



**СБОРНИК ТРУДОВ ВСЕРОССИЙСКОЙ
КОНФЕРЕНЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ**

**Материалы молодежной прикладной
IT школы «Математические методы
и модели в экологии»**

Барнаул, 2019

АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ ВОДНЫХ И ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ СО РАН
АГРОФИЗИЧЕСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНСТИТУТ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛИЗА РЕГИОНАЛЬНЫХ
ПРОБЛЕМ ДВО РАН
ВОСТОЧНО-КАЗАХСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ С. АМАНЖОЛОВА



Часть I
СБОРНИК ТРУДОВ ВСЕРОССИЙСКОЙ
КОНФЕРЕНЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ
с международным участием

Алгебра и математическая логика
Геометрия и анализ
Дифференциальные уравнения
и математические модели
Информационные и вычислительные технологии
Математическое моделирование производственных, экономических и
социальных систем
Теория и методика профессионального образования

Часть II
Материалы молодежной прикладной
IT школы «Математические методы и модели в экологии»
Барнаул, 27 июня – 1 июля 2019



Барнаул

Издательство
Алтайского государственного
университета
2019

ББК 22.1я431
М 150

Главный редактор
профессор Н.М. Оскорбин

Редколлегия:

А.И. Будкин, А.В. Жариков, Г.В. Кравченко, А.Г. Петрова,
Е.Д. Родионов, А.Н. Саженов, Л.А. Хворова

М 150 МАК : «Математики – Алтайскому краю» : сборник трудов всероссийской конференции по математике с международным участием.– Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2019. – 332 с.

Выпуск содержит статьи, в которых представлены основные результаты научных исследований преподавателей вузов, научных сотрудников, аспирантов, докторантов и студентов учебных заведений. Конференция «МАК-2019» представляет собой Российско-Казахстанский проект, целью которого является активизация отношений с ВУЗами Казахстана и проведение конструктивного научного сотрудничества по важным для России и Казахстана направлениям в сфере образования и научно-исследовательской деятельности.

Основные научные и образовательные цели конференции – анализ и обобщение опыта научно-исследовательской работы в области перспективных и приоритетных направлений развития математики, прикладной математики, математического моделирования и информационных технологий в социальных, экономических, экологических системах; интенсификация междисциплинарных исследований, развитие научной активности научно-ориентированной молодежи, привлечение ее к решению актуальных задач современной науки и практики; сохранение и развитие научного потенциала Алтайского края и других регионов.

Конференция проводится при финансовой поддержке РФФИ, проект № 19-07-20106 XXII всероссийская научно-практическая конференция с международным участием «Математики – Алтайскому краю (МАК-2019)»

ISSN: 2500-3453

© Алтайский государственный университет, 2019

Секция 1. АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

УДК 512.545

Решетка многообразий m -групп

Н.В. Баянова

АлтГУ, г. Барнаул

Напомним [1], что m -группой называется алгебраическая система G сигнатуры $m = \langle \cdot, e, ^{-1}, \vee, \wedge, * \rangle$, где $\langle G, \cdot, e, ^{-1}, \vee, \wedge \rangle$ является решето-точно упорядоченной группой (ℓ -группой) и одноместная операция $*$ – автоморфизм второго порядка группы $\langle G, \cdot, e, ^{-1} \rangle$ и антиизоморфизм решетки $\langle G, \vee, \wedge \rangle$, т.е. для любых $x, y \in G$ выполнены соотношения:

$$(xy)_* = x_*y_*, \quad (x_*)_* = x, \quad (x \wedge y)_* = x_* \vee y_*, \quad (x \vee y)_* = x_* \wedge y_*.$$

Основные свойства реверсивных автоморфизмов второго порядка были изучены в [2].

Класс m -групп X называется многообразием m -групп, если существует множество Φ тождеств сигнатуры m такое, что X состоит из всех m -групп, на которых истинны все тождества из Φ . Множество всех многообразий m -групп M является частично упорядоченным множеством относительно теоретико-множественного включения. Более того, множество M является решеткой относительно естественно определенных операций пересечения и объединения многообразий.

Многообразие m -групп Y накрывает многообразие m -групп X в решетке M если $X \subset Y$ и для всякого многообразия m -групп Z , $X \subseteq Z \subseteq Y$, выполнено $Z = X$ или $Z = Y$.

Многообразие m -групп Y называется о-аппроксимируемым, если $Y \subseteq R_m$, где R_m – многообразие всех о-аппроксимируемых m -групп, определяемое тождеством $(x \wedge y^{-1}x^{-1}y) \vee e = e$.

Основные свойства решетки многообразий m -групп были изучены М. Жироме и Й. Рахунком в [3]. В частности, указано, что решетка M дистрибутивна, дуально браурова, но не является брауровой. В отличие от решетки многообразий ℓ -групп, многообразие всех абелевых m -

групп A_m не является наименьшим нетривиальным многообразием в решетке M . В [3] было определено наименьшее собственное многообразие m -групп $I(x_* = x^{-1})$ и показано, что оно не является идемпотентом. Описание накрытий многообразия m -групп I дано в работе [4] А.В. Зенковым.

Исследование свойств решетки многообразий m -групп продолжили В.М. Копытов и Й. Рахунк [5], которые определили наибольший элемент в решетке многообразий m -групп.

Накрытия многообразия всех абелевых m -групп A_m изучались О.В. Исаевой [6]. Полное описание разрешимых o -аппроксимируемых накрытий многообразия A_m получено Н.В. Баяновой и А.В. Зенковым в [7].

Н.В. Баянова и А.В. Зенков [8], построили пример, показывающий, что в решетке M не всегда выполняется равенство $V(\bigvee_i U_i) = \bigvee_i (VU_i)$ для бесконечного множества индексов, что дало отрицательный ответ на вопрос, поставленный в [3].

А.В. Зенковым в [9] показано, что существует несчетное множество o -аппроксимируемых многообразий m -групп, каждое из которых имеет континуум o -аппроксимируемых накрытий. В этой же работе было найдено o -аппроксимируемое многообразие m -групп, которое не имеет накрытий в решетке o -аппроксимируемых многообразий m -групп. Вопрос о полном описании o -аппроксимируемых многообразий m -групп, не имеющих накрытий в подрешетке o -аппроксимируемых многообразий m -групп остается открытым.

Библиографический список

1. Giraudet M., Lucas F. Groupes a moitie ordonnes // Fudam. Math. – 1991. – № 2(139) – Р. 75–89.
2. Баянова Н.В., Никонова О.В. Реверсивные автоморфизмы решетки упорядоченных групп // Сиб. мат. ж. – 1995. – № 4(36) – С. 765–768.
3. Giraudet M., Rachunek J. Varieties of half lattice-ordered groups of monotonic permutations of chains // Czech. Math. J.– 1999. – № 124(49) – Р. 743–766.
4. Зенков А.В. О минимальных многообразиях m -групп // Сиб. мат. ж. – 2009. – № 6(50) – С. 1328–1332.
5. Копытов В.М., Рахунк Й. Наибольшее собственное многообразие m -групп // Алгебра и логика. – 2003. – № 5(42) – С. 624–635.
6. Исаева О.В. Накрытия в решетке многообразий m -групп // Алгебра и теория моделей-4. Новосибирск, НГТУ. – 2003. – С. 35–43.

7. Баянова Н.В., Зенков А.В. Об σ -аппроксимируемых накрытиях в решетке многообразий m -групп // Сиб. электр. мат. известия. – 2018. URL:<http://semr.math.nsc.ru/v15/p1818-1822.pdf>

8. Баянова Н.В., Зенков А.В. О бесконечной дистрибутивности в решетке многообразий m -групп // Алгебра и логика. – 2015. – № 1(54) – С. 3–15.

9. Зенков А.В. Накрытия в решетке многообразий m -групп // Сиб. мат. ж. – 2006. – № 1(47) – С. 73–80.

УДК 512.57

W-независимая аксиоматизируемость квазимногообразий групп

А.И. Будкин

АлтГУ, г. Барнаул

Квазимногообразие групп — это класс групп, определяемый специальными формулами, называемыми квазитожествами. В этой работе изучается вопрос о существовании независимых и w -независимых базисов квазитожеств, интерес к которому возрос в последнее время.

Множество квазитожеств называется независимым, если оно не эквивалентно никакому своему собственному подмножеству.

Множество квазитожеств называется w -независимым, если его можно разбить на счетное множество подмножеств таких, что удаление любого из этих подмножеств приводит нас к множеству квазитожеств, не эквивалентному исходному.

Примером w -независимого множества квазитожеств является любое бесконечное независимое множество квазитожеств.

Существует тесная связь между независимыми, w -независимыми базисами квазитожеств и определенными свойствами решеток квазимногообразий групп.

Отметим, что из существования бесконечного независимого базиса у данного квазимногообразия следует наличие бесконечного множества покрытий этого квазимногообразия в решетке квазимногообразий групп.

Аналогично, из существования w -независимого базиса квазитожеств у данного квазимногообразия следует существование бесконечного множества квазимногообразий, пересечение любых двух из которых совпадает с рассматриваемым квазимногообразием.

Вопрос о независимой аксиоматизируемости квазимногообразий изучался в [1-11]. В [10] построен пример квазимногообразия с двумя

унарными операциями, не имеющего независимого базиса, но имеющего w -независимый базис квазитождеств. Там же найдена конечная унарная алгебра, которая не имеет w -независимого и, следовательно, независимого базиса квазитождеств.

Пусть M – многообразие нильпотентных групп класса не выше двух экспоненты p (p – нечетное простое число), F – свободная в M группа ранга 2. Обозначим через qF – квазимногообразие, порожденное группой F .

В [7] показано, что qF не имеет покрытий в решетке квазимногообразий, содержащихся в M . Следствием этого является теорема о том, что qF не имеет независимого базиса квазитождеств в M . Вопрос о существовании w -независимого базиса квазитождеств у qF оставался открытым. В данной работе анонсировано решение этой задачи.

Теорема. Квазимногообразие qF не имеет w -независимого базиса квазитождеств в M .

Библиографический список

1. Budkin A.I. Independent axiomatizability of quasivarieties of groups // *Mathematical Notes*. – 1982. – V. 31, №6. – P. 413-417.
2. Budkin A.I. Independent axiomatizability of quasivarieties of generalized solvable groups // *Algebra and Logic*. – 1986. – V. 25, №3. – P. 155-166.
3. Budkin A.I. Independent axiomatizability of quasi-varieties of soluble groups // *Algebra and Logic*. – 1999. – V. 30, №2. – P. 81-100.
4. Budkin A.I. On the independent axiomatizability of quasimanifolds of universal algebras // *Mathematical Notes*. – 1994. – V. 56, №4. – P. 1008–1014.
5. Budkin A.I. Quasivarieties of groups having no coverings // *Mathematical Notes*. – 1985. – V. 37, №5. – P. 333–337.
6. Fedorov A.N. Quasi-identities of a free 2-nilpotent group // *Mathematical Notes*. – 1986. – V. 40, №5, - P. 837-841.
7. Fedorov A.N. Subquasivarieties of nilpotent minimal non-Abelian group varieties // *Siberian Mathematical Journal*. – 1980. – V. 21, №6. – P. 840–850.
8. Tumanov V.I. Finite lattices having no independent basis of quasiidentities // *Mathematical Notes*. – 1984. – V. 36, №5. – P. 811–815.
9. Basheyeva A.O., Yakovlev A.V. On w -independent bases for quasi-identities // *Siberian Electronic Mathematical Reports*. – V. 14. – P. 838–847.
10. Gorbunov V.A. *Algebraic Theory of Quasivarieties* // *Siberian School of Algebra and Logic, Consultants Bureau*, 1998.

11. Gorbunov V.A. Covers in lattices of quasivarieties and independent axiomatizability // Algebra and Logic. – 1977. – V. 16, №5. – P. 340–369.

УДК 512.552

Некоторые свойства сжатого графа делителей нуля конечного ассоциативного кольца

Е.В. Журавлев, А.С. Монастырева

АлтГУ, г. Барнаул

Все кольца, рассматриваемые в данной работе, являются конечными ассоциативными. Пусть R – кольцо. Для элемента $x \in R$ положим $l(x) = \{a \in R; ax = 0\}$ и $r(x) = \{a \in R; xa = 0\}$. Пусть $D(R)$ – множество делителей нуля (односторонних и двусторонних) кольца R , $J(R)$ – радикал Джекобсона кольца R , $D(R)^* = D(R) \setminus \{0\}$, $Ann(R) = \{a \in R; aR = Ra = (0)\}$. Под термином «локальное кольцо» мы понимаем такое конечное кольцо R с единицей, для которого фактор-кольцо $R/J(R)$ является полем.

Графом делителей нуля $\Gamma(R)$ кольца R называют граф, вершинами которого являются ненулевые делители нуля кольца (односторонние и двусторонние), причем различные две вершины x, y соединяются ребром тогда и только тогда, когда $xy = 0$ или $yx = 0$.

Такие графы были определены Д. Андерсоном, П. Ливингстоном в работе [1]. Одним из направлений исследований в этой области стало описание колец, граф делителей нуля которых удовлетворяет определенному условию. Геометрическое изображение графа делителей нуля для конкретных колец представляется довольно сложным. Поэтому необходимо разбить множество вершин графа на классы эквивалентности, причем так, чтобы не нарушалось представление о строении графа в целом. В работах [2, 3] предложен способ решения этой проблемы для коммутативных колец. В данной работе мы расширили и немного изменили этот подход, распространив его и на некоммутативный случай.

Введем отношение эквивалентности на множестве $D(R)^*$:

для любых $x, y \in D(R)^*$ $x \sim y \Leftrightarrow l(x) \cup r(x) = l(y) \cup r(y)$.

Отношение $\sim$ является отношением эквивалентности на $D(R)^*$, то есть мы можем рассматривать фактормножество $D(R)^*/\sim$.

Пусть $[x]$ – класс эквивалентности элемента $x \in D(R)^*$. Для любых $a \in [x]$, $b \in [y]$, где $x, y \in D(R)^*$, очевидно, что $ab = 0$ или $ba = 0$ тогда и только тогда, когда $xy = 0$ или $yx = 0$.

Пусть R — кольцо, обозначим через $\Gamma_-(R)$ граф, множеством вершин которого является $\{[x]; x \in D(R)^*\}$ и две вершины $[x], [y]$ (не обязательно различные) соединяются ребром (или петлей) тогда и только тогда, когда $xy=0$ или $yx=0$.

Граф $\Gamma_-(R)$ будем называть *сжатым графом делителей нуля* кольца R .

Нами доказано, что в графе $\Gamma_-(R)$ все вершины делятся на два типа. Если $x^2=0$, то $[x]$ — это вершина с петлей. Если $x^2 \neq 0$, то $[x]$ — это вершина без петли. Другими словами, если $x^2=0$, то граф делителей нуля класса $[x]$ представляет собой полный граф; если $x^2 \neq 0$, то граф делителей нуля класса $[x]$ — это нуль-граф. Зная, сколько элементов содержится в каждом классе $[x]$, мы всегда от сжатого графа делителей нуля можем перейти к обычному графу делителей нуля. Поэтому при изучении свойств сжатого графа делителей нуля $\Gamma_-(R)$ можно использовать свойства графа $\Gamma(R)$. Более того, в сжатом графе петлей выделены нильпотентные элементы индекса нильпотентности два. Изображение сжатого графа $\Gamma_-(R)$ более компактно и наглядно. Например, мы можем оценить максимально возможное число элементов в любой системе попарно ортогональных идемпотентов кольца R по его сжатому графу делителей нуля, поскольку очевидно, что идемпотенты порождают классы эквивалентности без петель, причем попарно ортогональные идемпотенты попадают в разные классы, попарно смежные между собой. По сжатому графу делителей нуля кольца легко определить, является ли аннулятор кольца ненулевым, поскольку любой ненулевой элемент аннулятора порождает класс, который смежен в сжатом графе делителей нуля этого кольца со всеми остальными вершинами.

В настоящей работе доказаны следующие основные результаты.

Теорема 1. Пусть R — конечное кольцо. Граф $\Gamma_-(R)$ имеет порядок один тогда и только тогда, когда выполняется одно из следующих условий:

- 1) R — нильпотентное кольцо с нулевым умножением;
- 2) R — локальное кольцо, причем $J(R)^2=(0)$.

Теорема 2. Пусть A — конечномерная коммутативная неразложимая нильпотентная Z_p -алгебра (p — простое число). Граф $\Gamma_-(A)$ состоит из двух смежных вершин, одна из которых — с петлей, а вторая — без петли, тогда и только тогда, когда $\text{Ann}(A)=A^2$ и в алгебре A существует базис $a_1, \dots, a_s, b_1, \dots, b_t$ такой, что $b_i \in \text{Ann}(A)$ для всех i и $a_i a_j \neq 0$ для всех i, j .

Библиографический список

1. Anderson D.F., Livingston P.S. The zero-divisor graph of a commutative ring // J. Algebra. — 1999. — V. 217. — P. 434–447.
2. Bloomfield N., Wickham C. Local rings with genus two zero divisor graph // Communication in Algebra. — 2010. — V. 38. — P. 2965–2980.
3. Bloomfield N. The zero divisor graphs of commutative local rings of order p^4 and p^3 // Communication in Algebra. — 2013. — V. 41. — P. 765–775.

УДК 512.55

О графах делителей нуля конечных коммутативных локальных колец с 4-нильпотентным радикалом

Е.В. Журавлев, О.А. Филина

АлтГУ, г. Барнаул

Пусть S – коммутативная полугруппа с нулем, $x \in S$,

$$\text{Ann}(x) = \{y \in S \mid xy = 0\}.$$

Введем на S отношение эквивалентности:

$$\forall x, y \in S \quad x \sim y \Leftrightarrow \text{Ann}(x) = \text{Ann}(y).$$

Класс эквивалентности элемента $x \in S$ будем обозначать $[x]$, а соответствующее фактормножество $S/\sim$.

Отношение $\sim$ является конгруэнцией на S : для любых $x_1, x_2, y_1, y_2 \in S$ если $x_1 \sim x_2$ и $y_1 \sim y_2$, то $x_1 x_2 \sim y_1 y_2$. Следовательно, мы можем рассматривать фактормножество $S/\sim$ как полугруппу относительно операции $[x][y] = [xy]$. Графом делителей нуля $\Gamma(S/\sim)$ полугруппы $S/\sim$ будем называть граф, вершинами которого являются элементы $S/\sim$ и две вершины $[x], [y]$ (не обязательно различные) соединяются ребром (или петлей) тогда и только тогда, когда $[x][y] = [0]$ (равносильно $xy = 0$).

Пусть R – конечное коммутативное локальное кольцо с единицей, $J(R)$ и R^* – радикал Джекобсона и группа обратимых элементов кольца R соответственно, $F = R/J(R) = GF(p^r)$ – конечное поле, $F^* = F \setminus \{0\}$. Существуют элементы $m_1, \dots, m_h \in J(R)$ такие, что кольцо R раскладывается в прямую сумму F -модулей (см. [1]):

$$R = F \oplus Fm_1 \oplus \dots \oplus Fm_h,$$

причем

$$J(R) = Fm_1 \oplus \dots \oplus Fm_h.$$

Рассмотрим случай, когда $\text{char } R = 3$ и $\dim_F J/J^2 = 2$, $\dim_F J^2/J^3 = 2$, $\dim_F J^3 = 1$, $J^4 = 0$,

$$R = F \oplus Fu_1 \oplus Fu_1 \oplus Fv_1 \oplus Fv_2 \oplus Fw,$$

где $\{u_1, u_2, v_1, v_2, w\}$ – базис идеала $J(R)$ над полем F , $u_1, u_2 \in J/J^2$, $v_1, v_2 \in J^2/J^3$, $w \in J^3$.

В работе [2] классифицированы с точностью до изоморфизма все кольца R указанного типа. Наша цель – построить графы делителей нуля $\Gamma(S/\sim)$ одного из таких колец. А именно, рассмотрим кольцо со следующим умножением базисных элементов:

$$u_1^2 = v_1, \quad u_1 u_2 = v_2, \quad u_2^2 = 0, \quad u_1 v_1 = u_2 v_1 = u_1 v_2 = w, \quad u_2 v_2 = 0$$

(см. [2], теорема 1, пункт 3). Непосредственным вычислением получаем, что

$$R = [1] \bigcup_{n_i \in F} [u_1 + n_i u_2] \bigcup_{k_i \in F} [u_2 + k_i v_1] \bigcup_{m_i \in F} [v_1 + m_i v_2] \cup [v_2] \cup [w] \cup [0],$$

где

$$[u_1 + n_i u_2] = F^*(u_1 + n_i u_2) + Fv_1 + Fv_2 + Fw,$$

$$[u_2 + k_i v_1] = F^*(u_2 + k_i v_1) + Fv_2 + Fw,$$

$$[v_1 + m_i v_2] = F^*(v_1 + m_i v_2) + Fw,$$

$$[v_2] = F^*v_2 + Fw,$$

$$[w] = F^*w, \quad [0] = \{0\}, \quad [1] = R^*,$$

и для любых $n_i, k_i, m_j \in F$, $i, j \in \{1, \dots, p^r\}$,

$$\text{Ann}(u_1 + n_i u_2) = [v_1 - (1 + n_i)v_2] \cup [w] \cup [0],$$

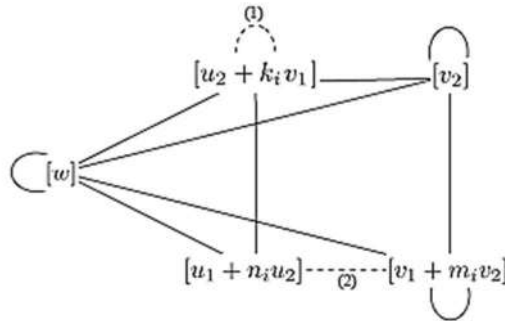
$$\text{Ann}(u_2 + k_i v_1) = [u_2 - k_i v_1] \cup [v_2] \cup [w] \cup [0],$$

$$\text{Ann}(v_1 + m_j v_2) = [u_1 - (1 + m_j)u_2] \bigcup_{m_i \in F} [v_1 + m_i v_2] \cup [v_2] \cup [w] \cup [0],$$

$$\text{Ann}(v_2) = \bigcup_{k_i \in F} [u_2 + k_i v_1] \bigcup_{m_i \in F} [v_1 + m_i v_2] \cup [v_2] \cup [w] \cup [0],$$

$$\text{Ann}(w) = J.$$

На рисунке 1 представлено геометрическое изображение графа $\Gamma(S/\sim)$, за исключением вершин $[0]$ и $[1]$, так как $[0]$ смежна со всеми вершинами, а $[1]$ смежна только $[0]$.



- 1) если $k_i = -k_j$;
- 2) если $m_i = -(1 + n_i)$.

Рисунок 1 – Геометрическое изображение графа $\Gamma(S/\sim)$

В данном изображении вершины $[u_1 + n_i u_2]$, $[u_2 + k_i v_1]$, $[v_1 + m_i v_2]$ это группы вершин графа $\Gamma(S/\sim)$, причем пунктирные ребра означают смежность вершин графа при выполнении некоторых условий, указанных внизу рисунка.

Данная работа продолжает исследования, начатые в [3]. Цель исследований – построить графы делителей нуля коммутативных колец порядка p^{6r} (для колец порядка p^{5r} задача решена в [4]). Этот результат, как пример, важен для актуальной в настоящее время тематике по классификации конечных колец, удовлетворяющих некоторому условию на их графы делителей нуля.

Библиографический список

1. Raghavendran R. Finite associative rings // *Compositio Math.* – 1969. – V. 21. – P. 195–229.
2. Zhuravlev E.V. On the classification of finite commutative local rings // *Siberian Electronic Mathematical Reports.* – 2006. – № 3. – С. 15–29.
3. Журавлев Е.В., Монастырева А.С. О графах делителей нуля коммутативных локальных колец // *Математики – Алтайскому краю: сборник трудов всероссийской конференции по математике.* – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2018. – С. 11–13.
4. Bloomfield N. The zero divisor graphs of commutative local rings of order p^4 and p^5 , *Communication in Algebra.* – 2013. – V. 41. – 765–775.

L_n -классы, порожденные почти абелевыми квазимногообразиями нильпотентных групп

В.В. Лодейщикова

АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

Для произвольного класса групп M обозначим через $L(M)$ класс всех групп G , в которых нормальное замыкание любого элемента из G принадлежит M . Класс $L(M)$ групп называется классом Леви, порожденным M .

Пусть $L_1(M)=L(M)$. Для $n \geq 2$ определим L_n -класс, порожденный M , следующим образом: класс $L_n(M)$ состоит из всех групп G , в которых все n -порожденные (как нормальные) подгруппы содержатся в M . Введем некоторые обозначения:

qK – квазимногообразие, порожденное классом групп K (если $K=\{G\}$, то пишем qG),

$F_n(M)$ – свободная группа ранга n в квазимногообразии M ,

N_c – многообразие нильпотентных групп ступени не выше c ,

$N_{c,\infty}$ – многообразие нильпотентных групп ступени не выше c без кручения,

R_p (p – простое число) – многообразие групп, заданное в N_2 тождеством

$$(\forall x)(x^p=1),$$

R_{p^∞} (p – простое число) – многообразие групп, заданное в N_2 тождеством

$$(\forall x)(\forall y)([x,y]^p=1),$$

R_{p^k} (p – простое число, k – натуральное число, $k \geq 2$) – многообразие групп, заданное в N_2 тождествами

$$(\forall x)(x^{p^k}=1), (\forall x)(\forall y)([x,y]^p=1).$$

Набор $qF_2(R_{p^k})$ (исключая $qF_2(R_{2^1})$), $qF_2(R_{p^\infty})$, $qF_2(N_{2,\infty})$,

$qF_2(R_p)$ (p – простое число), представляет собой полный список почти абелевых квазимногообразий нильпотентных групп (т. е. неабелевых

квазимногообразий нильпотентных групп, все собственные подквазимногообразия которых абелевы).

В работе [1] было указано, что для $n \geq 2$ класс $L_n\left(qF_2\left(R_{p^k}\right)\right)$ (p – простое число, k – натуральное число, $k \geq 2$) содержится в многообразии нильпотентных групп ступени не выше 2.

Теорема. Пусть N – одно из квазимногообразий: R_p , R_{p^∞} , R_{p^k} (p – нечетное простое число, k – натуральное число, $k \geq 2$), R_{2^2} . Тогда:

- 1) если $p \neq 3$, то для $n \geq 2$ $L_n(qF_2(N)) \subseteq N_2$;
- 2) если $p = 3$, то $L_2(qF_2(N)) \subseteq N_3$ и для $n \geq 3$ $L_n(qF_2(N)) \subseteq N_2$.

Библиографический список

1. Lodeishchikova V.V. On the class of nilpotency of L_n -classes generated by the almost abelian quasivariety of nilpotent groups // Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и техники» – 2018 [Электронный ресурс] / АлтГУ; отв. ред. Е.Д. Родионов. – Электрон. текст. дан. – Барнаул: ФГБОУ ВО «Алтайский государственный университет», 2018. – С. 388–389.

УДК 514.112.3

Некоторые свойства треугольников, длины сторон которых образуют арифметическую прогрессию

Ю.Н. Мальцев¹, А.С. Монастырева²
¹АлтГПУ, г. Барнаул; ²АлтГУ, г. Барнаул

Пусть a, b, c – длины сторон ВС, АС, АВ и p, R, r – полупериметр, радиусы описанной и вписанной окружностей треугольника АВС. В работе [1] исследуются свойства треугольника, квадраты длин которого образуют арифметическую прогрессию. При этом проводятся различные описания таких треугольников, связанные с расположением его замечательных точек. Естественно, рассмотреть вопрос о характеристизации треугольников, длины сторон которых образуют арифметическую прогрессию. В настоящей работе доказаны следующие результаты:

1. Следующие условия на треугольник АВС эквивалентны:

$$(a) \ a = \frac{b+c}{2};$$

$$(б) \ p^2 = 19Rr - 9r^2;$$

(в) длины сторон треугольника равны:

$$\frac{2p}{3} - \sqrt{2r(R-2r)}, \frac{2p}{3}, \frac{2p}{3} + \sqrt{2r(R-2r)}.$$

При этом при выполнении условия (а) $\angle BAC \leq \pi/3$.

2. Пусть R, r – произвольные положительные числа, такие, что $R \geq 2r$ и $p = \sqrt{19Rr - 9r^2}$. Тогда существует единственный треугольник, для которого p, R, r – полупериметр, радиусы описанной и вписанной окружностей.

3. Пусть в треугольнике ABC один из углов равен $\pi/2$. Равенство $a=(b+c)/2$ выполняется тогда и только тогда, когда треугольник ABC подобен треугольнику со сторонами 3, 4, 5.

4. Пусть в треугольнике один из углов равен $\pi/3$. Равенство $a=(b+c)/2$ выполняется тогда и только тогда, когда треугольник ABC подобен треугольнику со сторонами 3, 5, 7.

5. Пусть в треугольнике один из углов равен $\pi/6$. Равенство $a=(b+c)/2$ выполняется тогда и только тогда, когда треугольник ABC подобен треугольнику со сторонами

$$(2 + \sqrt{3} + \sqrt{\sqrt{3} + 1}, 2 + \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3} - \sqrt{\sqrt{3} + 1}),$$

либо треугольнику со сторонами $(5 - 2\sqrt{3}, 3, 4 - \sqrt{3})$.

6. Пусть $K(\varphi)$ – класс всех треугольников, имеющих фиксированный угол φ ($0 < \varphi < \pi$) и одна из сторон которых является полусуммой других сторон. Тогда класс $K(\varphi)$ состоит не более, чем из двух подклассов подобных между собой треугольников.

Библиографический список

1. Bataille M. On the centers of roots-mean-square triangles // *Cruces Mathematicorum*. – 2018. – V. 44(2). – P. 63–68.

УДК 512.552.4

**О полилинейных тождествах
в конечномерной нильпотентной алгебре R над полем с
ограничениями на $\dim R^n / \dim R^{n+1}$**

Е.П. Петров
АлтГУ, г. Барнаул

Задача описания тождеств конечномерной алгебры над полем возникла довольно давно. Так, в 80-е годы в Днестровской тетради [1] Л.А. Бокутем была предложена задача (№ 1.23) об описании тождеств, выполняющихся во всех n -мерных ассоциативных алгебрах над полем (n – фиксированное число).

В 1980 году С.А. Пихтильниковым в работе [2] эта задача была решена для алгебр с единицей при $n < 18$. В 1986 году Ю.Н. Мальцевым в статье [3] изучалось многообразие алгебр M_n , порожденное всеми n -мерными нильпотентными алгебрами. Такие многообразия там были описаны для $n < 7$, а также поставлен вопрос:

(*) *Какова степень минимального тождества в многообразии M_n ?*

В 1989 г. И.Л. Гусевой в статье [4] было доказано, что n -мерная нильпотентная алгебра удовлетворяет стандартному тождеству степени $k = \left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor + 2$.

В 1991 г. автором в работе [5] была сформулирована гипотеза о том, что произвольная n -мерная нильпотентная алгебра удовлетворяет стандартному тождеству степени $k = \left\lfloor \frac{1+\sqrt{1+8n}}{2} \right\rfloor$, и в качестве подтверждения этой гипотезы был приведен пример n -мерной алгебры, удовлетворяющей стандартному тождеству указанной степени, но не удовлетворяющей никакому полилинейному тождеству меньшей степени, и доказано, что n -мерная нильпотентная алгебра R с условием $\dim R^2 / \dim R^3 < 3$ удовлетворяет данной гипотезе. Из этого результата, в частности, следовало, что стандартное тождество степени $k = \left\lfloor \frac{1+\sqrt{1+8n}}{2} \right\rfloor$ является минимальным тождеством в M_n для $n < 13$ и $n = 15$. Таким образом, для малых размерностей был найден ответ на вопрос (*).

В поисках ответа на вопрос (*) и подтверждения обозначенной гипотезы автором в работах [6]–[8] проведены исследования нильпотентной конечномерной алгебры R , удовлетворяющей для некоторого натурального числа $N > 1$ условию $\dim R^n / \dim R^{n+1} = 2$, выясняя ее строение, определяющие соотношения и тождества.

В частности, получены следующие результаты.

Теорема 1. [6]. Всякая ассоциативная нильпотентная конечномерная алгебра R над произвольным полем с условием $\dim R^2 / \dim R^3 = 2$ удовлетворяет стандартному тождеству

$$S_4(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum_{\sigma \in S_4} (-1)^\sigma x_{\sigma(1)} x_{\sigma(2)} x_{\sigma(3)} x_{\sigma(4)} = 0.$$

Причем эта оценка является точной.

Теорема 2. [8]. Произвольная конечнопорожденная нильпотентная алгебра R над полем характеристики, не равной двум, с условием $\dim R^N / \dim R^{N+1} = 2$, $N > 2$, удовлетворяет стандартному тождеству

$$S_{N+2}(x_1, \dots, x_{N+2}) = \sum_{\sigma \in S_{N+2}} (-1)^\sigma x_{\sigma(1+2)} \dots x_{\sigma(N+2)} = 0.$$

Теорема 3. [8]. Для бесконечного количества значений N найдется такая конечнопорожденная нильпотентная алгебра R над полем характеристики, не равной двум, с условием $\dim R^N / \dim R^{N+1} = 2$, которая не удовлетворяет никакому полилинейному тождеству степени $(T-1)$.

То есть, степень стандартного тождества в алгебре R с условием $\dim R^N / \dim R^{N+1} = 2$, $n > 1$, не зависит от величины индекса нильпотентности алгебры R .

В случае, когда $\dim R^2 / \dim R^3 = 3$, такой независимости уже нет. Действительно, имеет место следующая теорема.

Теорема 4. Для любого натурального числа k найдется конечномерная нильпотентная алгебра R над произвольным полем с условием $\dim R^2 / \dim R^3 = 3$, не удовлетворяющая никакому полилинейному тождеству степени k .

Библиографический список

1. Днестровская тетрадь: нерешенные проблемы теории колец и модулей: (оперативно-информационный материал). – Новосибирск, Ин-т математики СО АН СССР, 1982.
2. Пихтильков С.А. О многообразиях, порожденных n -мерными алгебрами. – Тульский политехнический институт, Тула (1980), Деп. в ВИНТИ, № 121380.
3. Мальцев Ю.Н. О тождествах нильпотентных алгебр // Известия вузов, Мат. – 1986. – № 9. – С. 68–72.
4. Гусева И.Л. О тождествах конечномерных нильпотентных алгебр // Международная конференция по алгебре памяти А.И. Мальцева: сборник трудов, Новосибирск, август 1989. – С. 43.

5. Петров Е.П. О тождествах конечномерных нильпотентных алгебр // Алгебра и логика. – 1991. – Т. 30, выпуск 5. – С. 540–556.

6. Петров Е.П. Определяющие соотношения и тождества нильпотентной конечномерной алгебры R с условием $\dim R^2 / \dim R^3 = 2$ // Сибирские электронные математические известия. – 2016. – № 13. – С. 1052–1066.

7. Петров Е.П. Строение, определяющие соотношения и тождества конечномерной нильпотентной алгебры R с условием $\dim R^N / \dim R^{N+1} = 2$ // Сибирские электронные математические известия. – 2017. – № 14. – С. 1153–1187.

8. Петров Е.П. Определяющие соотношения и тождества конечнопорожденной нильпотентной алгебры R с условием $\dim R^N / \dim R^{N+1} = 2$ // Сибирские электронные математические известия. – 2018. – № 15. – С. 1048–1064.

УДК 512.54.01

Аксиоматический ранг класса Леви, порождённого квазимногообразием qH_p

С.А. Шахова

АлтГУ, г. Барнаул

Обозначим через $L(M)$ – класс всех групп G , в которых нормальное замыкание $(a)^G$ каждого элемента a из G принадлежит классу групп M . Класс $L(M)$ называется классом Леви, порождённым классом групп M . А.И. Будкин доказал в [1], что если M – квазимногообразие групп, то $L(M)$ – также квазимногообразие групп.

Рассмотрим группы, имеющие следующие представления в многообразии нильпотентных ступени не выше 2 групп:

$$H_p = gr(x, y \mid [x, y]^p = 1),$$

$$H_{p^s} = gr(x, y \mid x^{p^s} = y^{p^s} = [x, y]^p = 1),$$

где p – простое нечётное число, $s \geq 2$.

В работе [2] были изучены классы Леви $L(qH_p)$, а в работе [3] – классы Леви $L(qH_{p^s})$. Эти классы оказались заданными системами квазитождеств от бесконечного числа переменных.

В [4] доказано, что класс Леви $L(qH_{p^s})$ конечно аксиоматизируем, т.е. может быть задан конечной системой квазитождеств.

В настоящей работе получен следующий результат.

Теорема. Класс Леви $L(qH_p)$ имеет конечный аксиоматический ранг, т.е. может быть задан системой квазитождеств от конечного числа переменных.

Библиографический список

1. Будкин А.И. Квазимногообразия Леви // Сибирский математический журнал. – 1999. – № 2 (10). – С. 266–270.
2. Лодейщикова В.В. О классах Леви, порождённых нильпотентными группами // Сибирский математический журнал. – 2010. – № 6 (51). – С. 1359–1366.
3. Лодейщикова В.В. О квазимногообразиях Леви экспоненты p^s // Алгебра и логика. – 2011. – № 1 (50). – С. 26–41.
4. Шахова С.А. Об аксиоматическом ранге классов Леви // Алгебра и логика. – 2018. – № 5 (57). – С. 587–600.

