциплин практически в одиночку. Прежде, чем ЭУМКД в системе Moodle примет «потребный» вид, преподавателю необходимо затратить не один месяц кропотливой работы.

4. Эффективность обучения по дисциплине «Методы оптимизации» с помощью ЭУМКД зависит от исходного уровня знаний по математическому анализу, дифференциальным уравнениям. Практика показала, что, как правило, у студентов низкий уровень знаний, отсутствуют умения и навыки в решении задач по указанным дисциплинам, что препятствует усвоению материала по курсу «Методы оптимизации».

В настоящее время идет усовершенствование проекта, корректировка, доработка отдельных этапов, элементов проекта, организация самостоятельной работы и осуществляется оценивание результатов обучения. Требуется еще некоторое время для проведения системных исследований для того, чтобы ЭУМКД был качественным, востребованным и эффективным, так как одно дело – качественно разработать ЭУМКД, и совсем другое дело – эффективно его использовать в своей работе!

Библиографический список

1. Соловов А.В. Технологические средства электронного обучения. – Саратов, 2008. – 18 с.
2. Хворова Л.А. Оптимизация процессов преподавания и освоения дисциплин // Прикладная математика и фундаментальная информатика. – 2014. – № 1. – С. 209-211.
3. Карагаева В.В., Хворова Л.А. Моделирование, диагностика и прогнозирование процесса обучения // Известия Алтайского государственного университета. – 1998. – № 4. – С. 35-39.
4. Хворова Л.А., Карагаева В.В. Разработка экспертной системы для решения задач обучения // Известия Алтайского государственного университета. – 2005. – № 1 (45). – С. 70-73.
5. Хворова Л.А., Жариков А.В. Методы оптимизации и вариационное исчисление: учебное пособие. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2013. – 180 с.
6. Паутова Ю.В., Хворова Л.А. Особенности разработки ЭУМКД для математических специальностей в системе MOODLE // Сборник трудов семнадцатой региональной конференции по математике. – Барнаул, 2014. – С. 159-163.
7. Паутова Ю.В., Хворова Л.А. Проблемы и особенности разработки ЭУМКД для математических специальностей в системе MOODLE // Информация и образование: границы коммуникаций. – 2014. – № 6 (14). – С. 370-371.

О формировании банка задач по курсу «Высшая математика» для гуманитарных направлений

E. A. Плотникова
НГТУ, г. Новосибирск

При обучении высшей математике студентов гуманитарных направлений приходится учитывать как соответствующий уровень начальной математической и психологической подготовленности обучаемого контингента к восприятию предмета, так и специфику последующего использования математических знаний в профессиональной деятельности [1].

Учитывая выше сказанное и не большое количество учебных часов, отведенных для изучения элементов высшей математики на гуманитарных направлениях, приходится делать основной акцент на максимально возможную доходчивость и иллюстративность материала, на наиболее быстрое введение практических приложений.

Таким образом, очень востребованным в рассматриваемом курсе, является решение задач, соответствующих указанным целям. Рассмотрим ряд задач, представленных в различных учебных пособиях по математике для экономистов, социологов, психологов.

Пределы в социально-экономических исследованиях представлены двумя следующими задачами.

Задача 1. [2] Экспериментально установлена зависимость $y = \frac{200}{x+2}$ между ценой x одного из товаров и спроса y на него. Исследовать поведение функции спроса при неограниченном увеличении цены.

Решение. Вычислим $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{200}{x+2} = \frac{200}{\infty} = 0$.

Таким образом, при неограниченном росте цен спрос приближается к нулю.

Задача 2 [3]. Экономические исследования показывают, что спрос y на товары первой необходимости и спрос z на предметы роскоши зависят от дохода x следующим образом:

$$y(x) = \frac{b_1(x-a_1)}{x-c_1} \quad \text{при } x > a_1,$$

$$z(x) = \frac{b_2(x-a_2)}{x-c_2} \quad \text{при } x > a_2, \quad a_2 > a_1,$$

где a_1, a_2 – уровни доходов, при которых начинается приобретение тех или иных товаров. Функции $y(x), z(x)$ называются функциями Л. Торнквиста.

Установим, как меняются y и z при $x \rightarrow \infty$:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{b_1(1 - \frac{a_1}{x})}{1 - \frac{c_1}{x}} = b_1,$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} z(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{b_2 x (1 - \frac{a_2}{x})}{1 - \frac{c_2}{x}} = \infty.$$

Таким образом, при неограниченном увеличении доходов спрос на товары первой необходимости растет до определенного предела, равного b_1 . Миллионеры не покупают для себя хлеба больше, чем могут съесть. Поэтому число b_1 называется уровнем насыщения. Спрос же на предметы роскоши не имеет уровня насыщения.

Приведённые примеры показывают, что многие социально-экономические закономерности устанавливаются с помощью предельного перехода. Именно этим объясняется включение теории пределов в программу математики для социологов, психологов, экономистов.

Задача оптимизации налогообложения предприятий [4].

Пусть функция дохода от количества x реализованного товара выражается формулой $R(x) = 16x - x^2$, а функция затрат на производство товара – формулой $C(x) = x^2 + 1$. Определить оптимальный уровень налога с единицы реализованного товара и прибыль предприятия, которая при этом достигается.

Решение. Пусть t - налог с единицы выпускаемой продукции. Тогда общий налог с x единиц продукции составит $T = tx$. В этом случае функция прибыли будет иметь вид $P(x) = R(x) - C(x) - tx$.

Требуется определить: каким должен быть налог t , чтобы величина суммарного налога T со всей продукции была наибольшей?

Функция прибыли имеет вид $P(x) = 16x - 2x^2 - tx - 1$. Необходимое условие максимума прибыли $P'(x) = 16 - 4x - t = 0$. Отсюда получается $x = 4 - \frac{t}{4}$ с учётом пока неизвестного налога t . Подставим

полученное выражение x в величину суммарного налога $T = t(4 - \frac{t}{4})$.

Найдём максимальное значение T : $T'(t) = 4 - \frac{t}{2} = 0$, $t = 8$, $T''(t) = -\frac{1}{2} < 0$. Таким образом, $T_{\max} = T(8) = 16$.

При налоге $t = 8$ максимальная величина прибыли достигается при $x = 2$ и равна $P_{\max} = P(2) = 7$.

Интересно сопоставить эти цифры с цифрами при отсутствии налогообложения. При $t = 0$ решение задачи даёт следующие результаты: $x = 4$, $P_{\max} = 31$.

Вывод: уменьшение налогообложения стимулирует рост выпуска продукции.

Использование таких примеров способствует успешному усвоению курса «Высшая математика» студентами гуманитарных направлений обучения.

Библиографический список

1. Плотникова Е.А., Саженкова Е.В. О формировании системы задач в курсе «Высшая математика» в техническом и экономическом вузах // Ломоносовские чтения на Алтае 2011: материалы конференции. – Барнаул, 2011.
2. Ахтямов А.М. Математика для социологов и экономистов: учеб. пособие. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.
3. Кремер Н.Ш., Путков Б.А. и др. Высшая математика для экономистов: учеб. пособие. – М.: ЮНИТИ, 1997. – 439 с.
4. Красс М.С. Математика для экономических специальностей : учебник. – М.: ИНФА-М, 1998. – 464 с.

Научные подходы к управлению качеством образования

*В.Н. Ротова
АлтГТУ, г. Барнаул*

Словосочетание «качество образования» в начале 90-х годов ХХ века впервые в России появилось в Законе Российской Федерации «Об образовании» (1992 и 1996 гг.), в статье о государственном контроле за качеством образования, что породило большое количество различных практик такого контроля, инициировало разработки соответствующих теоретических концепций, превратившихся в основной фактор устойчивого возрастаания интереса ученых к данной проблеме. В настоящее время общее число публикаций по проблемам качества образования исчисляется тысячами, что позволяет выделить широкое и узкое толкование данного понятия.