Секция 2. ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ

УДК 519.23

Минимальный эффект цикла в диапазоне возможных значений коэффициента ранговой корреляции

С.В. Дронов, Е.В. Семенов

АлтГУ, г. Барнаул

Довольно часто в приложениях возникает необходимость изучения взаимосвязи дискретных или даже нечисловых показателей (см. [1]). Такие задачи возникают в медицине [2], при сравнении экспертных оценок [3], в общественных науках [4] и др. При этом практические ученые-статистики, как отмечено, например, в [5], продолжают пользоваться коэффициентом корреляции Пирсона, что, конечно же, следует считать в гораздо меньшей степени оправданным, чем при применении его в классических предположениях. С этой точки зрения актуальной представляется задача точного построения распределений коэффициента корреляции между дискретными, особенно ранговыми показателями, в случае небольшого числа наблюдений. Именно разработке подходов к определению точного распределения коэффициента корреляции между рангами и посвящена настоящая работа.

Возьмем n связанных наблюдений над двумя показателями

$$X: x_1; \dots; x_n, \quad Y: y_1; \dots; y_n, \quad (1)$$

где каждая пара $(x_i, y_i), i = 1, \dots, n$ – результат одновременного наблюдения этих показателей. Пусть каждый из рядов X и Y представляет собой перестановку чисел $1, 2, \dots, n$.

При изучении значений коэффициента корреляции между двумя перестановками чисел $1, 2, \dots, n$ без ограничения общности можно считать, что первая из них (X) является тождественной. Пронумеруем возможные значения коэффициента корреляции $R(X, Y)$ по их убыванию. Множество всех этих значений назовем n -диапазоном. Ясно, что одно и то же значение из n -диапазона может получаться при разных перестановках Y . То количество раз, которое k -е значение встретится в n -диапазоне при последовательном выборе в качестве второй перестановки всех $n!$ перестановок чисел $1, 2, \dots, n$, будем называть его повторностью и обозначим $s_k(n)$.

Следующие два утверждения проверяются непосредственно.

Лемма 1. *Равноудаленные от концов n -диапазона значения $R(X, Y)$ имеют равные повторности.*

Теорема 1. *n -диапазон рангового коэффициента корреляции содержится в множестве*

$$\mathbf{R}(n) = \left\{ R_k = 1 - kh, \quad k = 0, 1, \dots, \frac{n(n^2 - 1)}{6} \right\}, \quad h = \frac{12}{n(n^2 - 1)}. \quad (2)$$

Эффектом перестановки Y назовем $Eff(Y) = \sum_{j=1}^n j(y_j - j)$. Тогда, оказывается,

$$R(X, Y) = 1 - Eff(Y) \cdot h, \quad (3)$$

т.е. эффект Y определяет положение $R(X, Y)$ в его n -диапазоне (2): $R(X, Y) = R_{Eff(Y)}$.

Согласно известной теореме алгебры, произвольная перестановка разлагается в произведение независимых циклов. Более того, практически очевидно, что эффекты независимых (т.е. тех, в которых не участвуют одинаковые элементы) перестановок при их перемножении складываются. Поэтому займемся изучением эффектов циклов.

Пусть a – наименьшее из различных натуральных чисел $a_1, \dots, a_s$. Заметим, что эффект цикла, составленного из рассматриваемых чисел, равен

$$Eff((a_1, \dots, a_s)) = \sum_{j=1}^s a_j^2 - a_1 a_s - \sum_{j=1}^{s-1} a_j a_{j+1}. \quad (4)$$

Введем в рассмотрение набор $x_j, j = 1, \dots, s$ с помощью соотношений $a_j = a + x_j, \quad j = 1, \dots, s$. Преобразуем (4) к следующему виду.

$$Eff(a_1, \dots, a_s) = \sum_{j=1}^s x_j^2 - x_1 x_s - \sum_{j=2}^{s-1} x_j x_{j+1}. \quad (5)$$

Эта формула допускает циклические перестановки $x_j, j = 1, \dots, s$, а также смену порядка следования ее элементов на противоположный, когда $x_j \leftrightarrow x_{s+1-j}, \quad j = 1, \dots, s$ без изменения эффекта.

Лемма 2. *Уменьшим на 1 все $x_i, i = k, \dots, t$ ($k > 1, t < s$). Если до уменьшения было справедливо $x_{k-1} < x_k, \quad x_t > x_{t+1}$, то эффект цикла в результате такого преобразования уменьшится.*

Доказательство. Пусть E – эффект первоначального цикла, E^- – эффект после преобразования. По формуле (5) имеем

$$E^- = \sum_{i=k}^t (x_i - 1)^2 - x_{k-1}(x_k - 1) - \sum_{j=k}^{t-1} (x_j - 1)(x_{j+1} - 1) - (x_t - 1)x_{t+1} + Q,$$

где Q уже не зависит ни от одного из уменьшенных x_i . Раскрывая здесь скобки, приходим к соотношению

$$E^- = E + (x_{k-1} - x_k) + (x_{t+1} - x_t) + 1.$$

Поскольку все числа x_i целые и различные, то добавка к E в последней формуле отрицательна. Лемма доказана.

Упорядочим элементы цикла по возрастанию. Через $a_{(i)}$ будем обозначать i -й по величине его элемент. Число $d = a_{(s)} - a_{(1)}$ назовем размахом цикла.

Лемма 3. Среди всех циклов фиксированной длины наименьший эффект достигается тогда и только тогда, когда цикл имеет один из видов

$$(a_{(1)}, a_{(3)}, \dots, a_{(4)}, a_{(2)}) \text{ или } (a_{(2)}, a_{(4)}, \dots, a_{(3)}, a_{(1)}). \quad (6)$$

При этом уменьшение размаха цикла влечет уменьшение наименьшего его возможного эффекта.

Доказательство леммы. Из (4) вытекает, что при любой перестановке между собой элементов цикла на величину эффекта может влиять только величина выражения

$$Q = a_1 a_s + \sum_{j=1}^{s-1} a_j a_{j+1},$$

причем, чем эта величина больше, тем меньше эффект. Ясно таким образом, что для достижения минимального эффекта необходимо и достаточно, чтобы наибольшие элементы цикла имели бы наибольших по величине соседей в этом цикле. Следовательно, соседями $a_{(s)}$ в цикле (с разных сторон) обязаны быть $a_{(s-1)}, a_{(s-2)}$. При этом у большего из этих двух чисел ($a_{(s-1)}$) вторым из соседей должно оказаться наибольшее из оставшихся — $a_{(s-3)}$. Продолжая такие рассуждения далее, с той стороны от наибольшего элемента, где находилось число $a_{(s-1)}$, мы дойдем либо до $a_{(1)}$ (при четном s), либо до $a_{(2)}$ (при нечетном). С другой же стороны последним обязано оказаться второе из этих двух чисел.

Таким образом, в том цикле, который обладает наименьшим эффектом, все большие по величине элементы образуют группу его центральных элементов и при фиксации некоторых границ k и t , окружающих

среднюю часть такого цикла, участок между этими границами будет содержать элементы, большие, чем вне их. Взяв первоначально произвольный цикл с заданной длиной и размахом, сначала перейдем от него к виду (6), тем самым, уменьшив его эффект. После этого начнем работать уже с циклом вида (6).

Попробуем уменьшить размах цикла, уменьшая на 1 $a_{(s)}$ (и одновременно наибольший из x_j). Это может оказаться невозможным сделать, только если $a_{(s-1)}$ ровно на 1 меньше наибольшего элемента. Если это так, перейдем к уменьшению $a_{(s-1)}$ (предыдущего по величине элемента) и т.д. Предположим, что наибольший из тех элементов цикла, который возможно уменьшить, находится в цикле вида (6) на позиции k слева от наибольшего элемента $a_{(s)}$ или на позиции t справа. Уменьшим на 1 этот допускающий уменьшение элемент и все элементы цикла, большие, чем он. Это возможно, поскольку, уменьшая меньший элемент, мы «освобождаем место» для уменьшения большего. Исходя из вида рассматриваемого цикла, все уменьшенные элементы будут заполнять целиком участок цикла между некоторыми позициями k и t , а, следовательно, после такого преобразования эффект цикла уменьшится согласно лемме 2.

Если же возможностей для уменьшения ни одного из элементов цикла не будет, то это означает, что все элементы цикла – последовательные натуральные числа, и его размах не может быть уменьшен без уменьшения его длины. Лемма доказана.

Из леммы 3 несложно выводится основной результат работы.

Теорема 2. *Для произвольного цикла длины s*

$$Eff((a_1, \dots, a_s)) \geq 2s - 3.$$

Наименьший эффект достигается тогда и только тогда, когда цикл имеет один из видов (6), а указанная нижняя граница достигается тогда и только тогда, когда $x_{(j)} = j - 1$, $j = 1, \dots, s$, т.е. когда такой цикл составлен из последовательных натуральных чисел.

Библиографический список

1. Boddy R., Smith G. Statistical methods in practice: for scientists and technologists. – Chichester, U.K.: Wiley, 2009. – pp. 95–96.
2. Шойхет Я.Н., Лукеренко Е.В., Ефремушкина А.А., Лебедев А.Б., Дронов С.В. Клиническая диагностика немассивной тромбозмболии легочной артерии в условиях ограниченных инструментальных диагностических возможностей. // Клиническая медицина. – №9, 2009. – С. 38–43.

3. Гутовская О.М., Дронов С.В. Формирование экспертных групп методами кластерного анализа. // В сборнике: Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования. Сборник научных статей международной конференции. Ответственный редактор Е. Д. Родионов. 2017. – С. 574–578.

4. Bryukhanova E.A., Dronov S.V., Chekryzhova O.I. Spatial Approach to the Analysis of the Employment Data in Siberia Based on the 1897 Census (the Experience of the Multivariate Statistical Analysis of the Districts Data). // Journal of Siberian Federal University. Humanities & Social Sciences. – 2016. – № 7. – P. 1651–1660.

5. Dodge Y. The Concise Encyclopedia of Statistics. N.Y.: Springer-Verlag, 2010. – p. 502.

УДК 514.765

Исследование метрик Эйнштейна трехмерных групп Ли с векторным кручением с помощью универсальных математических пакетов

П.Н. Клепиков, О.П. Хромова
АлтГУ, г. Барнаул

Пусть (M, g) – (псевдо)риманово многообразие, на котором определена метрическая связность ∇ с векторным кручением, т.е. связность вида

$$\nabla_X Y = \nabla_X^g Y + g(X, Y)V - g(V, Y)X, \quad (1)$$

где ∇^g – связность Леви-Чивита, V – некоторое фиксированное векторное поле, X, Y – произвольные векторные поля. Данная связность является одной из основных связностей, описанных Э.Картаном в [1], и также называется полусимметрической связностью. В случае двумерных поверхностей любая метрическая связность является связностью с векторным кручением. В произвольной размерности интересен тот факт, что (см. [2])

Теорема 1. *Риманово многообразие допускает метрическую связность с векторным кручением, тензор кривизны которой равен нулю, тогда и только тогда, когда оно является конформно плоским.*

Данное утверждение обобщается и на случай псевдоримановой метрики, т.к. доказательство не использует положительную определенность метрического тензора.

Определим тензор кривизны R и тензор Риччи r связности ∇ соответственно равенствами

$$R(X, Y)Z = [\nabla_Y, \nabla_X]Z + \nabla_{[X, Y]}Z,$$

$$r(X, Y) = \text{tr} (Z \rightarrow R(X, Z)Y).$$

Будем говорить, что (псевдо)риманово многообразие (M, g) с метрической связностью с векторным кручением является *многообразием Эйнштейна*, если тензор Риччи удовлетворяет уравнению Эйнштейна

$$r = \Lambda g$$

для некоторой скалярной функции Λ .

В случае (псевдо)римановых многообразий со связностью Леви-Чивита многообразия Эйнштейна достаточно известны (см., например, [3]). Они допускают несколько обобщений на случай многообразий с метрической связностью с векторным кручением [4].

В настоящей работе исследуется уравнение Эйнштейна на трехмерных метрических группах Ли с метрической связностью с векторным кручением, которую порождает левоинвариантное векторное поле V . В частности, установлено

Теорема 2. *Если для трехмерной метрической группы Ли с метрической связностью с левоинвариантным векторным кручением выполняется уравнение Эйнштейна, то либо векторное поле V тривиально, либо тензор кривизны равен нулю.*

Поскольку условие тривиальности векторного поля V равносильно тому, что данная связность является связностью Леви-Чивита в силу (1), а условие тривиальности тензора кривизны по теореме 1 влечет, что группа конформно плоская, то немедленным следствием теоремы 2 является

Теорема 3. *Если трехмерная метрическая группа Ли допускает такую метрическую связность с левоинвариантным векторным кручением, что выполняется уравнение Эйнштейна, то она либо является многообразием Эйнштейна относительно связности Леви-Чивита, либо является конформно плоской.*

Доказательство данного утверждения основано на применении математических и компьютерных моделей, приведенных в [5].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-31-00033 мол_а).

Библиографический список

1. Cartan E. Sur les varietes a connexion affine et la theorie de la relativite generalisee (deuxieme partie) // Ann. Ecole Norm. Sup. – 1925. – № 42. – P. 17–88.
2. Yano K. On semi-symmetric metric connection // Revue Roumaine de Math. Pure et Appliquees. – 1970. – № 15. – P. 1579–1586.

3. Бессе А. Многообразия Эйнштейна: В 2 т. Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 704 с.

4. Chaturvedi B.B., Gupta B.K. Study on Semi-symmetric Metric Spaces // Novi Sad J. Math. – 2014. – 44. – № 2. – P. 183–194.

5. Хромова О.П. Применение СКМ при исследовании метрических связностей с векторным кручением на конечномерных группах Ли // Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и техники» – 2018 [Электронный ресурс] / АлтГУ; отв. ред. Е.Д.Родионов. – Электрон. текст. дан. (250 Мб). – Барнаул: ФГБОУ ВО «Алтайский государственный университет». – 2018. – С.367–370.

УДК 514.765

Тензор кривизны трехмерных метрических групп Ли с метрической связностью с векторным кручением

С.В. Клепикова

АлтГУ, г. Барнаул

Пусть (M, g) – (псевдо)риманово многообразие. Определим на M метрическую связность ∇ с помощью формулы

$$\nabla_X Y = \nabla_X^g Y + g(X, Y)V - g(V, Y)X,$$

где V – фиксированное векторное поле, X и Y – произвольные векторные поля, ∇^g – связность Леви-Чивита. Связность ∇ является одной из трех основных связностей, описанных Э. Картаном в работе [1], и называется *метрической связностью с векторным кручением* или *полусимметрической связностью* (с точностью до направления).

Данная связность играет важную роль в случае двумерных поверхностей, так как в этом случае любая метрическая связность является связностью с векторным кручением [1].

Тензор кривизны метрической связности ∇ с векторным кручением определяется аналогично общему случаю равенством

$$R(X, Y)Z = \nabla_Y \nabla_X Z - \nabla_X \nabla_Y Z + \nabla_{[X, Y]} Z.$$

Важная теорема о связи конформных деформаций и метрических связностей с векторным кручением была доказана К. Яно в работе [2].

Теорема. Риманово многообразие допускает метрическую связность с векторным кручением, тензор кривизны которой равен нулю, тогда и только тогда, когда оно является конформно плоским.

Таким образом возникает задача об изучении (псевдо)римановых многообразий с метрической связностью с векторным кручением, тензор кривизны которых равен нулю. Данная работа посвящена получению классификации таких многообразий в случае трехмерных метрических групп Ли, векторное кручение которых порождено некоторым инвариантным векторным полем.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-31-00033 мол_а).

Библиографический список

1. Cartan E. Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée (deuxième partie) // Ann. Ecole Norm. Sup. – 1925. – Vol.42. – P. 17–88.
2. Yano K. On semi-symmetric metric connection // Revue Roumaine de Math. Pure et Appliquees. – 1970. – Vol. 15. – P. 1579–1586.

УДК 513.8

Некоторые критерии центральной симметричности выпуклых и звёздных плоских тел

И.В. Поликанова

АлтГПУ, г. Барнаул

Некоторые критерии центральной симметричности множеств суммированы Б. Грюнбаумом в [1]. Интерес к этой проблематике не угасает до сих пор [2–5]. Однако приведённые критерии сформулированы для выпуклых тел. Наш результат относится к более широкому классу звёздных множеств, с другой стороны ограничен размерностью 2. Метод доказательства позволяет получить и уже известные утверждения для плоских выпуклых тел менее затратным способом.

Рассматриваем множества на евклидовой плоскости. Под *телом* понимаем компактное множество с непустой внутренностью.

Тело K *звёздно относительно своей внутренней точки* O , если всякий исходящий из точки O луч пересекает тело K по отрезку. Из определения следует, что всякая проходящая через точку O прямая пересекается с K по отрезку, который будем называть *хордой*.

Множество K *центрально-симметрично относительно точки* O (центра), если образ его $Z_o(K)$ при центральной симметрии Z_o с центром O совпадает с K . Заметим, что всякое центрально-симметричное относительно центра O тело является звёздным относительно точки O .

k -м геометрическим моментом относительно точки O плоского тела K называется число $M_k(K) = \int_K \rho^k d\sigma$, где $\rho = |OX|$ – расстояние между точками O и X , $d\sigma$ – элемент площади плоского множества. При $k = 0$ это площадь тела K (от точки O не зависит), при $k = 1$ – статический момент, при $k = 2$ – момент инерции (относительно O).

Теорема 1. Пусть k – фиксированное натуральное число. Для того, чтобы плоское тело K , звёздное относительно своей внутренней точки O , было центрально-симметричным относительно центра O необходимо и достаточно, чтобы всякая проходящая через точку O хорда делила тело K на 2 подмножества с равными k -ми геометрическими моментами относительно точки O .

Поскольку выпуклое тело звёздно относительно любой своей точки, то имеем

Следствие 1. Пусть k – фиксированное натуральное число. Плоское выпуклое тело K является центрально-симметричным относительно центра O тогда и только тогда, когда всякая проходящая через точку O хорда делит тело K на 2 подмножества с равными k -ми геометрическими моментами относительно точки O .

Известно, что точка, через которую проходят все хорды плоского выпуклого тела, делящие пополам его площадь, совпадает с точкой, обладающей тем свойством, что всякая проходящая через неё хорда делит площадь этого тела пополам [6]. Поэтому следствие 1 влечёт уже известный результат [6–8]:

Следствие 2. Плоское выпуклое тело K центрально-симметрично тогда и только тогда, когда все хорды, делящие его площадь пополам, проходят через одну точку.

На самом деле относительно площадей установлен более сильный результат [6–8]:

Теорема. Плоское выпуклое тело K центрально-симметрично тогда и только тогда, когда существует единственная точка, через которую проходят не менее 3 хорды, делящие пополам его площадь.

Необходимость условия в теореме 1 непосредственно усматривается из формулы k -ого геометрического момента относительно точки O плоского тела K в полярной системе координат с полюсом в точке O и полярными координатами (ρ, φ) :

$$M_k(K) = \int_K \rho^{k+1} d\rho d\varphi = \frac{1}{k+2} \int_{-\pi}^{\pi} \rho^{k+2}(\varphi) d\varphi,$$

где $\rho = \rho(\varphi)$ уравнение границы тела K в полярных координатах.

Доказательство достаточности может быть осуществлено аналогично тому, как установлен результат для площадей в [7]. Однако методом от противного помимо теоремы 1 нам удалось доказать и другой факт:

Теорема 2. *Плоское выпуклое тело K центрально-симметрично тогда и только тогда, когда все хорды, делящие пополам периметр, проходят через одну точку.*

Б. Грюнбаум ввёл в [9] понятие непрерывного семейства кривых, для которого установил: если точка O , через которую проходят не менее трёх кривых семейства, единственна, то через неё проходят и все кривые данного семейства. Утверждая, что хорды, делящие пополам площадь, равно как и хорды, делящие пополам периметр выпуклого тела, являются непрерывными семействами кривых [9, с. 532], он заявил, что отсюда легко выводится, что точка O является центром симметрии в обоих случаях. Однако в указанных им ссылках [6–8] обоснования приводятся только для хорд, делящих пополам площадь, а для хорд, делящих периметр пополам, доказательств я не видела. Из его результатов и теоремы 2 имеем

Следствие 3. *Плоское выпуклое тело K центрально-симметрично тогда и только тогда, когда существует единственная точка, через которую проходят не менее 3 хорды, делящие периметр пополам.*

Как показали Циндлер и Ауербах [1, с.53], существуют примеры плоских выпуклых тел, не имеющих центра симметрии, у которых все делящие пополам площадь хорды делят пополам и периметры.

К данной теме примыкают исследования А. Канете и С. Сегура Гомес о минимизации функционала, определённого как максимум диаметров двух множеств, получающихся при разбиении плоского компактного центрально-симметричного множества хордой на 2 части. Ими показана множественность решений, однако минимизация всегда достигается на разбиениях хордами, проходящими через центр симметрии [10]. В [11] эта задача рассматривалась с дополнительным условием, чтобы хорды делили площадь компактного центрально-симметричного множества пополам.

Библиографический список

1. Грюнбаум Б. Этюды по комбинаторной геометрии и теории выпуклых тел. – М.: Наука, 1971. – 95 с.

2. Montejano L. Orthogonal projections of convex bodies and central symmetry // Bol. Soc. Mat. Mex. II –Ser. 28. – 1993 – P. 265–279.
3. Groemer H. On the determination of convex bodies by translates of their projections // Geom. Dedicate. – V. 66 – 1997. –P. 265–279.
4. Chakerian G.D., Klamkin M.S. A three point characterization of central symmetry // Amer. Matsh. Monthly. – V. 111 – 2004. – P. 903–905.
5. Boltyanski V.G., Jeronimo Castro J. Centrally symmetric convex sets // Journal of Convex Analysis. – V.14 – 2007. – № 2. – P. 345–351.
6. Menon V.V. A theorem on partitions of mass-distribution // Pacific J. Math. – V.16 – 1966. – P. 133–137.
7. Zarankiewicz K. O prostych połowiących pola wypukłe //Wiadom. Mat. – V.2 –1959. – № 2. – S. 228–234.
8. Piegat E. O srednicach wypukłych płaskich // Rozsh. Polsk. Towarz. Math. – Ser. 2, 7. – 1963. – S. 51–56.
9. Grunbaum B. Continuous families of curves // Canadian J. of Math. – V. 18. – 1966. – № 3. – P. 529–537.
10. Canete A., Segure Gomis S. Bisections of centrally symmetric planar convex bodies minimizing the maximum relative diameter. // Math. MG. – ArHive: 1803.00321v1. – 2018.
11. Miori C., Peri C., Segura Gomis S. On fencing problems // J. Math. Anal. Appl. – V. 300. –2004. – № 2. – P. 464–476.

УДК 515.123

О сильной и слабой неатомарности внешних мер

А.Н. Саженков¹, Е.А. Плотникова²

¹АлтГУ, г. Барнаул, ²НГТУ, г. Новосибирск

В работе дается сравнительный анализ понятий неатомарности и слабой неатомарности для абстрактных внешних мер, определённых на булевом кольце и принимающих значения в произвольном множестве. Для скалярных функций множеств, то есть для функций, определённых на кольце множеств и принимающих значения в числовой прямой, неатомарность множества A означает, что его можно представить в виде объединения конечного числа попарно непересекающихся множеств $A_1, A_2, \dots, A_n$ таких, что для любого номера k и любого подмножества $B \subset A_k$ из кольца модуль значения функции на этом множестве будет меньше заранее заданного положительного числа ε . Для слабой неатомарности достаточно выполнения условия быть меньше ε значениям функции на самих множествах $A_1, A_2, \dots, A_n$.

Пусть $(P, \vee, \wedge, C)$ – булева алгебра, $(R, +, \cdot)$ – булево подкольцо P , 0 – минимальный элемент P [1]. M – произвольное множество, на котором выделена точка θ , U – фильтр по убыванию его подмножеств, содержащих точку θ . φ – отображение R в M такое, что $\varphi(0) = \theta$, определим $\tilde{\varphi}(x) = \{\varphi(y) : y \leq x, y \in R\}$ и $\tilde{u} = \{x \in R : \tilde{\varphi}(x) \subset u\}$. Отображение $\varphi: R \rightarrow M$ будем называть *внешней мерой*, если для любого $u \in U$ существует $v \in U$ такое, что из $x, y \in R$ и $\tilde{\varphi}(x) \subset v$, $\tilde{\varphi}(y) \subset v$ следует $\tilde{\varphi}(x \vee y) \subset u$. Для каждой внешней меры φ существует единственная, согласованная со структурой кольца $(R, +, \cdot)$ топология $I(\varphi)$, для которой $\{\tilde{u} : u \in U\}$ составляют базу фильтра окрестностей 0 [2-4].

Внешнюю меру $\varphi: R \rightarrow M$ будем называть *неатомарной*, если для любых $x \in R$, $v \in U$ существует дизъюнктивный набор $x_1, x_2, \dots, x_n$ элементов из R такой, что $x = x_1 \vee \dots \vee x_n$ и $\tilde{\varphi}(x_k) \subset v$ для всех k [5-6]. Отметим следующее свойство окрестностей $\tilde{u}$ элемента 0 топологии $I(\varphi)$: если $x \in \tilde{u}$, $y \leq x$, то $y \in \tilde{u}$. Внешняя мера φ называется *слабо неатомарной*, если для любых $x \in R$ и $u \in U$ существует такая дизъюнктивная последовательность $x_1, \dots, x_n$ элементов из R , что $x = \bigvee_{k=1}^n x_k$ и $\varphi(x_k) \in u$ для всех k .

Из самих определений следует, что неатомарность внешней меры влечёт слабую неатомарность. Будем далее называть неатомарность сильной неатомарностью. Функция $\varphi: R \rightarrow M$ называется *исчерпывающей*, если для любого $v \in U$ и любой дизъюнктивной последовательности $\{x_n\} \subset R$ найдётся номер N такой, что для всех $n \geq N$ выполняются включения $\varphi(x_n) \subset v$.

Теорема. Пусть H – топологическая абелева группа, $\varphi: R \rightarrow H$ – конечно аддитивная исчерпывающая мера. Тогда сильная и слабая неатомарность эквивалентны.

Доказательство. Достаточно заметить, что слабая неатомарность влечёт сильную. Пусть v – окрестность нуля в H . Рассмотрим семейство $u_v \subset R : a \in u_v$ тогда и только тогда, когда существуют $a_1, \dots, a_n \in R$ такие, что $a = \bigvee_{k=1}^n a_k$ и для любого $b \leq a_k$, $b \in R$, $k = 1, 2, \dots, n$ выполнено включение $\varphi(b) \in v$.

Выделим следующие свойства системы u_v :

- 1) если $a, b \in u_v$, то $a \vee b \in u_v$;

2) если $a \notin u_v$, w – окрестность нуля такая, что $w = -w$, $w + w \subset v$, то существуют $p, s \in R$ такие, что $p \leq a$, $s \leq a$, $p \wedge s = \theta$, $p \notin u_v$, $\varphi(s) \notin w$.

Первое свойство очевидно. Докажем второе. Так как $a \notin u_v$, найдётся $b \leq a$ такое, что $\varphi(b) \notin v$. Обозначим $c = b + a$. По первому свойству либо $c \notin u_v$, либо $b \in u_v$. Рассмотрим каждый случай отдельно. Пусть $c \notin u_v$, тогда положим $p = c$, $s = b$ и получим $p \in u_v$ и, так как $w \subset u$, $\varphi(s) \notin w$. Пусть теперь $b \notin u_v$. Воспользуемся слабой неатомарностью φ и разобьём b на дизъюнктивные элементы $b_1, \dots, b_n \in R$ так, что $b = \bigvee_{k=1}^n b_k$ и $\varphi(b_k) \in w$, $k = 1, 2, \dots, n$. По свойству 1 существует номер k_0 такой, что $b_{k_0} \notin u_v$. Обозначим $s = b + b_{k_0}$, $p = b_{k_0}$. Тогда $p \notin u_v$ и, так как $\varphi(b) = \varphi(s) + \varphi(p)$, $\varphi(p) \in w$, $\varphi(b) \in v$, получим $\varphi(s) \notin w$. Свойство 2 доказано.

Очевидно, что сильная неатомарность означает $u_v = R$ для любого v .

Пусть $a \in u_v$. Тогда по свойству 2 существуют $p_1, s_1 \in R$ такие, что $p_1 \wedge s_1 = \theta$, $p_1 \in u_v$, $\varphi(s_1) \notin w$. Из p_1 аналогично выделим p_2, s_2 и так далее. Получим дизъюнктивную последовательность $\{s_n\} \subset R$ такую, что $\varphi(s_k) \notin w$. Это противоречит исчерпываемости φ . Теорема доказана.

Библиографический список

1. Владимиров Д. А. Булевы алгебры. – М.: «Наука», 1969.
2. Савельев Л. Я. Внешние меры и внешние топологии // Сиб. матем. журнал, 1983. 24(2), 133–149.
3. Савельев Л. Я. Продолжение внешних мер // Докл. АН СССР. 1981. Т.267. №4. 830–833.
4. Савельев Л. Я. Непрерывные меры // Сиб. электрон. матем. изв. 5 (2008). 499–508.
5. Pap E., Gavrilut A., Agop M. Atomicity via regularity for non-additive set multifunctions // Soft computing. 2016. Volume 20, 4761–4766.
6. Cavaliere P., Ventriglia F. On nonatomicity for non-additive functions // J. Math. Anal. Appl. 415 (2014). 358–372.

Инвариантные парасасакиевы структуры на группах Ли

Н.К. Смоленцев

КемГУ, г. Кемерово

В данной работе изучаются левоинвариантные параконтактные структуры Сасаки группах Ли, которые получаются центральными расширениями из почти паракэлеровых структур на группах Ли. Тема параконтактных структур является в настоящее время достаточно популярной, есть несколько различных подходов к определению понятия параконтактных и парасасакиевых структур [1], [2], [3]. В данной работе параконтактные структуры Сасаки определяются по той же схеме, что и обычные структуры Сасаки в случае контактных структур [4].

1. Параконтактные структуры. Дифференцируемое $(2n+1)$ -мерное многообразие M называется [4] *контактным многообразием*, если на нем задана дифференциальная 1-форма η , такая что $\eta \wedge (d\eta)^n \neq 0$ всюду на M^{2n+1} . Контактная форма η определяет на M^{2n+1} распределение $D = \{X \in TM^{2n+1} \mid \eta(X) = 0\}$ размерности $2n$, которое называется *контактным*. Контактное многообразие M^{2n+1} имеет векторное поле ξ , называемое *полем Роба*, которое определяется свойствами: $\eta(\xi) = 1$ и $d\eta(\xi, X) = 0$, для всех векторных полей X на M^{2n+1} . Легко видеть, что $L_\xi \eta = 0$.

Определение 1. *Параконтактной структурой на многообразии M^{2n+1} называется тройка (η, ξ, ϕ) , где η – контактная 1-форма, ξ – поле Роба и ϕ – аффинор на M^{2n+1} , обладающие свойствами: $\eta(\xi) = 1$ и $\phi^2 = I - \eta \otimes \xi$. Кроме того, аффинор ϕ действует на распределении D как паракомплексная структура.*

Пусть M^{2n+1} – параконтактное многообразие. Рассмотрим прямое произведение $M^{2n+1} \times \mathbf{R}$. Векторное поле на $M^{2n+1} \times \mathbf{R}$ представим в виде $(X, f\partial_t)$, где X – касательное к M^{2n+1} , t – координата на $\mathbf{R}$ и f – функция на $M^{2n+1} \times \mathbf{R}$. Следуя [4], дадим

Определение 2. *Параконтактная структура (η, ξ, ϕ) называется нормальной, если интегрируема почти паракомплексная структура J на $M^{2n+1} \times \mathbf{R}$, определенная формулой $J(X, f\partial_t) = (\phi X - f\xi, -\eta(X)\partial_t)$.*

Выразим условие интегрируемости структуры J в терминах аффинора ϕ на M^{2n+1} . Условием интегрируемости является обращение в нуль кручения Нейенхейса [5]:

$$[J, J](X, Y) = J^2[X, Y] + [JX, JY] - J[X, JY] - J[JX, Y] = 0.$$

Вычислим это кручение сначала на векторных полях типа $(X, 0)$, а затем для пар $(X, 0), (0, \partial_t)$.

$$\begin{aligned}
 [J, J](X, 0), (Y, 0) &= ([X, Y], 0) + [(\varphi X, -\eta(X)\partial_t), (\varphi Y, -\eta(Y)\partial_t)] - \\
 &\quad - J[(X, 0), (\varphi Y, -\eta(Y)\partial_t)] - J[(\varphi X, -\eta(X)\partial_t), (Y, 0)] = \\
 &= (\varphi^2[X, Y] + \eta([X, Y])\xi, 0) + ([\varphi X, \varphi Y], (-\varphi X(\eta(Y)) + \varphi Y(\eta(X)))\partial_t) \\
 &\quad - (\varphi[X, \varphi Y] + X(\eta(Y))\xi, -\eta([X, \varphi Y])\partial_t) - \\
 &\quad - (\varphi[\varphi X, Y] - Y(\eta(X))\xi, -\eta([\varphi X, Y])\partial_t) = \\
 &= ([\varphi, \varphi](X, Y) - d\eta(X, Y)\xi, -(L_{\varphi X}\eta)(Y) + (L_{\varphi Y}\eta)(X))\partial_t. \\
 [J, J](X, 0), (0, \partial_t) &= J^2[(X, 0), (0, \partial_t)] + [(\varphi X, -\eta(X)\partial_t), (-\xi, 0)] - \\
 &\quad - J[(X, 0), (-\xi, 0)] - J[(\varphi X, -\eta(X)\partial_t), (0, \partial_t)] = \\
 &= (-[\varphi X, \xi], -\xi(\eta(X))\partial_t) - J(-[X, \xi], 0) = ((L_\xi\varphi)(X), -(L_\xi\eta)(X)\partial_t)
 \end{aligned}$$

Таким образом, условие интегрируемости параконтактной структуры J выражается обращением в нуль четырех тензоров:

$$\begin{aligned}
 N^{(1)}(X, Y) &= [\varphi, \varphi](X, Y) - d\eta(X, Y)\xi, \\
 N^{(2)}(X, Y) &= (L_{\varphi X}\eta)(Y) - (L_{\varphi Y}\eta)(X), \\
 N^{(3)}(X, Y) &= (L_\xi\varphi)X, \quad N^{(4)}(X, Y) = (L_\xi\eta)(X).
 \end{aligned}$$

Однако из обращения в нуль тензора $N^{(1)}$ следует, что и остальные тензоры также обращаются в нуль (доказательство полностью повторяет аналогичное доказательство из [4]). Поэтому условие нормальности параконтактной структуры только следующее: $N^{(1)}(X, Y) = 0$.

Определение 3. Если M^{2n+1} контактное многообразие с контактной формой η , то параконтактной метрической структурой называется четверка (η, ξ, φ, g) , где ξ – поле Рибба, g – псевдориманова метрика на M^{2n+1} и φ – аффинор на M^{2n+1} , для которых имеют место следующие свойства:

$$\begin{aligned}
 \varphi^2 &= I - \eta \otimes \xi, \quad d\eta(X, Y) = g(X, \varphi Y), \\
 g(\varphi X, \varphi Y) &= -g(X, Y) + \eta(X)\eta(Y).
 \end{aligned}$$

Из третьего свойства сразу следует, что ассоциированная метрика g для параконтактной структуры полностью определяется аффинором φ :

$$g(X, Y) = -d\eta(\varphi X, Y) + \eta(X)\eta(Y).$$

Определение 4. Параконтактная метрическая структура (η, ξ, φ, g) называется парасасакиевой, если $N^{(1)}(X, Y) = 0$.

2. Параконтактные структуры на центральных расширениях групп Ли. Если в качестве многообразия рассматривается группа Ли G , то естественно рассматривать левоинвариантную контактную структуру. В этом случае контактная форма η , поле Рибба ξ , аффинор φ и ассоциированная метрика g задаются своими значениями в единице, т.е.

на алгебре Ли $\mathfrak{g}$. Мы будем называть $\mathfrak{g}$ *контактной алгеброй Ли*, если на ней заданы контактная форма $\eta \in \mathfrak{g}^*$ и вектор $\xi \in \mathfrak{g}$, такие, что $\eta \wedge (d\eta)^n \neq 0$, $\eta(\xi) = 1$ и $d\eta(\xi, X) = 0$. Заметим, что $d\eta(x, y) = -\eta([x, y])$.

Центральное расширение симплектической алгебры Ли $(\mathfrak{h}, \omega)$ есть алгебра Ли $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \times_{\omega} \mathbf{R}$, в которой скобки Ли задаются следующим образом: $[X, \xi]_{\mathfrak{g}} = 0$, $[X, Y]_{\mathfrak{g}} = [X, Y]_{\mathfrak{h}} + \omega(X, Y)\xi$ для любых $X, Y \in \mathfrak{h}$, где $\xi = \partial_t$ – единичный вектор из $\mathbf{R}$. На алгебре Ли $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \times_{\omega} \mathbf{R}$ существует контактная форма вида $\eta = \xi^*$. Отметим, что если $x = X + \lambda\xi$ и $y = Y + \mu\xi$, где $X, Y \in \mathfrak{h}$, тогда:

$$d\eta(x, y) = -\eta([x, y]) = -\xi^*([X, Y]_{\mathfrak{h}} + \omega(X, Y)\xi) = -\omega(X, Y).$$

Для задания аффинора φ на $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \times_{\omega} \mathbf{R}$ можно использовать почти паракомплексную структуру J на $\mathfrak{h}$ следующим образом: если $x = X + \lambda\xi$, где $X \in \mathfrak{h}$, то $\varphi(x) = JX$. Если структура J на $\mathfrak{h}$ будет еще и согласованной с ω , т. е. обладать свойством $\omega(JX, JY) = -\omega(X, Y)$, то мы получим параконтактную метрическую структуру (η, ξ, φ, g) на $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \times_{\omega} \mathbf{R}$, где $g(X, Y) = -d\eta(\varphi X, Y) + \eta(X)\eta(Y)$. Пусть $h(X, Y) = \omega(X, JY)$ – ассоциированная (псевдо)риманова метрика на симплектической алгебре Ли $(\mathfrak{h}, \omega)$. Тогда для $x = X + \lambda\xi$ и $y = Y + \mu\xi$, где $X, Y \in \mathfrak{h}$, имеем:

$$g(x, y) = \omega(JX, Y) + \lambda\mu = -h(X, Y) + \lambda\mu.$$

Предложение 1. Пусть $(\mathfrak{h}, \omega, J)$ – почти паракэлэрова алгебра Ли и (η, ξ, φ, g) – соответствующая ей параконтактная метрическая структура на центральном расширении $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \times_{\omega} \mathbf{R}$. Тогда кручение Нейенхейса $[\varphi, \varphi]$ на $\mathfrak{g}$ следующим образом выражается через кручение Нейенхейса $[J, J]$ почти паракомплексной структуры J на $\mathfrak{h}$:

$$[\varphi, \varphi](x, y) = [J, J](X, Y) + d\eta(x, y)\xi$$

где $x = X + \lambda\xi$ и $y = Y + \mu\xi$ и $X, Y \in \mathfrak{h}$.

Следствие 1. Контактная метрическая структура (η, ξ, φ, g) на центральном расширении $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \times_{\omega} \mathbf{R}$ является (псевдо) сасакиевой тогда и только тогда, когда симплектическая алгебра $(\mathfrak{h}, \omega, J)$ является (псевдо) паракэлэровой.

Установим формулы, связывающие свойства кривизны почти паракэлэровых алгебр Ли и полученных из них центральными расширениями контактных структур. Если ∇ – ковариантная производная на $\mathfrak{g}$ и D – ковариантная производная на $\mathfrak{h}$, то для $X, Y \in \mathfrak{h}$ имеем следующие соотношения [3]:

$$\begin{aligned} \nabla_X Y &= (D_X Y)_{\mathfrak{h}} + \frac{1}{2} \omega(X, Y)\xi, \\ \nabla_X \xi &= \nabla_{\xi} X = -\frac{1}{2} JX \text{ и } \nabla_{\xi} \xi = 0. \end{aligned}$$

Теорема 1. Пусть (ω, J, h) – почти паракаэлерова структура на алгебре Ли $\mathfrak{h}$ и (η, ξ, φ, g) – соответствующая ей параконтактная метрическая структура на центральном расширении $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \times_{\omega} \mathbf{R}$. Тогда тензор кривизны R на $\mathfrak{g}$ выражается через тензор кривизны $R_{\mathfrak{h}}$ на $\mathfrak{h}$, форму ω и почти паракомплексную структуру J на $\mathfrak{h}$ по формулам:

$$\begin{aligned} R(X, Y)Z &= R_{\mathfrak{h}}(X, Y)Z - \frac{1}{2} D_Z \omega(X, Y) \xi - \frac{1}{4} (\omega(Y, Z)JX - \\ &\quad - \omega(X, Z)JY) + \frac{1}{2} \omega(X, Y)JZ, \\ R(X, Y)\xi &= -\frac{1}{2} ((D_X J)Y - (D_Y J)X), \\ R(X, \xi)Z &= -\frac{1}{2} (D_X J)Z - \frac{1}{4} g(X, Z)\xi, \quad R(X, \xi)\xi = \frac{1}{4} X, \end{aligned}$$

где $X, Y \in \mathfrak{h}$.

Библиографический список

1. Bejan C.L., Eken S., Kılıç E. Legendre Curves on Generalized Paracontact Metric Manifolds,. Bull. Malays. Math. Sci. Soc. (2019) 42:185–199.
2. Prakasha D.G., Para-Sasakian manifolds and *-Ricci solitons [Электронный ресурс] / D.G. Prakasha, Pundikala Veerasha // Cornell University Library: архив электронной печати. – Электрон.данные. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/1801.01727v1.pdf>.
3. Smolentsev N. K. Invariant pseudo-Sasakian and K-contact structures on seven-dimensional nilpotent Lie groups. SCIENCE EVOLUTION, 2017, vol. 2, no. 1, 91 – 99.
4. Blair D. E. Contact Manifolds in Riemannian Geometry. Lecture Notes in Mathematics. Springer–Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1976.
5. Алексеевский, Д. В. Однородные пара-кэлеровы многообразия Эйнштейна [Текст] / Д. В. Алексеевский, К. Медори, А. Томассини: Успехи математических наук. – 2009. – том 64, выпуск 1(385). – С. 3–50. – Режим доступа: <https://doi.org/10.4213/rm9262>.

УДК 579.64

Построение связной суммы компактных поверхностей

М.А. Чешкова

АлтГУ, г. Барнаул

Любая компактная поверхность гомеоморфна либо сфере, либо связной сумме торов, либо связной суммы проективных плоскостей [1, с. 24]. Римская поверхность, поверхность Боя и скрещенный колпак являются моделью проективной плоскости.

Связная сумма двух поверхностей образуется вырезанием топологического круга на каждой поверхности, и затем склеивание этих двух поверхностей вдоль границ этих кругов.

Построение связной суммы двух торов. Будем строить связную сумму двух торов. Рассмотрим тор

$$T: r(u, v) = ((3 + \sin(u)) \cos(v), (3 + \sin(u)) \sin(v), \sin(u)), \\ -\pi \leq u \leq \pi, -\pi \leq v \leq \pi).$$

Рассмотрим линию пересечения выпуклой части тора с плоскость. $y = p, 3 < p < 4$. Получим овал. Имеем

$$(3 + \cos(u)) \sin(v) = p, \cos(v) = \pm \sqrt{1 - \frac{p^2}{(3 + \cos(u))^2}}.$$

Полагая $p = \frac{7}{2}, 1 - \frac{(7/2)^2}{(3 + \cos(v))^2} \geq 0$, получим $-\frac{\pi}{3} \leq u \leq \frac{\pi}{3}$.

Овал состоит из двух ветвей

$$O1: r(u) = ((3 + \sin(u)) \sqrt{1 - \frac{(7/2)^2}{(3 + \cos(u))^2}}, 7/2, \sin(u)), \\ -\pi/3 \leq u \leq \pi/3,$$

$$O2: r(u) = -((3 + \sin(u)) \sqrt{1 - \frac{(7/2)^2}{(3 + \cos(u))^2}}, 7/2, \sin(u)), \\ -\pi/3 \leq u \leq \pi/3.$$

Построим овал.

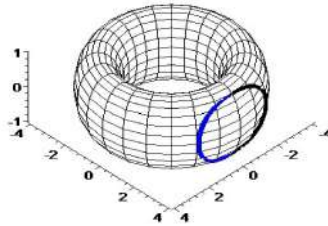


Рисунок 1 – Тор и овал

Вырежем овал. Для этого в уравнении тора изменим параметры.

Рассмотрим поверхности

$$T1: -\pi/3 \leq u \leq \pi/3, \pi - \arcsin(7/2 / (3 + \cos(u))) \leq v \leq 2\pi - \arcsin(7/2 / (3 + \cos(u))), \\ T2: -\pi \leq u \leq \pi/3, -\pi \leq v \leq \pi, \\ T3: \pi/3 \leq u \leq \pi, -\pi \leq v \leq \pi).$$

Построим их.

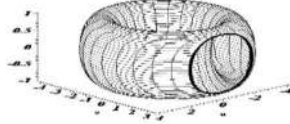


Рисунок 2 – Поверхности $T1, T2, T3$

Чтобы построить тор с той же «дырой» слева, надо поверхности $T1, T2, T3$ отобразить симметрично относительно плоскости $y=0$ и сдвинуть их вдоль оси y на $2p=7$ единиц. Получим поверхности T_1, T_2, T_3 . Чтобы построить связную сумму двух торов, надо построить поверхности $T1, T2, T3, T_1, T_2, T_3$.

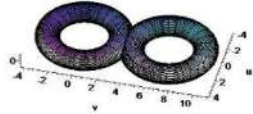


Рисунок 3 – Связная сумма двух торов

Построение связной суммы двух скрещенных колпаков. Рассмотрим скрещенный колпак

$$\begin{aligned} r(u, v) = & (\cos(u) \cos(v/2) \cos(v) + 2 \cos(v)(1 + \sin(u)), \\ & \cos(u) \cos(v/2) \sin(v) + 2 \sin(v)(1 + \sin(u)), \cos(u) \sin(v/2)), \\ & u \in [-\pi, \pi], v \in [-\pi, \pi]. \end{aligned}$$

Рассмотрим линию пересечения выпуклой части скрещенного колпака с плоскостью $z = p, -1 < p < 1$. Получим овал. Полагаем

$$1 - \frac{p^2}{\sin^2(v/2)} \geq 0, p = 9/10.$$

Овал состоит из двух ветвей. Построим скрещенный колпак и овал.

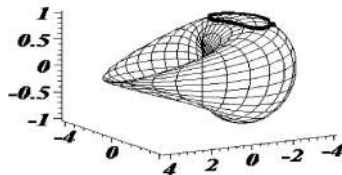


Рисунок 4 – Скрещенный колпак и овал

Вырежем овал. Для этого в уравнении скрещенного колпака а изменим параметры. Рассмотрим поверхности K_1, K_2, K_3

$$K_1: v \in [-\pi, \arcsin(9/10)], u \in [-\pi, \arcsin(9/10) / \sin(v/2)],$$

$$K_2: v \in [2 \arcsin(9/10), 2\pi - 2 \arcsin(9/10)],$$

$$u \in [\arccos(-\sqrt{\sin^2(v/2) - (9/10)^2}), \pi],$$

$$K_3: v \in [-2 \arcsin(9/10), 2 \arcsin(9/10)], u \in [-\pi, \pi].$$

Чтобы построить скрещенный колпак с «дырой» снизу, надо поверхности K_1, K_2, K_3 отобразить симметрично относительно плоскости $z = 0$ и сдвинуть их вдоль оси z на $2p = 9/5$ единиц. Получим поверхности K_{-1}, K_{-2}, K_{-3} . Построим поверхности $K_1, K_2, K_3, K_{-1}, K_{-2}, K_{-3}$.

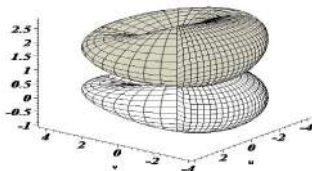


Рисунок 5 – Связная сумма двух скрещенных колпаков

Библиографический список

1. Масси У., Столлингс Дж. Алгебраическая топология. Введение. М. Изд-во Мир, 1977, 342 с.

УДК 579.64

Инверсия поверхностей вращения постоянной отрицательной гауссовой кривизны

М.А. Чешкова

АлтГУ, г. Барнаул

Работа посвящена построению инверсии для поверхностей вращения постоянной отрицательной гауссовой кривизны

1. Основные формулы. В евклидовом пространстве E^3 рассмотрим поверхность вращения M , полученную вращением плоской кривой вокруг оси. Обозначим через $k = (0, 0, 1)$ – орг оси, а через

$e = (\cos(v), \sin(v), 0)$ – радиус-вектор единичной окружности, расположенной в плоскости, ортогональной оси. Тогда поверхность вращения M можно задать в виде

$$r = ue(v) + f(u)k,$$

где $f = f(u)$ – дифференцируемая функция, u, v – параметры.

Имеем уравнение для определения меридиана поверхности вращения постоянной гауссовой кривизны K [1, с. 100]

$$f(u) = \pm \int_0^u \sqrt{\frac{Kt^2 - (c-1)}{c - Kt^2}} dt, K, c = \text{const}.$$

Имеем

$$f(u) = \mp \frac{-I\sqrt{c-1} \text{EllipticE}\left(\frac{u\sqrt{Kc}}{c}, \frac{\sqrt{(c-1)c}}{c-1}\right)}{\sqrt{K}} + c_1, K, c, c_1 = \text{const}$$

Рассмотрим инверсию [2, с. 482] $r^* - r_0 = \frac{m^2(r - r_0)}{<r - r_0, r - r_0>}$

относительно сферы радиуса m с центром $r_0 = (A, B, C)$. Будем рассматривать инверсию, когда центр инверсии расположен на оси вращения поверхности, т.е. полагаем $A = 0, B = 0$.

2. Примеры поверхностей вращения постоянной отрицательной гауссовой кривизны. Полагаем $K = -1$.

Имеется три типа поверхностей вращения отрицательной гауссовой кривизны: волчок и катушка Миндинга, псевдосфера.

1. *Волчок Миндинга.* При $0 < c < 1$ имеем волчок Миндинга [2, с. 100]. Требуя, чтобы $1 - c - u^2 > 0$, получим $u \in [-\sqrt{1-c}, \sqrt{1-c}]$.

Полагая $c = 1/4, c_1 = 0$, построим 4 секции волчка Миндинга при $u \in [-\sqrt{1-c}, 0], v \in [-\pi, \pi]$.

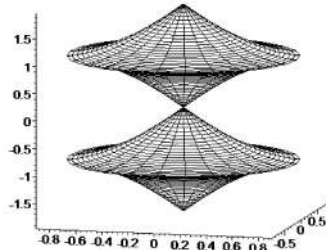


Рисунок 1 – Модель волчка Миндинга, 4 секции, $c = 1/4$

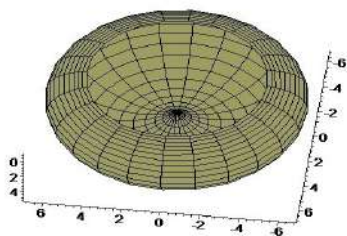


Рисунок 2 – Инверсия волчка Миндинга

$$A = 0, B = 0, C = f(-\sqrt{3}/2), m = 2$$

2. Псевдосфера (или поверхность Бельтрами). При $c = 0$ имеем псевдосферу [2, с. 100].

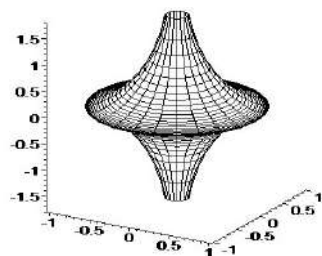


Рисунок 3 – Псевдосфера, 2 секции

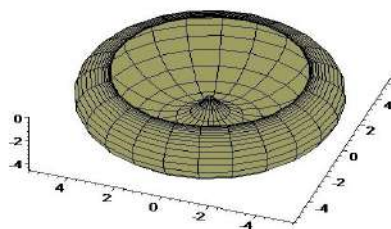


Рисунок 4 – Инверсия одной секции псевдосферы,

$$A = 0, B = 0, C = 0, m = 2$$

3. *Катушка Миндинга*. При $c < 0, \sqrt{c} < u < \sqrt{|c| - 1}$ имеем катушку Миндинга [3, с. 100]. Следуя Миндингу, полагаем $c = -a^2, u = ach(t)$, $f(t) = \pm \int \sqrt{1 - a^2 sh(t)^2} dt$. Полагаем $a = 1$.

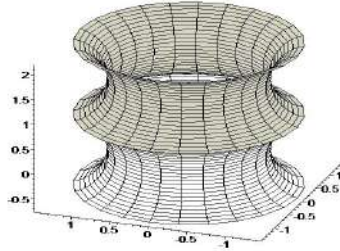


Рисунок 5 — Катушка Миндинга, 2 секции

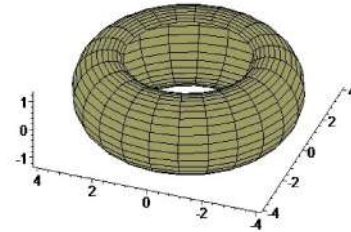


Рисунок 6 — Инверсия одной секции катушки Миндинга,
 $A = 0, B = 0, C = 0, m = 2$

Библиографический список

1. Каган В.Ф. Основы теории поверхностей в тензорном изложении. Т. ГИИТЛ, М., 1947, с. 407.
2. Розенфельд Б.А. Многомерные пространства. М. 1966, с. 647.
3. Миндинг Ф. О внутренней геометрии поверхностей, С. 162–179. В сборнике классических работ по геометрии Лобачевского и развитие её идей. Под ред. Нордена А.П., ГИИТЛ, М. 1956, с. 527.

Секция 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

УДК 531.3

Одномерное движение под действием потенциальной силы в однородной диссипативной среде с линейным по скорости сопротивлением

А.С. Гришков, А.М. Ерёмин
АГГПУ, г. Бийск

Рассмотрим материальную точку массы m , имеющую одну степень свободы и движущуюся в поле, заданном функцией потенциальной энергии U . Введём одномерную декартову систему координат, обозначим координату точки $\tilde{x}$, тогда $U = U(\tilde{x})$. По условию задачи диссипативная сила является линейной функцией скорости ($f_d = -\alpha\dot{\tilde{x}}$, α – коэффициент сопротивления), поэтому второй закон Ньютона даёт:

$$\ddot{\tilde{x}} + \beta\dot{\tilde{x}} - \frac{1}{m}f(\tilde{x}) = 0. \quad (1)$$

Здесь $\beta = \frac{\alpha}{m}$, $f(\tilde{x}) = -\frac{dU}{d\tilde{x}}$ – потенциальная сила. Уравнение (1) не содержит в явном виде независимой переменной t , поэтому сделаем подстановку $\dot{\tilde{x}} = \tilde{v}(\tilde{x})$, тогда $\ddot{\tilde{x}} = \frac{d\dot{\tilde{x}}}{dt} = \frac{d\tilde{v}(\tilde{x})}{dt} = \frac{d\tilde{v}(\tilde{x})}{d\tilde{x}} \frac{d\tilde{x}}{dt} = \tilde{v} \frac{d\tilde{v}}{d\tilde{x}} = \tilde{v}\tilde{v}'_{\tilde{x}}$, и уравнение примет вид:

$$\tilde{v}\tilde{v}'_{\tilde{x}} + \beta\tilde{v} = \frac{1}{m}f(\tilde{x}). \quad (2)$$

Это – дифференциальное уравнение Абеля второго рода, неинтегрируемое при произвольном виде функции $f(\tilde{x})$ [3, с. 37]. Использование уравнений Лагранжа [1, с. 12] с введением диссипативной функции Рэлея [2, с. 16] даёт аналогичные результаты.

В [4] представлен метод, основанный на преобразовании $L \rightarrow L_0 e^{\beta t}$, $p \rightarrow p_0 e^{\beta t}$, где L_0 и p_0 – лагранжиан и импульс соответствующей консервативной системы. Далее преобразованием Лежандра находится соответствующий гамильтониан, структура которого при подстановке в уравнение Гамильтона-Якоби позволяет разделить пространственную и временную часть движения [4, с. 326]. Для рассматриваемого случая метод даёт уравнение

$$\frac{1}{2}(Q'_x(\tilde{x}, \alpha))^2 + \frac{1}{m}U(\tilde{x}) = \beta Q(\tilde{x}, \alpha), \quad (3)$$

общее решение, которого также неизвестно [4, с. 328]. Но поскольку $Q' = \tilde{v}$, дифференцирование (3) по времени снова приводит к уравнению (1) [4, с. 328].

Поскольку традиционные методы решения приводят к неинтегрируемым уравнениям (2) и (3), представим кинематические характеристики диссипативного движения $\tilde{x}$, $\dot{\tilde{x}}$ и $\ddot{\tilde{x}}$ в виде суммы соответствующих характеристик, сообщаемых точке каждой из сил – потенциальной (обозначим их x) и диссипативной (их обозначим ξ и назовём диссипативными поправками). Тогда, учитывая, что векторы сил коллинеарны, можем написать:

$$\ddot{\tilde{x}} = \ddot{x} + \ddot{\xi}; \quad \dot{\tilde{x}} = \dot{x} + \dot{\xi}; \quad \tilde{x} = x + \xi. \quad (4)$$

Подстановка выражений (4) в уравнение (1) даёт:

$$\ddot{x} + \ddot{\xi} = -\beta\dot{\xi} - \beta\dot{x} + \frac{1}{m}f(x + \xi). \quad (5)$$

Первые два слагаемых в правой части уравнения (5) описывают диссипацию, третье относится к движению под действием потенциальной силы. Левая часть является суммой ускорений потенциальной и диссипативной сил соответственно, поэтому уравнение (5) можно переписать в виде системы:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m}f(x + \xi) \\ \ddot{\xi} = -\beta\dot{\xi} - \beta\dot{x} \end{cases}. \quad (6)$$

На первом этапе будем считать $f(x + \xi) = f(x)$, т.е. не будем учитывать поправку, вносимую диссипацией в положение тела. Тогда первое уравнение системы (6) будет иметь первый интеграл, выражающий закон сохранения энергии [1, с. 39], откуда получим скорость, сообщаемую точке потенциальной силой:

$$v(x) = \sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U(x))}. \quad (7)$$

Здесь E_0 – значение полной энергии в начальный момент времени. Второе уравнение (6) подстановкой $\dot{\xi} = \eta(x)$, $\dot{\xi} = \frac{d\xi}{dt} = \frac{d\eta(x)}{dt} = \frac{d\eta}{dx} \frac{dx}{dt} = v(x) \frac{d\eta}{dx}$ приводится к эквивалентной системе двух уравнений первого порядка, а сама система (6) принимает вид:

$$\begin{cases} v(x) = \sqrt{\frac{2}{m}(E_0 - U(x))} \\ \eta'_x(x) + \frac{\beta}{v(x)}\eta(x) = -\beta. \\ \xi'_x(x)v(x) = \eta(x) \end{cases} \quad (8)$$

Интегрируя второе уравнение (8), получим выражение для $\eta(x)$:

$$\xi(x) = \eta(x) = -\left(\int \beta e^{\beta \int \frac{dx}{v(x)}} dx - C_1\right) e^{-\beta \int \frac{dx}{v(x)}}, \quad (9)$$

а подставляя (9) в третье уравнение системы и интегрируя повторно, получим выражение для $\xi(x)$:

$$\xi(x) = -\int \left(\int \beta e^{\beta \int \frac{dx}{v(x)}} dx - C_1\right) e^{-\beta \int \frac{dx}{v(x)}} \frac{dx}{v(x)} + C_2. \quad (10)$$

Подстановка начальных условий ($\xi(x_0) = 0, \eta(x_0) = 0$) в (9) и (10) даёт:

$$\begin{cases} \xi(x) = -\beta \left(\int_{x_0}^x e^{\beta \int_{x_0}^x \frac{dx}{v(x)}} dx\right) e^{-\beta \int_{x_0}^x \frac{dx}{v(x)}} \\ \xi(x) = -\beta \int_{x_0}^x \left(\int_{x_0}^x e^{\beta \int_{x_0}^x \frac{dx}{v(x)}} dx\right) e^{-\beta \int_{x_0}^x \frac{dx}{v(x)}} \frac{dx}{v(x)}. \end{cases} \quad (11)$$

Вычисление интегралов (11) приводит к следующим соотношениям для диссипативных поправок:

$$\begin{cases} \xi(x) = -v(x) + v_0 e^{-\beta \int_{x_0}^x v(x) dx} + \frac{1 - e^{-\beta \int_{x_0}^x v(x) dx}}{\beta v(x)} (v(x) - v_0) \\ \xi(x) = x_0 - x + \frac{v_0}{\beta} (1 - e^{-\beta \int_{x_0}^x v(x) dx}) - \frac{1}{\beta} \left\{ \frac{x - x_0}{\tau(x)} - v_0 \right\} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!k} (\beta \tau(x))^k, \end{cases} \quad (12)$$

где функция $\tau(x)$ определяется соотношением

$$\tau(x) = \int_{x_0}^x \frac{dx}{v(x)} = \sqrt{\frac{m}{2}} \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{E_0 - U(x)}}. \quad (13)$$

Скорость и координата диссипативной системы согласно (4) получаются как сумма характеристик консервативного движения и соответствующей диссипативной поправки:

$$\begin{cases} \tilde{v}(x) = v(x) + \xi(x) \\ \tilde{x}(x) = x + \xi(x) \end{cases}. \quad (14)$$

Отметим, что кинематические характеристики диссипативной системы оказались, выражены через координату x соответствующей консервативной системы. Структура поправок (12) содержит скорость и закон движения консервативной системы, взятые с обратным знаком. Таким образом, поправки (12) действуют как операторы, уничтожающие скорость и координату консервативной системы, и отображающие точки координатной оси, имеющие координату x на другие точки той же оси, но имеющие уже новую координату $\tilde{x}$.

Библиографический список

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособие. Т. I. Механика. – 4-е изд., испр. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 216 с.
2. Савельев И.В. Основы теоретической физики. Т. I. Механика и электродинамика. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1975. – 416 с.
3. Зайцев В.Ф., Полянин А.Д. Справочник по нелинейным дифференциальным уравнениям: Приложения в механике, точные решения. – М.: Физматлит, 1993. – 464 с.
4. Denman H.H, Buch L.H: Solution of the Hamilton-Jacobi equation for certain dissipative classical mechanical systems // J. Math. Phys. – 1973. – V.14, no 3. – p. 326–329.

УДК 517.95 + 534.12 + 532.5

Математическая модель нестационарных колебаний битого льда в канале

К.Н. Завьялова, К.А. Шишмарев

АлтГУ, г. Барнаул

Рассматривается нестационарная задача об определении прогибов битого льда в прямоугольном канале бесконечной длины под действием движущейся нагрузки. H – глубина канала, $2L$ – ширина канала. Ледовый покров моделируется тонкой упругой пластиной с нулевой жесткостью в рамках линейной теории гидроупругости. Нагрузка движется с постоянной скоростью U , вызывает прогиб битого льда и может создавать нестационарные гидроупругие волны, распространяющиеся от нагрузки. Жидкость в канале невязкая и несжимаемая. Течение, вызванное прогибом битого льда, считается потенциальным. Система уравнений имеет вид

$$Mw_{tt} = p(x, y, 0, t) - P(x - Ut) \quad (-\infty < x < \infty, -L < y < L, z = 0), \quad (1)$$

$$p(x, y, 0, t) = -\rho_l \varphi_t(x, y, 0, t) - \rho_l g w(x, y, t) \quad (-\infty < x < \infty, -L < y < L, z = 0), \quad (2)$$

$$\nabla^2 \varphi(x, y, z, t) = 0 \quad (-\infty < x < \infty, -L < y < L, z = 0) \quad (3)$$

$$\varphi_z = w_t \quad (z = 0), \quad \varphi_z = 0 \quad (y = \pm L), \quad \varphi_z = 0 \quad (z = -H), \quad (4)$$

здесь M – единица массы льда на единицу площади, ρ_l – плотность льда. Потенциал скорости течения жидкости затухает в отдалении от нагрузки при конечных временах

$$\varphi \rightarrow 0 \quad (|x| \rightarrow \infty, t < \infty), \quad (5)$$

и удовлетворяет начальным условиям

$$\varphi = 0, \varphi_t = 0 \quad (t = 0). \quad (6)$$

Внешняя нагрузка моделируется гладким локализованным распределением давления в форме

$$P(x - Ut, y) = P_0 P_1\left(\frac{X}{L}\right) P_2\left(\frac{y}{L}\right) \quad (-\infty < x < \infty, -L < y < L) \quad (7)$$

$$P_1\left(\frac{X}{L}\right) = \begin{cases} (\cos\left(\frac{\pi c_1 X}{L}\right) + 1)/2 & (c_1|X|/L < 1), \\ 0 & (c_1|X|/L \geq 1), \end{cases}$$

$$P_2\left(\frac{y}{L}\right) = \begin{cases} (\cos\left(\frac{\pi c_2 y}{L}\right) + 1)/2 & (c_2|y|/L < 1), \\ 0 & (c_2|y|/L \geq 1). \end{cases}$$

Функция внешней нагрузки является симметричной

$$P(x - Ut, -y) = P(x - Ut, y).$$

В движущейся совместно с нагрузкой системе координат (X, y, z) , где $X = x - Ut$, внешняя нагрузка $P(X, y)$ не зависит от времени.

Прогиб битого льда удовлетворяет условию затухания в отдалении от нагрузки при конечных временах

$$w \rightarrow 0 \quad (|x| \rightarrow \infty, t < \infty), \quad (8)$$

и начальным условиям при $t = 0$

$$w = w_0(x, y), \quad w_t = 0, \quad (9)$$

где $w_0(x, y)$ удовлетворяет стационарному уравнению

$$0 = -\rho_l g w_0(x, y) - P(x, y) \quad (10)$$

и условию (8).

Решение нестационарной задачи (1) – (10) зависит от плотности ρ_l , параметров льда ρ_i , h_i , параметров канала H , L и параметров нагрузки P_0, U, c_1, c_2 . Задача (1) – (10) решается применением преобразования Фурье в направлении оси x

$$w^F(\xi, y, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} w(x, y, t) e^{-i\xi x} dx,$$

$$\varphi^F(\xi, y, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x, y, z, t) e^{-i\xi x} dx.$$

Для функции нагрузки $P(x - Ut, y)$ получим

$$e^{-i\xi Ut} P^F(\xi, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} P(x) e^{-i\xi(x+Ut)} d(x + Ut).$$

Применение преобразования к уравнениям и условиям (1) – (10) дает уравнение пластины для образа Фурье w^F прогибов битого льда

$$Mw_{tt}^F = -\rho_l g w^F - \rho_l \varphi_t^F - e^{-i\xi Ut} P^F(\xi, y), \quad (11)$$

и соответствующие начальные условия

$$w^F = w_0^F(\xi, y), \quad w_t^F = 0 \quad (t = 0), \quad (12)$$

где $w_0^F(\xi, y)$ – образ Фурье начального условия для прогибов льда $w_0(x, y)$. Образ Фурье потенциала скорости течения жидкости $\varphi^F(\xi, y, z, t)$ удовлетворяет уравнению

$$\varphi_{yy}^F + \varphi_{zz}^F = \xi^2 \varphi^F \quad (-L < y < L, -H < z < 0), \quad (13)$$

начальным и краевым условиям

$$\begin{aligned} \varphi_z^F &= w_t^F(\xi, y, t) \quad (z = 0), \quad \varphi_y^F = 0 \quad (y = \pm L), \quad \varphi_z^F = 0 \quad (z = -H), \\ \varphi^F &= 0, \quad \varphi_t^F = 0 \quad (t = 0). \end{aligned} \quad (14)$$

Преобразование Фурье уменьшает число независимых переменных на одну переменную, но добавляет один новый параметр – параметр преобразования ξ .

Прогиб битого льда $w^F(\xi, y, t)$ определяется методом разделения переменных y и t :

$$w^F(\xi, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(\xi, t) \psi_n(y), \quad \psi_n(y) = \cos \frac{\pi n y}{L}. \quad (15)$$

Система функций $\psi_n(y)$ является полной и эти функции ортогональны в следующем смысле

$$\int_{-L}^L \cos \frac{\pi n y}{L} \cos \frac{\pi m y}{L} dy = \begin{cases} 0, & m \neq n; \\ 2L, & m = n. \end{cases}$$

Функции $a_n(\xi, t)$ зависят от номера n , t и параметра ξ , являются неизвестными и должны быть найдены в процессе решения. Учет симметричности внешней нагрузки по y дает

$$w^F(\xi, -y, t) = w^F(\xi, y, t) \quad (16)$$

для любых значений ξ и $|y| < L$.

С учетом кинематического условия на границе раздела лед-жидкость (первое уравнение в (14) при $z = 0$) потенциал скорости φ^F ищется в виде

$$\varphi^F = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n,t}(\xi, t) \cos \frac{\pi n y}{L} \cosh(\sqrt{\pi^2 n^2 + \xi^2}(H+z))}{\sqrt{\pi^2 n^2 + \xi^2} \sinh(\sqrt{\pi^2 n^2 + \xi^2} H)}. \quad (17)$$

Подстановка представлений (15) и (17) в уравнение (11) приводит последнее к виду

$$\begin{aligned} M \sum_{n=1}^{\infty} a_{n,tt} \cos \frac{\pi n y}{L} &= -\rho_l g \sum_{n=1}^{\infty} a_n(\xi, t) \cos \frac{\pi n y}{L} - \\ &- \rho_l \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n,tt} \cos \frac{\pi n y}{L} \cosh(\sqrt{\pi^2 n^2 + \xi^2}(H+z))}{\sqrt{\pi^2 n^2 + \xi^2} \sinh(\sqrt{\pi^2 n^2 + \xi^2} H)} - P^F(\xi, y) e^{-i\xi Ut}. \end{aligned} \quad (18)$$

Умножение на $\cos \frac{\pi m y}{L}$ и интегрирование результата по y от $-L$ до L приводит к системе дифференциальных уравнений для поиска a_n

$$\frac{d^2 a_n}{dt^2} \left(\frac{M \sqrt{\left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 + \xi^2} + \rho_l \coth \left(\sqrt{\left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 + \xi^2} H \right)}{\sqrt{\left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 + \xi^2}} \right) + \rho_l g a_n = \frac{P_n(\xi) e^{-i\xi U t}}{2L}. \quad (19)$$

Ранее для канала было получено счетное число дисперсионных соотношений [1] (в отличие от задачи без стенок [2])

$$\omega_n^2(\xi) = \frac{\rho_l g \sqrt{\left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 + \xi^2}}{M \sqrt{\left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 + \xi^2} + \rho_l \coth \left(\sqrt{\left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 + \xi^2} H \right)},$$

где ξ играет роль волнового числа.

Тогда уравнение (19) перепишется в виде

$$\frac{d^2 a_n}{dt^2} + \omega_n^2 a_n = H_n(\xi) e^{-i\xi U}, \quad (20)$$

$$\text{где } H_n(\xi) = \frac{P_n(\xi) \sqrt{\left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 + \xi^2} e^{-i\xi U}}{2L \sqrt{\left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 + \xi^2} + \rho_l \coth \left(\sqrt{\left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 + \xi^2} H \right)}.$$

Начальные условия для уравнений (20) следуют из (12)

$$\frac{da_n}{dt}(\xi, 0) = 0, \quad a_n(\xi, 0) = \frac{H_n(\xi)}{\omega_n^2(\xi)}. \quad (21)$$

Решение однородного дифференциального уравнения (20) имеет следующий вид $a_{n0} = C_1 e^{-i\omega_n t} + C_2 e^{i\omega_n t}$, с соответствующим частным решением $a_{nc} = C_3 e^{-i\xi U t}$ для неоднородного уравнения. Подставляя частное решение в уравнение (20) определяем $C_3 = \frac{H_n(\xi)}{\omega_n^2(\xi) - \xi^2 U^2}$. Отсюда общее решение для (20) получаем в виде суммы решения однородного уравнения и частного решения, и с учетом начальных условий (21), получим

$$a_n = \frac{-H_n U \xi}{2\omega_n^2(\xi)(\omega_n - \xi U)} e^{-i\omega_n t} + \frac{H_n U \xi}{2\omega_n^2(\xi)(\omega_n + \xi U)} e^{i\omega_n t} + \frac{H_n}{\omega_n^2(\xi) - \xi^2 U^2} e^{-i\xi U t}.$$

Таким образом, решение уравнения (11) имеет следующий вид

$$w^F = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{-H_n U \xi}{2\omega_n^2(\xi)(\omega_n - \xi U)} e^{-i\omega_n t} + \frac{H_n U \xi}{2\omega_n^2(\xi)(\omega_n + \xi U)} e^{i\omega_n t} + \frac{H_n}{\omega_n^2(\xi) - \xi^2 U^2} e^{-i\xi U t} \right] \cos \frac{\pi n y}{L}.$$

Решение получено в виде обратного преобразования Фурье

$$w(x, y, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} w^F(\xi, y, t) e^{i\xi x} d\xi. \quad (22)$$

В зависимости от скорости U слагаемые в (22) будут иметь особенность при $\omega_n = \xi U$. Данные интегралы необходимо аккуратно вычислять по методу, описанному в [3].

Библиографический список

1. Завьялова К.Н., Шишмарев К.А., Хабахпашева Т.И. Движение внешней нагрузки по битому льду в канале // Известия Алтайского Государственного Университета. – Барнаул, 2018. – 4 (102). – С.73–78.

2. Squire V., Hosking R., Kerr A., Langhorne P. Moving loads on ice // Kluwer Academic Publishers. – 1996.

3. Khabakhpasheva T. Shishmarev K., Korobkin A. Large-time response of ice cover to a load moving along a frozen channel // Applied Ocean Research. – 2019. – 86. – p. 154–165.

УДК 519.6

О применении программного комплекса Abaqus к задачам о напряженном состоянии вокруг отверстий

Н.С. Поморов, А.В. Устюжанова
АлтГУ, г. Барнаул

В настоящее время существует большое количество программных продуктов, применяемых для численного моделирования задач механики деформируемого тела. В основе работы многих пакетов лежит метод конечных элементов. Одним из таких пакетов является программный комплекс SIMULIA Abaqus, предназначенный для многоцелевого междисциплинарного анализа [1–2]. Данный комплекс широко используется в самых различных сферах производства и в научно-исследовательской деятельности.

Abaqus имеет свободно распространяемую версию Abaqus Student Edition, которая включает в себя модули Abaqus/CAE, Abaqus/Standart, Abaqus/Explicit, полную документацию к программе и архив тестовых задач. Это позволяет использовать данный программный пакет в учебных целях и дает возможность студентам знакомиться с новыми достижениями в разработке комплекса. Ограничением версии Abaqus Student Edition является использование не более 1000 элементов и узлов для построения конечно-элементной модели.

Графическая оболочка Abaqus/CAE, служащая для моделирования, управления и мониторинга проводимых расчетов, анализа и визуализации полученных результатов, состоит из ряда модулей, каждый из которых содержит в себе ряд близких по значению действий.

Перечислим модули в той последовательности, в которой они были использованы в представленных ниже вычислительных расчетах.

Вначале с помощью модуля PART происходит создание геометрии деталей, задание опорных точек и систем координат.

В модуле PROPERTY определяются материалы и их свойства, задаются геометрические характеристики сечений стержневых элементов

конструкции. Следует отметить, что Abaqus не имеет встроенной системы единиц измерений. Все параметры модели должны быть во взаимосвязанных единицах.

Модуль ASSEMBLY предназначен для определения ориентации деталей в пространстве и для сборки их в единую модель.

В модуле STEP задаются параметры анализа и набор выходных данных.