В обобщенном виде качество образования определяется как совокупность его свойств и их проявлений, способствующих удовлетворению потребностей человека и отвечающих интересам общества и государства.

В более узком смысле качество образования рассматривается как личностная особенность, необходимая человеку для осуществления той или иной деятельности.

В современном понимании качество образования - это не только соответствие знаний учащихся государственным стандартам, но и успешное функционирование самого учебного заведения, а также деятельность каждого педагога и администратора в направлении обеспечения качества образовательных услуг.

Среди возможных подходов к понятию качества необходимо отметить подход, сформулированный в работах А.И. Субетто, поскольку он позволяет раскрыть связи данного понятия с другими, важными в исследовании, - свойство, система, оценка, управление [1].

Согласно данному пониманию, качество обладает следующими признаками:

- системности и целостности (качество как система совокупности свойств объектов и процессов, качество частей не определяют общее качество);

- структурности и иерархичности (система свойств имеет иерархическую структуру);

- динаминости (качество процесса отражается в качестве результата);
- количественности (как меры качества);
- внешне-внутренней обусловленности (как единства потенциального, внутреннего и реального, внешнего качества);
- соответствия требованиям, потребностям и нормам [2, с. 163].

Этот же вывод вытекает из позиции авторов учебника по педагогике и психологии А.А. Реана, Н.В. Бордовской, С.И. Розума. По их мнению, качество образования зависит от того, насколько осуществляется соответствие:

- 1) целей и результатов образования на уровне конкретной системы образования и на уровне отдельного образовательного учреждения;
- 2) между различными параметрами в оценке результата образования конкретного человека;
- 3) теоретических знаний и умений их практического использования в жизни и профессиональной деятельности.

Таким образом, оказываются неразрывно связанными, с одной стороны, качество образования конкретного человека, качество образовательного процесса, конкретной образовательной системы и системы образования в целом, и, с другой стороны, качество теоретических знаний, практических навыков, личностных качеств [3, с. 27].

Качество образования представляет собой механизм социальной регуляции образовательной сферы, который обуславливает ее оптимальное функционирование и выступает результатом сочетания интересов и потребностей различных социальных субъектов.

Интересной, хотя, возможно, и спорной, является попытка классификации подходов к определению качества образования, данная В. Воротиловым и Г. Шапоренковой, обобщающая различные позиции по данной проблеме. Авторы выделяют следующие подходы к пониманию качества образования:

- соответствие ожиданиям и потребностям личности и общества (С.Е. Шишов, В.А. Кальней, А.И. Моисеев, Е.В. Яковлев);
- сформированный уровень знаний, умений, навыков и социально значимых качеств личности (Е.В. Бондаревская, Л.Л. Редько, Л.А. Санкин, Е.П. Тонконогая);
- соответствие совокупности свойств образовательного процесса и его результатов требованиям стандарта, социальным нормам общества, личности (В.И. Байденко; В.А. Исаев, Н.А. Селезнева, А.И. Суббето);
- соответствие результата целям образования, спрогнозированным на зону потенциального развития личности (М.М. Поташник, В.М. Полонский, В.П. Панасюк, А.П. Крахмалев);

– способность образовательного учреждения удовлетворять установленные и прогнозируемые потребности (Г.А. Бордовский, Т.Н. Шамова, П.И. Третьяков, Г.Е. Володина).

Подобная классификация является несколько размытой по критериям. Более конкретным, хотя и более общим, может быть определение понятия качества образования по отношению к

- 1) результатам образовательного процесса;
- 2) самому образовательному процессу;

3) образовательному учреждению, осуществляющему образовательный процесс с соответствующими результатами [4, с. 82].

С.А. Мацкевич выделяет следующие типы научных подходов к качеству образования, которые характеризуют не столько саму научную теорию, сколько определяют поведенческое самоопределение самого ученого или субъекта, отвечающего за качество:

1. Анархический, в основе которого лежит убеждение о бесполезности введения стандартов и субъективности определения критерии качества. На взгляд автора, данный поход не является научным.

2. Подход управления качеством по результату может быть эффективным только в условиях иерархической системы организации. Данний подход восстанавливает традицию советской педагогики на единство, с небольшой коррекцией и осовремениванием самих критерии качества [5].

3. Технологический подход характеризуется наличием ряда целей образования и способов их достижения, и эффективен в условиях демократического управления и рынка образовательных услуг. Предполагается, что стандарты и критерии качества должны разрабатываться применительно к конкретной технологии. При реализации данного подхода может возникнуть ситуация, когда каждая образовательная организация будет иметь свой стандарт качества, что обусловит трудности в проведении инспектирования, лицензирования и аккредитации данной образовательной организации из-за отсутствия унифицированных стандартов качества.

4. Методологический (рефлексивный) подход предполагает мобильность и реагирование на изменение целей образования и условий их реализации, а также, удержание ценностных и прагматичных рамок. Он не исключает стандартизацию и унификацию как способ упорядочения деятельности. Однако приоритетным является не столько сама технология, сколько сохранение принципов гуманизации, гуманитаризации, демократизации образования.

Качество жизни и образование взаимосвязаны. Образование становится одним из важнейших механизмов воспроизведения всей системы

качества жизни. Обеспечение устойчивого развития связано с удовлетворением требований закона опережающего развития качества человека, качества общественного интеллекта и качества образовательных систем в обществе. Таким образом, идеал образовательного общества и идеал высокого качества жизни оказываются взаимосвязанными и составляют основы «образовательной России» в XXI веке, без которой нельзя вести речь о ее социально-экономическом прогрессе, о ее вкладе в прогресс развития человечества, в устойчивое развитие человечества на Земле в XXI веке.

Развитие научной базы, теоретического и методологического обоснования подходов к управлению качеством образования, построение системы управления качеством подготовки специалистов в образовательных организациях обеспечат качество обучения и качество образования.

Библиографический список

1. Субетто А.И. Качество непрерывного образования в Российской Федерации: состояние, тенденции, проблемы и перспективы (опыт мониторинга). – СПб. – М., 2000.
2. Студенческих высших и средних педагогических учебных заведений. М.: Издательский центр «Академия», 2001. – 176 с.
3. Моисеев А.М. Качество управления школой: каким оно должно быть. – М.: Сентябрь, 2001.
4. Селезнева Н.А. Качество образования как объект системного исследования. Лекция-доклад. – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2002. – 95 с.
5. Поташник М.М. Качество образования: проблемы и технологии управления. – М.: Педагогическое общество России, 2002.

УДК 378.14

Об интерактивных формах обучения математике в высшей школе

*E.B. Саженкова
НГУЭУ, г. Новосибирск*

В процессе обучения математике студентов нематематических специальностей всегда остро стоит проблема активизации учебно-познавательной деятельности. В направлении её решения рассматриваются разнообразные подходы: увеличение объема преподаваемой

информации, ускорение процессов считывания, разнообразные контрольные формы в управлении учебно-познавательной деятельностью, использование технических средств и др.

В настоящее время особое внимание обращено на интерактивные формы обучения в различных областях знания. В середине 1990-х годов с началом развития сети Интернет это понятие трактовалось как обучение с использованием компьютерных сетей и ресурсов Интернета. Позднее толкование термина стало более широким - «способность взаимодействовать или находиться в режиме диалога с чем -либо (например, компьютером) или кем -либо (человеком)».

Интерактивные методы – это активные методы, ориентированные на более широкое взаимодействие студентов не только с преподавателем, но и друг с другом. Это активность обучающихся в процессе обучения.