В модуле LOAD определяются начальные и граничные условия модели.

В модуле MESH происходит генерация сетки конечных элементов.

Модуль JOB применяется для проверки модели, запуска на расчет и мониторинга процесса расчета.

Модуль VIZUALIZATION используется для анализа и визуализации результатов расчета.

Представим примеры численных расчетов, проведенные в программном комплексе Abaqus.

В качестве исследуемой области рассмотрена плоская прямоугольная область с двумя и тремя круговыми отверстиями одинакового радиуса. Поведение материала вне отверстий является упругим. Параметры задачи были заданы следующие: модуль упругости $E = 3 \cdot 10^{10}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$. Величина нагрузки, действующая на верхнюю границу равна 3000 Па, нагрузка на боковых сторонах – 5000 Па. Границы отверстий свободны от напряжений. Размеры области 10×10 м, радиус отверстий 0.5 м. Расчетная область разбивается на конечные треугольные элементы. Полученные результаты представлены на рисунке 1. Построены изолинии эквивалентных по Мизесу напряжений:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2},$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения.

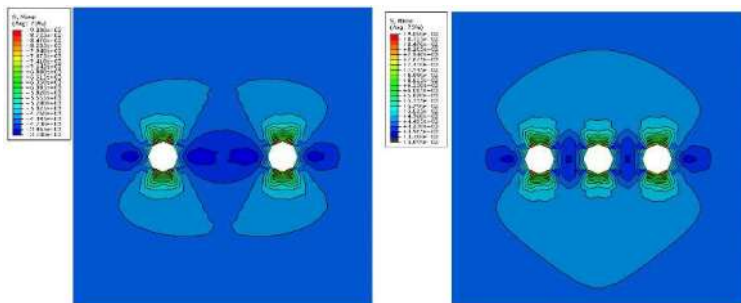


Рисунок 1 – Распределение эквивалентных напряжений

Результаты расчетов согласуются с известными решениями [3]. Наличие отверстий и их количество оказывают влияние на распределение напряжений. Наибольшая концентрация напряжений наблюдается вблизи отверстий.

При проведении расчетов можно отметить удобный и понятный интерфейс Abaqus, возможность выбора различных свойств материала, наглядное построение конечно-элементной сетки, визуализацию полученных результатов. Кроме того, одним из преимуществ Abaqus является возможность решения смешанных задач мультифизики.

Программный комплекс Abaqus может быть рекомендован к использованию в учебном процессе и в научных исследованиях.

Библиографический список

1. Нуштаев Д.В. Abaqus. Пособие для начинающих. Пошаговая инструкция. – М.: Тесис, 2010. – 78 с. – Режим доступа: <http://tesis.com.ru>.
2. Электронное методическое пособие «Simulia Abaqus». Решение прикладных задач. – М.: Тесис, 2015. – 121 с. – Режим доступа: <http://tesis.com.ru>.
3. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.

УДК 532.135

Моделирование динамических характеристик полимерных жидкостей в условиях наложения осциллирующих колебаний на стационарный сдвиг

О.А. Прошкина, О.А. Кондратьева

АлтГПУ, г. Барнаул

Полимерами называют соединения, молекулы которых состоят из большого числа атомных группировок, соединенных химическими связями в длинные цепи, которые называют макромолекулами или полимерными цепями.

Но в первую очередь, полимерные материалы – это сырье, которое необходимо переработать, чтобы сформировать из него изделие. В настоящее время большее значение приобрели методы формирования путем перевода материала в текучее состояние, придание раствору или расплаву требуемой формы и последующего затвердевания в форме изготавливаемого изделия.

Известны два способа построения реологического уравнения состояния: феноменологический и структурно-кинетический (статистический).

При феноменологическом подходе теория движения макроскопических тел строится на основании общих, найденных из опыта, закономерностях. Достоинства этого подхода заключаются в сравнительной простоте получаемых соотношений и в том, что проведенные на его основе расчеты хорошо согласуются с экспериментальными данными. Недостатками является то, что нельзя проследить связь между макро- и микрохарактеристиками объекта исследования и, хотя феноменологические теории и согласуются с опытом, они обладают малой прогностической способностью.

При статистическом подходе описание объекта строят, учитывая в некотором приближении молекулярное строение вещества и достаточно сложные процессы межмолекулярного взаимодействия. Затем, применяя вероятностные методы, вводятся средние по ансамблю всевозможных реализаций характеристики, которые отождествляются с величинами, определяемыми на опыте. Достоинствами этого подхода является возможность проследить связь между макро- и микрохарактеристиками объекта, а также лучшая по сравнению с феноменологическим подходом прогностическая способность получаемых теорий. Недостатками – необходимость использования не всегда достаточно обоснованных моделей элементов структуры и их взаимодействия, т.е. привлечение дополнительных гипотез, а также большие математические трудности при постановке и решении проблемы, сложность получаемых уравнений.

Полученные любым из этих подходов реологические определяющие соотношения или реологические модели должны проверяться на соответствие реальным свойствам полимерных жидкостей [1]. Эта проверка может быть выполнена как путем сравнения новых моделей с уже имеющимися, так и сопоставлением расчетных и экспериментальных данных.

В качестве такой модели используем модифицированную реологическую модель Виноградова–Покровского [2,3]. Особенностью этой модели является учет тензорного характера коэффициента трения бусинок, который связан с наведенной анизотропией сдвигового потока. Такая анизотропия определяется размерами и формой макромолекулярного клубка и это приводит к появлению в уравнениях динамики соответствующих коэффициентов. Обобщение этой модели на многомодовый случай имеет вид:

$$\sigma_{ik} = -p\delta_{ik} + 3\frac{\eta_0}{\tau_0}\alpha_{ik}$$

$$\frac{d}{dt}\alpha_{ik} - v_{ij}\alpha_{jk} - v_{kj}\alpha_{ji} + \frac{1 + (k - \beta)I}{\tau_0}\alpha_{ik} = \frac{2}{3}\gamma_{ik} - 3\frac{\beta}{\tau_0}\alpha_{ij}\alpha_{jk}$$

где σ_{ik} – тензор напряжений; p – гидростатическое давление; η_0 и τ_0 – начальные значения сдвиговой вязкости и времени релаксации для полимерной составляющей; η_1 – остаточная сдвиговая вязкость, учитывающая наличие растворителя; v_{ik} – тензор градиентов скорости; α_{ik} – симметричный тензор анизотропии второго ранга; $I = \alpha_{ik}$ – первый инвариант тензора анизотропии; $\gamma_{ik} = (v_{ik} + v_{ki})/2$ – симметризованный тензор градиентов скорости; κ, β – феноменологические параметры модели, учитывающие в уравнениях динамики макромолекулы размеры и форму макромолекулярного клубка. Отметим, что значения параметров κ и β не являются независимыми.

Изначально было сделано предположение, что значение сдвиговой вязкости не зависит или зависит незначительно от номера моды, однако, эксперименты показали некорректность этого предположения, потому что влияние параметров для каждой конкретной моды неодинаково, поэтому имеет смысл рассматривать каждую моду в отдельности.

По полученной математической модели были проведены расчеты. При помощи вариации переменных были получены следующие результаты:

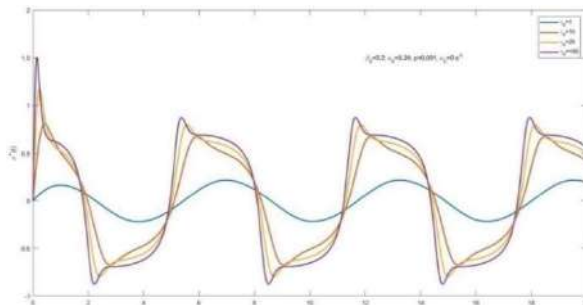


Рисунок 1 – Установление сдвиговых напряжений при разных значениях деформаций: $\gamma_+(0)=1$, $\gamma_+(0)=10$, $\gamma_+(0)=25$, $\gamma_+(0)=50$, $v_0=0$

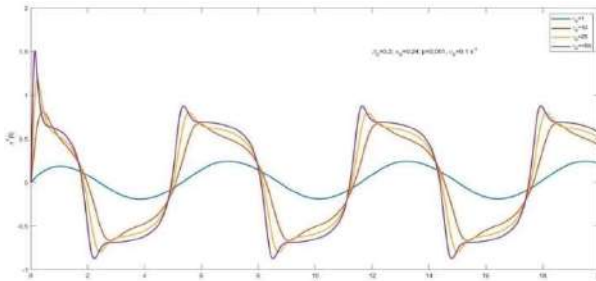


Рисунок 2 – Установление сдвиговых напряжений при разных значениях деформаций: $\gamma_+(0)=1$, $\gamma_+(0)=10$, $\gamma_+(0)=25$, $\gamma_+(0)=50$, $v_0=0.1$

Несмотря на достигнутый в настоящее время прогресс, следует отметить, что ранее были получены реологические модели в предположении, что все макромолекулы в рассматриваемом объеме имеют одинаковую длину, то есть это были модели монодисперсных полимеров. Вместе с тем полимеры, с которыми приходится иметь дело на производстве, часто характеризуются существенной полидисперсностью и поэтому необходима модернизация используемых ранее подходов на случай учета полидисперсности.

Библиографический список

1. Мерзликина Д.А., Филип П., Пивоконский Р., Пышнограй Г.В. Многомодовая реологическая модель и следствия для простого сдвига и растяжения // Механика композиционных материалов и конструкций. 2013. Т. 19. № 2. С. 254–261.
2. Пышнограй Г.В., Третьяков И.В., Алтухов Ю.А. Математическое моделирование процесса формирования полимерных пленок в условиях двухосного растяжения с учетом теплопереноса // Прикладная механика и техническая физика. 2012. Т. 53. № 2 (312). С. 84–90.
3. Мерзликина Д.А., Пышнограй Г.В., Пивоконский Р., Филип П. Реологическая модель для описания вискозиметрических течений расплавов разветвленных полимеров // Инженерно-физический журнал. 2016. Т. 89. № 3. С. 643–651.

УДК 532.5+519.6

Моделирование конвективных течений с учетом тепло- и массопереноса на границах раздела в областях различной геометрии

Е.В. Резанова

АлтГУ, г. Барнаул

Конвективные течения жидкостей играют значительную роль как в природных, так и технологических процессах. Многие из них достаточно сложны для изучения в связи с наличием осложняющих факторов, таких, например, как наличие тепло- и массопереноса через границы раздела [1–3]. Эти процессы могут учитываться при изучении конвективных течений как по отдельности, так и совместно.

Исследуются двухслойные течения в системе "жидкость-газ" в горизонтальном канале с твердыми непроницаемыми стенками сопровожда-

ющиеся испарением/конденсацией на термокапиллярной границе раздела. При моделировании течения в верхнем газопаровом слое учитываются эффекты термодиффузии и диффузионной теплопроводности [2].

В качестве математической модели исследуемого процесса используется приближение Буссинеска уравнений Навье-Стокса. Точные решения системы уравнений характеризуются зависимостями искомых функций от продольной и поперечной координат следующего вида [4]:

$$u_i = u_i(y), \quad v_i = 0, \quad T_i = (a_1^i + a_2^i y)x + \vartheta_i(y), \quad C = (b_1 + b_2 y)x + \phi(y).$$

Здесь u_i , v_i – продольная и поперечная скорости, T_i – температура, C – концентрация пара в газе в верхнем слое системы, a_j^i , b_i – некоторые постоянные, ϑ_i и ϕ являются полиномами седьмой степени. Функции и параметры с индексом $i = 1$ определяют течение жидкости, индекс $i = 2$ используется для описания газопарового слоя.

На термокапиллярной границе раздела, задаваемой уравнением $y = 0$, полагаются выполненными кинематическое и динамическое условия, условия непрерывности скорости и температуры, условие переноса тепла с учетом эффекта Дюфура, условие баланса масс с учетом эффекта Соре. Концентрация насыщенного пара определяется с помощью следствия уравнений Менделеева-Клапейрона и Клапейрона-Клаузиуса, используемого здесь в линеаризованном виде [2, 3]. На твердых верхней и нижней стенках канала выполняются условия прилипания для продольной скорости, температура распределена линейно относительно продольной координаты. Концентрация пара на верхней границе системы удовлетворяет либо условию полного поглощения пара, либо условию отсутствия потока пара. Для замыкания постановки задачи расход газа в верхнем слое системы полагается заданным.

Приведенные граничные условия задачи позволяют определить функции продольной скорости и температуры и концентрации пара, также значение массы, испаряющейся с границы раздела жидкости. На основе построенных точных решений были исследованы особенности двухслойных течений, проведена их классификация, получено условие возникновения возвратных течений вблизи границы раздела.

Тип условия для концентрации пара на верхней стенке канала влияет на схему определения неизвестных констант интегрирования и зависимостей между параметрами, определяющими вид точного решения. В случае, когда на верхней границе системы выполнено условие нулевой концентрации пара, масса испаряющейся жидкости M зависит от величины продольного градиента температуры на границе раздела A квадратичным образом:

$$M = k_1 A^2 + k_2 A + k_0.$$

Коэффициенты k_i представляют собой некоторые постоянные и зависят от физико-химических параметров системы.

При использовании условия отсутствия потока пара интенсивность испарения жидкости зависит от продольных градиентов температуры на границе раздела A и на нижней стенке канала A_1 следующим образом:

$$M = f_1^2 A^2 + f_2^2 A A_1 + f_3^2 A_1^2 + f_2^1 A + f_1^1 A_1 + f_0^0.$$

Здесь коэффициенты f_i^j также зависят от физико-химических параметров системы.

На основе полученных зависимостей проведено сравнение аналитических расчетов течения жидкости с учетом испарения с результатами экспериментов [2], получены как качественные, так и количественные совпадения.

Ряд работ посвящен изучению течений жидкостей с учетом испарения в приближении тонкого слоя [5-7]. Исследуется процесс стекания тонкого слоя вязкой несжимаемой жидкости по наклонной неравномерно нагретой подложке. В качестве математических моделей могут быть использованы либо уравнения Навье-Стокса и переноса тепла, либо система уравнений Обербека-Буссинеска (последняя учитывает действие сил плавучести) [6, 7]. На границе раздела кинематическое, динамическое и энергетическое условия записываются с учетом ненулевого потока пара. При этом в энергетическом условии помимо эффектов, принимаемых во внимание в классической постановке, учитываются также затраты энергии для преодоления деформации поверхности термокапиллярными силами вдоль поверхности и совершаемая при испарении работа вследствие изменения удельного объема [8, 9]. Величина локального потока массы пара на границе раздела определяется с помощью уравнения Герца-Кнудсена [5]. Принимается, что на твердой границе $z = 0$ выполнено условие прилипания, и она подвергается неоднородному нагреву.

Длинноволновое приближение заключается в том, что все искомые функции находятся в виде разложения по степеням малого параметра ε . В ходе дополнительного анализа безразмерных коэффициентов были получены постановки задач для главных и первых членов разложений всех искомым функций по степеням малого параметра задачи, являющегося отношением поперечной характерной длины к продольной.

Для определения положения границы раздела имеет место эволюционное уравнение, являющееся следствием кинематического условия. Численно исследуется задача о периодическом стекании жидкого слоя. Для численного решения эволюционного уравнения применяется неав-

ная конечно-разностная схема, реализуемая методом пятиточечной прогонки и прогонки с параметром [7]. В роли параметра выступает неизвестное значение толщины жидкого слоя на концах расчетной области. Используются конечно-разностные аналоги второго порядка аппроксимации для производных по продольной координате.

В рамках исследуемой задачи проведено сравнение используемых для расчетов математических моделей, изучено влияние дополнительных слагаемых в энергетическом условии и физических параметров системы на характер течения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-08-00291).

Библиографический список

1. Шлиомис М.И., Якушин В.И. Конвекция в двухслойной бинарной системе с испарением // Ученые записки Пермского госуниверситета, серия Гидродинамика: Сб. науч. тр. - 1972. - № 4. - С. 129–140.
2. Гончарова О.Н., Резанова Е.В., Люлин Ю.В., Кабов О.А. Изучение конвективных течений жидкости и спутного потока газа с учетом испарения // ТВТ. - 2017. - Т. 55, № 6. - С. 720–732.
3. Бекежанова В.Б., Гончарова О.Н., Резанова Е.В., Шефер И.А. Устойчивость двухслойных течений жидкости с испарением на границе раздела // Известия РАН. МЖГ. – 2017. – № 2. – С. 23–35.
4. Бирих Р.В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // Прикладная механика и техническая физика. – 1966. – № 3. – С. 69–72.
5. Miladinova S., Slavtchev S., Lebon G., Legros J.-C. Long-wave instabilities of non-uniformly heated falling films // J. Fluid Mech. – 2002. – Vol. 453. – P. 153–175.
6. Goncharova O.N., Rezanova E.V. Mathematical modelling of the evaporating liquid films on the basis of the generalized interface conditions // MATEC Web of Conferences. - 2016. - № 84. P. 00013.
7. Rezanova E.V. The liquid film flow with evaporation: numerical modelling // MATEC Web of Conferences. - 2016. - № 72. P. 01095
8. Кузнецов В.В. Тепломассообмен на поверхности раздела жидкость-пар // Известия РАН. МЖГ. - 2011. - № 5. - С. 97–107.
9. Гончарова О.Н. Моделирование течений в условиях тепло- и массопереноса на границе раздела // Известия АлтГУ. – 2012. – №73 (1/2). – С. 12–18.

Сингулярные пределы решений квазилинейных уравнений колмогоровского типа

С.А. Саженов

*ИГиЛ СО РАН, НГУ, г. Новосибирск; Хэйлунцзянский
университет, г. Харбин*

Аннотация. Доклад посвящён изучению задачи Коши – Дирихле для квазилинейного ультра-параболического уравнения, включающего в себя две время-подобные переменные и нелинейный источник. Устанавливается однозначная разрешимость этой задачи в подходящих классах кинетических и энтропийных решений. Рассматривается случай, когда функция источника зависит от малого параметра и сходится при стремлении этого параметра к нулю к дельта-функции Дирака, описывающей импульсный источник. В этом случае проводится предельный переход от исходного уравнения к предельному импульсному уравнению.

1. Формулировка задачи. Пусть Ω – ограниченная область пространственных переменных $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$ с достаточно гладкой границей $\partial\Omega$ ($\partial\Omega \in C^2$). Пусть $t \in [0, T]$ и $s \in [0, S]$ – две переменные, подобные переменной времени. Здесь T и S – заданные положительные постоянные. Введём следующие обозначения множеств: $G_{T,S} := \Omega \times (0, T) \times (0, S)$, $\Xi^1 := \bar{\Omega} \times [0, S]$, $\Xi^2 := \bar{\Omega} \times [0, T]$, $\Gamma_0 := \bar{\Omega} \times [0, T] \times \{s = 0\}$, $\Gamma_S := \bar{\Omega} \times [0, T] \times \{s = S\}$ и $\Gamma_l := \partial\Omega \times [0, T] \times [0, S]$.

Рассматривается следующая задача Коши-Дирихле.

Задача Π_γ . Требуется найти функцию $u: G_{T,S} \mapsto \mathbb{R}$, удовлетворяющую квазилинейному ультра-параболическому уравнению колмогоровского типа

$$\partial_t u + \partial_s a(u) + \operatorname{div}_{\mathbf{x}} \boldsymbol{\varphi}(u) = \Delta_{\mathbf{x}} u + h_\gamma(\mathbf{x}, t, s, u), \quad (\mathbf{x}, t, s) \in G_{T,S}, \quad (1a)$$

начальным данным по t

$$u|_{t=0} = u_0^{(1)}(\mathbf{x}, s), \quad (\mathbf{x}, s) \in \Xi^1, \quad (1b)$$

начальным и финальным данным по s :

$$u|_{s=0} \approx u_0^{(2)}(\mathbf{x}, t), \quad u|_{s=S} \approx u_S^{(2)}(\mathbf{x}, t), \quad (\mathbf{x}, t) \in \Xi^2, \quad (1c)$$

и однородному краевому условию

$$u|_{\Gamma_l} = 0. \quad (1d)$$

В этой формулировке начальные и финальные данные $u_0^{(1)} \in C^{2+\alpha}(\Xi^1)$, $u_0^2, u_S^2 \in C^{2+\alpha}(\Xi^2)$ ($\alpha \in (0,1)$), функции нелинейной конвекции $a = a(u)$, $\varphi_1 = \varphi_1(u), \dots, \varphi_d = \varphi_d(u)$ и функция источника $h_\gamma = h_\gamma(x, t, s, u)$ являются заданными и достаточно гладкими. Функция h_γ удовлетворяет дополнительному условию на рост по u , гарантирующему выполнение стандартного принципа максимума для решения u (если таковое существует). Относительно функции a допускается, что она может быть немонотонной, то есть процесс эволюции в направлении время-подобной координаты s может быть обратим. Функция a удовлетворяет специальному условию истинной нелинейности:

$$\begin{aligned} \text{множество } \{\lambda \in \mathbb{R}: \xi_1 + a'(\lambda)\xi_2 = 0\} \\ \text{при каждом фиксированном } (\xi_1, \xi_2) \in \mathbb{S}^1 \\ \text{имеет пустую внутренность.} \end{aligned}$$

(Через $\mathbb{S}^1$ обозначается единичная окружность в $\mathbb{R}^2$ с центром в начале координат.)

2. Кинетические и энтропийные решения задачи Π_γ . Технически, условие истинной нелинейности гарантирует, что семейство приближённых решений $\{u_{\gamma\epsilon}\}_{\epsilon>0}$ задачи Π_γ относительно компактно в $L^1(G_{T,S})$ и что существуют сильные в пространстве $L^1(\Xi^2)$ следы (скажем, $u_0^{tr,(2)}$ и $u_S^{tr,(2)}$) энтропийного или кинетического решения u уравнения (1a) на Γ_0 и Γ_S , соответственно. Это условие является краеугольным камнем для формулировки корректных понятий кинетического и энтропийного решений задачи Π_γ . Обоснование существования и единственности энтропийных и кинетических решений является первым основным результатом в настоящем докладе.

Кинетическое уравнение, ассоциированное с (1a), имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \partial_t \chi(\lambda; u) + a'(\lambda) \partial_s \chi(\lambda; u) + \boldsymbol{\varphi}'(\lambda) \cdot \nabla_x \chi(\lambda; u) \\ + h_\gamma(x, t, s, \lambda) \partial_\lambda \chi(\lambda; u) - \Delta_x \chi(\lambda; u) = \\ = \delta_{(\lambda=0)} h_\gamma(x, t, s, \lambda) + \partial_\lambda (m + \delta_{(\lambda=u)} |\nabla_x u|^2), \quad (x, t, s, \lambda) \in G_{T,S} \times \mathbb{R}_\lambda, \quad (2) \end{aligned}$$

где

$$\chi(\lambda; u) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 < \lambda < u, \\ -1 & \text{при } u < \lambda < 0, \\ 0 & \text{в остальных} \\ & \text{случаях,} \end{cases}$$

$m \in \mathcal{M}^+(G_{T,S} \times \mathbb{R}_\lambda)$, $\text{supp } m \subset G_{T,S} \times [-M, M]$, $M = \|u\|_{L^\infty(G_{T,S})} < +\infty$ и $\delta_{(\lambda=0)}$ и $\delta_{(\lambda=u)}$ – меры Дирака, сосредоточенные в точках $\lambda = 0$ и $\lambda = u(\mathbf{x}, t, s)$, соответственно. В уравнении (2) и далее, $\lambda \in \mathbb{R}$ – это дополнительная независимая кинетическая переменная.

Легко проверить, что в смысле распределений уравнение (2) эквивалентно семейству *энтропийных неравенств*

$$\partial_t \eta(u) + \partial_s q_a(u) + \text{div}_x (\mathbf{q}_\varphi - \nabla_x \eta(u)) - h_\gamma(\mathbf{x}, t, s, u) \eta'(u) \leq -\eta''(u) |\nabla_x u|^2, \quad (3)$$

в которых $(\eta, q_a, \mathbf{q}_\varphi)$ – это всевозможные *выпуклые энтропийные тройки*: $\eta \in C^2(\mathbb{R})$ – произвольная выпуклая функция, $q'_a(z) = a'(z)\eta'(z)$, $\mathbf{q}'_\varphi(z) = \boldsymbol{\varphi}'(z)\eta'(z)$. В свою очередь, неравенство (4) сводится к уравнению (1a), если положить $\eta(u) = \pm u$.

В кинетической и энтропийной формулировках задачи Π_γ уравнение (2) и неравенства (3) снабжаются соответствующими наборами кинетических и энтропийных краевых условий. Заметим, что знак отношения $\approx$ в (1с) означает, что предписанные значения $u_0^{(2)}$ и $u_s^{(2)}$ могут не совпадать с существующими следами $u_0^{tr,(2)}$ и $u_s^{tr,(2)}$ на некоторых частях множеств Γ_0 и Γ_s , соответственно. То обстоятельство, становится ли $\approx$ знаком равенства ($=$), или нет, определяется *апостериори*, то есть после того, как решение u уравнения (2) (или, эквивалентно, семейства неравенств (3)) каким-либо способом сконструировано. Эта особенность ведёт к достаточно нестандартным краевым условиям в кинетической и энтропийной формулировках. В настоящей работе эти условия конструируются в основном следуя идее из [1].

3. Сингулярный переход к импульсному уравнению. Второй основной результат в настоящем докладе связан с задачей определения сингулярного предела семейства решений задачи Π_γ в случае, когда индекс γ , который был «немым» индексом в пп. 1 и 2, получает смысл малого положительного параметра, так что гладкая функция источника h_γ теперь «сжимается в точку» – обращается в дельта-функцию Дирака при $\gamma \rightarrow 0+$:

$$h_\gamma \xrightarrow{\gamma \rightarrow 0+} \delta_{(t=\tau)} \beta \quad \text{сильно в } C_{weak}(\Xi^1 \times \mathbb{R}_\lambda; \mathcal{M}[0, T]), \quad (5)$$

где $\beta = \beta(\mathbf{x}, s, \lambda)$ – заданная гладкая функция, $\tau \in (0, T)$ – фиксированный момент времени и $\delta_{(t=\tau)}$ – дельта-функция Дирака на $[0, T]$, сконцентрированная в точке $t = \tau$.

Мы устанавливаем, что существует предельная функция

$$u_* \in L^\infty(G_{T,S}) \cap L^2((0, T) \times (0, S); W_2^1(\Omega))$$

семейства $\{u_\gamma\}_{\gamma>0}$ решений задачи Π_γ при $\gamma \rightarrow 0+$, такая, что u_* служит решением системы, состоящей из импульсного дифференциального уравнения вида (1a) с мгновенным источником $\delta_{(t=\tau)}\beta$ на месте h_γ и краевых условий (1b)-(1d). Отметим, что импульсное уравнение может быть эквивалентно записано в виде системы ультра-параболического уравнения

$$\partial_t u + \partial_s a(u) + \operatorname{div}_x \varphi(u) = \Delta_x u, \quad (x, t, s) \in G_{T,S} \setminus \{t = T\}, \quad (4a)$$

и импульсного условия

$$u(x, \tau + 0, s) = u(x, \tau - 0, s) + \beta(x, s, u(x, \tau - 0, s)), \quad (x, s) \in \Xi^1. \quad (4b)$$

Импульсные уравнения вида (4a)-(4b) могут описывать, в частности, перенос тепла в сплошных средах при наличии ударных волн. При этом учитывается излучение тепла на фронте ударной волны, а сама ударная волна движется в направлении e_s – стандартного базисного вектора декартовой системы координат пространства физических позиций $\mathbb{R}_{x,s}^{d+1}$ [2].

Примечания. Настоящее исследование было выполнено совместно с Иваном Владимировичем Кузнецовым (Новосибирский государственный университет и Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН), которому я весьма признателен за сотрудничество. Некоторые частичные результаты исследования можно найти в совместных с И.В. Кузнецовым работах [3,4].

Работа поддержана Министерством науки и ВО (код проекта III.22.4.2) и РФФИ (грант № 18-01-00649).

Библиографический список

1. Otto F. Initial-boundary value problem for a scalar conservation law // C. R. Acad. Sci. Paris Ser I Math. – 1996. – Vol. 322. – P. 729–734.
2. Zel'dovich Y.B. and Raizer Y.P. Shock waves and radiation // Annual Rev. Fluid Mech. – 1969. – Vol. 1. – P. 385–412.
3. Kuznetsov I.V. and Sazhenkov S.A. Quasi-solutions of genuinely nonlinear forward-backward ultra-parabolic equations // J. Phys.: Conf. Ser. – 2017. – Vol. 894. – No. 012046. – P. 1–7.
4. Kuznetsov I.V. and Sazhenkov S.A. Genuinely nonlinear impulsive ultra-parabolic equations and convective heat transfer on a shock wave front // IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. – 2018. – Vol. 193. – No. 012037. – P. 1–7.

УДК 517.972.5 + 51-72

**Равномерная аппроксимация решения
односторонней задачи диффузии-абсорбции
методом штрафа А. Каплана**

Т.В. Саженкова¹, С.А. Саженков^{2,3}

¹*АлтГУ, Барнаул;* ²*ИГиЛ СО РАН, НГУ, г. Новосибирск;*

³*Хэйлунцзянский ун-т, г. Харбин*

1. Аннотация. Работа посвящена исследованию однородной задачи Дирихле для нелинейного уравнения диффузии-абсорбции с ограничением значений диффузионного потока. Изучается семейство приближённых решений, получаемых с помощью метода штрафа с применением интегрального оператора штрафа А. Каплана. Доказывается, что семейство приближённых решений слабо сходится к решению исходной задачи в пространстве Соболева первого порядка при стремлении малого параметра регуляризации к нулю. Затем в результате систематического изучения структуры оператора штрафа устанавливается свойство равномерной аппроксимации в классах функций, непрерывных по Гёльдеру. В расширенном виде результаты исследования изложены в [1,2].

2. Постановка и разрешимость задачи. Рассматривается однородная задача Дирихле для уравнения диффузии-абсорбции с односторонним ограничением на диффузионный поток.

Задача D-A. В ограниченной области $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ с гладкой границей $\partial\Omega$ требуется найти функцию $u = u(\mathbf{x})$, удовлетворяющую уравнению

$$-\operatorname{div}_{\mathbf{x}} \mathbf{J} + |u|^{p-2}u = f, \quad (1a)$$

в котором

$$\mathbf{J} \in \partial\Phi(\nabla_{\mathbf{x}} u), \Phi(\boldsymbol{\tau}) = \frac{1}{p} \int_{\Omega} Q(\boldsymbol{\tau}(\mathbf{x})) d\mathbf{x}, Q(\boldsymbol{\tau}) = \begin{cases} |\boldsymbol{\tau}|^p & \text{при } |\boldsymbol{\tau}| \leq 1, \\ +\infty & \text{при } |\boldsymbol{\tau}| > 1, \end{cases} \quad (1b)$$

и граничному условию

$$u|_{\partial\Omega} = 0. \quad (1c)$$

В постановке задачи D-A $p \in (1, +\infty)$ – заданный постоянный показатель; $f \in W^{-1,p'}(\Omega)$ – заданный функционал, $W^{-1,p'}(\Omega)(p^{-1} + (p')^{-1} = 1)$ – пространство, сопряжённое к пространству Соболева

$W_0^{1,p}(\Omega)$. Нормы в $W_0^{1,p}(\Omega)$ и $W^{-1,p'}(\Omega)$ вводятся стандартно. Соотношения (1b) означают, что диффузионный поток J является элементом субдифференциала $\partial\Phi$ функционала $\Phi: \tau \mapsto \frac{1}{p} \int_{\Omega} Q(\tau(x)) dx$ в точке $\tau = \nabla_x u$. Заметим, что Φ является дифференцируемым в смысле Гато отображением на множестве

$$M := \{\tau: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^d - \text{измеримая функция, } |\tau(x)| \leq 1\} \subset L^p(\Omega)^d$$

и его производная по Гато $\Phi'(\tau)$ определяется формулой

$$\langle \Phi'(\tau), v \rangle = \int_{\Omega} |\tau(x)|^{p-2} \tau(x) \cdot v(x) dx \quad \forall v \in L^p(\Omega)^d. \quad (2)$$

Здесь и далее через $\langle \cdot, \cdot \rangle$ обозначаются скобки двойственности, то есть через $\langle \Psi, \psi \rangle$ обозначается значение какого-либо функционала $\Psi \in \mathcal{V}^*$ на некотором элементе $\psi \in \mathcal{V}$, где $\mathcal{V}$ – рефлексивное банахово пространство, а $\mathcal{V}^*$ – сопряжённое к нему.

Решение задачи D-A понимается в обобщённом смысле. *Обобщённым решением (o.p.)* задачи D-A называется функция $u \in W_0^{1,p}(\Omega)$, удовлетворяющая оценке

$$|\nabla_x u| \leq 1 \text{ почти всюду в } \Omega \quad (3a)$$

и вариационному неравенству

$$\int_{\Omega} [|\nabla_x u|^{p-2} \nabla_x u \cdot \nabla_x(\varphi - u) + |u|^{p-2} u(\varphi - u)] dx \geq \langle f, \varphi - u \rangle \quad (3b)$$

для любой пробной функции $\varphi \in W_0^{1,p}(\Omega)$ такой, что $|\nabla_x \varphi| \leq 1$ почти всюду в Ω .

Из хорошо известных положений выпуклого анализа и теории вариационных неравенств для монотонных операторов [3, глава III, теорема 1.4] следует, что при любом заданном $f \in W^{-1,p'}(\Omega)$ задача D-A имеет единственное обобщённое решение в указанном выше смысле.

3. Оператор штрафа А. Каплана. В приложениях часто бывает полезно определить решение односторонней задачи вида (1) приближённо с помощью решения задач безусловной оптимизации. Такую возможность даёт метод штрафа, имеющий большую историю и давно сложившийся в стройную теорию. Его основные положения можно найти, например, в [4,5]. Оператор штрафа при этом, вообще говоря, можно определять различными способами и вопрос выбора «наилучшего» оператора является весьма тонким, а ответ на него неочевиден. Настоящий доклад посвящён вопросу построения приближённых решений задачи D-A методом штрафа с помощью оператора штрафа с внутренней регу-

лиризации, предложенного А. Капланом и получившего широкое применение при изучении нелинейных задач вариационного исчисления с ограничениями [3,6,7].

Оператор штрафа А. Каплана $\beta_\varepsilon^{(t)}$ при фиксированных $\varepsilon > 0$ и $t \geq 0$ определяется формулой

$$\begin{aligned} \langle \beta_\varepsilon^{(t)}(\varphi), \psi \rangle &= \\ &= \int_{\Omega} \left(1 + \frac{|\nabla_x \varphi|^p - 1}{\sqrt{(|\nabla_x \varphi|^p - 1)^2 + \varepsilon^{2+t}}} \right) |\nabla_x \varphi|^{p-2} \nabla_x \varphi \cdot \nabla_x \psi dx \\ \forall \varphi, \psi &\in W_0^{1,p}(\Omega) \end{aligned} \quad (4)$$

Однородную задачу Дирихле для сильно нелинейного дифференциального уравнения

$$\begin{aligned} -\operatorname{div}_x(|\nabla_x u_\varepsilon|^{p-2} \nabla_x u_\varepsilon) + \frac{1}{\varepsilon} \beta_\varepsilon^{(t)}(u_\varepsilon) + |u_\varepsilon|^{p-2} u_\varepsilon &= f, u_\varepsilon \in W_0^{1,p}(\Omega), \\ \varepsilon > 0 \end{aligned} \quad (5)$$

назовём задачей с приближённым штрафом (по А. Каплану), ассоциированной с задачей D-A.

Первый основной результат работы состоит в том, что при любом фиксированном $\varepsilon > 0$ и для любого заданного $f \in W^{-1,p'}(\Omega)$ задача (5) имеет единственное обобщённое решение $u_\varepsilon = u_\varepsilon(x)$ и что семейство решений $\{u_\varepsilon\}_{\varepsilon>0}$ сходится к решению и задачи D-A сильно в $W_0^{1,p}(\Omega)$ при $\varepsilon \searrow 0$. Обоснование этого результата является, за исключением несущественных деталей, стандартным. Оно проводится методом монотонности для решения нелинейных краевых задач, в целом следуя изложению в [3, главы 2 и 3].

4. Свойство равномерной аппроксимации. Конструкция оператора штрафа $\beta_\varepsilon^{(t)}$ содержит в себе следующую особенность: заметно, что дробное выражение в скобках под знаком интеграла в (4) при достаточно малых $\varepsilon > 0$ – это приближённое значение $\operatorname{sign}(\theta)$ в точке $\theta = |\nabla_x \varphi|^p - 1$, не превосходящее по модулю единицы и имеющее знак величины θ . Благодаря этому, удаётся установить интересный результат о равномерной сходимости семейства решений $\{u_\varepsilon\}_{\varepsilon>0}$ к u , который является вторым основным результатом работы. Сформулируем его ниже в виде теоремы.

Теорема U. (О равномерной сходимости.) Для любого $\delta > 0$ найдутся число $\varepsilon_0 = \varepsilon_0(\delta) \in (0,1)$ и замкнутое множество $\Xi^\delta \subset \Omega$, $\operatorname{meas} \Xi^\delta > (\operatorname{meas} \Omega) - \delta$, такие, что $u_\varepsilon \in C^{0+\vartheta}(\Xi^\delta) \forall \vartheta \in [0,1)$, $\forall \varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$ и u_ε сходится к u равномерно в $C(\Xi^\delta)$ при $\varepsilon \searrow 0$.

Работа С.А. Саженкова поддержана Министерством науки и высшего образования РФ (код проекта III.22.4.2) и РФФИ (грант № 18-01-00649).