Место преподавателя в интерактивных занятиях сводится к направлению деятельности обучающихся на достижение определенной цели урока. Для достижения этой цели преподаватель должен обеспечить задания, в ходе выполнения которых изучается материал [1]. Это обеспечение требует достаточно высокой квалификации и больших временных затрат.

Традиционные методы обучения: обсуждение учебного вопроса путем коллективного поиска путей решения выявленных противоречий и проблем; метод показа (демонстрации) наглядного образа математического понятия, явления или процесса путем его предъявления в ходе учебного занятия; метод упражнения (многократное повторение практических действий с целью формирования профессионально важных навыков и умений), – необходимы как для освоения математической дисциплины, так и для возможности организовать на базе определенного объема первичных знаний интерактивное усвоение материала и развитие познавательной деятельности.

В преподавании математических дисциплин интерактивные методики ни в коем случае не заменяют лекционный материал, но могут способствовать его лучшему усвоению на практических и лабораторных занятиях.

Основными правилами организации интерактивного обучения являются следующие:

в работу должны быть вовлечены все участники;

предоставление соответствующего поощрения студента за активное участие в работе;

обучающихся в технологии интерактива не должно быть много.

Оптимальное количество участников – не более 25 человек. Только при этом условии возможна продуктивная работа в малых группах.

Малыми группами возможна, к примеру, организация интенсивного опроса и проверки знаний по ранее изученной теме [2].

Перед одной подгруппой ставится задача быстро формировать вопросы по пройденной теме и задавать в устной форме другой подгруппе. Участники второй подгруппы так же быстро должны отвечать на поставленные вопросы. Для поддержания высокого темпа занятия, атмосферы состязательности на каждый вопрос и ответ дается ограниченное время (не более минуты). Если за отведенное время кто-то не сумел сформулировать вопрос или ответить на него, это делает товарищ по подгруппе. В задачу преподавателя входит оценка заданных вопросов и сформулированных ответов и учет активности каждого участника. Также он может вмешаться, если возникают разногласия или допускаются ошибки. Такой метод проверки знаний по опыту применения оказывается эффективнее устного или письменного опроса студентов по пройденной теме. Положительным моментом работы является ощущение каждым студентом себя частью небольшого коллектива, который только в случае общей победы становится победителем.

Для такой соревновательной формы работы нужно разработать продуктивную форму (например, в баллах) оценивания степени индивидуального участия в работе отдельного студента.

Определённый интерес в этом плане представляет и групповая соревновательная форма под названием «Математический бой» с довольно чётко разработанными правилами его ведения и системой оценивания решений.

Библиографический список

1. Плотникова Е.А., Саженкова Е.В. О методическом оснащении практических занятий по курсу «Высшая математика» // МАК 2014 : сборник трудов семнадцатой региональной конференции по математике. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2014.
2. Булатова Ю.И. Активизация учебно-познавательной деятельности студентов вузов // Педагогика высшей школы и профессионального образования. - 2012. - Выпуск 3(5).

УДК 378

Учебно-исследовательская работа студентов на младших курсах

A.H. Саженков, Т.В. Саженкова
АлтГУ, г. Барнаул

Организация учебно-исследовательской работы студентов направления «Математика и компьютерные науки», начиная с самого первого курса, способствует в последующем более успешному их вхождению в научно-исследовательскую деятельность. В рамках программы данного направления третьего поколения после I курса предусматривается учебная практика «Практические приложения теоретических курсов основной образовательной программы».

Целью этой учебной практики является: закрепление и углубление теоретической подготовки студентов по дисциплинам основной образовательной программы I курса, приобретение практических навыков их применения и опыта самостоятельной работы, практическое соединение теоретической работы и компьютерных технологий.

При этом перед студентами ставятся следующие задачи:

- изучение учебно-научной литературы по избранной теме и, возможно, по истории вопроса;
- создание банка задач и упражнений по заданной тематике определённого объёма;
- численное или логическое (в зависимости от типа задач) решение задач созданного банка;
- создание электронного варианта базы задач, как правило, с решениями;
- разработка проектно-технического шаблона электронного варианта, в который должны быть включены выше перечисленные компоненты;
- предоставление итогового продукта исследования в форме отчёта.

Таким образом, наличие практики мотивирует учебно-исследовательскую подготовку к ней как руководителей практики, так и студентов. В работе по подготовке задействуются практически все преподаватели кафедры математического анализа, как раз как преподаватели, ведущие курсы основной образовательной программы: математический анализ, аналитическую геометрию, историю математики.

Прежде всего, определяется содержание учебной практики и инди-

видуальные задания для каждого из студентов, которые доводятся до их сведения в начале второго семестра. Поскольку работа осуществляется по приложениям ведущихся в это время теоретических курсов основной образовательной программы, то оправдано именно такое время начала работы. Оно позволяет всем преподавателям достаточно планомерно осуществить консультирование по планированию работы над темой задания, по выбору литературы по теме, а также осуществить руководство по некоторому продвижению в исследованиях по теме ещё в семестре до наступления периода практики.

Результаты этого продвижения демонстрируются и обсуждаются в апреле в рамках специально организованных для студентов младших курсов секций студенческой научно-практической конференции: «История развития математических идей и современные проблемы математики», «Математический и прикладной анализ».

Представим ряд тем, обсуждавшихся на заседаниях означенных секций научно-практической конференции этого года:

- момент инерции в геометрии (геометрия масс),
- биллярдные траектории в эллипсе,
- мера и категория,
- математическое моделирование в гуманитарных науках,
- использование системы компьютерной математики Mathematica в исследовании числовых рядов,
- развитие методов интегрального исчисления в работах М.В. Остроградского и др.

Достаточно широкий спектр заданий, предлагаемых на практике, можно проиллюстрировать и примерами заданий учебной практики прошлого года:

- создание банка тестовых заданий по теме «Неопределённый интеграл»,
- разработка цикла занятий для заочной математической школы по дополнительным главам алгебры и математического анализа,
- применение аппарата математического анализа к исследованию задач линейного программирования.

Учебно-исследовательская работа студентов в течение семестра, во-первых, обеспечивает востребованность материала учебных курсов в практической исследовательской работе и, во-вторых, осуществляясь с различной степенью участия преподавателя, в зависимости от исходного уровня подготовленности студента, направлена на развитие его поисковой и творческой самостоятельности.

Библиографический список

1. Саженкова Т.В. Об актуальности и технологии учебно-исследовательской работы студентов на младших курсах // Материалы восьмой региональной конференции по математике (Барнаул, апрель, 2005). – Барнаул: Изд-во АГУ, 2005. – с. 87-88.

УДК 375

Возможности применения интерактивной среды GeoGebra в обучении студентов математическим дисциплинам

Д.А. Чернышева, Г.В. Кравченко
АлтГУ, г. Барнаул

В последнее время для преподавания различных дисциплин в вузах все чаще используются программные продукты, как профессионального, так и образовательного назначения. Особенно актуальным стало использование в высшей школе различных пакетов программ при изучении математических дисциплин [1]. Известно, что существует достаточно большое количество программных продуктов, способствующих активизации образовательного процесса. Но ни один современный программный продукт, предназначенный для математических вычислений, не может считаться универсальным, что обуславливает необходимость использования в обучении разных математических программ.

Среди основных классов математических пакетов можно выделить такие программные продукты, как:

– компьютерная алгебра – открытая система, предназначенная для выполнения числовых и символьных вычислений, а также построения двумерных и трехмерных образов (Maple, Mathematica, MatLab, Mathcad и др.);

– динамическая геометрия – интерактивная геометрическая среда (ИГС) для конструирования и манипулирования геометрическими моделями, реализующая динамические измерения и вычисления их разнообразных параметров и характеристик (GeoGebra, Cabri Geometry, C.a.R., GeoNext, DG, «Живая математика», «Математический конструктор» и др.);

– специализированные системы – программные продукты, ориентированные на поддержку изучения отдельных разделов математики

или решения узкого круга проблем (например, таких как: поиск золотого сечения в изображениях (PhiMatrix), исследование групп симметрии (Tess), построение многогранников (Poly), проведение статистических исследований и т.д.).