Библиографический список

1. Sazhenkova T.V. and Sazhenkov S.A. Kaplan's penalty operator in approximation of a diffusion-absorption problem with a one-sided constraint // *Siberian Electron. Math. Rep.* – 2019. – Vol. 16. – P. 236–248.
2. Саженкова Т.В, Саженков С.А. Аппроксимация решения односторонней задачи анизотропной диффузии-абсорбции // *Труды семинара по геометрии и математическому моделированию: сб. ст. – Вып. 4. /* гл.ред. Е.Д. Родионов. Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2018, 15–24.
3. Киндерлерер Д., Стампаккья Г. Введение в вариационные неравенства и их приложения. – М.: Мир, 1983.– 256 с.
4. Гроссман К., Каплан А.А. Нелинейное программирование на основе безусловной оптимизации. – Новосибирск: Наука, 1981. – 183 с.
5. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М.: Мир, 1972. – 588 с.
6. Griffin J.D. and Kolda T.G. Nonlinearly constrained optimization using heuristic penalty methods and asynchronous parallel generating set search // *Appl. Math. Research eXpress.* – 2010. – Vol. 2010(1). – P. 36–62.
7. Kaplan A. and Tichatschke R. Some results about proximal-like methods // In: A. Seeger (Editor), *Recent Advances in Optimization. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems.* – Vol. 563. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 2006. – P. 61–86.

УДК 517.95

Задача фильтрации двухкомпонентной смеси в тонком пороупругом слое

М.А. Токарева
АлтГУ, г. Барнаул

В качестве приложения теории многокомпонентных течений рассматривается задача фильтрации смеси через деформируемую пористую среду. Данная задача возникает при описании движения лекарств, крови и других физиологических жидкостей в мышечной ткани. Предлагаемая модель основана на уравнениях Маскета – Леверетта и дополняется уравнениями для сжимаемой пористой среды.

Рассматривается движение двух несмешивающихся жидкостей в поропругой среде. Для описания процесса используется система уравнений [1]

$$\frac{\partial \phi \rho_i^0 s_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i^0 \phi s_i \vec{u}_i) = 0, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

$$s_i \phi (\vec{u}_i - \vec{u}_3) = -K_0 \frac{\overline{k_{oi}}}{\mu_i} (\nabla p_i + \rho_i^0 \vec{g}), \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

$$p_2 - p_1 = p_c(x, s), \quad s = \frac{s_1 - s_1^0}{1 - s_1^0 - s_2^0}, \quad (3)$$

$$0 \leq s \leq 1,$$

$$p_c(x, s) = \overline{p_c}(x) j(s), \quad (4)$$

$$\frac{\partial (1 - \phi) \rho_3^0}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_3^0 (1 - \phi) \vec{u}_3) = 0, \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \vec{u}_3 = -\frac{1}{\xi(\phi)} p_e - \beta_t(\phi) \left(\frac{\partial p_e}{\partial t} + \vec{u}_3 \cdot \nabla p_e \right), \quad (6)$$

$$\rho_{tot} \vec{g} + \text{div} \left((1 - \phi) \nu \left(\frac{\partial \vec{u}_3}{\partial \vec{x}} + \left(\frac{\partial \vec{u}_3}{\partial \vec{x}} \right)^* \right) \right) - \nabla p_{tot} = 0, \quad (7)$$

$$p_{tot} = \phi(s_1 p_1 + s_2 p_2) + (1 - \phi) p_3, \quad (8)$$

$$p_e = (1 - \phi)(p_s - p_f), \quad \rho_{tot} = \phi(s_1 \rho_1^0 + s_2 \rho_2^0) + (1 - \phi) \rho_3^0.$$

Здесь ϕ – пористость, $\vec{u}_i$, s_i – скорости и насыщенности жидких фаз (доля пор, занятых i -й фазой; $\vec{u}_3$ – скорость твердого скелета, K_0 – тензор фильтрации (функция пористости), $\overline{k_{oi}}$ – относительные фазовые проницаемости, μ_i – коэффициенты динамической вязкости, p_i – давления фаз смеси, $\vec{g}$ – вектор ускорения силы тяжести; $\overline{p_c}(x)$ – заданная функция точки $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$, $j(s)$ – функция Леверетта ($\frac{dj(s)}{ds} \leq 0$, $j(0) = \infty$, $j(1) = 0$); ρ_3^0 – истинная плотность твердой фазы, $p_e = p_{tot} - p_f$ – эффективное давление, $p_{tot} = \phi p_f + (1 - \phi) p_s$ – общее давление, $p_f = s_1 p_1 + s_2 p_2$, p_s – соответственно давления жидкой и твердой фаз, $\rho_{tot} = (1 - \phi) \rho_3^0 + \phi(s_1 \rho_1^0 + s_2 \rho_2^0)$ – общая плотность; $\xi(\phi)$ и $\beta_t(\phi)$ – коэффициенты объемной вязкости и объемной сжимаемости горной породы есть заданные функции (модельные зависимости:

$\frac{1}{\xi(\phi)} = \phi^m / \nu, \beta_t(\phi) = \phi^b \beta_\phi$, где $b = 1/2$, $m \in [0, 2]$, $n = 3$, μ, ν, β_ϕ – положительные параметры пороупругой среды). Система (1)–(8) записана в эйлеровых координатах $\vec{x} \in R^3$, $t \in [0, T]$. Истинные плотности ρ_i^0 принимаются постоянными. Поскольку $s_2 = 1 - s_1$, то неизвестными являются 14 скалярных величин: $s_1, \phi, p_1, p_2, p_s, 3\vec{u}_1, 3\vec{u}_2, 3\vec{u}_3$. Для их определения служат также 14 скалярных уравнений: два уравнения неразрывности (1), шесть уравнений закона Дарси (2), уравнение для капиллярного скачка (3), уравнение неразрывности твердой фазы (5), реологическое соотношение (6), три уравнения равновесия (7).

Рассмотрим течение в плоском слое в системе координат (x, z) . Проведем обезразмеривание уравнений (1)–(8). Пусть $\bar{x}, \bar{z}, \bar{t}$ – безразмерные переменные, определенные равенствами

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{z} = \frac{z}{H}, \quad \bar{t} = \varepsilon^k \tau_0 t, \quad \varepsilon = \frac{H}{L} \ll 1,$$

где $[L] = [H] = [\text{м}]$, $[\tau_0] = [1/\text{с}]$; k – произвольное вещественное число.

Положим:

$$p_i(t, x, z) = \alpha \bar{p}_i(\bar{t}, \bar{x}, \bar{z}) = \alpha \bar{p}_i\left(\varepsilon^k \tau_0 t, \frac{x}{L}, \frac{z}{H}\right), \quad i = 1, 2, 3,$$

$$u_i^j(t, x, z) = \beta^j \bar{u}_i^j(\bar{t}, \bar{x}, \bar{z}) = \beta^j \bar{u}_i^j\left(\varepsilon^k \tau_0 t, \frac{x}{L}, \frac{z}{H}\right), \quad i = 1, 2, 3, \quad j = 1, 2,$$

$$p_{tot}(t, x, z) = \alpha \bar{p}_{tot}(\bar{t}, \bar{x}, \bar{z}), \quad \rho_i^0 g = \frac{\alpha}{H} \bar{\rho}_i^0 \bar{g}, \quad \rho_{tot} g = \frac{\alpha}{H} \bar{\rho}_{tot} \bar{g}.$$

$$\xi(\phi) = \xi^1 \bar{\xi}(\phi), \quad \beta_t(\phi) = \beta \bar{\beta}_t(\phi).$$

Здесь $[\beta^i] = [\text{м/с}]$, $[\alpha] = [\text{Па}]$, $[\xi^1] = [\text{Па} \cdot \text{с}]$, $[\beta] = [1/\text{Па}]$. Для получения безразмерной формы уравнений следует положить

$$\beta^1 = \varepsilon^k \tau_0 L, \quad \beta^2 = \varepsilon^k \tau_0 H, \quad \beta = \frac{1}{\tau_0 \xi^1}.$$

Рассмотрим $k = -2$.

$$\frac{\partial(1 - \phi)}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial}{\partial \bar{x}}((1 - \phi)\bar{u}_3^1) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}}((1 - \phi)\bar{u}_3^2) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \phi s_i}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial}{\partial \bar{x}}(\phi s_i \bar{u}_i^1) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}}(\phi s_i \bar{u}_i^2) = 0, \quad s_1 + s_2 = 1,$$

$$u_3^1 = u_i^1, \quad (10)$$

$$\phi(\bar{u}_i^2 - \bar{u}_3^2) = -K_0(\phi)k_{oi}\left(\frac{\partial \bar{p}_i}{\partial \bar{z}} - \bar{\rho}_i^0 \bar{g}\right), \quad (11)$$

$$\frac{\partial u_3^1}{\partial x} + \frac{\partial u_3^2}{\partial z} = -\gamma \bar{\beta}_t(\phi) \frac{d(\bar{p}_{tot} - \bar{p}_f)}{dt}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left((1 - \phi) \frac{\partial \bar{u}_3^1}{\partial \bar{z}} \right) = 0, \quad (13)$$

$$2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left((1 - \phi) \frac{\partial \bar{u}_3^2}{\partial \bar{z}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left((1 - \phi) \frac{\partial \bar{u}_3^1}{\partial \bar{z}} \right) = 0. \quad (14)$$

где безразмерные коэффициенты k_{0i}, γ имеют вид:

$$k_{0i} = \frac{\bar{k}_{0i} \alpha}{\mu_i \tau_0 L^2}, \quad \gamma = \alpha \beta.$$

Пусть $g = 0, p_c = 0$ и уравнения (9)-(14) удовлетворяют начально-краевым условиям

$$u_i^1|_{z=0} = B, \quad \frac{\partial u_i^1}{\partial z}|_{z=H} = 0, i = 1, 2, 3, \quad u_3^2|_{z=0} = C, \quad \frac{\partial u_3^2}{\partial z}|_{z=H} = 0,$$

$$p_1|_{z=0} = F(x, t), \quad \frac{\partial p_1}{\partial z}|_{z=H} = 0,$$

$$\phi|_{t=0} = \phi^0(x, z), \quad s_1|_{t=0} = s_1^0(x, z),$$

$$p_1|_{t=0} = p_1^0(x, z), p_s|_{t=0} = p_s^0(x, z).$$

Тогда

$$\phi = \phi^0(x - Bt, z - Ct), \quad s_1 = s_1^0(x - Bt, z - Ct), \\ s_2 = 1 - s_1^0(x - Bt, z - Ct), \quad u_i^1 = B, \quad u_i^2 = C, i = 1, 2, 3,$$

$$p_1 = p_2 = F(x, t),$$

$$p_s = F(x, t) + p_s^0(x - Bt, z - Ct) - p_1^0(x - Bt, z - Ct).$$

В случае однофазной фильтрации математическая теория для случая вязкого скелета построена в работах [2–4].

Библиографический список

1. Папин А.А., Подладчиков Ю.Ю. Изотермическое движение двух несмешивающихся жидкостей в пороупругой среде // Алтайского государственного университета. – Барнаул, 2015. – №1/2 (85). – С. 131–135.

2. Tokareva M.A. Solvability of initial boundary value problem for the equations of filtration in poroelastic media // Journal of Physics: Conference Series. 2016. Vol. 722.

3. Papin A.A., Tokareva M.A. Correctness of the initial-boundary problem of the compressible fluid filtration in a viscous porous medium // Journal of Physics: Conference Series. 2017. Vol. 894. № 1. 012070 p.
4. Papin A.A., Tokareva M.A. On local solvability of the system of the equations of one dimensional motion of magma // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics. 2017. Vol. 10. № 3. 385–395 pp.

УДК 517.947

Асимптотика решения второй начально-краевой задачи для системы Соболева при большом времени

С.И. Янов

АлтГПУ, г. Барнаул

Исследуется поведение решения второй начально-краевой задачи для системы С.Л. Соболева [1]:

$$V_t - [V \times \omega] + \text{grad} P = 0 \quad (1)$$

$$\text{div} V = 0,$$

$$V|_{t=0} = 0, \quad P_z|_{z=0} = g(t, y'), \quad y' \in R^2, \quad \omega = (0, 0, 1).$$

Ранее асимптотика решений различных задач для системы (1) исследовалась в работах С.Л. Соболева [1], В.Н. Масленниковой [2], С.В. Успенского, Г.В. Демиденко [3], С.В. Успенского, Е.Н. Васильевой [4-5], С.И. Янова [5].

Асимптотика решения второй краевой задачи для уравнения Соболева в работах [6-7], там было доказано, что решение существует и

единственно [6] § 3.2 теорема 3.3, и при условии $\int_0^t g(\tau, x') d\tau = O(t^{-2-\alpha})$,

когда $t \rightarrow \infty$, $\alpha \geq 0$, что $P = O(t^{-2/5})$, [7] § 1.6 Теорема 3.1. В работе [8] была получена асимптотика решения задачи (1). Настоящая работа улучшает результаты работы [8]. Доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть $g(t, x') \in C_0^\infty(R^2)$ при каждом фиксированном t и имеет волновой характер, то есть $g(t, x') = D_t h(t, x')$, где $h(t, x')$ – некоторая финитная трижды непрерывно дифференцируемая функция по времени t с носителем в интервале (t', t'') , $0 < t' < t''$. Обозначим $\ddot{x} = (x, y, z)$. Тогда имеют место следующие асимптотические выражения при фиксированном $z > 0$ и $t \rightarrow \infty$:

$$V_1(t, \ddot{x}) = V_2(t, \ddot{x}) = P(t, \ddot{x}) = O(t^{-2/5}), V_3(t, \ddot{x}) = O(t^{-1/3}).$$

Доказательство. С.Л. Соболевым доказано, что компонента давления P решения задачи (1) удовлетворяет задаче

$$\Delta P_{tt} + P_{zz} = 0, P_z|_{z=0} = g(t, x') \quad (2)$$

Также хорошо известно, [6] § 3.2, что решение задачи (2) существует и единственно, причем имеет место представление

$$P = -\frac{1}{2\pi} \int_{R^2} \frac{1}{r} D_t \int_0^t J_0\left(\frac{\rho}{r}(t-\tau)\right) g(\tau, u') d\tau du' - \\ - \frac{1}{2\pi} \int_{R^2} \frac{1}{r} \int_0^{t-\tau} \int_0^{\tau} J_0\left(\frac{\rho}{r}\nu\right) d\nu g(\tau, u') d\tau du',$$

где $J_0(\nu)$ — функция Бесселя нулевого порядка, $\rho = ((x-u_1)^2 + (y-u_2)^2)^{1/2}$, $r = (z^2 + \rho^2)^{1/2}$.

Поведение полученных интегралов при $t \rightarrow \infty$ устанавливается с помощью следующей леммы.

Лемма. Если выполнены условия теоремы, то при $t \rightarrow \infty$

$$I = -\frac{1}{2\pi} \int_{R^2} \frac{1}{r} \int_0^t J_0\left(\frac{\rho}{r}(t-\tau)\right) g(\tau, x' + w') d\tau dw' = O(t^{-2/5}).$$

Доказательство. $I = (\text{при больших } t > t'') =$

$$-\frac{1}{2\pi} \int_{R^2} \frac{1}{r} \int_{t'}^{t''} J_0\left(\frac{\rho}{r}(t-\tau)\right) g(\tau, x' + w') d\tau dw' =$$

переходя в полярную систему координат, будем иметь

$$= -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{(t-t')^{-1/5}} \int_{t'}^{t''} \frac{\rho}{r} \int_0^{t''} J_0\left(\frac{\rho}{r}(t-\tau)\right) g d\tau d\rho d\phi - \\ - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R \int_{(t-t'')^{-1/5}}^{t''} \frac{\rho}{r} \int_0^{t''} J_0\left(\frac{\rho}{r}(t-\tau)\right) g d\tau d\rho d\phi = I_1 + I_2.$$

Имеем, $|J_1| \leq C_1(t-t'')^{-2/5}$. Оценим I_2 . При больших $t > t''$, $t' < \tau < t''$ выполняется

$$\frac{\rho}{r}(t-\tau) \geq \frac{1}{r}(t-t'')(t-t'')^{-1/5} \geq (t-t'')^{-4/5} / (x_3^2 + R^2)^{1/2},$$

поэтому из асимптотического выражения для $J_0(x)$, получим $|I_2| \leq C(t-t'')^{-2/5}$ при $t \rightarrow \infty$. Лемма доказана.

Асимптотические выражения для компонент скорости получаются из представлений [7] § 2. 6 (2. 37) Теорема доказана.

Библиографический список

1. Соболев С.Л. Об одной новой задаче математической физики // Изв. АН СССР. Сер. мат. – 1954. – Т. 18. – № 1. – С. 3–50.
2. Масленникова В.Н. Оценки в L_p и асимптотика при $t \rightarrow \infty$ решения задачи Коши для системы Соболева // Тр. Мат. ин-та АН СССР. – 1968. – Т. 103. – С. 117–141.
3. Успенский С.В., Демиденко Г.В. О поведении на бесконечности решений одной задачи С.Л. Соболева // Сиб. мат. журн. – 1983. – Т. 24. – № 5. – С. 199–210.
4. Успенский С.В., Васильева Е.Н. Качественное исследование решения одной задачи С.Л. Соболева при $t \rightarrow \infty$ // Тр. МИАН. – 1995. – Т. 210. – С. 274–283.
5. Успенский С.В., Васильева Е.Н., Янов С.И. О дифференциальных свойствах решения первой смешанной краевой задачи для системы Соболева // Тр. МИАН. – 1999. – Т. 227. – С. 311–319.
6. Янов С.И. Пространства типа Соболева-Винера и асимптотические свойства их функций. – Барнаул: изд-во БГПУ. 2007. – 113 с.
7. Янов С.И. Приложения пространств типа Соболева-Винера. – Барнаул: изд-во АлтГПА. – 2012. – 91 с.
8. Янов С.И. Асимптотика решения второй начально-краевой задачи для системы Соболева // Сборник трудов Всероссийской конференции по математике «МАК–2018». – Барнаул: изд-во АлтГУ, 2018. С. 117–118.

Секция 4. ИНФОРМАЦИОННЫЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 004.5

Отладочно-тренинговая система для АСУТП производств спецхимии

Д.Г. Абрамов¹, А.В. Кодолов¹, Ф.А. Попов^{1,2}

*¹АО «Федеральный научно производственный центр «Алтай»,
г.Бийск, ²Бийский технологический институт, г.Бийск*

Первые системы разработки программного обеспечения АСУТП, выполнявшие часто роль тренажеров операторов, создавались и использовались в НПО «АЛТАЙ» (ФНПЦ «АЛТАЙ») с начала 1970-х годов. Эти системы были представлены двумя категориями: кросс-системы, обеспечивающие разработку программного обеспечения систем управления на базе микро- и мини-ЭВМ (кросс- ассемблер с мнемокода М-6000 для ЭВМ-БЭСМ-6, инструментальная система ДИАЛЭМ, инструментальная система УКЛАД) и системы, предназначенные для использования на специальных стендах, реализованных с применением целевых ЭВМ (инструментальная система УКЛАД) [1-4].

В настоящее время данные работы остаются актуальными и продолжают на предприятии на основе использования современных средств вычислительной техники и ПО в направлении создания интегрированной системы, сочетающей в себе функции инструментального комплекса для разработки программного обеспечения АСУТП спецхимии и его тестирования, а также функции тренажера для операторов технологических процессов [4,5].

Особенности отладки и тестирования ПО АСУТП на инструментальном комплексе. Учитывая особенности программных систем реального времени для потенциально опасных производств, для их отладки и тестирования используются отладочные стенды, имитирующие среду их производственного функционирования.

При этом наряду с оборудованием, имитирующем внешние сигналы, широко применяются системы программной эмуляции, разработанные специально с учетом конкретной ситуации и особенностей создаваемого ПО. Данные системы являются достаточно сложными и имитируют реальные процессы, выполняющиеся на объекте управления.

В частности, для процесса вакуумного перелива (слива), имеющего место при изготовлении рассматриваемых изделий, в аппаратно-технологической схеме (АТС) которого используются одни и те же коммуникации для перемещения всех необходимых рабочих компонентов, авторами создана система имитации перемещения газозвоздушных (воздух, азот, углекислый газ, вакуум) смесей по данным коммуникациям. Данная система позволяет имитировать функционирование коммуникаций различных конфигураций с использованием запорной арматуры, управляемой как дистанционно, так и переключаемых оператором. Мнемосхема коммуникаций, имитируемых рассматриваемой системой, приведена на рисунке 1.

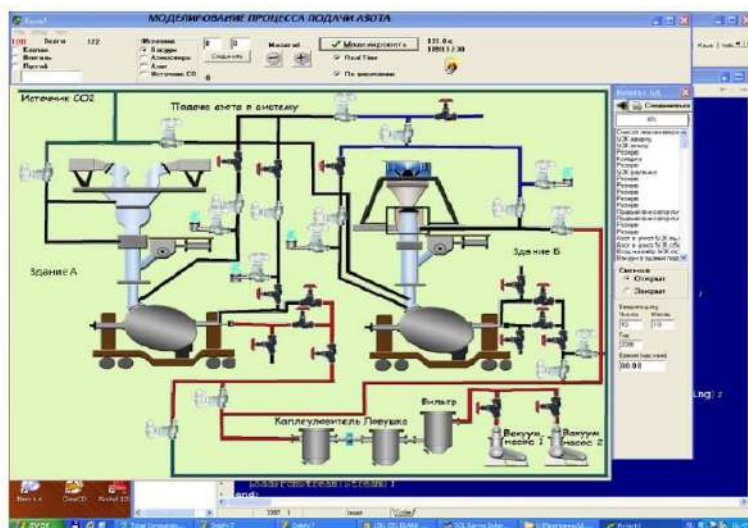


Рисунок 1 – Мнемосхемы имитируемых коммуникаций движения газозвоздушных смесей

Отладка программного модуля с использованием данной системы позволила выявить ряд несоответствий в АТС процесса и изменить конфигурацию отдельных элементов оборудования и коммуникаций за счет оптимизации количества управляемых как дистанционно, так и оператором элементов запорной арматуры.

Особенности тренинга операторов технологических процессов производств спецхимии. Производство спецхимии АО «ФНПЦ «Алтай» относится к потенциально опасным производствам. В результате несоблюдения технологии проведения потенциально опасных процессов на производстве возникают условия, которые могут привести к

аварийным режимам работы оборудования с последствиями различной степени тяжести. Данные условия могут возникнуть в результате сбоя техники или ошибки оператора технологического процесса и несут в себе угрозу жизни и здоровью людей, а также риск экономических потерь и ущерба окружающей среде [4-6].

Основными элементами, входящими в состав компьютерного тренажера являются:

- тренажерная модель, имитирующая работу реального технологического процесса;
- операторский интерфейс, посредством которого осуществляется взаимодействие оператора с тренажерной моделью;
- автоматизированное рабочее место (АРМ) инструктора.

Наиболее трудоемкой частью разработки тренажера является моделирование технологического процесса. При этом проще всего разработку модели проводить с использованием специализированных пакетов. Модель технологического процесса разрабатывается в соответствии со следующими требованиями:

- обладать правдоподобными динамическими свойствами;
- адекватно отражать работу установки в широком диапазоне технологических режимов и ситуаций, в том числе предаварийных и аварийных.

Обмен данными между моделью и рабочей станцией обучаемого осуществляется посредством стандартных промышленных протоколов. При этом в качестве интерфейса взаимодействия обучаемого с моделью ТП используется интерфейс рабочего места оператора [6].

При создании АРМ инструктора для эффективного обучения учитывается достижение следующих возможностей:

- слежение за действиями обучаемого оператора в реальном времени;
- работа с несколькими обучаемыми;
- создание «сценариев» обучения;
- работа с архивами сценариев обучения.

В заключение необходимо отметить, что большинство компонентов рассматриваемой системы реализованы и находятся в рабочем состоянии. В настоящее время совершенствуются модели технологических процессов, интерфейсы обучаемого и инструктора, сценарии обучения. Особое внимание в плане разработки такого рода систем уделяется созданной И.В. Вельбицким под научным руководством академика В.М.Глушкова графической системе разработки программного обеспечения, в значительной мере упрощающей, улучшающей и ускоряющей процессы проектирования сложных программных систем [7].

Библиографический список

1. Попов Ф.А., Груздев Г.П., Филиппов С.А. Технология разработки программного обеспечения ЭВМ М-400 и М-6000 с использованием ЭВМ БЭСМ-6 // Управляющие системы и машины. – 1980. – №1. – С.41–45.
2. Попов Ф.А., Карлов А.А. Диалэм – диалоговая система для разработки математического обеспечения ЭВМ в режиме эмуляции // Материалы третьей Всесоюзной конференции «Диалог Человек-ЭВМ». – Протвино: ИФВЭ, 1983. – С.69.
3. Попов Ф.А., Жарков А.С., Филиппов С.А. Диалоговая система для программирования микропроцессорных управляющих устройств на основе КТС ЛИУС-2 // Передовой производственный опыт. – 1986. – № 5. – С. 25.
4. Жарков А.С., Звольский Л.С., Литвинов А.В., Попов Ф.А. Проблемы создания интегрированных АСУ для производств спецхимии и пути их решения. – Бийск: Изд-во Алт. гос. техн. ун-та, 2014. – 188 с.
5. Абрамов Д.Г., Звольский Л.С., Кодолов А.В., Попов Ф.А. Особенности и перспективы создания АСУ технологическими процессами производств спецхимии // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 9. – С. 407–413.
6. Абрамов Д.Г., Кодолов А.В., Попов Ф.А. Особенности построения пользовательских интерфейсов для автоматизированных систем управления производствами спецхимии // Автоматизация в промышленности. – 2018. – №6. – С. 52–57.
7. Вельбицкий И.В. Новая графическая концепция программирования // Южно-Сибирский научный вестник. – 2018. – №4(24). – С.83–98.

УДК 519.23

Использование ледж-коэффициента в задаче бинарной классификации данных с пептидных микрочипов

И.Ю. Бойко

АлтГУ, г. Барнаул

Многие современные биомедицинские исследования, проводимые с использованием микрочипов, связаны с поиском методов ранней диагностики онкологических заболеваний и направлены на решение проблем бинарной классификации [1, 2].

Существуют различные виды микрочипов. В большинстве публикаций, посвященных рассматриваемому классу задач, авторы работают с

данными ДНК-микроматриц. Анализ информации с пептидных микрочипов имеет свои особенности и сложности в силу природы данных и конструкции микрочипов. Кроме того, эта информация представлена числовыми значениями набора биомедицинских признаков, количество которых может достигать сотен тысяч. Следовательно, обработка данных с микрочипов требует применения нестандартных методов анализа данных, в том числе алгоритмов отбора признаков, значимых для решения задачи бинарной классификации. Распространенные в настоящее время методы не вполне сосредоточены на выявлении связи между числовым и бинарным признаками, свойственной задачам рассматриваемого типа. В работе [3] был введен ледж-коэффициент корреляции для оценивания силы такой связи, в статье [4] предложены алгоритмы по его вычислению, в работе [5] описан ледж-критерий отбора значимых признаков на основе представленного коэффициента. Данные методы реализованы нами программно на языке Python 3.7 с использованием пакета NumPy.

В нашем исследовании использована информация с пептидных микрочипов Российско-Американского противоракового центра АлтГУ. Приведем краткие сведения об этих данных. На микрочипы специальным образом были нанесены материалы доноров, относящихся к двум группам. Первая группа сформирована из 40 пациентов с диагнозом рака молочной железы (РМЖ), а вторая из 41 здорового донора без признаков РМЖ. Материал каждого пациента был нанесен на два разных микрочипа. Таким образом, после оцифровки информации с микрочипов итоговый набор данных состоит из 162 объектов и 330034 переменных, значения каждой из которых изменяются в диапазоне от 0 до 65535 [6].

Для выделения значимых признаков были применены t-критерий Стьюдента, U-критерий Манна-Уитни, а также предложенный нами ледж-критерий. Отбор признаков выполнялся с фиксированным уровнем значимости 0.05. В нашей модели использован метод проекции на латентные структуры (PLS), эффективность применения которого к исследуемым данным была представлена в работе [6].

Для оценки качества модели применялась перекрёстная проверка типа «один против всех». На каждой ее итерации происходил отбор значимых признаков на основании указанных выше критериев. Затем, на выбранном множестве пептидов выполнялась настройка модели регрессии на латентные структуры (PLS-R) с предварительным применением, либо без применения метода PLS [6]. В таблице 1 представлены основные результаты использования рассмотренных подходов на вышеописанных данных.

Таблица 1 – Качество классификации тестовых образцов при использовании различных методов отбора признаков

№	Снижение размерности (статистическое)	Снижение размерности (проекционное)	Точность	AUC
1	-	-	0.778	0.824
2	-	PLS	0.679	0.728
3	t-критерий	-	0.556	0.604
4	t-критерий	PLS	0.562	0.617
5	U-критерий	-	0.556	0.564
6	U-критерий	PLS	0.667	0.734
7	Ледж-критерий	-	0.611	0.654
8	Ледж-критерий	PLS	0.778	0.866

Таким образом, использование метода проекции на латентные структуры в сочетании с ледж-критерием отбора значимых признаков позволило несколько улучшить качество бинарной классификации. Произошло увеличение значения AUC с 0.824 до 0.866 при точности классификации, оставшейся неизменно равной 0.778. Отметим, что доля значимых признаков, отобранных с использованием ледж-критерия, составила 11.73% от общего числа признаков.

Библиографический список

1. Alanni R., Hou J., Azzawi H., Xiang Y. A novel gene selection algorithm for cancer classification using microarray datasets // BMC Med Genomics. – 2019. – V. 12. – P. 3441.
2. Mohammed A., Biegert G., Adamec J., Helikar T. CancerDiscover: An integrative pipeline for cancer biomarker and cancer class prediction from high-throughput sequencing data // Oncotarget. – 2018. – V. 9(2). – P. 2565–2573.
3. Дронов С.В., Петухова Р.В. Один вид связи между номинальной и бинарной переменными // Известия АлтГУ. – 2010. – №1/2 (65). – С. 34–36.
4. Дронов С.В., Бойко И.Ю. Метод оценки степени связи бинарного и номинального показателей // ПДМ. – 2015. – №4(30). – С. 109–119.
5. Бойко И.Ю., Дронов С.В. Критические точки распределения ледж-коэффициента // Сборник трудов Всероссийской конференции по математике «МАК-2016», Барнаул, 29 июня - 1 июля 2016 г. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2016. – С. 13–15.
6. Анисимов Д.С., Подлесных С.В., Колосова Е.А., Щербаков Д.Н., Петрова В.Д., Джонстон С.А., Лазарев А.Ф., Оскорбин Н.М., Шаповал А.И., Рязанов М.А. Анализ многомерных данных пептидных микрочипов с использованием метода проекции на латентные структуры // Математическая биология и информатика. – 2017. – №2(25). – С. 435–445.

УДК 579.6

Алгоритмы декодирования кодов с низкой плотностью проверок на четность*А.Н. Гамова, К.А. Самохина**СГУ им. Н.Г. Чернышевского, г. Саратов*

С развитием телекоммуникационных технологий интерес к передаче информации с минимальным количеством ошибок снова вырос. Коды с низкой плотностью проверки на четность стали частью стандарта DVB-S2 спутниковой передачи данных для цифрового телевидения и вошли в стандарт IEEE 802.3an сети Ethernet 10G. Замена произошла и в стандарте DVB-T2 для цифрового телевизионного вещания.

Коды с низкой плотностью проверок на четность – мощная техника исправления ошибок, которая выигрывает у многих известных схем кодирования. Коды могут использоваться в любой системе связи, где существенна экономия энергии или отношение сигнал/шум очень низко.

Коды с низкой плотностью проверок на четность (LDPC) – это линейные блочные коды, проверочная матрица которых является разреженной, то есть содержит малое количество ненулевых элементов. В зависимости от вида LDPC-кода и способа его синтеза, число ненулевых элементов в проверочной матрице будет варьироваться. Помимо матричного описания, LDPC-коды также могут быть описаны с помощью двудольного неориентированного графа Таннера. Двудольным он называется, потому что узлы графа разделены на два различных множества, а ребра соединяют только узлы двух разных типов. Такое представление позволяет более наглядно описать алгоритм декодирования [1]. Граф Таннера содержит два типа узлов – проверочные (M) и переменные (N). Узлы разных типов соединяются друг с другом с помощью путей. Число переменных узлов соответствует числу битов в кодовом слове, т.е. числу столбцов в проверочной матрице, а число проверочных узлов соответствует числу проверочных уравнений, т.е. числу строк в проверочной матрице. Переменный узел n соединяется с проверочным узлом m только в том случае, если в проверочной матрице в столбце n и в строке m находится единица. Степень узла показывает число ребер, выходящих из данного узла. В графе Таннера могут возникать циклы, которых нужно избегать, для получения оптимальных результатов при кодировании и декодировании данного кода. Цикл представляет собой после-

довательность подключенных узлов, которые начинаются и заканчиваются в одном и том же узле на графе, который содержит более одного ребра. Длина цикла – это количество содержащихся в нем ребер, а охват графа – это размер его наименьшего цикла. Двоичный линейный (n, k) – код, заданный проверочной матрицей H , называется (J, K) регулярным кодом с малой плотностью проверок на четность, если каждый столбец матрицы H содержит ровно J единиц, а каждая строка K единиц. Подразумевается, что числа J и K малы по сравнению с длиной и размерностью кода. Если рассматривается последовательность кодов с фиксированной скоростью $R = k/n$ и с возрастающей длиной n и размерностью k , то параметры J и K остаются неизменными. В исследованиях последних лет много внимания уделяется иррегулярным LDPC-кодам, фиксирующих не вес столбцов и строк, а наборы весов с предопределенными вероятностями. Одной из распространенных конструкций для LDPC-кодов является метод, предложенный Маккеем и Нилом. В этом методе столбцы H добавляются по одному столбцу слева направо. Вес каждого столбца выбирается таким образом, чтобы получить правильное распределение бит и расположение ненулевых элементов в каждом столбце, выбираемых случайным образом из тех строк, которые еще не полностью заполнены. Если в любой момент есть строки с большим количеством незаполненных позиций, тогда заполняются оставшиеся столбцы. Процесс может быть запущен снова, пока не будет получено необходимое распределение бит в строках. Поскольку в построении LDPC-кодов используются псевдослучайные методы, то можно говорить о наборе всех возможных кодов с определенными параметрами, а не о конкретном выборе проверочной матрицы с этими параметрами.

Большой проблемой случайной конструкции проверочной матрицы является кодирование, так как при большой размерности H очень сложно решить уравнение $GH^T = 0$. Но можно использовать коды повторного накопления [2]. RA-LDPC код делает кодирование очень быстрым без тяжелых вычислений. Матрица H для кода повторного накопления представляет собой композицию двух подматриц – H_s и H_p . H_s – основная подматрица H , которая контролирует информационные биты s кода c . H_p – подматрица, которая управляет битами четности p кода c . Эта подматрица размерности $m \times m$ с единицами на главной диагонали и единицами на диагонали сразу ниже главной.

Классы алгоритмов, используемых для декодирования LDPC-кодов, в совокупности называются алгоритмами передачи сообщений, поскольку их работа может быть объяснена передачей сообщения по вершинам графа Таннера. Каждый узел работает изолированно, имея доступ только к сообщениям на вершинах, связанных с ним. Итеративный

алгоритм декодирования – это алгоритм, где сообщения передаются между переменными и проверочными узлами итеративно, пока результат не будет достигнут (или процесс будет остановлен). В основе работы данных методов лежит обмен мягкими решениями по итерациям между переменными и проверочными узлами графа кода. В случае, если на графе отсутствуют циклы, применение такого способа декодирования позволяет получить оптимальное решение [3]. К данным методам относятся такие алгоритмы, как алгоритм инверсии битов (BF), алгоритм суммарного произведения (SPA) и алгоритм минимальной суммы (MS). Алгоритм суммарного произведения, основанный на вероятностях, близок с алгоритмом инверсии битов, но сообщения, представляющие каждое решение (независимо от того, является ли значение бита 1 или 0), теперь являются вероятностными. В то время как декодирование с инверсией битов принимает исходное жесткое решение по принимаемым битам на входе, алгоритм суммарного произведения представляет собой алгоритм с мягким выбором, который принимает в качестве входного сигнала вероятность для каждого принятого бита. Принятые вероятности битов также называют априорными вероятностями для принятых битов, поскольку они были известны заранее, прежде чем начал работать LDPC декодер.

Одним из преимуществ LDPC-кодов в сравнении с другими видами кодирования является эффективный алгоритм декодирования с линейной сложностью от длины кодового слова – алгоритм с итеративным распространением доверия. Существует три разновидности этого алгоритма: основанный на вероятностях (SPA-Prob), на логарифмическом отношении функций правдоподобия (SPA-LLR) и с жестким решением (SPA-Hard).

Результаты моделирования алгоритмов. Для анализа алгоритмов был выбран метод зависимости вероятности ошибки на бит (BER) от соотношения сигнал/шум (SNR). Программа написана на языке программирования Matlab в среде разработки Matlab R2017b, где было получено большое число графиков и диаграмм, характеризующих эффективность работы декодеров.

а) Сравнивалась эффективность исправления ошибок алгоритмов инверсии битов и минимальной суммы в зависимости от количества итераций, скорости построения кода, метода конструкции проверочной матрицы.

б) Описывалась зависимость эффективности алгоритмов суммарного произведения от метода конструкции проверочной матрицы и длины кодового слова.

с) Выяснялось, какой из алгоритмов с жестким решением лучше использовать в той или иной ситуации.

д) Проводилось сравнение эффективности исправления ошибок всех рассмотренных алгоритмов.