Программные продукты образовательного назначения, такие, как GeoGebra, Cabri Geometry, C.a.R., GeoNext и др. помимо выполнения вычислительных действий, дают возможность создания динамических образов математических объектов, позволяют исследовать устойчивость и изменчивость их свойств. Использование этих систем в процессе преподавания математических дисциплин способствует созданию визуальных образов математических объектов, ускоряет процесс восприятия нового материала, экономит время на выполнение математических расчетов, позволяет увеличить количество заданий для самостоятельного изучения за счет сокращения времени на вычисления и т.д.

«ИГС позволяют выполнять геометрические построения на компьютере таким образом, что при изменении одного из геометрических объектов чертежа остальные также изменяются, сохраняя заданные между собой соотношения неизменными. Кроме указанной отличительной черты интерактивных геометрических сред они обладают также возможностями более наглядного оформления чертежа, анимации и др. Система операций интерактивных геометрических сред совпадает с системой операций, характерной для самой геометрии (построить прямую, проходящую через точку; провести окружность заданного радиуса с центром в точке А и т.д.). При этом ИГС обладают расширенным по сравнению с геометрией “на бумаге” набором элементарных операций (включающим, например, деление отрезка пополам или вписывание треугольника в окружность). Это, во-первых, дает возможность учащимся знакомиться с математическими понятиями прямо в процессе работы, выявляя их сущностные характеристики, получая “интуитивный опыт”. А во-вторых, значительно упрощает построение модели геометрической задачи, т.к. единственное, что требуется, – последовательно выполнять в интерактивной геометрической среде операции, указанные в качестве условий задачи» [2, с. 177].

Более подробно остановимся на применении интерактивной геометрической среды GeoGebra при изучении математических дисциплин в вузе.

GeoGebra – это бесплатная кроссплатформенная динамическая математическая программа, которая дает возможность создания динамических чертежей для использования на разных уровнях обучения геометрии, алгебры, физики и других смежных дисциплин. Идея про-

граммы GeoGebra заключается в интерактивном сочетании геометрического, алгебраического и числового представления.

В учебном процессе в высших учебных заведениях GeoGebra предоставляет возможность создания динамических чертежей для использования на разных уровнях при изучении аналитической геометрии, алгебры, математического и комплексного анализа. Использование интерактивной геометрической среды GeoGebra актуально при изучении таких разделов вузовского курса математики, в которых помимо вычислений необходимо выполнять и геометрические построения изучаемых математических объектов.

В программе можно создавать всевозможные конструкции из точек, векторов, отрезков, прямых, строить графики функций, серединные перпендикуляры, биссектрисы углов, касательные, перпендикулярные и параллельные заданной прямой линии, определять длины отрезков, площади многоугольников и т.д. Немаловажно и то, что среда GeoGebra позволяет производить динамические изменения построенных конструкций.

Программа обладает богатыми возможностями работы с функциями, такими как, построение кривых, заданных параметрически, вычисление корней, экстремумов, интегралов, разложение функции в ряд и т.д. Помимо построений, в программе возможно производить вычислительные действия, например, действия над матрицами, работать с комплексными числами, выполнять статистические вычисления и др. Также среда GeoGebra позволяет напрямую вводить уравнения, неравенства, их системы и совокупности, манипулировать координатами.

Применение интерактивной геометрической среды GeoGebra в ходе решения задач, а также при изучении лекционного материала позволяет выполнить наглядное изображение всех изучаемых математических объектов, что способствует лучшему пониманию нового материала, ускоряет процесс решения задач, упрощает вычисления и т.д.

Geogebra применяется также для демонстрации теорем. Решенные с ее помощью задачи легко просмотреть сначала в режиме презентации. Созданный файл можно экспорттировать как интерактивный чертеж в формат web-страницы.

Кроме того к возможностям этой программы относится создание различных типов геометрических интерпретаций, которые позволяют использовать в процессе решения алгебраических задач функционально-графический, геометрический методы и метод геометрического места точек.

Для реализации функционально-графического метода необходимо, как известно, перевести условие алгебраической задачи в термины

взаимного расположения графиков элементарных функций. При построении вручную нужно выбирать функции так, чтобы общий вид их графиков и свойств были хорошо известными. Использование же GeoGebra позволяет не тратить время на подбор функций и исследование их свойств, так как для построения графика функции достаточно ввести формулу, ее задающую, в строку ввода.

Метод геометрического места точек используется при решении алгебраических задач, сводящихся к системам или совокупностям уравнений и неравенств с параметрами или двумя переменными. Применение этого метода вручную требует наличия у учащихся обширных знаний об уравнениях и неравенствах, задающих опорные геометрические места точек. Использование же GeoGebra позволяет получать геометрическую интерпретацию после записи в строке ввода совокупностей (систем) уравнений и неравенств с помощью логических связок.

Построение геометрических фигур в GeoGebra позволяет увидеть искомое значение на чертеже или найти его экспериментально, используя динамичность изображения.

Моделирование и наблюдение за процессом изменения изучаемых геометрических объектов с помощью интерактивной геометрической среды GeoGebra позволяют выделить их характерные признаки, установить закономерности, сделать обобщения и самостоятельно выдвинуть гипотезы.

Работать с программой GeoGebra очень удобно. Графики строятся с помощью мыши простым перемещением указателя или расстановкой необходимых точек. Все опорные точки добавляются в список в левой части окна программы. Любую точку можно отредактировать как с клавиатуры, так и перемещая ее мышью. У каждого объекта можно изменить цвет, метку, толщину, задать условия отображения, задать действия при клике мышкой на объекте. При использовании таких инструментов как ползунки, флагки, кнопки можно построить и наглядно представить интерактивное решение задач любой сложности. Для работы со средой необходимо установить на компьютере программу Java. Очень удобно, что можно пользоваться программой как он-лайн сервисом.

Таким образом, использование программы GeoGebra при изучении математических дисциплин позволяет:

- оптимизировать учебный процесс;
- осуществлять дифференцированный подход в обучении;
- проводить индивидуальную работу, используя на лабораторных занятиях персональные компьютеры;
- расширять кругозор учащихся;

– способствует развитию познавательной активности студентов.

Однако отметим, что возможности интерактивной геометрической среды хоть и велики, но не безграничны. Так, если результат решения задачи не может быть выражен целым числом или конечной десятичной дробью, то компьютерное решение не позволит получить точное значение результата. Кроме того, компьютерное решение задачи далеко не всегда согласуется и помогает обнаружить аналитическое решение. Заметим также, что большинство интерактивных геометрических сред имеют ограничения в использовании, связанные с непродуманностью во всех деталях алгоритмов их разработки.

Библиографический список

1. Кравченко Г.В., Лаврентьев Г.В. Применение новых информационных технологий в обучении студентов математических направлений и специальностей // Педагогическое образование на Алтае. – 1999. – № 1. – С. 414-416.
2. Сербис И.Н. Использование интерактивной геометрической среды при обучении школьников планиметрии // Известия РГПУ им. А.И. Герцена. – 2008. – № 63-2. – С. 176-179.