По полученным результатам сделаны следующие выводы и рекомендации к применению:

1) при изменении метода декодирования можно уменьшить вероятность ошибки в символе, при увеличении количества итераций вероятность ошибки также уменьшалась;

2) алгоритмы SPA-LLR и SPA-Prob давали самые лучшие результаты;

3) SPA-LLR и SPA-Prob имеют одинаковую вероятность ошибки, но первый выигрывает по времени;

4) разновидности алгоритмов суммарного произведения показывают лучшие результаты на кодах со случайной проверочной матрицей;

5) все алгоритмы работают эффективнее на кодовых словах с большой длиной;

6) алгоритм MS дает результат чуть хуже SPA-LLR и SPA-Prob, но значительно выигрывает по времени;

7) если выбирать из алгоритмов с жестким решением, то при малых значениях отношения сигнал/шум лучше использовать SPA-Hard.

8) алгоритмы с жестким решением работают быстрее, чем с мягким.

Библиографический список

1. Кравченко А. Н. Снижение сложности декодирования низкоплотного кода. // Цифровая обработка сигналов – М., 2010. – №2. – С. 35–41.

2. Кравченко А.Н. Методы и аппаратура кодирования и декодирования систематического нерегулярного кода повторения-накопления (IRA) для DVBS2 и DVB-T2 демодуляторов [Электронный ресурс] // Цифровая обработка сигналов, 2009. Вып. 4.

3. Акулинин С. А. Выбор параметров LDPC-кодов для каналов с аддитивным белым гауссовским шумом. [Электронный ресурс] // Вестник Воронежского государственного университета, 2015. Вып. № 4.

Болашаққа бағдар жобасын қолдауда ГАЖ-технологиялардың рөлі

А.М. Заманбекова

*Сәрсен Аманжолов атындағы Шығыс Қазақстан
мемлекеттік университеті, Өскемен қ*

Елбасы Н.Ә.Назарбаевтың «Болашаққа бағдар: рухани жаңғыру» атты мақаласы «Еліміз жаңа тарихи кезеңге аяқ басты» деген тіркеспен бастау алады. Яғни, мемлекетіміздің биік шыңға көтеріліп, қарыштап дамып, өзге мемлекеттерді басып озуына үлкен ықпал етері сөзсіз. Кешелекке қойылған айқын мақсат, ол – әлемдегі ең дамыған 30 елдің қатарына қосылу.

Мақаланың мақсаты, жобасы, жоспары бүгінде көпшілік қауымға түсінікті насихатталып жатыр.

Өз пікірімді сараптай отырып, жазылған мақала барлық қазақстандықтар үшін айрықша, уактылы және озық түрдегі қазіргі заманғы бағдар болып табылатынын атап өткім келеді. Қазіргі заманның шарықтауын – болашаққа сәттілік деп атауға болады.

Аталған мақала екі тарауды қамтыған:

- 1) XXI ғасырдағы ұлттық сана;
- 2) таяу жылдардағы міндеттер.

Бүгінгі күні жеке адам ғана емес, бүкіл халық бәсекеге қабілеттілігін арттырса ғана мол табысқа жетуге мүмкіндік ала алады. Еліміз жаңа цифрлық технологияларды қолданысқа енгізсе, қазіргі таңдағы индустрияларды өркендетуге мол септігін тигізетіндігі белгілі. Елбасы цифрлық технологияның дамуына бірқатар жол ашып, осы технологияның маңызды міндет екендігін алға тартқан. Сол себепті, «Цифрлық Қазақстан» бағдарламасы – қазіргі заман ағымына сай дамуларды жүзеге асыруда үлкен рөл атқаратын кешен.

Біздің күн сайын пайдаланып жатқан заттарымыз ақпараттық кеңістік жүйесінде «Интернет» арқылы ғана алу барысына айналып барады. Осы себепті бұлтты есептеу технологиясында «Цифрлық білім» пайда болу үстінде. Яғни, компьютерлік сауаттылық факторы әрбір тұлғаның алға ұмтылуына септігін тигізеді сөзсіз.

«Біз цифрлық» технологияны қолдану арқылы құрылатын жаңа индустрияларды өркендетуге тиіспіз. Бұл - маңызды кешенді міндет. Елде 3D-принтинг, онлайн-сауда, мобильді банкинг, цифрлық қызмет көрсету секілді денсаулық сақтау, білім беру ісінде қолданылатын және басқа да перспективалы салаларды дамыту керек. Бұл индустриялар

қазірдің өзінде дамыған елдердің экономикаларының құрылымын өзгертіп, дәстүрлі салаларға жаңа сапа дарытты», - деп Елбасымыз Н.Ә.Назарбаев таяудағы Жолдауында айрықша атап өткен. Осыған орай Үкіметке «Цифрлық Қазақстан» жеке бағдарламасын дайындап, оны қабылдауды тапсырған болатын.

«Цифрлық Қазақстан» бағдарламасы бойынша Елбасы Н.Ә.Назарбаев 5 басымдықты басшылыққа алғаны 1-суретте көрсетілген. Басымдықтардың әрқайсысын әрбір бағыт бойынша талдаудан өткізіп, сараптаған.



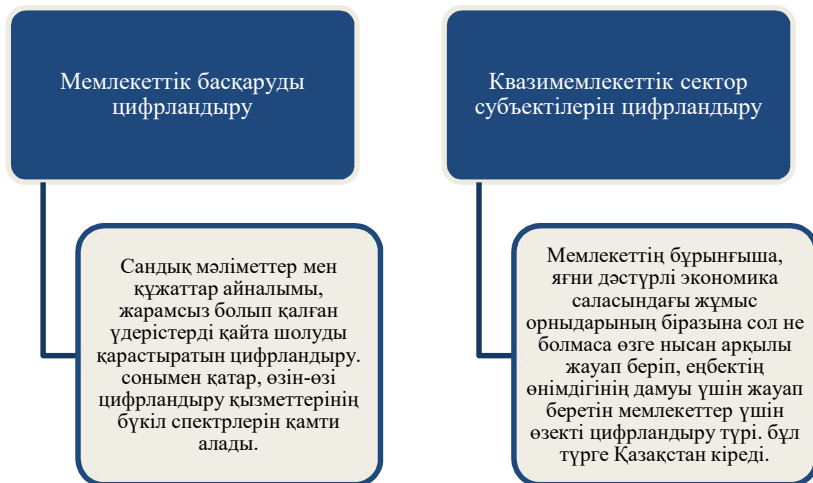
Сурет 1 – Елбасы Жолдауының бес басымдығы

Сонымен қатар, Жолдауда цифрландырудың бастауы ретінде ақпараттандыру, автоматтандыру, роботтандыру және жасанды ақыл қолдану енгізілген. Және осы аталғандар елдің өнеркәсіптік революция сатылары бойынша рет ретімен орналастырылғандықтан, инновациялық, индустриялық дамудың анық көрсеткіштері болып саналады.

Елбасы Жолдауда атап көрсеткендей, цифрлық индустрияны дамыту еліміздегі барлық салаларға серпін берері анық. Сол себептен, Үкімет IT-технологиялар саласын дамыту мәселесіне ерекше мән беріп, бірыңғай бақылауда ұстауы тиіс. Жаңа индустрияларды әзірлеудің маңызды шарты ғылыми-техникалық инновацияларға жәрдем ету,

оларды әлеуметтік-экономикалық өмірге біртіндеп енгізуде жаңа жетістіктерге және жеңіске қарай қол созуымыз қажет.

Әлемдік трендке кіретін цифрландырудың тағы бірі – «мемлекеттің өзін-өзі цифрландыруы». Бұл цифрландыру ұлттық экономиканың құндылықтарының құрылуына, тұрмыс жағдайы мен бизнес саласында лайықты дәрежеде орналасуға негізделген міндет болып табылады. Оның өзіндік бағыттары 2-суретте көрсетілген.



Сурет 2 – Өзін-өзі цифрландырудың бағыттары

Цифрландыру қазіргі таңда біртекті әмбебап тәсіл ретінде жүктелген міндеттерді жүзеге асыруға, түрлі бағдарламаларда модельдер даярлауға, нақты модельдеуді бағалауға, тәжірибелер мен нәтижелерді жоспарлау мен жүзеге асыруға мүмкіндік береді. Яғни, әлемдегі барлық мемлекетке тигізер әсері көп. Және де әр ел цифрлық өсудің басымдықтарын өз бетінше анықтайды. Бүгінде әлемде 20-ға жуық мемлекет цифрлық бағдарламалармен жұмыс атқару үстінде. Экономиканы цифрландыру үдерісі бойынша Жаңа Зеландия, Дания, Сингапур және Қытай алдыңғы қатардағы мемлекеттер қатарына жатады. Мәселен, Қытайда цифрландыруды дәстүрлі индустриямен «интернет плюс» бағдарламасы арқылы біріктіреді, ал Сингапурда «smart экономика» қалыптастырса, Оңтүстік Кореяда «Креативті экономика» бағдарламасы» құрастырылған.

Цифрлық Қазақстан бағдарламасы аясында ГАЖ-технологиялардың да рөлі өте маңызды. Себебі, ГАЖ бірыңғай картасы түрлі шешімдер мен модельдерді әзірлеуде таптырмас құрал ретінде белгіленген.

Геодезия және картография саласындағы істердің қазіргі жағдайы халық шаруашылығының барлық салаларында: өнеркәсіпте, ауыл шаруашылығында, құрылыста, көлікте пайдалану үшін маңызды, әрі жоғары дәлдікті өлшеуді талап етеді. Бүгінде еңбек өнімділігін арттыруға, жұмыс уақытын, қызмет көрсететін адамдардың санын қысқартуға және сонымен бірге координаталардың нақты өлшеулерін алуға мүмкіндік беретін күрделі, ең заманауи аспаптарды пайдаланылады.

ГАЗ – адам өмірінің барлық аспектілеріне әсер ететін тұтас индустрия болып табылады. Бірақ бұл технология түріне нақты анықтама беру өте қиын. Бұл жай ғана жүйеленген білім жиынтығы емес. Бұл қоршаған ортаға ерекше көзқарас деп ұғынуға болады.

Қазіргі заманғы ГАЗ әртүрлі көздерден алынған үлкен деректер қорын еркін игеріп, сонымен бірге ресурстарды ұтымды пайдалануға мүмкіндік береді. Бұл мемлекеттің жаңа технологияларды қолданудағы ұтымдылықтарын сақтау тұрғысынан да, оларды әзірлеу мен іске асыру тұрғысынан да маңызды факторы болып табылады.

Биылғы жылы еліміздің астанасында ГАЗ (геоақпараттық жүйе) жобасын орнату жоспарланған. Ол жоба «Big Data» деп аталады. Аталған сандық карта адамдардың тұрған жерін еш қиындықсыз көруге мүмкіндік береді. Сонымен қатар, адамдардың қайда тұратынын, қайда жұмыс істейтінін, қайда оқып жатқанын көріп отыруға болады.

Бұл көлік және қала инфрақұрылымына артық жүктеме бар екенін көрсетеді. Барлығы демалыс кезінде үлкен кептеліс жоқ екенін байқайды. Мектеп өз жұмысын бастағанда – кептелістер көбейе басталады. Сондықтан да, жаңа жүйе деректерді талдау негізінде шешім қабылдауға мүмкіндік береді.

Мақала барысында қарастырылған мәселелер мен ой-пікірлерді тұжырымдай келе, келесідей түйінге келуге болады. Елбасы Н.Ә.Назарбаев қойған бағыт халықтың өмірді түбегейлі өзгерістерді талап ететіндігін түсінуге мәжбүрлейді. Қойылған міндеттер мен мақсаттар жүзеге асырылуы үшін атқарылатын жұмыстар легі де аз еместігін байқаймыз. Осы тұрғыда, барлық өзгерістерді сана-сезімге және ойлауға бүгіннен бастап салу керек екендігін аңғартады. Бұл Қазақстан Республикасының әрбір азаматына қатысты жайт. Барлығы, дерлік, ұлттық дәстүрлерді ұстанып, уақыт өте келе, бәсекеге қабілетті жағдайда ілгерілей алуы үшін ойлану керек. Себебі, мемлекеттің өркендеуі үшін әрбір адамның тигізер үлесі мен пайдасы орасан зор екендігін естен шығармаған абзал.

Әдебиеттер тізімі

1. Әбдіманапов, С. Ұлт әлеуетінің ұстыны. Рухани жаңғыру, жастарды отаншылдық рухта тәрбиелеу туралы // Егемен Қазақстан. – 2018. – №48. – 5 б.

2. Сборник материалов Республиканской научно-практической конференции студентов и молодых ученых «Новые ориентиры современного общества: молодёжь и наука». – Усть-Каменогорск: издательства «Берел» им. С. Аманжолов. – 2019. – С. 171, II том.

УДК 004.738.5

Решение логических задач на языке Prolog

О.Н. Половикова, Л.Л. Смолякова

АлтГУ, г. Барнаул

Логические языки нашли широкое применение во многих прикладных областях, в том числе и для решения специфических задач, где требуется применять узко настраиваемые модели знаний и аппарат получения новых знаний. Среди областей применения декларативных логических языков можно выделить следующие направления: решение нетривиальных математических задач, экспертные системы, теория игр, графы, машинное обучение, а также задачи и проекты в рамках развития семантического анализа данных [1–4].

Среди логических языков особое место занимает язык Prolog, как широко используемый инструмент декларативного логического программирования. Решения на языке Prolog заключается в простой формализации начальных условий задачи. Построение формальной системы заключается в определении множества предикатов для описания предметной области, а формирование ответа решения задачи – это попытка доказательства целевой формулы на основе принципа резолюций, от противного. Программирование на языке логики, во-первых, привлекает к процессу разработки только программистов и инженеров знаний, но и других специалистов с различными научными интересами, например, математиков. Во-вторых, определяет одно из перспективных направлений использования Prolog-систем – в качестве аппарата для решения логических задач. Работы в этом направлении ведутся со времени основания логического языка, и на сегодняшний день разработано множество программ (баз знаний фактов и правил), которые развиваются вместе с прикладными научными направлениями [5].

Целью данной работы является анализ возможностей решения логических задач на языке Prolog.

Задача. По каналу связи передаются сообщения, содержащие только 4 буквы П, О, С, Т; для передачи используется двоичный код, допускающий однозначное декодирование. Для букв Т, О, П используются такие кодовые слова: Т: 111, О: 0, П: 100. Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы С, при котором код будет допускать однозначное декодирование [6].

Для данной задачи актуальным является определение правила (или процедуры правил) для построения очередного кода буквы – генерация последовательностей из 0 и 1. Если сгенерированный код пройдет проверку «условие Фано», тогда процесс построения кода следует считать «выполненным», решение найдено. Если проверка не пройдена, тогда генерируется следующий код, который также подвергается проверке. Рассмотрим предикатный вариант решения данной задачи.

/ Блок описания фактов */*

`kod(t, [1, 1, 1]).`

`kod(o, [0]).`

`kod(p, [1, 0, 0]).`

/ Блок вспомогательных процедур правил */*

`concat([],L,L).`

`concat([X|L],M,[X|L1]):- concat(L,M,L1).`

/ Блок проверки условий. Проверка на нарушение прямого условия Фано. Поиск нарушений */*

`check(M):- kod(_,K),(concat(K,_,M); concat(M,_,K)).`

`checklist([],_).`

`checklist([H|T],Rezult):- nl,(check(H)->(write("no - "),write(H));`

`(write("yes - "),write(H),Rezult := [H|Rezult])),`

`checklist(T,Rezult).`

*/*Блок генерации варианты нового кода*/*

`generate([],[]).`

`generate([H|T],[X,Y|T1]):- X=[0|H], Y=[1|H], generate(T,T1).`

`search(L,5,Rezult):- nl, write(Rezult).`

`search(L,N,Rezult):- not(N>4), N:= N+1, generate(L,L1), checklist(L1,Rezult), search(L1,N,Rezult).`

/ Блок описания целевого запроса */*

`?- search([[]],1,[]).`

В решении отсутствует процедура правил, для ввода именно *кратчайшего кодового слова*, согласно условию задачи. Поиск всех возможных вариантов (с учётом максимальной длины кода) выполнен наме-

ренно, чтобы подчеркнуть возможности процедуры генерации состояний для объекта (кодовых слов) для решения подобных задач. Например, если требуется построить несколько кодовых слов, или всевозможные кодовые слова определенной длины, или кодовое слово с наименьшим значением в числовом бинарном представлении.

С учетом того, что правило, генерирующее коды, формирует список слов от самых коротких ($[[0], [1]]$), до слов пороговой длины, поэтому искомый кратчайший код добавляется в результирующий список самым первым (см. табл. 1). Таким образом, решение описанной выше задачи можно завершить при первой удачной проверке сгенерированного программой кода.

Таблица 1 – Генерация проверяемых кодовых слов по шагам

Шаг	Сгенерированные списки для кодовых слов
1	[0] [1]
2	[0, 0] [1, 0] [0, 1] [1, 1]
3	[0, 0, 0] [1, 0, 0] [0, 1, 0] [1, 1, 0] [0, 0, 1] [1, 0, 1] [0, 0, 1] [1, 0, 1]
4	[0, 0, 0, 0] [1, 0, 0, 0] [0, 1, 0, 0] [1, 1, 0, 0] ... [0, 0, 0, 1] [1, 0, 0, 1] [0, 1, 0, 1] [1, 1, 0, 1]...

Немаловажным фактором для оценки выбранного подхода к построению поиска решения является корректный отклик декларативной программы (базы знаний и процедуры вывода) на ситуацию, когда целевой предикат не может быть согласован при заданных условиях. Пролог-система должна выдать отрицательный ответ для случая, когда нельзя построить кодовое слово для искомой буквы (см. условие задачи 1), например, если все вершины дерева заняты другими буквами (нет свободных вариантов построения кода с учётом «условия Фано»). Анализ базы знаний программы позволяет сделать вывод, что в этом случае сформированное решение выполнит корректный поиск по всем возможным вариантам и построит пустой результирующий список. Такой ответ следует интерпретировать, как отсутствие решения (само решение программа построит и найдет).

Библиографический список

1. Лорьер Ж.Л. Системы искусственного интеллекта. [Электронный ресурс] // Электронная научная библиотека. – Режим доступа: http://lib.alnam.ru/book_sii.php, свободный.
2. Хабаров С.П. Интеллектуальные информационные системы. Prolog – язык разработки интеллектуальных и экспертных систем: учебное пособие / С.П.Хабаров. – СПб. СПбГЛТУ.
3. Ulf Nilsson, Jan Maluszynski. Logic, Programming and Prolog (2ed) Previously. [Электронный ресурс] // Электронная книга. – Режим

доступа: http://www.cs.ubbcluj.ro/~csatol/log_funk/prolog/Nilson_Maluszynski_Prolog.pdf, свободный.

4. Max Bramer. Logic Programming with Prolog. [Электронный ресурс] // Электронная книга. – Режим доступа: http://athena.eecs.csus.edu/~logicp/Logic_Prog_Prolog.pdf, свободный.

5. Математическая логика и логическое программирование. [Электронный ресурс] // Математический форум MathHelpPlanet. – Режим доступа: <http://mathhelpplanet.com/static.php?p=matematicheskaya-logika-i-logicheskoye-programmirovaniye>, свободный.

6. ЕГЭ по информатике (2018) [Электронный ресурс] // Сайт Полякова К. Ю. – Режим доступа: <http://kpolyakov.spb.ru/school/ege.htm>, свободный.

УДК 004.03

Интегрированные университетские информационно-управляющие системы: особенности построения

***Ф.А. Попов, Н.Ю. Ануфриева**
БТИ, г. Бийск*

Интегрированные автоматизированные информационные системы (ИАИС) большинства ВУЗов РФ обеспечивают в общем случае поддержку принятия решений руководством и различными категориями пользователей [1-4]. При этом они не способны реализовать в необходимых случаях функции управления в реальном времени, что делает невозможным на их основе решение задач комплексной цифровизации на уровне учебного заведения.

В этой связи необходимо отметить, что цифровизация должна обеспечить созданные ИС и системы управления множествами интегрированных данных, в совокупности представляющими электронную модель учебного заведения. Соответственно, возникают проблемы, обусловленные необходимостью сбора в реальном времени, хранения и распределенной обработки больших данных, анализа этих данных с целью извлечения из них полезных сведений и оказания управляющих воздействий на процессы жизнедеятельности учебного заведения [3,4].

Более подходящим, чем ИАИС, для этих целей инструментом являются информационно-управляющие системы (ИУС), в качестве объекта управления, в которых рассматривается учебная организация в целом [5-7].

Информационно-управляющую систему ВУЗа можно в общем случае определить как интегрированную многофункциональную систему,

обеспечивающую: сбор, хранение, анализ и представление данных для целей поддержки принятия решений и информационного сопровождения процессов жизнедеятельности учебного заведения; оперативное управление потоками данных, порождаемых основными и вспомогательными процессами функционирования ВУЗа; сохранение данных в специализированных хранилищах; обеспечение специалистов и обучаемых необходимыми средствами взаимодействия с прикладными процессами; обеспечение эффективного, безопасного, надежного распределения ресурсов в рамках системы управления; непосредственное цифровое управление как учебным лабораторным оборудованием, так и оборудованием в составе инженерной инфраструктуры.

При этом задача создания таких ИС осложняется тем фактом, что большинство ВУЗов имеют распределенную структуру, в рамках которой функционирует территориально распределенная система управления данными, обеспечивающая их децентрализованную обработку. В целом современные крупные информационные системы, к которым можно отнести и рассматриваемую ИУС, характеризуют следующие особенности [5,7]:

- сложность описания, обусловленная наличием множеств подсистем, функций, процессов, структур данных, взаимосвязей между ними, требующих моделирования и анализа;
- необходимость интеграции существующих и вновь разрабатываемых подсистем;
- функционирование в неоднородной среде на различных аппаратных платформах;
- участие в создании систем отдельных групп специалистов, решающих различные задачи как на этапах их проектирования, так и на этапах реализации.

Для успешной реализации проекта такой информационной системы должны быть прежде всего построены ее полные и непротиворечивые модели, отражающие совокупность структурных элементов в процессе их взаимодействия, а также иерархию подсистем, объединяющих эти структурные элементы.

В результате должны быть разрешены следующие основные задачи: идентификация переменных, описывающих требуемое поведение проектируемой системы; генерация возможных структур системы; оценка структур и принятие решений. При этом наличие неопределенности отношений между требуемыми характеристиками процесса проектирования и возможными описаниями его в виде совокупности проектных процедур приводит к тому, что применение формальных методов исследований для комплексного решения рассмотренных задач невозможно.

Для этих целей широко применяются методы моделирования, основанные на понятии *онтологии*. В соответствии с классическим определением Т. Грубера, онтология – это спецификация концептуализации предметной области [8]. В состав данной спецификации входят: словарь понятий; соответствующие понятиям термины предметной области; логические выражения-аксиомы, описывающие множество отношений между понятиями. Для описания отношений в онтологиях используются формальные модели и языки, такие как логика предикатов, системы продукций, семантические сети, фреймы и т.п.

Онтологии могут быть использованы как на этапе проектирования ИУС, так и на этапе ее функционирования, обеспечивая во втором случае эффективное использование разнородных данных и знаний в рамках одной системы.

Особого внимания в плане разработки такого рода ИУС заслуживает созданная И.В. Вельбицким под научным руководством академика В.М. Глушкова графическая система разработки программного обеспечения, в значительной мере упрощающая, улучшающая и ускоряющая процессы проектирования сложных программных систем. Данная система показала высокую эффективность при разработке ИС различных назначений и, с нашей точки зрения, сегодня является одним из наиболее перспективных инструментариев для решения рассматриваемых задач [9,10].

С точки зрения реализации в настоящее время наиболее эффективным подходом к созданию распределенных информационных систем является агентно-ориентированный подход, основанный на представлении подсистем обработки потоковых данных в виде интеллектуальных агентов и позволяющий реализовать децентрализованное управление такими системами на базе гетерогенных вычислительных сетей, с обеспечением их гибкости и надежности.

Программное обеспечение ИУС, основанное на использовании такого подхода, обладает повышенной живучестью, что обусловлено автономностью агентов, а также их независимостью, как функциональной, так и по доступу к информационно-вычислительным ресурсам. При этом широкое применение онтологий позволяет осуществлять систематизацию предметной области и доступных агентам знаний.

Библиографический список

1. Попов Ф.А., Тютякин А.А. Методы построения интегрированной системы управления ВУЗом // Информация и образование: границы коммуникаций INFO'2010: сб. научных трудов №2 / Сост. Темербекова А.А., Чугунова И.В. – Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2010. – С.128

2. Попов Ф.А., Ануфриева Н.Ю., Заборовский А.Н., Тютякин А.А. Проблемы построения интегрированной информационной системы ВУЗа // Единая образовательная информационная среда: проблемы и пути развития: Материалы VIII Международной научно-практической конференции-выставки. – Томск: Томский государственный университет, 2009. – С. 139-140.

3. Попов Ф.А., Ануфриева Н.Ю., Бубарева О.А. Особенности информатизации ВУЗа на современном этапе // Измерения, автоматизация и моделирование в промышленности и научных исследованиях (ИАМП-2018): Материалы XIII Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых с международным участием, Бийск, 1–3 ноября 2018 г. – Бийск: Изд-во Алт. гос. тех. ун-та, 2018. – С. 533–536.

4. Попов Ф.А. От информатизации вуза к его цифровизации // Информатизация и образование: границы коммуникаций INFO'18: сборник научных трудов № 10 (18); под ред. А. А. Темербековой, Л. А. Альковой. Г. А. Байгонаковой. – Горно-Алтайск: БИЦ ГАГУ, 2018. – С.12–14.

5. Попов Ф.А., Ануфриева Н.Ю., Бубарева О.А., др. Информационные системы и технологии. Монография. Часть 4 / Научн. редактор д.п.н., проф. И.А.Рудакова. – М.: Изд. "Перо", 2013. – 90 с.

6. Пьявченко Т.А., Финаев В.И. Автоматизированные информационно-управляющие системы. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2007. – 271 с.

7. Жарков А.С., Звольский Л.С., Литвинов А.В., Попов Ф.А. Проблемы создания интегрированных АСУ для производств спецхимии и пути их решения. – Бийск: Изд-во Алт. гос. техн. ун-та, 2014. –188 с.

8. Gruber T.R. The role of common ontology in achieving sharable, reusable knowledge bases // Principles of Knowledge Representation and Reasoning. Proceedings of the Second International Conference. J.A. Allen, R. Fikes, E. Sandewell – eds. Morgan Kaufmann, 1991. – P. 601-602.

9. Глушков В.М. Технология программирования и проблемы ее автоматизации / В.М. Глушков, И.В. Вельбицкий // Управляющие системы и машины. – Киев, 1976. – № 6. – С.75-93.

10. Вельбицкий И.В. Новая графическая концепция программирования// Южно-Сибирский научный вестник. – 2018. – №4(24). –С.83-98.

УДК 681.3.08+519.2

Быстродействующие алгоритмы локализации случайных точечно-импульсных объектов

**А.Л. Резник¹, А.В. Тузиков², А.В. Торгов¹,
А.А. Соловьев¹, В.А. Ковалев²**

¹ИИЭ СО РАН, г. Новосибирск; ²ОИПИ НАНБ, г. Минск

Введение. Исследования по оптимальному поиску случайных импульсных объектов актуальны для многих научно-технических дисциплин. Необходимость в их проведении возникает при проектировании различных электронно-оптических преобразователей и детекторов; в задачах подавления импульсных помех на зашумленных и слабоконтрастных изображениях; в технической диагностике при поиске неисправностей, проявляющихся в форме перемежающихся отказов; в задачах обнаружения радиоактивных источников с помощью систем, состоящих из одного или нескольких сенсоров, в радиофизике и радиоастрономии при поиске источников гравитационных волн, и других приложениях [1-3].

Алгоритмы одноэтапного поиска. Под импульсно-точечным источником ниже будет пониматься объект пренебрежимо малых угловых размеров (математическая точка), имеющий случайное расположение на оси x с априорной плотностью распределения $f(x)$ и излучающий бесконечно короткие импульсы с пуассоновской интенсивностью λ . Таким образом, временные интервалы между импульсами являются случайной величиной t с показательной плотностью распределения $h(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$. Требуется за минимальное (в статистическом плане) время отыскать источник с точностью ε .

Вводя в рассмотрение бинарную функцию $u(x, t)$, описывающую окно обзора в момент времени t , получаем соотношение для среднего времени от начала поиска до регистрации первого импульса:

$$\langle \tau \rangle = \lambda \int_0^{\infty} dt \int_0^{\infty} dx \left[t f(x) u(x, t) \exp\left(-\lambda \int_0^t u(x, \xi) d\xi\right) \right].$$

В одношаговых алгоритмах *периодического* поиска относительная нагрузка $\varphi(x)$ на точку x (то есть относительное время ее пребывания в окне обзора) остается постоянной в течение всего времени поиска. При таком подходе задача состоит в том, чтобы найти функцию $\varphi(x)$, которая минимизирует среднее время поиска

$$\langle \tau \rangle = \frac{1}{\lambda} \int \frac{f(x)}{\varphi(x)} dx \quad (1)$$

при соблюдении условий

$$\int \varphi(x) dx = \varepsilon; \quad 0 \leq \varphi(x) \leq 1. \quad (2)$$

Оптимизация выражения (1) при ограничениях (2) относится к задачам нелинейного программирования [4]. Дифференцируя по φ и используя метод неопределенных множителей Лагранжа [5], получим решение

$$\varphi(x) = \varepsilon \sqrt{f(x)} / \int \sqrt{f(x)} dx$$

В общем случае построение оптимального (не обязательно периодического) алгоритма одноэтапного поиска связано с нахождением такой функции $\varphi(x, t)$ – относительной нагрузки на точку x в момент времени t , которая минимизирует среднее время локализации

$$\langle \tau \rangle = \int dt \int dx f(x) \exp(-\lambda \int_0^t \varphi(x, \xi) d\xi) \quad (3)$$

Для решения этой оптимизационной задачи введем вместо функции «мгновенного» поискового усилия $\varphi(x, t)$ интегральную переменную

$$\alpha(x, t) = \int_0^t \varphi(x, \xi) d\xi, \quad (4)$$

соответствующую суммарному времени пребывания точки x в окне обзора за весь период от начала поиска до момента времени t . Вновь применяя метод неопределенных множителей Лагранжа, получим:

$$\alpha(x, t) = \begin{cases} 0, & \frac{1}{\lambda} \ln \frac{\lambda f(x)}{\mu(t)} < 0; \\ \frac{1}{\lambda} \ln \frac{\lambda f(x)}{\mu(t)}, & 0 \leq \frac{1}{\lambda} \ln \frac{\lambda f(x)}{\mu(t)} \leq t; \\ t, & t < \frac{1}{\lambda} \ln \frac{\lambda f(x)}{\mu(t)}. \end{cases}$$

Теперь в качестве общего решения задачи (3) может быть выбрана любая бинарная функция $\varphi(x, t)$, удовлетворяющая соотношению (4).

Многоэтапные алгоритмы поиска. При высоких требованиях к точности локализации одноэтапные алгоритмы далеки от оптимальных. Для среднего времени m -этапной процедуры локализации справедливо соотношение

$$\langle \tau \rangle = \sum_{k=1}^m \lambda^k \int_0^{\infty} dx f(x) \int \dots \int t_k \times$$

$$\times \left\{ \prod_{l=1}^k \left[dt_l u_l(x, \sum_{s=1}^l t_s, t_1, \dots, t_{l-1}) \exp(-\lambda \int_{\sum_{s=1}^{l-1} t_s}^{\sum_{s=1}^l t_s} u_l(x, \xi, t_1, \dots, t_{l-1}) d\xi) \right] \right\}. \quad (5)$$

Найти экстремали, доставляющие минимум среднему времени локализации (5), в общем случае (когда плотность вероятностей $f(x)$ произвольна) не всегда возможно. Поэтому нами была разработана универсальная процедура, ориентированная на поиск источника в том случае, когда не имеется никакой априорной информации об интенсивности источника. Ввиду ограниченности объема настоящего сообщения ниже приводится только результирующая таблица 1 для равномерно распределенного источника, а все необходимые аналитические выкладки и численные расчеты опущены. Более подробную информацию об этом можно найти в работах [6-7].

Таблица 1 – Среднее время оптимального поиска случайного равномерно распределенного импульсного источника

Требуемая точность локализации ω	Оптимальное время локализации $\tau(\omega)$
$\left(\frac{M}{M+1}\right)^{M(M+1)} \leq \omega \leq \left(\frac{M-1}{M}\right)^{M(M-1)}$	$M \times (\omega)^{\frac{1}{M}}$

Заключение. В результате проведенных исследований получен функционально полный набор оптимальных по быстродействию алгоритмов локализации случайно распределенного импульсно-точечного источника для систем с одним приемным устройством.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 19-01-128 и 18-51-00001) и Минобрнауки (проект № AAA-A17-117052410034-6).

Библиографический список

1. Barnes J.H., Hieftje G.M. Recent Advances in Detector-Array Technology for Mass Spectrometry // Int. J. Mass Spectrom. – 2004. – V. 238. – P. 33– 46.
2. Gnedenko B. V., Belyayev Yu. K., Solovyev A. D., Mathematical Methods of Reliability Theory – Nauka, Moscow, 1965. – Academic, New York, 1969. – 518 p.
3. Zhu X., Wen L., Hobbs G. and oth. Detection and localization of single-source gravitational waves with pulsar timing arrays // M.N. of the Royal

Astronomical Society, – Oxford Academic Press, – V. 449, – №2, 2015. – P. 1650–1663.

4. Bellman R.E., Glicksberg I.L., Gross O.A. Some aspects of the mathematical theory of control processes. – Santa Monica, CA: RAND Corporation, 1958. – 263 p.

5. D. Bertsekas Constrained optimization and Lagrange multiplier methods. –New York: Academic Press. 1982.

6. Reznik A.L., Solov'ev A.A., Torgov A.V. The algorithms of optimum localization of random pulsed-point source under the condition of its uniform distribution on a search interval // Pattern Recognition and Image Analysis. Advances in Mathematical Theory and Applications. – 2018. – Vol.28, – No. 2, – P. 354-361.

7. Reznik A.L., Tuzikov A.V., Solov'ev A.A., Torgov A.V. Time-Optimal algorithms of searching for pulsed-point sources for systems with several detectors. Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing, –2017. – Vol. 53, – Issue 3, – P. 203-209.

УДК 004.9

Разработка и оценка эффективности автоматизированной информационной системы управления государственными закупками высшего учебного заведения

В.М. Свиридов, Ю.Г. Алгазина
АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

В статье показана разработка и оценка эффективности автоматизированной информационной системы управления государственными закупками высшего учебного заведения на примере ФГКОУ ВО «Барнаулский юридический институт Министерства внутренних дел Российской Федерации».

Актуальность темы обусловлена иницированными на государственном уровне процессами автоматизации закупочной деятельности вузов, появлением новых агрегаторов торговли и единых информационных систем [1; 2].

Основные проблемы процесса закупочной деятельности высших учебных заведений заключаются в ведении «бумажного» документооборота, из-за которого возникает дублирование рапортов и увеличивается трудоемкость сбора первичной потребности по институту. Многократное дублирование информации на бумажных носителях, сводные

таблицы Excel приводят к возникновению множества ошибок и неточностей, возникают лишние коммуникации между сотрудниками и увеличивается время обработки данных.

Выявленные проблемы могут быть решены с помощью автоматизированной информационной системы (АИС) «План-график», в разработке которой заключается цель данной работы.

Цель и назначение создания АИС «План-график» заключаются в автоматизации процесса формирования потребностей в товарах (работах, услугах), планов закупок и планов-графиков размещения заказов на основании лимитов института и потребностей в товарах (работах, услугах) ФГКОУ ВО «Барнаульский юридический институт МВД РФ».

Определен базовый функционал АИС «План-график», который должен включать: автоматизацию процесса осуществления закупок от составления рапорта на закупку товаров, работ, услуг до формирования плана-графика; контроль лимитов денежных средств, формирование резервов и учет дополнительного финансирования при согласовании рапортов и формировании планов закупок и планов-графиков закупок; оформление, согласование, утверждение электронной служебной записки; автоматическое формирование пути согласования электронной служебной записки между инициаторами закупки, ответственными за направления и согласующими лицами; автоматизированное формирование планов закупок и планов-графиков закупок, осуществляющихся у единственного поставщика или по государственным контрактам до 400 тыс. руб.

Решения по функциональному обеспечению АИС «План-график» состоят в следующем. Основным входящим потоком в систему являются рапорта, т. е. сведения о заказе. Выполнение процесса с помощью АИС «План-график» предполагает реинжиниринг самого процесса, поскольку из оборота исключаются «бумажные» рапорта.

Модель процесса государственных закупок АИС «План-график» укрупненно представляет процессы в АИС «План-график». Сведения о заказе, заносящиеся в АИС, сохраняются в единое хранилище данных. На основе внесенных сведений (при выборе укрупненного направления и поднаправления, а также обязательно при создании рапорта), запускается программный модуль, формирующий путь согласования. На исполнение запускается рабочий процесс согласования. По завершении выполнения рабочего процесса рапорт на включение может быть направлен в резерв, отклонен или утвержден на закупку. На основе рапортов, которые в ходе согласования получили статус утвержденных, формируется первичная потребность организации. Реестр утвержденных закупок должен иметь возможность экспортироваться в табличный

документ (Excel). После формирования первичной потребности заявки делятся на те, которые: не включаются в планы; включаются в план закупок и план-график; включаются только в план закупок. На основе этой классификации можно сформировать план закупок и план-график закупок.

Перечень разрабатываемого функционала АИС «План-график» включает: формирование электронной служебной записки; автоматическое формирование пути согласования служебной записки; рабочий процесс согласования ЭСЗ; оповещение пользователей о новых задачах; контроль лимитов по направлениям; выгрузка реестра утвержденных служебных записок в ИС «Эконом-Эксперт. Договоры»; формирование первичной потребности; формирование плана закупок; формирование плана-графика закупок.

Произведен расчет экономической эффективности проекта. Эффективность управления государственными закупками заключается в улучшении показателей расходования средств института. Основной экономический эффект проекта заключается в повышении эффективности расходования средств института. Эффективное расходование средств, в свою очередь, во многом зависит от показателей качества управления государственными закупками.