УДК 004

Электронная обучающая среда Moodle как средство организации самостоятельной работы студентов

*E.A. Шварц
Филиал АлтГУ, г. Камень-на-Оби*

Важной особенностью развития и модернизации российского высшего профессионального образования сегодня становится смещение вектора образовательной деятельности в сторону самостоятельной работы [1]. Введение новых образовательных стандартов, отражающих данную тенденцию, предопределяет необходимость изменения не только содержания подготовки будущих профессионалов, но и поиска инновационных способов организации образовательного процесса. В решении данного вопроса все большая роль отводится электронному обучению и дистанционным образовательным технологиям [2–6]. В связи с этим становятся актуальными выбор, научное обоснование и успешная практическая реализация технологических платформ электронного обучения, обеспечивающих, с одной стороны, возможность эффективной трансформации традиционных дидактических процедур

учебного процесса, с другой – развитие самостоятельно мыслящих, творчески активных личностей, обладающих высоким уровнем профессиональной компетентности. К таким средствам относят модульную объектно-ориентированную динамическую обучающую среду Moodle [1].

Актуальность и практическая значимость исследования определяются наличием противоречий между:

- компетентностными требованиями, предъявляемыми к профессиональной подготовке будущих специалистов, и реальной организацией образовательного процесса в вузе;

- потребностью в научно-методическом обеспечении процесса организации самостоятельной работы студентов в среде Moodle и недостаточной разработанностью данной проблемы в педагогической науке;

- высоким потенциалом электронной обучающей среды Moodle в организации самостоятельной работы студентов и недостаточным его использованием в современном вузе в условиях сокращения аудиторных часов и увеличения внеаудиторной учебной нагрузки в соответствии с новыми федеральными государственными образовательными стандартами.

Электронная обучающая среда Moodle станет эффективным педагогическим средством организации самостоятельной работы студентов в том случае, если [1]:

- активизируется субъектная позиция студентов;
- повысится интерактивность электронной обучающей среды на субъектном и межсубъектном уровнях;
- учитываются особенности учебного стиля студентов;
- обеспечивается профессиональная готовность преподавателя к работе в среде Moodle.

В докладе рассматривается специфика педагогического потенциала электронной обучающей среды Moodle, определяются критерии и уровневые показатели организации самостоятельной работы студентов в электронной обучающей среде Moodle, приводится педагогическая модель организации самостоятельной работы студентов в среде Moodle с учетом базовых знаний студентов, адаптивности, взаимодействия со студентами, педагогической целесообразности и оптимальности используемых электронных средств [2], интегративного единства с традиционной средой обучения.

Исследования проводились на базе филиала АлтГУ в г. Камень-на-Оби в три этапа согласно [1]. На первом этапе проводилось исследование текущего состояния самостоятельной работы студентов филиала по дисциплинам: «Теория вероятностей», «Статистика», «Математиче-

ская статистика» и «Финансовая математика», с целью определения основных трудностей ее организации при традиционном подходе, как со стороны студентов, так и со стороны преподавателя, отношения к ней студентов, понимание ими ее сущности, наиболее часто используемых форм и средств, в том числе и степень использования средств информационно-коммуникационных технологий. В результате обработки и анализа данных, полученных на первом этапе, выяснилось, что студенты не используют в полном объеме время, выделяемое на самостоятельную работу.

Второй этап исследования был связан с экспериментальной проверкой созданных и обоснованных педагогических условий организации самостоятельной работы студентов филиала в среде Moodle. Была проведена оценка эффективности предложенной модели организации самостоятельной работы студентов филиала в среде Moodle, при которой фиксировались происходящие изменения на отдельных этапах исследования. Основное внимание было уделено формированию и развитию ценностного отношения к процессу и объектам познания, познавательному интересу к изучаемому предмету, умениям продуктивной самоорганизации учебного труда, развитию активности и творческой самостоятельности в процессе выполнения самостоятельной работы в электронной обучающей среде Moodle.

Основными средствами реализации данного условия выступили модульно-рейтинговая технология обучения, технологии кооперативного взаимодействия (вики, форумы, глоссарии и др.), комплексное использование которых обеспечило студентам возможность самостоятельного проектирования содержания учебной среды, осуществления выбора вариантов содержания учебного материала и продвижения по индивидуальной траектории его изучения, осуществления различных видов дистанционного взаимодействия, повышения активности обучаемых, а также определения ее успешности.

Третий этап исследования связан с определением эффективности модели организации самостоятельной работы студентов филиала в среде Moodle. Это осуществлялось на основе комплекса разработанных критерииев и их показателей.

Анализ полученных в ходе исследования результатов осуществлялся с помощью математической и статистической обработки данных, в результате чего была выявлена положительная динамика по всем показателям оценки эффективности.

Библиографический список

1. Михайлова Н.В. Электронная обучающая среда Moodle как средство организации асинхронной самостоятельной работы студентов вуза: автореф. дисс. ... канд. пед. наук. – Оренбург, 2012. – 24 с.
2. Хворова Л.А. Оптимизация процессов преподавания и освоения дисциплин // Прикладная математика и фундаментальная информатика. – 2014. – № 1. – С. 209-211.
3. Карапаева В.В., Хворова Л.А. Моделирование, диагностика и прогнозирование процесса обучения // Известия Алтайского государственного университета. – 1998. – № 4. – С. 35-39.
4. Хворова Л.А., Карапаева В.В. Разработка экспертной системы для решения задач обучения // Известия Алтайского государственного университета. – 2005. – № 1 (45). – С. 70-73.
5. Паутова Ю.В., Хворова Л.А. Особенности разработки ЭУМКД для математических специальностей в системе MOODLE // Сборник трудов семнадцатой региональной конференции по математике. – Барнаул, 2014. – С. 159-163.
6. Паутова Ю.В., Хворова Л.А. Проблемы и особенности разработки ЭУМКД для математических специальностей в системе MOODLE // Информация и образование: границы коммуникаций. – 2014. – № 6 (14). – С. 370-371.

НАШИ АВТОРЫ

Аборнев Сергей Михайлович, доцент кафедры информатики и ИКТ КГБУ ДПО АКИПКРО, г. Барнаул, e-mail: abornev@barnaul.ru.

Абрамова Анастасия Владимировна, аспирант, Алтайский государственный университет, e-mail: abramova.math@gmail.com.

Анисимов Даниил Сергеевич, аспирант, Алтайский государственный университет, e-mail: anisimow.d@gmail.com.

Алгазин Геннадий Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, Алтайский государственный университет, заведующий кафедрой математических методов в социальных науках, e-mail: algaz46@yandex.ru.

Алгазина Дарья Геннадьевна, кандидат технических наук, Алтайский государственный университет, старший преподаватель каф. финансов и кредита, e-mail: darya.algazina@mail.ru

Ахмерова Ирина Геннадьевна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, доцент кафедры дифференциальных уравнений, e-mail: iakhmerova@mail.ru.

Люброва Наталья Борисовна, кандидат физико-математических наук, доцент, ИМ СО РАН, научный сотрудник, e-mail: golubyatn@yandex.ru.

Банушкина Нина Анатольевна, физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, доцент кафедры ТКПМ АлтГУ, e-mail: banushkina-na@mail.ru.

Беликова Марина Юрьевна, Горно-Алтайский государственный университет, ст. преподаватель, e-mail: marina.y.belikova@gmail.com.

Бобков Кирилл Андреевич, аспирант, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, 1 курс, И.Г., e-mail: kirill.bobkovv@gmail.com.

Богарова Елизавета Викторовна, студент, Алтайский государственный университет, e-mail: yadvig@yandex.ru.

Боярская Алина Викторовна, студент, Алтайский государственный университет, e-mail: bosya_241292@mail.ru.

Брыксин Виталий Михайлович, кандидат технических наук, доцент, Балтийский федеральный университет им. И. Канта, НИИ прикладной информатики и математической геофизики, ведущий научный сотрудник, e-mail: VBryksin@kantiana.ru.