Основные показатели качества процесса управления государственными закупками включают:

1. Степень соответствия бизнес-правилам установленным ФЗ-44 [3]. Бизнес-правила устанавливаются руководством организации и нормативно-правовыми актами, регулирующими сферу деятельности, которую охватывает бизнес-процесс. Бизнес-правила для процесса управления государственными закупками БЮИ МВД России устанавливает Федеральный закон №44-ФЗ. Соответствие бизнес-процесса бизнес-правилам, установленным законодательством, оценивается по таким функциям как: формирование первичной потребности; формирование элемента плана закупок; формирование элемента плана-графика закупок. Внедрение АИС «План-график» приведет к более полному соответствию бизнес-правилам.

2. Количество выполняемых элементарных операций за один цикл процесса. Анализ показал, что после ввода АИС количество элементарных операций в одном цикле бизнес-процесса снизится на 48% в пессимистичном варианте и на 51% – при оптимистичном.

3. Показатель длительности цикла завершения процесса (исполнение одной заявки). Для системы управления государственными закупками длительность процесса обратно пропорциональна стоимости исполнения заказа. Сокращение длительности цикла завершения процесса

уменьшает добавленную стоимость процесса, которая рассчитывается как стоимость заказа после обработки за вычетом стоимости заказа без обработки. Длительность процесса с вводом АИС сократится и будет состоять из времени, которое требуется согласующему лицу на принятие решения. Ожидаемая величина длительности процесса составит 30, 3 часа, что на 53% меньше длительности процесса в модели «как есть».

4. Трудоемкость и добавленная стоимость процесса. Сокращение общей длительности процесса прямо пропорционально снижению трудоемкости и стоимости всего процесса. Таким образом, совокупная трудоемкость процесса для всех участников в среднем сократится на 33,8 часов.

5. Количество бумажных документов. Внедрение АИС «План-график» также позволит сократить количество бумажных документов. Неверно оформленный рапорт на закупку и сложность определения ответственного за направление приводила к дублированию. Ежегодно закупки, которые были отложены на следующий финансовый год, требовали формирования новых рапортов. В среднем заявки требуют дублирования от 3 до 5 раз, в случае, когда допущены ошибки, заявка была отправлена не тому ответственному лицу или заявка была отложена на следующий финансовый год. Таким образом, электронная служебная записка позволит сократить количество бумажных документов в среднем на 70% – 75%. Ввод электронно-цифровой подписи (ЭЦП) позволит вовсе отказаться от бумажных документов на этапе согласования заявки.

Таким образом, разрабатываемая АИС позволит повысить эффективность расходования средств организации путем улучшения показателей качества бизнес-процесса управления государственными закупками: степени соответствия бизнес-правилам, количества элементарных операций одного цикла, длительности процесса, трудоемкости, добавленной стоимости и объема бумажного документооборота.

Библиографический список

1. Белая книга закупок. Набор инструментов для государственных закупок / О. В. Анчишкина, В.Н. Киселева. – М: РАНХиГС, 2018. – 201 с.
2. Сидорова А. А. Электронное правительство: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / А. А. Сидорова. – М: Изд-во Юрайт, 2019. – 166 с.

Информационная система для планирования внеучебной работы преподавателей

Т.М. Тушкина, Н.В. Павлова

БТИ (филиал) АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г.Бийск

Автоматизация организации работы учебных подразделений является одним из направлений внедрения информационных технологий во все сферы деятельности высшего учебного заведения. Планирование внеучебной работы преподавателей кафедры является достаточно трудоемким процессом, требующим учета большого количества данных. К их числу принадлежат такие сведения, как условия привлечения преподавателей, данные о распределении учебной нагрузки преподавателей, включающие в себя объемы их учебной работы, и многое другое.

Настоящая работа посвящена решению вопроса автоматизации расчета объема внеучебной работы преподавателей кафедры вуза. Используя интегрированную среду разработки программного обеспечения Delphi, авторы разработали программный продукт, позволяющий автоматизировать расчет внеучебной нагрузки преподавателей кафедры. Входными данными служат: условие привлечения преподавателя (штатный, совместитель), объем учебной работы, количество рабочих дней в месяцах периода работы, количество сокращенных рабочих дней в месяцах периода работы. При условии шестичасовой рабочей недели и шестичасового рабочего дня программа рассчитывает количество рабочих часов и объем внеучебной работы в учебном году.

Программа имеет интуитивно понятный интерфейс и позволяет уменьшить рутинную работу в результате автоматизации оформления документов и отчетов. В частности, программа позволяет в автоматическом режиме формировать список преподавателей и соответствующий каждому преподавателю объем внеучебной работы.

УДК 004.4

Визуализация динамики геолого-минералогических исследований в России в дореволюционный период***Т.М. Тушкина¹, А.В. Руколеев²****¹БТИ (филиал) АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Бийск;**²АлтГПУ, г. Барнаул*

Историческое развитие многих областей знаний, в том числе, наук, происходит с накоплением открытий, полученных в ходе исследований определенных географических областей планеты, континентов, стран. Историки систематизируют и анализируют накопленные знания, составляя таблицы, базы данных, в которых указываются пространственно-временные характеристики исторических событий. Такая информация является важной с разных точек зрения: для установления закономерностей развития науки; с целью прогноза путей развития науки и поиска способов эффективного управления научно-исследовательской деятельностью и др. [1].

Как известно, графические представления наглядно иллюстрируют различные взаимосвязи, взаимообусловленности: топологическое (пространственное) расположение объектов, хронологические (временные) зависимости процессов и явлений и т. д. В этой связи представляется весьма актуальной визуализация хронологии и топологии исторических событий [2]. В настоящее время для визуализации исторического развития общества применяются временные шкалы различного рода, на которые в хронологической последовательности наносятся события.

В данной работе была разработана методика визуализации хронологического развития событий с учетом мест происхождения этих событий. Методика применена к построению интерактивной карты геологических исследований в Российской империи в XIX – XX вв., проведенных геологами Санкт-Петербургского минералогического общества (СПбМО) [3].

Созданное программное средство позволяет выполнять следующие функции: вводить указанную информацию о географических координатах, названии места геологического исследования, годе исследования, фамилии исследователя; обозначать местность проведения исследования точкой на географической карте; в хронологическом порядке накапливать на географической карте точки проведения исследований; по запросу выводить на экран монитора информацию с местами, охваченными к указанному моменту времени исследованиями и другие данные.

Для создания программы использован язык гипертекстовой разметки HTML, работа с формируемой программой интерактивной картой исследований возможна через браузер. Для чего в программу была загружена географическая карта с интерактивной разметкой, установлено соответствие между географическими и экранными координатами. Ввод информации организован в интерактивном режиме путем общения пользователя с программой через интерактивные поля.

После ввода информации со временем и местом исследований, интерактивная карта готова к выполнению ряда функций по запросу пользователя. Опишем три наиболее важные функции:

- вывод текстовой информации об исследованиях, проведенных в географической местности, соответствующей точке на карте;
- вывод текстовой и графической информации об исследованиях, проведенных к году, выбранному на шкале времени;
- вывод текстовой и графической информации об исследованиях, проведенных ученым, фамилия которого включена в соответствующий перечень.

Работа с программой позволяет определить наиболее динамичные в плане проведения геологических исследований периоды существования СПбМО. Установлено, что пики геологических исследований в дореволюционное время в России пришлось на 1867 г., 1871 г., 1880-1882 гг. Необходимо отметить, что именно в период 1864 – 1882 гг. СПбМО выполняло функции геологической службы в России.

Разработанная программа имеет интуитивно понятный интерфейс и может быть использована историками науки для визуализации хронологии развития событий.

Библиографический список

1. Гринин Л.Е. История и математика: проблемы периодизации исторических макропроцессов / Л.Е. Гринин и др. – URSS, 2006. – 168 с.
2. Прохоренко, Ю.И. Хронология и топология социальной реальности // Ученые заметки ТОГУ. – 2018. – Т. 9 – № 2. – С. 959-973.
3. Руколеев А.В., Тушкина Т.М., Налимова Н.Ю. Программа построения интерактивной карты геологических исследований в Российской империи // Южно-сибирский научный вестник. – 2019. – № 2 (26). – С. 51–54.

**Реализация системы с веб-интерфейсом
для просмотра статей конференции
«Ломоносовские чтения на Алтае»**

Н.С. Фелькер, О.Н. Половикова
АлтГУ, г. Барнаул

В наше время, когда количество информации увеличивается на десятки гигабайт за долю секунды, невозможно столь же быстро осуществлять поиск и анализ во всех этих неструктурированных сведениях. К тому же, если вручную осуществлять анализ этой информации, то на это уйдет достаточно большое количество времени. Поэтому эту задачу поручили специальным алгоритмам. Именно машинное обучение способно работать сразу с большим количеством данных в автоматическом режиме. Классификация документов – задача информационного поиска. Ее идея в том, что нужно составить классы (группы) документов так, чтобы в каждом классе находился близкий по смыслу документ, а в разных классах – различные. В информационном поиске зачастую прибегают к латентно-семантическому подходу, когда все слова из документа рассматриваются как принадлежащие к одной из нескольких тем. Одним из используемых методов, реализующих эту идею, является Латентное размещение Дирихле (LDA), который строит модель языка коллекции. Наша работа будет направлена на структурирование и доступ к информации статей конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и техники». Ежегодно в конференции принимает участие более 700 человек, по итогам конференции формируется сборник материалов. На данный момент не существует доступа к сборнику статей с различных платформ.

Целью данной работы является разработка системы с функцией публикации и хранения статей, с возможностью поиска по документам. А также, реализовать алгоритм подбора тематически близких по теме статей используя машинное обучение.

Задача. Проектирование и реализация веб-приложения, а также создание базы данных для хранения научных статей. Одна из задач – интеграция машинного обучения, а именно алгоритма Латентного размещения Дирихле, чтобы выявить темы документов, на примере статей конференции «Ломоносовские чтения на Алтае» и выдать прогноз близких по теме документов, так как это задача вероятностного тематиче-

ского моделирования, то один документ может относиться сразу к нескольким темам. Для этого необходимо реализовать алгоритм классификации текстов статей.

Для создания веб-приложения использовался фреймворк *Django*, именно в нем есть нативная поддержка выполнения Python приложений. Для работы с базой данных *Django* использует собственный ORM (объектно-реляционное отображение), в котором модель данных описывается классами Python, и по ней генерируется схема базы данных. Это избавляет от необходимости писать SQL-код. По умолчанию использовал *SQLlite3*. Алгоритм классификация (Латентное размещение Дирихле) реализован с помощью языка Python. Латентное размещение Дирихле (LDA) – это порождающая модель, объясняющая результаты наблюдений с помощью неявных групп, что позволяет получить объяснение, почему некоторые части данных схожи. Например, если наблюдениями являются слова, собранные в тексты, утверждается, что каждый текст представляет собой смесь небольшого количества тем и что появление каждого слова связано с одной из тем документа. LDA впервые был представлен в качестве графической модели для обнаружения тем Дэвидом Блеем, Эндрю Ёном и Майклом Джорданом в 2003 году [6]. Данный метод является доработкой PLSA, он основан на той же вероятностной модели, но с некоторыми дополнениями:

$$p(d, w) = \sum_{t \in T} p(d) p(w|t) p(t|d)$$

- вектора $\theta_d = (p(t|d) : t \in T)$ документов порождаются одним и тем же вероятностным распределением на нормированных $|T|$ -мерных векторах; это распределение удобно взять из параметрического семейства распределений Дирихле $Dir(\theta, \alpha)$, $\alpha \in R^{|T|}$;

- вектора тем $\phi_t = (p(w|t) : w \in W)$ порождаются одним и тем же вероятностным распределением на нормированных векторах размерности $|W|$; это распределение удобно взять из параметрического семейства распределений Дирихле $Dir(\theta, \beta)$, $\beta \in R^{|W|}$ [7].

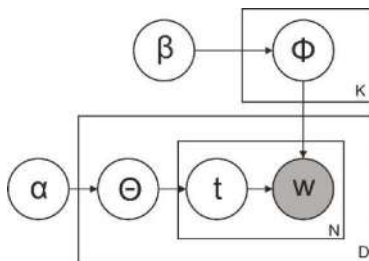


Рисунок 1 – Графическое представление LDA

Ниже представлен пример кода функции для сравнения документов:

```

unseen_document = 'дома'
bow_vector=dictionary.doc2bow(preprocess(unseen_document))
for index, score in sorted(lda_model_tfidf[bow_vector], key=lambda
tup: -1*tup[1]):
    print("Score: {} \t Topic: {}".format(score,
lda_model_tfidf.print_topic(index, 3)))

```

Таблица 1 – Результат работы алгоритма

Score: 0.662380039691925	Topic: 0.023*"дома" + 0.023*"умного" + 0.022*"безопасности"
Score: 0.1688511073589325	Topic: 0.019*"оценки" + 0.019*"кавитация" + 0.019*"исследования"
Score: 0.16876886785030365	Topic: 0.027*"ieee" + 0.027*"разработка" + 0.027*"стандарта"

Реализована основная архитектура веб-приложения, в котором есть функционал для кластеризации по тематическим разделам. Автоматизирован процесс добавления и статьи. Осуществляться хранение и доступ к статьям.

Библиографический список

1. Воронцов К.В. Лекции по вероятностными тематическим моделям. [Электронный ресурс] // MachineLearning.ru, информационно-аналитический ресурс. – Режим доступа: <http://www.machinelearning.ru/wiki/images/2/22/Voron-2013-ptm.pdf>, свободный.
2. Векторная модель. [Электронный ресурс] // Википедия, свободная энциклопедия. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Векторная_модель, свободный.
3. TF-IDF. [Электронный ресурс] // Википедия, свободная энциклопедия. – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/TF-IDF>, свободный.
4. Латентно-семантический анализ. [Электронный ресурс] // Википедия, свободная энциклопедия. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Латентно-семантический_анализ/, свободный.
5. Тематическое моделирование текстов на естественном языке. [Электронный ресурс] // КиберЛенинка, научная электронная библиотека. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/v/tematicheskoe-modelirovanie-tekstov-na-estestvennom-yazyke/>, свободный.
6. Латентное размещение Дирихле. [Электронный ресурс] // Википедия, свободная энциклопедия. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Латентное_размещение_Дирихле/, свободный.
7. Тематическое моделирование. [Электронный ресурс] // Википедия, свободная энциклопедия. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Тематическое_моделирование/, свободный.

8. Оценка классификатора. [Электронный ресурс] // Личный блог.
– Режим доступа: <http://bazhenov.me/blog/2012/07/21/classification-performance-evaluation.html>, свободный.

УДК 004.4

Использование алгоритма k-means в обработке изображений

А.Р. Сыдыкпаева¹, С.А. Шаймерден^{1,2}

¹*ВКГУ им. С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск;*

²*АлмГУ, г. Барнаул*

Спутниковые снимки, снятые в различных спектральных диапазонах, содержат очень полезную информацию и хранятся в цифровом виде. Использование космических снимков в оперативном обновлении карт среднего и мелкомасштабного экономически выгодно. На основе трех спектрального канала дистанционного зондирования цветные изображения переносят больше информации, чем наземные или аэро-фотоснимки, а стереопары изображений позволяют проводить трехмерный анализ пространственных объектов [1,2].

k-means-самый распространенный вид из методов кластеризации. В связи с тем, что алгоритм имеет простоту и высокую скорость выполнения, он имеет большое значение [3]. Алгоритм k-means выполняется итеративно, который разбивает заданный набор пикселей на точки кластера k , приближающиеся к их центрам, и в результате перемещения места этих центров, выполняется кластеризация.

Алгоритм классирования k-means, последовательный в языке C++. Алгоритм *SK* means (последовательный k-средний). Обнаружен в ал-

горитме *SK* means в виде функции $J = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^k \|x_n - c_k\|^2$, чтобы минимизировать функцию *SK* means назначения, то есть сделать погрешность

функции квадратом. $J = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^k \|x_n - c_k\|^2$, N – расстояние между дан-

ными, соответствующими центру J кластера, x_n ($1 \leq n \leq N$) обозначает заданные точки и c_k ($1 \leq k \leq K$) определяет тяжесть кластера

$\|x_n - c_k\|^2$ – x_n и c_k – определение расстояния между ними. В

$\mu_k = \frac{1}{N_k} \sum_{n \in c_k} x_n$, $\mu_k (1 \leq k \leq K)$ средняя точка сведения, подлежащие к k группе, и указывает количество объектов, подлежащих кластер N_k k [3,4].

В нашем алгоритме *SK means* количество K кластеров является параметром, заданным пользователем. Во-первых, отображаются N объекты из входного файла [5]. В первоначальном случае K центроид выбирает случайно, определяет в виде $\mu_k (1 \leq k \leq K)$. Во-вторых, алгоритм *SK means* рассчитывает расстояние и определяет точки, относящиеся к кластеру, итеративно к каждому объекту. До последнего значения, указанного пользователем, процесс повторяется.

SK means алгоритм:

Input: количество K кластеров, количество данных N объектов

Output: K центроиды

- 1) Найти объекты N в файле;
- 2) Случайно выбирает точку K как первичный центроид, образуется в виде $\mu_k (1 \leq k \leq K)$;

3) J вычисляет из формулы $J = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \|x_n - c_k\|^2$, который определяет его через J' ;

4) Присваивает каждому объекту $x_n (1 \leq n \leq N)$ до ближайшего кластера;

5) Рассчитывает новый кластер из каждого кластера μ_k по следующей формуле: $\mu_k = \frac{1}{N_k} \sum_{n \in c_k} x_n$;

6) Вычислят J из Формулы $J = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \|x_n - c_k\|^2$;

7) Пересчитывает шаги 3-6, $J' - J$ до $<$ порог ($J' - J < \text{threshold}$);

8) Выводит значение Классификации: K центроиды [6,7].

Результаты алгоритма *k means* на языке C++. Встроенные точки:

[-42.07, 42.2], [-175.19, 179.3], [163.62, 2.27], [-41.53, -59.16], [-53.16, -90.43], [-163.99, 24.32], [184.87, -192.87], [163.36, -187.6], [-110.19, 55.71], [158.29, 10.98], [-186.48, 14.26], [-85.21, 14.94], [-61.03, -93.47], [166.61, -31.78], [94.31, -75.98], [-197.38, 179.82], [103.08, -73.08], [-115.14, 97.68], [-67.63, 27.99], [-180.65, 190.64], [92.14, -74.73], [-64.65, -

86.24], [110.68, -84.65], [-92.61, 22.92], [190.92, -177.26], [-62.99, -86.89], [-71.47, -67.25], [95.08, -83.19], [-59.51, -85.96], [110.07, -78.02], [178.45, -162.32], [-63.1, -84.14], [-63.19, -98.54], [148.74, -25.85], [-47.03, -86.63], [199.73, -160.16], [194.1, -160.22], [177.97, -58.1], [-74.22, 42.39], [-61.98, -87.73], [194.65, -194.63], [-160.78, 174.02], [-179.91, 184.81], [188.65, -176.59], [-118.73, -35.8], [188.49, -182.72], [-46.24, 19.95], [191.35, -175.82], [-180.02, 198.89], [-181.88, 154.86]

Центр кластеризации:

[129.14, -52.01], [187.46, -177.02], [-74.02, 32.3], [-155.21, 45.42], [-179.4, 180.34], [-64.03, -80.19]

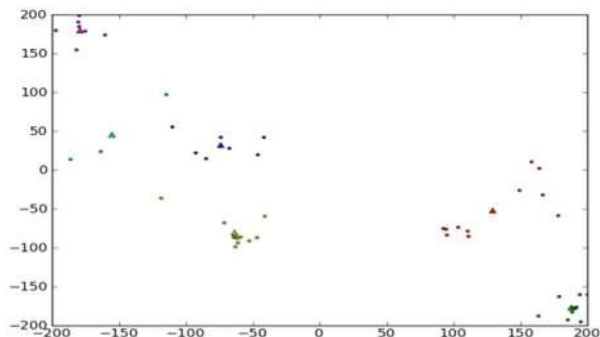


Рисунок 1 – Результат работы алгоритма k-means

Заключение. В настоящее время на гиперспектральных рисунках очень много алгоритмов осуществления распознавания объектов. Один из лидирующих алгоритмов из них – алгоритм кластеризации k-means. В магистерской диссертации был изучен алгоритм кластеризации k-means и рассмотрен последовательный вариант алгоритма на языке программы C++. В дальнейшем буду использовать в реальном распознавании снимков с космоса, с использованием алгоритма кластеризации k-means.

Библиографический список

1. Дж. Ту, Р. Гонсалес Принципы распознавания образов. – С.110–112. Москва, 1978г.
2. Кашкин В.Б., Сухинин А.И. Дистанционное зондирование Земли из космоса. Цифровая обработка изображений: Учебное пособие. – М.: Логос, 264 с., 2001г.
3. В.В. Сергеев Анализ и обработка изображений, получаемых при наблюдениях земли из космоса // Стенограмма научного сообщения на совместном семинаре ИСОИ РАН и Института компьютерных исследований СГАУ 18 апреля 2006 года.

4. R.C. Dubes and A.K. Jain. Algorithms for Clustering Data. Prentice Hall, 1988.
5. M. Armbrust, I. Stoica, M. Zaharia, A. Fox, R. Griffith, A. Joseph, R. Katz, A. Konwinski, G. Lee, D. Patterson, A. Rabkin, "A view of cloud computing," Communications of the ACM, vol. 53, no. 4, pp. 50–58, April 2010.
6. W. Zhao, H. Ma, Q. He, "Parallel K-Means Clustering Based on MapReduce," Cloud Computing, vol. 5931, pp. 674–679, 2009.
- S. Kantabutra, A. Couch, "Parallel K-means Clustering Algorithm on NOWs," Technical Journal, vol. 1, no. 6, 2000.

УДК 004

Разработка статистического пакета «Корреляционно-регрессионный анализ данных»

А.С. Шевченко, Н.Д. Химочкина

Рубцовский институт (филиал) АлтГУ, г. Рубцовск

Изучение теории корреляционно-регрессионного анализа является неотъемлемой частью процесса обучения любого экономического или технического направления подготовки высшего образования. Для достижения этой цели в рамках образовательного процесса очень важно обеспечить проведение эффективных практических и лабораторных занятий.

Большое внимание этому вопросу уделяется в Рубцовском институте (филиале) Алтайского государственного университета, так как корреляционно-регрессионный анализ является отдельным разделом большинства дисциплин различных образовательных программ: «Эконометрика», «Интеллектуальный анализ данных», «Математические методы в юриспруденции», «Макроэкономическое планирование и прогнозирование», «Статистика», «Правовая статистика».

Таким образом, в связи с повышением требований к качеству современного образования возникает необходимость в разработке статистического пакета для корреляционно-регрессионного анализа данных, который позволит автоматизировать учебный процесс разработки различных заданий для фонда оценочных средств, а также выполнения и проверки заданий в рамках изучаемых дисциплин.

Объектом исследования является организация учебного процесса по дисциплинам, связанным с математическим моделированием.

Предметом исследования является корреляционно-регрессионный анализ данных.

Целью исследования является разработка статистического пакета «Корреляционно-регрессионный анализ данных».

Разрабатываемый статистический пакет предназначен для:

- разработки заданий для фондов оценочных средств;
- обеспечения наглядности и достоверности изложения учебного материала, активного взаимодействия обучающихся;
- обеспечения и автоматизации проведения однофакторного и многофакторного корреляционно-регрессионного анализа;
- прогнозирования на основе регрессионных моделей;
- анализа и построения наилучшей однофакторной модели;
- формирования отчетов однофакторного и многофакторного регрессионного анализа;
- сохранения статистических данных в MS Excel.

Для разработки статистического пакета выбрана интегрированная среда Microsoft Visual Studio. В качестве языка программирования выбран объектно-ориентированный язык C#. Статистический пакет разработан с графическим интерфейсом с помощью технологии Windows Forms [1].

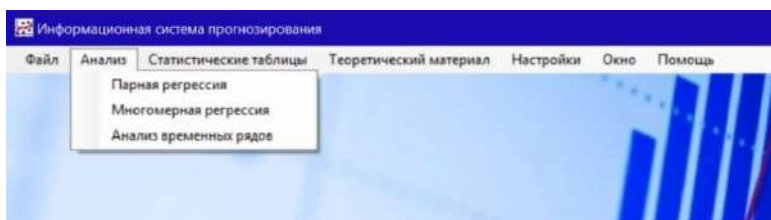


Рисунок 1 – Главная форма программы

Главная форма приложения содержит меню, которая состоит из 7 пунктов: «Файл», «Анализ», «Статистические таблицы», «Теоретический материал», «Настройки», «Окно», «Помощь» (рисунок 1).

Пункт меню «Анализ» позволяет осуществлять корреляционный анализ парной и многомерной регрессий. На рисунке 2 представлена форма «Анализ многомерной регрессии».

Вкладка «Параметры» предназначена для ввода исходных данных и выбора вида модели.

Вкладка «1й этап» – для построения корреляционной матрицы.

Вкладка «2й этап» – для расчета и проверки статистической значимости коэффициентов уравнения регрессии. Здесь содержатся точечные и интервальные оценки коэффициентов теоретического уравнения регрессии, стандартная ошибка регрессии, стандартные ошибки коэффициентов регрессии, результаты статистической значимости найденных эмпирических коэффициентов регрессии (рисунок 3).

Вкладка «3й этап» позволяет провести проверку общего качества уравнения регрессии. Она содержит коэффициент детерминации,

скорректированный коэффициент детерминации, экспериментальный критерий Фишера и анализ общего качества уравнения регрессии.

Вкладка «4й этап» позволяет проверить выполняемость предпосылок МНК, рассчитать статистику Дарбина-Уотсона и оценить наличие автокорреляции.

Вкладка «5й этап» предназначена для точечного и интервального прогноза по уравнению регрессии.

Рисунок 2 – Форма «Анализ многомерной регрессии»

Пункт меню «Статистические таблицы» содержит таблицы «Распределение Стьюдента», «Распределение Фишера», «Распределения Дарбина-Уотсона».

Пункт меню «Теоретический материал» содержит необходимый справочный материал [2].

Разрабатываемый статистический пакет позволит повысить эффективность образовательного процесса при изучении темы корреляционно-регрессионного анализа данных, а также осуществлять контроль правильности выполнения заданий.

Анализ многомерной регрессии

Параметры 1й этап 2й этап 3й этап 4й этап 5й этап

Расчет и проверка статистической значимости коэффициентов уравнения регрессии

Параметры

$\alpha = 0,05$ - требуемый уровень значимости

95 % - доверительный интервал

$\nu = 17$ - число степеней свободы

$t_{\alpha/2, \nu} = 2$ - табличное значение t-критерий Стьюдента

Проверка статистической значимости

☐ Отсутствует

☐ Грубый сравнительный анализ

☒ По распределению Стьюдента

$S = 0,599$ - стандартная ошибка регрессии

Рассчитать доверительный интервал

	Значения	Std	t-статистика	Нижний	Верхний	Грубый	По таблице
b0	1,835	0,471	3,896	0,893	2,777	Сильно значим	Статистически значим
b1	0,946	0,213	4,450	0,521	1,371	Сильно значим	Статистически значим
b2	0,086	0,060	1,416	-0,035	0,207	Относительно значим	Статистически не значим

далее >>

Рисунок 3 – Форма «Расчет и проверка статистической значимости коэффициентов уравнения регрессии»

Библиографический список

1. Шарп, Д. Подробное руководство по Microsoft Visual C# / Д. Шарп. – СПб.: Питер, 2017. – 848 с.
2. Эконометрика: учебник для бакалавриата и магистратуры / И. И. Ели-Элисеева [и др.]; под ред. И. И. Елисеевой. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 449 с. – Серия: Бакалавр и магистр. Академический курс. ISBN 978-5-9593146-0-70534153-10.

УДК 004

Реализация системы построения отчетов «1 Отряд Федеральной Противопожарной Службы по Алтайскому Краю»

В.В. Ширяев, О.Н. Половикова
АлтГТУ, г. Барнаул

Решение проблемы хранения и систематизации информации в пункте связи пожарной части (ПСЧ). Рассмотрен процесс создания базы данных для двухзвенной информационной системы, автоматизирую-

щую работу по созданию служебной документации (отчетов) федеральной противопожарной службы (ФПС). Разработанная система предполагает сбор, хранение, просмотр и использование данных для ведения отчетности ФПС с помощью программного модуля и БД.

Применение ИС для удовлетворения конкретных информационных потребностей необходимо для полноценного функционирования любых организаций и предприятий. ИС позволяют автоматизировать процедуры и процессы повседневной деятельности, повышая производительность труда сотрудников и улучшая эффективность работы предприятия в целом.

ПСЧ принимает и обрабатывает в короткие сроки поступающую на него информацию с других управлений связи, а также ежедневно создает разнообразные отчеты на основе полученных данных. Вся эта деятельность может быть автоматизирована с помощью внедрения БД и программного обеспечения [1].

Основной целью работы является проектирование, создание и интеграция БД для двухзвенной клиент-серверной ИС, автоматизирующую ведение отчетности пункта связи части.

Первый этап работы заключался в проектировании модели данных на основе имеющихся отчетов, справочников и шаблонов. Используя метод семантического моделирования, были выделены и расширены основные структуры данных. Из-за специфики ИС на данном этапе было уделено особое внимание построению модели данных таким образом, чтобы увеличить эффективность запросов.

Увеличивая глубину представления информации о данных, мы получили наиболее детальное представление структуры данных – Fully Attributed Model (FAM) (см. рисунок 1), отношения которой находятся в третьей нормальной форме.

Для реализации полученной модели была выбрана российская СУБД Postgres Pro. После установки и первоначальной настройки СУБД [2] следует развернуть БД «ПСЧ», которая используется реализуемым программным модулем.

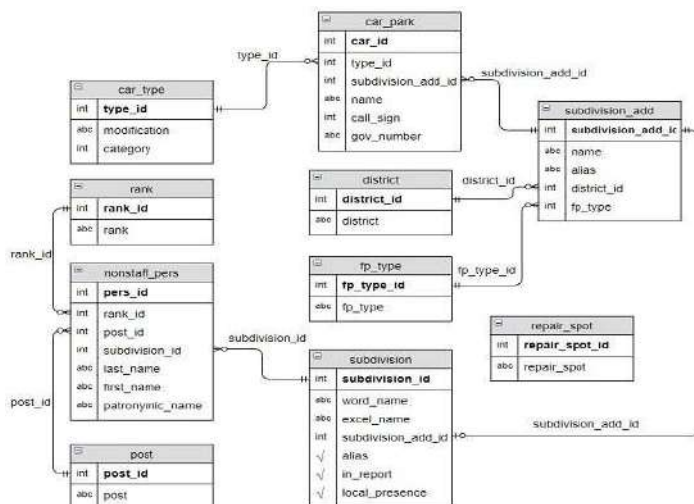


Рисунок 1 – Полная атрибутивная модель данных для БД «ПСЧ»

Интеграция данных с клиентским приложением осуществляется с помощью подключения к БД конкретного пользователя и выполнения запросов [3]. Каждый сотрудник, взаимодействуя с интерфейсом клиентского приложения, в зависимости от выполняемого действия получает готовые данные и работает с ними, загружает данные в БД, а также каждые несколько секунд получает информацию о заполнении отчета другими сотрудниками.

Из-за транзакционной системы СУБД, которая обеспечивает параллельный доступ к БД, возникает возможность организовать многопользовательский режим генерации отчетов в клиентском приложении. Программный модуль, используя транзакции СУБД, позволяет нескольким сотрудникам одновременно заполнять один отчет, а также динамически отображает все вводимые сотрудниками данные в формах программного модуля. Такой подход увеличивает скорость составления отчета в несколько раз.

Для защиты системы от перегрузки из-за большого количества транзакций все запросы, полученные СУБД от программного модуля, выполняются с помощью подготовленных операторов. СУБД заранее планирует и анализирует запрос поэтому любые действия сотрудников, связанные с получением данных, выполняются с минимальной задержкой по времени.

Клиентское приложение отражает структуру отчета, таблицы и поля, которые представлены интерактивными элементами [4]. Взаимодействуя с ними пользователю предоставляется возможность выбора и

Е.Д.Родионов. – Электрон. текст. дан. (86 Мб). – Барнаул: ФГБОУ ВО «Алтайский государственный университет», 2018. – Заглавие с экрана.

2. PostgreSQL: Документация. [Электронный ресурс]. Заглавие с экрана. Режим доступа: <https://postgrespro.ru/docs/postgresql>

3. Документация Npgsql. [Электронный ресурс]. – Заглавие с экрана. Режим доступа: <http://www.npgsql.org/doc/index.html>.

4. Рыбников К.В. Разработка клиентского приложения для ИС «1 отряд ФПС по Алтайскому краю» // Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и техники» – 2018 [Электронный ресурс] / АлтГУ; отв. ред. Е.Д.Родионов. – Электрон. текст. дан. (86 Мб). – Барнаул: ФГБОУ ВО «Алтайский государственный университет», 2018. – Заглавие с экрана.

5. Работа с базами данных на языке C#. Технология ADO .NET: учебное пособие / сост. О. Н. Евсеева, А. Б. Шамшев. –Ульяновск: УлГТУ, 2009. – 170 с. ISBN 978-5-9795-0475-9. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://studfiles.net/preview/1496621/>.

Секция 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ, ЭКОНОМИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

УДК 519.8

Механизмы развития и распределения ответственности во франчайзинговых сетях

*Д.Г. Алгазина
АлтГУ, г. Барнаул*

Франчайзинговые сети как самостоятельный феномен имеют собственные структурные особенности и уникальные характеристики, которые отличают их от монополии, иерархии и рынка. Поэтому функционирование реальных франчайзинговых сетей предполагает использование по мере необходимости разных механизмов регулирования взаимозависимости между фирмами.

К числу первостепенных таких механизмов относятся механизмы распределения ролей и обеспечения контролируемого роста сети.

Как показывает практика, для повышения эффективности функционирования реальных франчайзинговых систем, некоторые их участники могут быть наделены институциональными возможностями и иметь экономическую целесообразность выступать в различных ролях. Так, франчайзер-головная фирма сети, априори являющаяся центром, может непосредственно выйти на потребителя, выступив в роли агента и тем самым составив конкуренцию другим своим агентам. Франчайзер может выступать в роли метacentra, предоставляя отдельным агентам права «региональных» центров с возможностями создания своей собственной франчайзинговой системы и контроля над нею в определенном регионе, то есть брать на себя ответственность за результаты, установление правил взаимодействия и принятия решений другими центрами и т.д. Франчайзи-агенты как региональные центры могут в той или иной мере выступать в роли центра (см., например, [1, 2]).

Одна из возможных постановок задачи синтеза для мультиагентной сети может состоять в следующем: принять концепцию построения однородной сети, когда агенты одного уровня рефлексии разыгрывают равновесие Курно–Нэша, или проектировать неоднородную сеть. В последней, наряду с агентами, действующими по Курно, выделяются региональные агенты-«лидеры», действующие по Штакельбергу и обладающие большей рефлексией и более высоким «интеллектом». Сравнительный анализ концепций построения сети проводится с учетом крите-

риев: общий объем активности сети, активность отдельных фирм-агентов, рыночная цена продукции, прибыль фирм-агентов, прибыль головной фирмы-центра, величина роялти, число фирм-агентов в сети.

Для решения этой задачи целесообразно использовать математический аппарат теории сетевых игр, теории иерархических игр и рефлексивных игр (см., например, [3–6]). Теоретико-игровые подходы используются для построения устойчивых сетей и анализа концепций построения франчайзинговой сети. Результаты этих исследований оформлены в виде моделей и ряда математически строгих утверждений [2].

Проблема обеспечения контролируемого роста сети и оптимизации числа ее участников связана с оценкой показателей эффективности функционирования сети. Развитие сети не всегда дает рост дохода центра. Эффективному развитию системы препятствуют не только свободное месторасположение бизнеса и риск вложений центра. Этот процесс может сопровождаться конфликтами между агентами одной и той же сети, каждый из которых заинтересован в монопольном обслуживании территории. Чтобы обеспечить баланс интересов при развитии сети, центр должен выступать в роли «иерархического менеджера», используя для этого и закономерности во взаимосвязи между целями собственной прибыли и развитием сети.

Вычислительные эксперименты для моделей франчайзинговых сетей с агентами, действующими по Курно и Штакельбергу, показали, что после оптимума идет достаточно медленное монотонное понижение прибыли центра. Видимо, $\cap$ -образная форма зависимости между доходом центра и числом агентов объясняется тем, что при малом числе их число агентов действие факторов, «положительно» влияющих на доход центра, превалирует над «отрицательно» влияющими. А при значительном числе агентов наблюдается обратная картина [1]. В этом плане представляют интерес параметры сети, изменения которых (в большую или меньшую сторону) с ростом числа агентов всегда положительно связаны с доходом центра.

Для моделей Курно и Штакельберга представлены в форме математических утверждений следующие результаты [7]: повышение величины роялти в базовой модели «центр–агент–рынок» приводит к повышению дохода центра и положительно связано с увеличением числа агентов; снижение рыночной цены товара (услуги) приводит к повышению прибыли центра и положительно связано с увеличением числа агентов, если сеть не достигла своего оптимального размера; повышение активности сети (т.е. объема товара (услуг)) приводит к повышению дохода центра и положительно связано с ростом его сети, если сеть не достигла своего оптимального размера; с ростом числа агентов растёт

общий выпуск и этот рост выпуска обеспечивается исключительно за счет новых агентов.

Принимая во внимание полученные выше выводы, можно также ожидать, что конкуренция между агентами усиливает положительные отношения между величиной дохода франчайзера и развитием его сети.