Будкин Александр Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, Алтайский государственный университет, заведующий кафедрой алгебры и математической логики, e-mail: budkin@math.asu.ru.

Булатова Галина Алексеевна, кандидат экономических наук, доцент, Алтайский государственный университет, доцент кафедры экономики.

мики, социологии труда и управления персоналом, e-mail: bulatovg@mail.ru.

Вайгант Владимир Андреевич, д.ф-м. н., профессор Боннского университета (Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn), e-mail: weigant@iam.uni-bonn.de.

Вараксин Сергей Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, доцент кафедры алгебры и математической логики АлтГУ, e-mail: varaksins@yandex.ru.

Ганов Валерий Александрович, профессор кафедры алгебры и математической логики, Алтайский государственный университет, доктор физико-математических наук, e-mail: ganov-math.asu.ru@mail.ru.

Голубятников Владимир Петрович, доктор физико-математических наук, профессор, ИМ СО РАН, главный научный сотрудник, e-mail: olubyatn@yandex.ru.

Гончарова Ольга Николаевна, доктор физико-математических наук, Алтайский государственный университет, профессор кафедры дифференциальных уравнений, e-mail: gon@math.asu.ru.

Дегтерева Руслана Валерьевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики и математического моделирования, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, e-mail: docentdegttereva@gmail.com.

Денисов Максим Александрович, аспирант Алтайский государственный университет, e-mail: Deni-Max.20@yandex.ru.

Детиненко Надежда Олеговна, магистрант кафедры теоретической кибернетики и прикладной математики Алтайского государственного университета, e-mail: adjakovalenko@mail.ru.

Дорофеева Алина Юрьевна, аспирант факультета математики и информационных технологий Алтайского государственного университета, магистр информатики и прикладной математики, Enterra, тестировщик, e-mail: drafane@gmail.com.

Жариков Александр Владимирович кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, доцент кафедры информатики, e-mail: zharikov@math.asu.ru.

Жилин Сергей Иванович, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, заведующий кафедрой информатики, e-mail: sergei@asu.ru.

Журавлев Евгений Владимирович, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, доцент кафедры алгебры и математической логики, e-mail: evzhuravlev@mail.ru.

Журавлева Вера Владимировна, кандидат физико-математических

наук, доцент, Алтайский государственный университет, доцент кафедры теоретической кибернетики и прикладной математики, e-mail: vvzhuravleva@mail.ru.

Закурдаева Алла Витальевна, магистрант, Алтайский государственный университет, e-mail: alla2300@bk.ru.

Ильина Дарья Вячеславовна, студентка, Алтайский государственный университет, e-mail: ilina.darya.92@yandex.ru.

Каракулова Ирина Владимировна, Алтайский государственный университет, ассистент кафедры высшей математики. e-mail: mail_for_irina@inbox.ru.

Клепиков Павел Николаевич, Алтайский государственный университет, магистрант кафедры математического анализа, e-mail: askingnetbarnaul@gmail.com.

Кравченко Галина Владимировна, кандидат педагогических наук, доцент, Алтайский государственный университет, e-mail: kravchenko@math.asu.ru.

Кречетова Светлана Юрьевна, кандидат физико-математических наук, Горно-Алтайский государственный университет, доцент, e-mail: KrechetovaS@yandex.ru.

Крячко Максим Юрьевич, магистрант, Алтайский государственный университет, e-mail: krja4komax-ne@mail.ru.

Кузнецова Анастасия Александровна, магистрант, Алтайский государственный университет.

Кулаков Константин Михайлович, аспирант, Алтайский государственный университет, e-mail: kulakov4@gmail.com.

Курочкин Дмитрий Владимирович, аспирант факультета математики и информационных технологий Алтайского государственного университета, e-mail:d.igel@mail.ru.

Лебедев Алексей Александрович, студент, Алтайский государственный университет, e-mail: lebedleha@mail.ru.

Линевич Любовь Андреевна, кандидат педагогических наук, Алтайский государственный университет, преподаватель колледжа АлтГУ, e-mail: linevich-l@mail.ru.

Лодейщикова Виктория Владимировна, кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры высшей математики, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, e-mail: lodeischikova@gmail.com.

Маничева Анастасия Станиславовна, кандидат технических наук, Алтайский государственный университет, доцент кафедры теоретической кибернетики и прикладной математики, e-mail: manichevaas@gmail.com.

Мартко Екатерина Олеговна, ст. преподаватель, Алтайский государственный технический университет им. Ползунова, e-mail: martnight@mail.ru.

Масенюк Лилия Андреевна, студент, Алтайский государственный университет, e-mail: liliamasenukx@mail.ru.

Морозюк Екатерина Юрьевна, магистрант, Алтайский государственный университет, e-mail: katemor91@mail.ru.

Мураенко Андрей Александрович, магистрант, Алтайский государственный университет, e-mail: muraenko@yandex.ru.

Неупокоева Карина Геннадьевна, студент, Алтайский государственный университет, e-mail: k-neupokoeva@mail.ru

Оскорбин Дмитрий Николаевич, преподаватель кафедры математического анализа, Алтайский государственный университет, e-mail: oskorbin@yandex.ru.

Оскорбин Николай Михайлович, доктор технических наук, профессор, Алтайский государственный университет, профессор кафедры теоретической кибернетики и прикладной математики, e-mail: osk46@mail.ru.

Папин Александр Алексеевич, доктор физико-математических наук, Алтайский государственный университет, заведующий кафедрой дифференциальных уравнений, e-mail: papin@math.asu.ru.

Пастухова Светлана Владимировна, магистрант, Алтайский государственный университет, e-mail: pastukhova.svetlana.1992@gmail.com.

Перельгин Антон Александрович, Горно-Алтайский государственный университет, студент, e-mail: aqellez@gmail.com.

Петрова Анна Георгиевна, доктор физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, декан ФМИТ, e-mail: annapetrova07@mail.ru.

Петроченко Владислав Юрьевич, ФГБОУ ВПО «Югорский государственный университет», техник отдела автоматизации Экономического управления, e-mail: v_petrochenko@ugrasu.ru.

Печатнова Елена Владимировна, магистрант, Алтайский государственный университет, e-mail: phukcia@yandex.ru.

Плотникова Елена Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики Новосибирского государственного технического университета, e-mail: pseleena@gmail.com.

Подладчиков Юрий Юрьевич, профессор университета Лозанны (Universite de Lausanne, Institut de geophysique), Швейцария, e-mail: yury.podladchikov@unil.ch.

Поликанова Ирина Викторовна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайская государственная педагогическая академия, доцент кафедры геометрии, e-mail: Anirix1@yandex.ru.

Половикова Ольга Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, доцент кафедры информатики, e-mail: pon@asu.ru.

Понькина Елена Владимировна, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, доцент кафедры теоретической кибернетики и прикладной математики, e-mail: ponkinaelena77@mail.ru.

Пономарев Игорь Викторович, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, доцент кафедры математического анализа, e-mail: igorpon@mail.ru.

Пономарева Александра Владимировна, магистрант кафедры теоретической кибернетики и прикладной математики Алтайского государственного университета.

Пронь Сергей Петрович, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, доцент кафедры теоретической кибернетики и прикладной математики, e-mail: pspron@mail.ru.

Резанова Екатерина Валерьевна, Алтайский государственный университет, ассистент кафедры информатики, e-mail: katerezanova@mail.ru.

Родионов Евгений Дмитриевич, доктор физико-математических наук, профессор, Алтайский государственный университет, профессор кафедры математического анализа, e-mail: edr2002@mail.ru.

Родионова Людмила Васильевна, кандидат социологических наук, старший научный сотрудник, Институт экономики и организации промышленного производства СО РАН, старший научный сотрудник, e-mail: lvr1954@mail.ru

Ротова Валентина Николаевна, кандидат экономических наук, доцент, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, доцент кафедры государственной налоговой службы, e-mail: valentinarotova@bk.ru.

Роцупкин Кирилл Валерьевич, аспирант факультета математики и информационных технологий Алтайского государственного университета, e-mail: madjaygames@gmail.com

Рязанов Михаил Анатольевич, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, доцент кафедры информатики, e-mail: ryazanovma@gmail.com.

Саженков Александр Николаевич, кандидат физико-математи-

ческих наук, доцент, Алтайский государственный университет, заведующий кафедрой математического анализа, e-mail: san@math.asu.ru.

Саженкова Елена Владимировна – старший преподаватель кафедры высшей математики Новосибирского государственного университета экономики и управления, e-mail: sazhenkovs@yandex.ru.

Саженкова Татьяна Владимировна, доцент кафедры математического анализа Алтайского государственного университета, e-mail: sazhenkov_an@mail.ru.

Самарина Ольга Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент, Югорский государственный университет, доцент, e-mail: SamarinaOV@mail.ru.

Сартакова Полина Евгеньевна, студент, Алтайский государственный университет, email: polly064@rambler.ru.

Сибин Антон Николаевич, студент, Алтайский государственный университет, e-mail: sibin_anton@mail.ru.

Сидун Лариса Викторовна, аспирант факультета математики и информационных технологий Алтайского государственного университета, ведущий программист кафедры теоретической кибернетики и прикладной математики, e-mail: sidun@math.asu.ru.

Славский Виктор Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей математики Югорского государственного университета, e-mail: slavsky2004@mail.ru.

Тарасов Ярослав Александрович, аспирант, Алтайский государственный университет, e-mail: fandelle@mail.ru.

Татаринцев Ярослав Борисович, начальник отдела автоматизации Экономического управления ФГБОУ ВПО «Югорский государственный университет», e-mail: tyb@ugrasu.ru.

Терновой Олег Степанович, Алтайский государственный университет, начальник отдела ПКК УИ, e-mail: oleg1251@mail.ru.

Токарев Владимир Николаевич, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, старший преподаватель, e-mail: tok321.1973@mail.ru.

Токарева Маргарита Андреевна, аспирант факультета математики и информационных технологий Алтайского государственного университета, e-mail: tma25@mail.ru.

Топаж Александр Григорьевич, доктор технических наук, руководитель лаборатории математического моделирования агроэкосистем Агрофизического НИИ, e-mail: alex.topaj@gmail.com.

Устюжанова Алла Владимировна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, доцент кафедры дифференциальных уравнений, e-mail: ustyuzhanova.pgs@math.asu.ru.

Хворова Любовь Анатольевна, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, профессор кафедры теоретической кибернетики и прикладной математики, e-mail: hla@math.asu.ru.

Хромова Олеся Павловна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, доцент кафедры математического анализа, e-mail: khromova.olesya@gmail.com.

Чернышева Дарья Анатольевна, студент, Алтайский государственный университет, e-mail: dartri2014@mail.ru.

Чешкова Мира Артемьевна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, профессор кафедры математического анализа, e-mail: cma@math.asu.ru, cheshkov@ab.ru.

Шаповал Андрей Иванович, кандидат биологических наук, директор Российско-американского противоракового центра, e-mail: andrei-chapoval@gmail.com.

Шайдуров Александр Алексеевич, кандидат технических наук, Алтайский государственный университет, доцент кафедры вычислительной техники и электроники, e-mail: shaidurov@phys.asu.ru;

Шахова Светлана Александровна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, доцент кафедры алгебры и математической логики, e-mail: sashakhova@gmail.com.

Шишимарев Константин Александрович, аспирант, лаборант-исследователь лаборатории математического моделирования в механике неоднородных сред; младший научный сотрудник ООС НИОКР, e-mail: shishmarev.k@mail.ru.

Якимчук Александр Васильевич, техник отдела автоматизации экономического управления ФГБОУ ВПО «Югорский государственный университет», e-mail: a_yakimchuk@ugrasu.ru.

Содержание

Секция 1. АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА.....	3
Будкин А.И. О доминионах подгрупп разрешимых групп.....	3
Вараксин С.В. Об относительно свободных m -группах.....	5
Ганов В.А., Дегтерева Р.В. Словарные операторы, реализуемые логическими сетями над специальным базисом конечных автоматов...	6
Журавлев Е.В. О классификации некоторых классов конечных коммутативных локальных колец.....	7
Ильина Д.В. Квазимногообразия 2-ступенno нильпотентных групп аксиоматического ранга 5 экспоненты 3	9
Лебедев А.А. О квазимногообразиях групп аксиоматического ранга не выше трех	11
Лодейщикова В.В. Об одном многообразии Леви экспоненты $2p$	12
Токарев В.Н. Фильтры в решетках $L_q(M \cdot N)$, где $M \cdot N$ – квазимногообразие групп.....	15
Шахова С.А. Об аксиоматическом ранге квазимногообразия Mp2	16
Секция 2. ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ.....	19
Кизбикенов К.О. С-ядро диадической кооперативной игры четырех игроков	19
Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д. Об однородных инвариантных солитонах Риччи на четырехмерных группах Ли.....	21
Клепиков П.Н., Оскорбин Д.Н., Родионов Е.Д. Спектры операторов кривизны некоторых четырехмерных групп Ли с левоинвариантной римановой метрикой	24
Клепиков П.Н., Пастухова С.В., Хромова О.П. О собственных значениях оператора тензора кривизны Риччи левоинвариантных лоренцевых метрик трехмерных групп Ли	26
Куркина М.В., Родионов Е.Д., Славский В.В. О факторах и конформно-плоских метриках неотрицательной одномерной кривизны	29
Пастухова С.В., Хромова О.П. О сигнатуре оператора тензора одномерной кривизны трехмерных групп Ли с левоинвариантными лоренцевыми метриками.....	32

<i>Поликанова И.В.</i> О линиях в n -мерном аффинном пространстве 34	34
с аффинно-эквивалентными дугами	34
<i>Родионов Е.Д.</i> Конформные деформации солитонов Риччи 38	38
<i>Самарина О.В., Славский В.В.</i> Вычисление интегральных топографических характеристик цифрового изображения в системе MatLab	40
<i>Саженков А.Н., Сартакова П.Е.</i> Точные оценки площади треугольника замечательных точек	42
<i>Чешкова М.А.</i> К геометрии листа Мебиуса в E^4	43
<i>Чешкова М.А.</i> Мебиусовые поверхности.....	47
Секция 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ	51
<i>Ахмерова И.Г.</i> Модельная задача фильтрации воды и воздуха в деформированном грунте.....	51
<i>Аюрова Н.Б., Голубятников В.П.</i> Об одной нелинейной динамической системе	54
<i>Гончарова О.Н., Резанова Е.В.</i> Моделирование стационарных двухслойных течений жидкости и газа с испарением на границе раздела.....	58
<i>Закурдаева А.В.</i> Численное исследование влияния внешней среды на формирование сферического микробаллона	61
<i>Каракулова И.В.</i> Профильная задача движения грунтовых вод в окрестности водохранилища.....	64
<i>Масенюк Л.А., Резанова Е.В., Тарасов Я.А.</i> Моделирование конвективного течения жидкости с испарением на основе приближения тонкого слоя уравнений конвекции Обербека-Буссинеска	68
<i>Папин А.А., Подладчиков Ю.Ю.</i> Об одной модели двухфазной фильтрации в пороупругой среде	71
<i>Петрова А.Г., Алейников А.С., Бочкарева Ю.А., Михина Д.Л.</i> О точных решениях задачи протаивания грунта под действием инфильтрации осадков	75
<i>Сибин А.Н., Вайгант В.А.</i> Корректность начально-краевой задачи.....	78

внутренней эрозии грунта	78
<i>Токарева М.А., Подладчиков Ю.Ю.</i> Локализация решения уравнения движения жидкости в деформируемой пористой среде	82
<i>Устюжансова А.В.</i> Применение метода конечных элементов к задаче о деформировании массива водонасыщенных пород.....	85
<i>Шишимарев К.А. Хабахпашева Т.И., Коробкин А.А.</i> Влияние гидростатического и гидродинамического давлений на колебания ледового покрова.....	87
Секция 4. ИНФОРМАЦИОННЫЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ	92
<i>Анисимов Д.С., Рязанов М.А., Шаповал А.И.</i> Математические методы обработки данных пептидных микрочипов	92
<i>Беликова М.Ю., Кречетова С.Ю., Перельгин А.А.</i> Актуальность разработки геоинформационной вебсистемы для комплексного анализа данных о грозовой активности Горного Алтая.....	94
<i>Бобков К.А.</i> Анализ и генерация геометрического представления изображения	96
<i>Жариков А.В., Терновой О.С.</i> Выявление сезонности сетевой нагрузки посредством R/S-анализа	100
<i>Мураенко А.А., Жилин С.И.</i> Способ построения траектории изменения функционального состояния спортсмена во время проведения силовой тренировки по динамическим биометрическим данным	101
<i>Половикова О.Н.</i> Анализ XML-системы для решения задач семантического поиска	104
<i>Татаринцев Я.Б., Петроценко В.Ю., Якимчук А.В.</i> Обеспечение перехода образовательных учреждений на эффективный контракт посредством разработки автоматизированной информационной системы	106
<i>Шайдуров А.А.</i> Нейросетевые методы обработки данных пептидных микрочипов	109
Секция 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ, ЭКОНОМИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ	112
<i>Аборнев С.М.</i> Моделирование случайных процессов.....	112

<i>Алгазина Д.Г., Алгазин Г.И.</i> Теоретико-игровые модели и механизмы формирования роялти в франчайзинговых сетях	117
<i>Банушкина Н.А., Крячко М.Ю.</i> База знаний экспертной системы «Безопасность профессиональной деятельности спасателей в условиях высокогорья».....	120
<i>Банушкина Н.А.</i> Информационные системы принятия управлеченческих решений в классе формализованных задач.....	124
<i>Богарова Е.В., Пронь С.П.</i> Разработка имитационной модели финансового потока для формирования фонда КР МКЖД в среде AnyLogic.....	128
<i>Букасова А.К.</i> Оценка научной деятельности: показатели и модели .	132
<i>Денисов М.А.</i> Модель портфельного анализа при отборе активов в процессе секьюритизации активов	136
<i>Дорофеева А.Ю.</i> Современные проблемы развития технологии семантического поиска	140
<i>Журавлева В.В., Бондарева А.А.</i> Описание одного алгоритма кластеризации типа Forel	142
<i>Кулаков К.М.</i> Создание агентной имитационной модели естественного движения населения в среде AnyLogic	145
<i>Маничева А.С., Савиных А.В.</i> Применение критерия Грэнджера для анализа статистических показателей	146
<i>Мартко Е.О.</i> Алгоритм вероятностной модели для расчета остаточного ресурса электродвигателя.....	148
<i>Печатнова Е.В.</i> Моделирование опасности возникновения ДТП на трассе А322 в Калманском районе.....	151
<i>Понькина Е.В., Беднаркова З., Баворова М., Кузнецова А.А.</i> Исследование факторов миграции сельской молодежи на основе байесовских сетей доверия: факторы перспектив профессиональной реализации	155
<i>Пономарев И.В.</i> Нечеткое моделирование рынка труда в регионе	160
<i>Пономарев И.В., Родионова Л.В., Родионов Е.Д.</i> Моделирование производительности труда в регионе	163
<i>Пронь С.П., Сидун Л.В.</i> Имитационное моделирование перестрахования в кредитных операциях	165

<i>Роцупкин К.В.</i> Пути перехода к хаосу. Свойства хаотических динамик	167
<i>Саженкова Т.В., Детиненко Н.О., Пономарева А.В.</i> Анализ и прогнозирование творческих показателей учащихся	171
<i>Саженкова Т.В., Карпова И.С.</i> Об одном классе внешних штрафных функций	172
Секция 6. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЭКОЛОГИИ И ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИИ	174
<i>Боярская А.В., Терехова Ю.О.</i> Температурное поле почв: закономерности, методы и модели	174
<i>Брыксин В.М., Хворова Л.А.</i> Системы поддержки принятия решений в земледелии:	176
применение данных ДЗЗ, ГИС-технологий и моделирования в точном земледелии	176
<i>Морозюк Е.Ю., Понькина Е.В.</i> Применение метода анализа иерархий для оценки степени значимости параметров в общей оценке готовности гидротехнического сооружения к безопасному пропуску паводковых вод	181
<i>Кунгурова О.Н., Палкина Л.А.</i> Решение производственных задач в среде имитационного моделирования AnyLogic	185
<i>Курочкин Д.В., Понькина Е.В.</i> Анализ технологической эффективности производства зерновых и подсолнечника в условиях Кулундинской степи Алтайского края на основе метода DEA	190
<i>Топаж А.Г., Абрамова А.В., Неупокоева К.Г.</i> Исследование симбиотической азотфиксации с помощью методов и инструментов многоподходного математического моделирования	195
<i>Щербинин В.В., Бондарович А.А., Пузанов А.В., Майсснер Р., Рунн Х., Фрюауф М., Шмидт Г., Штефан Э., Иллигер П., Балыкин Д.Н.</i> Международная мониторинговая сеть в степной зоне Алтайского края	198
Секция 7. ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ	201

<i>Булатова Г.А., Маничева А.С., Оскорбин Н.М.</i> Особенности преподавания курса «Управление персоналом» для математических специальностей	201
<i>Кравченко Г.В.</i> Оценка эффективности применения электронного учебно-методического комплекса в среде Moodle	202
<i>Линевич Л.А.</i> Балльно-рейтинговая система контроля знаний	206
<i>Паутова Ю.В.</i> Разработки ЭУМК математических дисциплин в системе дистанционного обучения Moodle	208
<i>Плотникова Е.А.</i> О формировании банка задач по курсу «Высшая математика» для гуманитарных направлений	214
<i>Ротова В.Н.</i> Научные подходы к управлению качеством образования	217
<i>Саженкова Е.В.</i> Об интерактивных формах обучения математике в высшей школе	220
<i>Саженков А.Н., Саженкова Т.В.</i> Учебно-исследовательская работа студентов на младших курсах	223
<i>Чернышева Д.А., Кравченко Г.В.</i> Возможности применения интерактивной среды GeoGebra в обучении студентов математическим дисциплинам	225
<i>Шварц Е.А.</i> Электронная обучающая среда Moodle как средство организации самостоятельной работы студентов	229
НАШИ АВТОРЫ	233

**МАК-2015: «Математики – Алтайскому краю»:
сборник трудов
всероссийской конференции
по математике**

Научное издание

**Оригинал-макет подготовлен
С.С. Максимовой**

Публикуется в авторской редакции

Подписано в печать 18.06.2015. Формат 60×84/16
Печать – цифровая. Усл.п.л. 14,68
Тираж 200 экз. Заказ 2015 - __

Отпечатано в типографии АлтГТУ,
656038, г. Барнаул, пр-т Ленина, 46,
тел. (8-3852) 29-09-48

Лицензия на полиграфическую деятельность
ПЛД №28-35 от 15.07.97 г.