Библиографический список

1. Алгазин Г.И., Алгазина Д.Г. Моделирование многоагентных франчайзинговых систем / Монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2009. – 91 с.
2. Алгазина Д.Г., Алгазин Г.И. Модельные исследования сетевого взаимодействия на конкурентных рынках с нефиксированными ролями участников. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 146 с.
3. Губко В.М. Управление организационными системами с сетевым взаимодействием агентов. I. Обзор теории сетевых игр // Автоматика и телемеханика, 2004. – №8. – С. 115–132.
4. Новиков Д.А. Игры и сети // Математическая теория игр и ее приложения, 2010. – Том 2. – Вып. 1. – С. 107–124.
5. Novikov D.A., Chkhartishvili A.G. Reflexion and Control: Mathematical Models. Leiden: CRC Press, 2014. – 298p.
6. Jackson M.O. Social and Economic Networks. – Princeton University Press, 2008. – 520 p.
7. Алгазина Д.Г., Алгазин Г.И. Моделирование взаимосвязи прибыли франчайзера и развития франчайзинговой системы на конкурентном рынке // Известия Алтайского государственного университета, 2011. – №2/1(70). – С. 261–264.

УДК 519.8

Возвратные последовательности в исследовании конкурентных рынков

***Г.И. Алгазин, Е.В. Контевич**
АлтГУ, г. Барнаул*

На рынке олигополии любая фирма в условиях неполной информации вынуждена в динамике уточнять свой объем выпуска так, чтобы он был оптимальным ответом на действия конкурентов.

В статье рассматривается классическая модель однопродуктового конкурентного рынка в классе линейных функций спроса и издержек фирм (агентов). Один из агентов занимает лидирующее положение среди остальных агентов, полагая, что точно знает их ответ на его выбор

объема выпуска. Агента, выбирающего свои действия по такому правилу, называют ведущим или фирмой Штакельберга. Остальные агенты максимизируют собственную прибыль, основываясь на предположении Курно о неменяющемся выпуске других агентов.

Модель динамического уточнения выпуска предполагает, что в t -м периоде агенты изменяют свой выпуск за предыдущий $(t-1)$ -й период, делая от него шаг по направлению к текущему оптимальному выпуску. Величину шага определяют параметры $\gamma_1^t, \gamma^t \in [0; 1]$. Полагается, что агент-лидер выбирает значения параметра γ_1^t , остальные агенты (действующие по Курно) выбирают γ^t . При $\gamma_1^t = \gamma^t = 0$ агенты не меняют выпуск, «стоят на месте»; при $\gamma_1^t = \gamma^t = 1$ выбирают наилучший ответ (текущий оптимальный выпуск) на ту обстановку, которая с их точки зрения должна сложиться. Показано [1], что динамика процесса может быть представлена в виде линейной возвратной последовательности с переменными коэффициентами и начальными значениями y_0, y_1 :

$$y_t = p_t y_{t-1} + g_t y_{t-2}, \quad (t \geq 2),$$

где

$$p_t = \frac{\gamma_1^{t+1}}{\gamma^{t-1} \gamma_1^t} \left[\gamma^t \left(1 - \gamma^{t-1} \frac{n}{2} \right) + \gamma^{t-1} (1 - \gamma_1^t) \right],$$

$$g_t = \frac{\gamma_1^{t+1} \gamma^t}{\gamma^{t-1}} \left[\frac{n(n-1)}{2(n+1)} \gamma^{t-1} - \frac{1}{\gamma_1^{t-1}} \left(1 - \gamma_1^{t-1} \right) \left(1 - \gamma^{t-1} \frac{n}{2} \right) \right],$$

и n – общее число агентов на рынке. Ниже, чтобы исключить деление на ноль, будем полагать $\gamma_1^t, \gamma^t \neq 0$.

Сходимость процесса к положению равновесию (т. е. состоянию, когда все агенты не будут заинтересованы, чтобы в одиночку изменить свои выпуски) означает, что $y_t \rightarrow 0$. В нашем случае условия сходимости к равновесию, если оно существует, относятся к параметрам γ и начальным приближениям y .

Получить аналитические выражения для y_t и аналитически исследовать сходимость такого процесса в настоящее время не представляется возможным (см., например, [2, 3]), поэтому в качестве метода исследования в статье используется метод численного моделирования.

Цель работы состоит в постановке и проведении численных экспериментов по проверке следующих двух гипотез.

Гипотеза 1. При небольших γ_1^t, γ^t процесс сходится. Чем больше γ_1^t и γ^t , тем меньше число участников рынка n , при которых процесс сходится.

Гипотеза 2. Сходимость процесса не зависит от начальных значений y_0, y_1 .

Характер экспериментов по проверке гипотез проиллюстрируем для изменения значений параметров в диапазоне $[0,5; 0,6]$.

Используя генератор случайных чисел с равномерным законом распределения, задаем параметры γ_1^t и γ^t . Многочисленные эксперименты, в которых генерировались новые значения параметров, показали, что при $n = 2, \dots, 5$ процесс сходится, а, начиная с $n = 6$, расходится. Соответствующие ситуации проиллюстрированы на рисунках 1 и 2. Как видно, на рисунке 1 процесс сходится к нулю, а на рисунке 2 расходится.

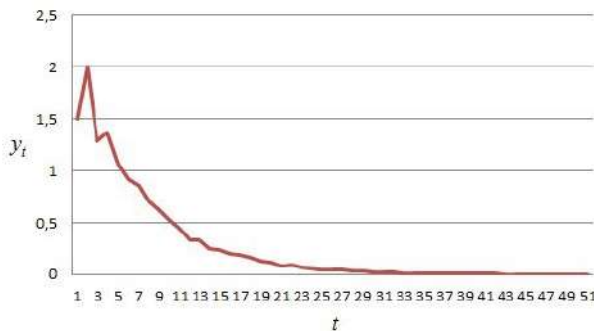


Рисунок 1 – Динамика процесса в диапазоне $[0,5; 0,6]$ при $n = 5$

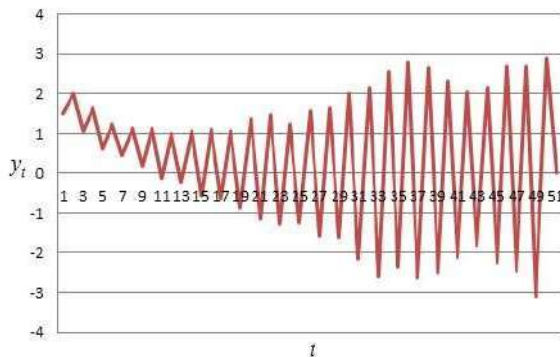


Рисунок 2 – Динамика процесса в диапазоне $[0,5; 0,6]$ при $n = 6$

Для проверки второй гипотезы также, используя генератор случайных чисел, меняем начальные значения процесса y_0, y_1 . Эксперименты показывают, что даже значительные изменения начальных значений не влияют на сходимость процесса. Соответствующие ситуации проиллюстрированы на рисунках 3 и 4. Как видно на этих рисунках, увеличение начальных значений на 3 порядка не влияет на сходимость.

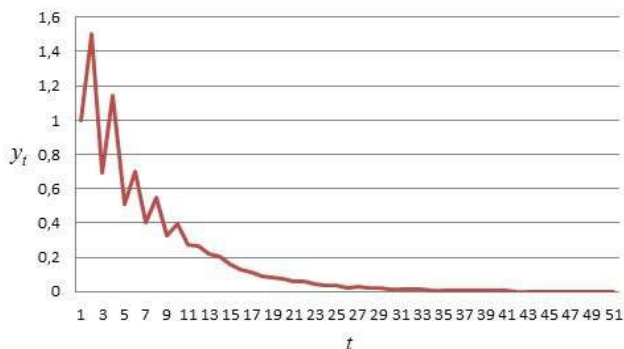


Рисунок 3 – Динамика процесса в диапазоне $[0,5; 0,6]$ при начальных значениях $y_0 = 1, y_1 = 1,5$

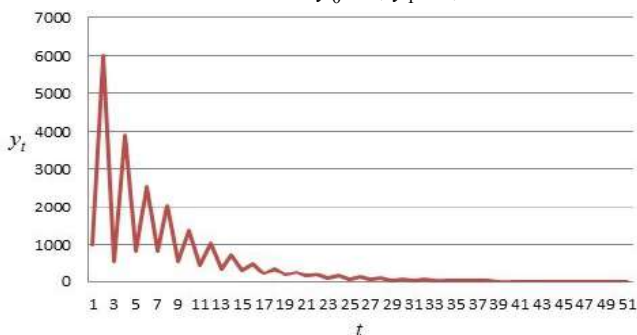


Рисунок 4 – Динамика процесса в диапазоне $[0,5; 0,6]$ при начальных значениях $y_0 = 1000, y_1 = 6000$

Аналогичным образом данные гипотезы проверялись для других диапазонов. Сводные результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты проверки гипотез о сходимости процесса

№	Диапазон изменения параметров	Максимальное значение n , при котором процесс сходится
1	(0; 0,1]	Сходится всегда
2	[0,1; 0,2]	25
3	[0,2; 0,3]	15
4	[0,3; 0,4]	9
5	[0,4; 0,5]	7
6	[0,5; 0,6]	5
7	[0,6; 0,7]	4
8	[0,7; 0,8]	3
9	[0,8; 0,9]	3
10	[0,9; 1]	2

Перспективными представляются исследования сходимости возвратных последовательностей в случае, когда агентами значения параметров выбираются из разных диапазонов.

Библиографический список

1. Алгазин Г.И., Алгазина Д.Г. Коллективное поведение в модели Штакельберга в условиях неполной информации // Автоматика и телемеханика. – 2017. – № 9. – С. 91–105.
2. Маркушевич А.И. Возвратные последовательности. Популярная лекция по математике. – М.: Наука, 1950. – 52 с.
3. Глухов М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра. Т.2. – М.: Гелиос АРВ, 2003. – 416 с.

УДК 004.93

Основные принципы создания рекомендательных систем

П.Е. Анафия^{1,2}, Г.И. Алгазин¹, А.С. Тлебалдинова²

*¹АлтГУ, г. Барнаул; ²ВКГУ им. С.Аманжолова,
г. Усть-Каменогорск*

В этой статье описываются рекомендательные системы, реализованные в них алгоритмы и проблемы при разработке.

Рекомендательная система – это система, которая стремится прогнозировать или фильтровать предпочтения в соответствии с выбором пользователя. Рекомендательные системы используются в различных областях, включая фильмы, музыку, новости, книги, научные статьи, поисковые запросы, социальные теги и продукты в целом. Рекомендательные системы изменили способы взаимодействия неодушевленных вебсайтов со своими пользователями. Вместо предоставления статической информации, когда пользователи ищут и, возможно, покупают

продукты, рекомендательные системы увеличивают степень интерактивности для расширения предоставляемых пользователю возможностей. Рекомендательные системы формируют рекомендации независимо для каждого конкретного пользователя на основе его прошлых покупок и поисков, а также на основе поведения других пользователей.

Базовые подходы. В большинстве рекомендательных систем применяется один из двух базовых подходов: коллаборативная фильтрация (collaborative filtering) и контентная фильтрация (content-based filtering). Существуют также и другие подходы (в том числе гибридные) [1].

Коллаборативная фильтрация вырабатывает рекомендации, основанные на модели предшествующего поведения пользователя. Эта модель может быть построена исключительно на основе поведения данного пользователя или, что более эффективно, с учетом поведения других пользователей со сходными характеристиками. В тех случаях, когда коллаборативная фильтрация принимает во внимание поведение других пользователей, она использует знание о группе (group knowledge) для выработки рекомендаций на основе подобия пользователей. По существу рекомендации базируются на автоматическом сотрудничестве множества пользователей и на выделении (методом фильтрации) тех пользователей, которые демонстрируют схожие предпочтения или шаблоны поведения [1].

Контентная фильтрация формирует рекомендацию на основе поведения пользователя. Например, этот подход может использовать ретроспективную информацию о просмотрах (какие блоги читает пользователь и характеристики этих блогов). Если какой-либо пользователь обычно читает статьи о Linux или регулярно оставляет комментарии в блогах по проектированию программного обеспечения, то контентная фильтрация может использовать эту ретроспективную информацию для выявления подобного контента и предложения такого контента в качестве рекомендованного для этого пользователя (статьи в блогах по Linux или в других блогах по проектированию программного обеспечения). Этот контент может быть определен в ручном режиме или извлечен автоматически на основе других методов подобия [1,3].

В обоих случаях этот механизм рекомендаций имеет два шага:

1. Узнайте, сколько пользователей / элементов в базе данных похожи на данного пользователя / элемента.
2. Оцените других пользователей / элементов, чтобы предсказать, какую оценку вы бы дали пользователю этого продукта, учитывая общий вес пользователей/элементов, которые больше похожи на этот.

Алгоритмы, используемые рекомендательными системами. Известный подход, примененный в конкурсе Netflix prize, наглядно демонстрирует, что в рекомендательных механизмах могут быть использованы самые различные алгоритмы. Получаемые результаты могут различаться в зависимости от проблемы, для решения которой спроектирован конкретный алгоритм, и от отношений, которые присутствуют в данных. Многие из этих алгоритмов пришли из области машинного обучения (которая, в свою очередь, представляет собой подобласть искусственного интеллекта), которая занимается алгоритмами для обучения, прогнозирования и принятия решений [1, 2].

Корреляция Пирсона. Сходство между двумя пользователями (и их атрибутами, такими как статьи, прочитанные в коллекции блогов) может быть точно вычислено с помощью т. н. *корреляции Пирсона*. Этот алгоритм измеряет линейную зависимость между двумя переменными (или пользователями) как функцию их атрибутов. Однако он не вычисляет эту меру по всей совокупности пользователей. Эту совокупность необходимо предварительно отфильтровать до *близких элементов* на основе высокоуровневых показателей сходства, таких как чтение схожих блогов. Корреляция Пирсона широко применяемая в исследовательской деятельности, является весьма популярным алгоритмом в сфере коллаборативной фильтрации [3].

Алгоритмы кластеризации – это разновидность т. н. «спонтанного обучения» (unsupervised learning), позволяющая выявить структуру в рядах на первый взгляд случайных (или немаркированных) данных. В общем случае такой алгоритм базируется на выявлении сходства между элементами (например, между читателями блога) посредством вычисления их расстояния от других элементов в пространстве признаков (feature space) (признаком в пространстве признаков может, например, быть количество прочитанных статей в наборе блогов). Количество независимых признаков определяет размерность пространства признаков. Если элементы «близки» друг к другу, то их можно объединить в один кластер [3].

Существует множество алгоритмов кластеризации. Самым простым из них является алгоритм *k-средних* (*k-means*), который разделяет элементы на *k* кластеров. Первоначально элементы распределяются по этим кластерам в произвольном порядке. Затем для каждого кластера вычисляется *центр масс* (или просто *центр*) как функция его членов. После этого проверяется расстояние каждого члена кластера от центра этого кластера. Если по результатам этой проверки член оказывается ближе к другому кластеру, то он перемещается в этот кластер. После

проверки всех расстояний для всех членов центры кластеров вычисляются заново. При достижении стабильного состояния (в процессе очередной итерации члены не перемещались) набор считается кластеризованным надлежащим образом, и алгоритм останавливается [3].

Вычисление расстояния между двумя объектами может быть трудным для визуализации. Один из распространенных методов решения этой задачи состоит в том, чтобы рассматривать каждый член кластера как многомерный вектор и вычислять для него т.н. евклидово расстояние.

К другим разновидностям кластеризации, относятся теория адаптивного резонанса (Adaptive Resonance Theory), нечеткая кластеризация методом С-средних (Fuzzy C-means), вероятностная кластеризация с помощью ЕМ-алгоритма (Expectation-Maximization) и т. д.

Проблемы рекомендательных систем. Возможность сбора данных, которые предоставляет Интернет, существенно упростили использование «мудрости толпы» с помощью коллаборативной фильтрации. С другой стороны, огромное количество доступных данных усложняет реализацию этой возможности. К примеру, поведение некоторых пользователей вполне поддается моделированию, однако другие пользователи не демонстрируют типичного поведения. Наличие таких пользователей может приводить к смещению результатов рекомендательной системы и к снижению ее эффективности. Кроме того, пользователи могут задействовать рекомендательную систему для повышения предпочтительности одного продукта относительно другого продукта – например, посредством отправки позитивных отзывов об одном продукте и негативных отзывов о его конкурентах. Хорошая рекомендательная система обязана справляться с этими проблемами.

Еще одна проблема, свойственная крупным рекомендательным системам, связана с масштабируемостью. Традиционные алгоритмы хорошо работают со сравнительно небольшими объемами данных, однако с ростом этих наборов получение результатов на прежнем уровне качества при помощи традиционных алгоритмов может стать проблематичным. В случае оффлайновой обработки это может не составлять большой проблемы, однако для сценариев реального времени необходимы более специализированные подходы.

И, наконец, определенные проблемы порождает необходимость соблюдения конфиденциальности. Рекомендательные алгоритмы способны распознавать такие закономерности, о существовании которых люди могут даже не подозревать. Недавно пример такой ситуации имел место в крупной компании, которая смогла вычислять индекс прогнозирования беременности на основе покупательских предпочтений. После получения целевых рекламных объявлений отец дочери-подростка с

удивлением узнал о ее беременности. Прогнозирующая система этой компании оказалась настолько точной, что смогла предсказать ожидаемую дату родов у будущей мамы на основе приобретаемых ею товаров [4].

Сегодня рекомендательные механизмы активно применяются на большинстве популярных веб-сайтов социальной и коммерческой направленности. Они приносят огромную пользу владельцам этих сайтов и их пользователям, однако их использование имеет и определенные оборотные стороны. В этой статье были разъяснены некоторые концепции, на которых основаны рекомендательные системы, и описаны алгоритмы, которые реализуют эти концепции.

Библиографический список

1. Луис Педро Коэльо, Вилли Ричарт. Построение систем машинного обучения на языке Python издание / пер. с англ. Слинкин А.А. –М.: ДМК Пресс, 2016. – 302 с.
2. Лутц М. Изучаем Python, 4-е издание / пер. с англ. – СПб.: Символ-Плюс, 2011. – 1280 с.
3. Федоровский А. Н., Логачева В. К. Архитектура рекомендательной системы, работающей на основе неявных пользовательских оценок // Электронные библиотеки: перспективные методы и технологии, электронные коллекции // Труды XIII Всероссийской научной конференции RCDL'2011. – Воронеж: Воронежский госуниверситет, 2011 – С. 76–82.
4. Rokach L., Shapira B. [et al.]. Recommender Systems Handbook. – New-York: Springer F. Ricci Science+Bussiness Media, 2011. – 842 p.
5. Jannach D., Zanker M., Felferning A. [et al.]. Recommender systems: an introduction. – New-York: Cambridge University Press, 2011. – 352 p.

УДК 339.138

Информационные технологии в рекомендательном маркетинге

***Р.В. Гончаров, А.Ю. Юдинцев**
АлтГУ, г. Барнаул*

Появление компьютерных технологий и интернет-сетей приводит к переменам, проникающим во все сферы общества, меняются условия рыночной среды, происходит ускорение экономических процессов. Это предъявляет к управлению компанией новые требования, заставляет пересматривать стратегические ориентиры компаний. [1, с.3]

На сегодняшний день владельцы бизнеса, особенно малого бизнеса, имеют ряд ключевых проблем:

- Рекламные акции не приносят существенного эффекта в длительной перспективе, т.е. пока рекламная кампания идет, поток клиентов есть, но стоимость этих клиентов значительно высока. После прекращения кампании, поток начинает скуднеть. К тому же они стоят очень дорого.

- Если конкурент проводит рекламную кампанию, то часть постоянных клиентов могут перейти к нему.

- Для увеличения товарооборота приходится прибегать к акциям, которые уменьшают маржинальность, к тому же и о прохождении данных акций необходимо информировать потребителей (проводить рекламные акции), а это дополнительные затраты.

- Находится все время рядом со своими сотрудниками (чтоб не расслаблялись и знать обо всем происходящем).

Часть проблем бизнеса можно решить распространением информации о нем и его товарах и услугах посредством рекомендательного маркетинга.

Рекомендательный маркетинг – совокупность последовательных действий, которые заставят покупателей, партнеров и других людей стать участниками вашей маркетинговой кампании и привлечь для вас новых клиентов из числа их друзей, родственников, коллег и знакомых [2, с.14].

Итак, почему нужно изучать и применять рекомендательный маркетинг? Первый очевидный ответ: рекомендательный маркетинг – это малобюджетный или даже бесплатный канал привлечения клиентов. Во-вторых, клиент, пришедший по рекомендации – это, априори, лояльный клиент, так как потребитель, получивший рекомендацию товара или услуги от своего знакомого, имеет дополнительную ценность, или надежность, или безопасность продукта или услуги.

Всемирно известный профессор, автор знаменитых книг в области маркетинга и бизнес-стратегий, Питер Дойль в своих трудах так характеризует лояльных клиентов:

- лояльные клиенты приносят высокую прибыль;
- привлечение новых клиентов обходится дороже, чем усилия по удержанию постоянных клиентов;
- довольные клиенты обращаются в компанию повторно;
- довольные клиенты будут рекомендовать компанию, а недовольные клиенты обязательно предостерегут от печального опыта друзей и знакомых [4, с.161].

Но для того, чтобы запустить и поддерживать данный метод необходим специалист – маркетолог, который стоит не малых денег, и не по карману для представителей малого бизнеса.

Рассмотрим инновационный метод работы с рекомендательным маркетингом с помощью информационных технологий: мобильное приложение «Сарафания».

«Сарафания» – это мобильное приложение, которое позволяет компаниям привлекать большее число клиентов, увеличивать продажи, а клиентам – существенно экономить или пользоваться услугами компании бесплатно. «Сарафания» предлагает отказаться от традиционной программы лояльности и получить новый эффективный маркетинговый инструмент.

Приложение предусматривает разные способы взаимодействия между компанией и клиентом. Основным является собственно программа лояльности, когда клиент предоставляет специальный код (аналог традиционной дисконтной карты), а компания рассчитывает скидку и начисляет бонусные рубли за совершенную клиентом покупку.

Другой способ взаимодействия между клиентом и компанией – новости, размещаемые в приложении. Компания оперативно информирует клиента о новинках, скидках и акциях, отказываясь, к примеру, от смс-рассылок. Клиент, в свою очередь, может оставить отзыв о работе компании и прочитать отзывы других пользователей. Таким образом, между клиентом и компанией выстраивается эффективная и быстрая обратная связь.

Название проекта отражает его основную суть – распространение информации о той или иной компании происходит с помощью так называемого «сарафанного радио». Клиент приглашает своих друзей и знакомых, являясь, по сути, промоутером компании, а компания вознаграждает клиента за приглашенных людей, предоставляя ему скидку и кэшбэк («cashback») с суммы покупки, осуществленной приглашенными людьми (вплоть до третьего поколения).

Преимущества для компаний. Целью любой компании является увеличение продаж. Одним из инструментов достижения этой цели является программа лояльности, предоставляемая клиенту. Давайте разберемся, почему традиционная программа неудобна и малоэффективна:

- Традиционная программа лояльности заключается в выдаче клиентам дисконтных карт, которые могут предоставлять фиксированную скидку или быть накопительными. Такая программа лояльности предусматривает, что карта обязательно должна быть у клиента в момент покупки.
- Дисконтные карты, как правило, не позволяют клиенту одновременно получать скидку и копить бонусы.

- Кроме того, традиционная программа лояльности распространяется только на те покупки, которые совершены клиентом лично.

«Сарафания» позволяет отказаться от использования пластиковых дисконтных карт. Клиент получает вознаграждение в виде скидки и бонусных рублей за то, что рекомендует товары или услуги компании своим друзьям.

Кроме того, упрощается процесс взаимодействия между компанией и клиентом, поскольку клиент оперативно получает информацию о новостях компании, узнает об акциях и скидках, действующих на те или иные товары и услуги. Также компания может организовать продажу купонов на определенные виды товаров и услуг. В результате, клиент может понизить сумму чека на то количество бонусных рублей, которые он накопил или полностью рассчитаться бонусными рублями за выбранные товары или услуги.

Компания самостоятельно устанавливает размер скидки и количество бонусных рублей, которые получает клиент за рекомендацию компании своим друзьям или знакомым, а также максимальный размер снижения суммы в чеке клиента. У клиента есть возможность тратить бонусные рубли только на определенные виды товаров и услуг, которые указаны в прейскуранте.

Итак, ключевые преимущества внедрения и использования мобильного приложения «Сарафания» для компаний заключаются в следующем:

- Существенное снижение расходов компании на производство пластиковых карт, на использование купонаторов, на смс-рассылку, на услуги промоутеров.

- Возможность организовать более гибкую систему скидок для клиентов.

- Бесплатная реклама компании с помощью «сарафанного радио». Каждый клиент оказывается материально заинтересованным в рекомендации компании своим друзьям и знакомым.

- Новые бесплатные источники продвижения: приложение интегрировано со всеми популярными социальными сетями, клиент может рекомендовать компанию на своей странице в любой из них.

- Эффективная обратная связь между компанией и клиентами. В приложении каждый клиент может оставить свой отзыв, что позволяет компании отслеживать качество работы и принимать меры по ее улучшению.

- Оперативное оповещение клиентов о новинках компании, о действующих скидках и акциях. Добавление купонов, устанавливающих существенную скидку на определенные товары или услуги, помогает привлекать большее количество клиентов, в том числе новых.

Получение более развернутой информации о клиентах. Использование мобильного приложения «Сарафания» помогает компании сформировать базу данных, в которой отражается информация о произведенных оплатах, количестве накопленных бонусных рублей, количестве рекомендаций.

Библиографический список

1. Матяш И.В. Управление бизнесом в условиях цифровой экономики: метод экономической добавленной стоимости и повышения эффективности региональных систем: Монография. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2018. – 196с.
2. Горский К. В эфире – сарафанное радио. Практическое руководство по рекомендательному маркетингу / К. Горский — «Манн, Иванов и Фербер (МИФ)», 2017, с. 14
3. Герчикова, И.Н. Менеджмент: учебник / И.Н. Герчикова. – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 2014. – 524 с.
4. Дойль, П. Маркетинговое управление и стратегии: пер. с англ. / П. Дойль. – СПб.: Питер, 2013. – 672 с.
5. Комаров, С.В. Клиентоориентированность и ее эффективность: сколько стоят клиенты / С.В. Комаров. – М: Инфра-М, 2014. – 206 с.
6. Вертоградов, В.О. Управление продажами / В. О. Вертоградов. – СПб.: Питер, 2014. – 240 с.

УДК 519.8

Оценка инвестиционного проекта с использованием показателя индекса качества

***Е.В. Данько, М.Г. Краюшкин**
АлтГУ, г. Барнаул*

Оценка эффективности инвестиционных проектов является одной из важнейших задач, стоящих перед инвестором. Ведь зачастую неправильная оценка может привести к огромным потерям, полученным от вложения в проекты, которые не приносят прибыли. В настоящее время существует достаточно большое количество показателей, по которым возможно в целом оценить эффективность каждого инвестиционного

проекта из набора рассматриваемых проектов. Но для каждого инвестора зачастую эти показатели не являются равнозначными. Кроме того, многими современными исследователями в данной области поднимаются вопросы субъективности оценок полезностей принимаемых инвестиционных решений, например, в работах [1, 2].

Вследствие этого в данной статье был разработан индекс качества инвестиционного проекта, по значению которого можно дать интегральную оценку качества инвестиционного проекта исходя из основных показателей эффективности инвестиционного проекта и субъективной оценки степени значимости, данных показателей индивидуальных для каждого инвестора. Также при помощи применения данного индекса можно выбрать лучший инвестиционный проект среди рассматриваемых инвестором проектов.

Основными показателями эффективности инвестиционных проектов являются:

- чистый дисконтированный доход.
- индекс доходности дисконтированных инвестиций.
- период окупаемости инвестиций с учётом дисконтирования.
- внутренняя норма доходности.

Процедура разработки индекса качества инвестиционного проекта включает в себя следующие этапы [3]:

- выбор показателей для свёртки.
- нормализация значений данных показателей.
- задание весовых коэффициентов для показателей, включаемых в индекс.
- непосредственная свёртка показателей.

Рассмотрим данные этапы более подробно.

Выбор показателей для свёртки. В качестве показателей, включаемых в индекс качества инвестиционного проекта, были выбраны основные показатели эффективности проектов, которые рассмотрены ранее.

Нормализация значений данных показателей. В данной работе использована нормализация в баллах, осуществляемая по следующей формуле:

$$N_i = \frac{I_i - I_{\min}}{I_{\max} - I_{\min}}, \quad (1)$$

Здесь N_i – нормированное значение i -го показателя, I_i – значение показателя в текущей шкале, $I_{\min}$ – минимальное значение показателя в текущей шкале, $I_{\max}$ – максимальное значение показателя в текущей шкале.

Задание весовых коэффициентов для показателей, включённых в индекс. Данная процедура осуществляется самим инвестором, который

определяет степень важности каждого из показателей эффективности инвестиционного проекта на основе сравнения конкретного показателя с остальными. Но сумма весовых коэффициентов определённым инвестором должна быть строго равна единице.

Непосредственная свёртка показателей. Для разработки индекса качества инвестиционного проекта применяется аддитивная свёртка показателей, основанная на суммировании произведений нормированных значений показателей на соответствующие весовые коэффициенты данных показателей:

$$Q^{IP} = \sum_{i=1}^n N_i \cdot \lambda_i, \quad (2)$$

Здесь Q^{IP} – это индекс качества инвестиционного проекта, λ_i – это вес i -го показателя эффективности инвестиционного проекта.

Для демонстрации разработанного индекса была поставлена задача выбора самого эффективного инвестиционного проекта из четырёх рассматриваемых. Данные о рассматриваемых инвестиционных проектах приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные о рассматриваемых инвестиционных проектах

Номер инвестиционного проекта	Чистый дисконтированный доход, тыс. руб.	Индекс доходности дисконтированных инвестиций	Период окупаемости инвестиций с учётом дисконтирования, мес.	Внутренняя норма доходности, %
1	1500	1,5	48	30
2	1200	1,3	42	28
3	1700	1,6	52	35
4	1400	1,2	50	32

Далее была проведена нормализация данных согласно (2). Результаты представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Нормированные значения показателей

Номер инвестиционного проекта	Чистый дисконтированный доход, баллов	Индекс доходности дисконтированных инвестиций, баллов	Период окупаемости инвестиций с учётом дисконтирования, баллов	Внутренняя норма доходности, баллов
1	0,6	0,75	0,4	0,29
2	0	0,25	1	0
3	1	1	0	1
4	0,4	0	0,2	0,57

Проведя множественное сравнение, инвестор решил распределить веса следующим образом: присвоить показателю «чистый дисконтированный доход» вес, равный 0,2; показателю «индекс доходности дисконтированных инвестиций» вес, равный 0,4; показателю «период окупаемости инвестиций с учётом дисконтирования» – вес 0,3; а показателю «внутренняя норма доходности» – вес 0,1. Как видно, сумма весов равна 1.

Далее осуществим расчет индекса качества инвестиционного проекта. Результаты расчетов представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Данные для построения интервального прогноза

Номер инвестиционного проекта	Значение индекса качества инвестиционного проекта
1	0,57
2	0,4
3	0,7
4	0,2

Исходя из полученных результатов видно, что самый эффективным проектом является инвестиционный проект №3, в который целесообразно вкладывать средства данному инвестору.

Можно сделать вывод, что при помощи разработанного индекса качества инвестиционного проекта появилась возможность более точно оценивать эффективность инвестиционных проектов для конкретного инвестора на основе множества показателей и субъективного отношения данного инвестора к их значимости. Такой подход позволяет более качественно подойти к анализу оценки эффективности вложений по сравнению с классическими методами.

Библиографический список

1. Оскорбин Н.М. Субъективная полезность инвестиционных решений в условиях неопределенности / Н.М. Оскорбин, Е.В. Данько, О.С. Терновой // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и техники. – Барнаул: АлтГУ, 2018. – С. 632–633.
2. Растова Ю.И. Теоретические аспекты оценки бюджетной эффективности при принятии инвестиционных решений / Ю.И. Растова, Н.М. Оскорбин // Известия Алтайского ун-та. 2002. №2. С. 83–86.
3. Анфилов, В.С. Системный анализ в управлении: учебное пособие / В.С. Анфилов, А.А. Емельянов, А.А. Кукушкин. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 368 с.

УДК 519.248

Интервальное оценивание доходности и риска в прикладном портфельном анализе

***Е.К. Ергалиев¹, М.Н. Мадияров¹, Н.С. Мельникова²,
Н.М. Оскорбин²***

¹ВКГУ им. С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск;

²АлтГУ, г. Барнаул

В данной работе проводится исследование интервальных оценок доходности и риска в рамках портфельной теории Марковица. В настоящее время комплекс математических методов портфельного анализа в финансовой сфере, как это описано в работах [1 – 4], позволяет получать точечные оценки характеристик оптимальных портфелей. В портфельной теории Марковица считается, что доходность каждого финансового инструмента формируемого портфеля является случайной величиной, но вероятности их полных потерь нулевые. Тогда цель портфельного анализа состоит в выборе совокупности активов, которая обеспечит высокую среднюю доходность и минимальное отклонение уровня дохода от этого среднего.

В статье [4] предлагается комплекс математических методов поддержки принятия решений в рамках теории Марковица, основанный на идее формирования таблицы вариантов оптимальных портфелей и на использовании принципов ожидаемой полезности, в том числе субъективной, для выбора портфеля, который соответствует инвестиционным предпочтениям ЛПР. Однако при формировании таблицы вариантов оптимальных портфелей используется ограниченная выборка доходностей и при окончательном обосновании инвестиционной стратегии этот факт не учитывается. В результате реальный риск снижения доходности инвестиций может существенно отличаться от расчетного значения. Проблема интервального оценивания в прикладном портфельном анализе может быть решена с использованием методов многовариантного компьютерного моделирования.

Рассмотрим один из методологических подходов компьютерного моделирования на конкретном примере. Требуется обосновать оптимальный инвестиционный портфель, который включает 5 исходных активов, квартальные доходности которых представлены в таблице 1. Считаем, что оценки средних доходностей и ковариационной матрицы являются значениям генеральной совокупности. Тогда, используя выборки этой генеральной совокупности можно рассчитать оптимальные

портфели и их характеристики N раз и полученные значения использовать для искомым интервальных оценок доходностей и рисков. В процессе многовариантных расчетов получаем информацию для исследования закономерностей изменения структуры оптимальных портфелей и их характеристик для разных выборок.

Таблица 1 – Процентные ставки финансовых инструментов, %

№ квартала	1	2	3	4	5
1	4,293%	2,406%	5,226%	4,256%	0,948%
2	6,437%	3,388%	3,763%	7,758%	-0,232%
3	1,888%	2,933%	2,097%	-2,407%	6,094%
4	1,393%	2,970%	3,220%	0,003%	6,626%
5	4,313%	2,442%	2,254%	3,671%	4,591%
6	3,573%	4,765%	3,604%	3,517%	5,212%
7	2,640%	2,684%	4,690%	14,662%	5,186%
8	0,774%	1,635%	1,675%	7,178%	4,287%
9	4,257%	3,217%	1,018%	3,653%	3,388%
10	2,173%	3,075%	0,161%	-0,410%	5,121%
11	2,655%	0,466%	3,056%	13,099%	4,121%
12	2,504%	2,018%	0,834%	6,220%	3,959%
Средние	3,075%	2,667%	2,633%	5,100%	4,108%

Для получения исходной выборки с числом строк $12 \cdot N$ воспользуемся известным преобразованием

$$X = BY + M, \quad (1)$$

где Y – в нашем случае 5-мерный вектор с независимыми нормально распределенными компонентами, дисперсия которых равна единице, а математическое ожидание – нулевое; M – 5-мерный вектор заданных математических ожиданий; B – треугольная матрица преобразования строк формируемой выборки, которая вычисляется по заданной корреляционной матрице.

Как показывают предварительные расчеты получить по формуле (1) случайный вектор с заданными числовыми характеристиками, рассматривая в качестве вектора Y псевдослучайные числа с использованием, например, инструмент Excel «Анализ данных» не представляется возможным, т.к. реальная выборка Y не имеет стандартные параметры. Данная задача решена нами с использованием инструмента Excel «Поиск решения» путем центрирования и матричного преобразования выборки исходных псевдослучайных чисел.

Алгоритм компьютерного моделирования запишем по шагам.

Шаг 1. Для прикладной задачи портфельного анализа формируем выборку доходностей используемых финансовых инструментов (пример выборки представлен в таблице 1). Задаем N .

Шаг 2. С использованием инструмента генерации псевдослучайных чисел формируем выборку в выбранном векторном пространстве с числом строк $12 \cdot N$.

Шаг 3. Осуществляем преобразование выборки для получения стандартных для нее параметров.

Шаг 4. По формуле (1) осуществляем формирование выборки вектора X с числом строк $12 \cdot N$, которая имеет заданные математические ожидания и корреляционную матрицу.

Шаг 5. Для каждой из N таблиц наблюдений находим оптимальный портфель (пользуемся рекомендациями работы [4]) и получаем выборку ожидаемых доходностей.

Шаг 6. Для каждой из N таблиц наблюдений находим оптимальный портфель (пользуемся рекомендациями работы [4]) и получаем выборку ожидаемых доходностей с учетом предпочтений инвестора.

Шаг 7. Интервальную оценку ожидаемой доходности получаем методами математической статистики для заданной доверительной вероятности.

Рассмотренный алгоритм реализован при создании проблемно ориентированной системы компьютерного моделирования. Для исходных данных таблицы 1 найдена выборка 15 значений гарантированных доходностей, средние и квадратическое отклонение которой равны соответственно: 2,80% и 0,29%. Искомая интервальная оценка ожидаемой доходности при доверительной вероятности 0,95 имеет вид: [2,18%; 3,41%]. Заметим, что интервальная оценка для генерального среднего [2,64%; 2,96%] содержит значение ожидаемой доходности для исходной выборки, равное 2,75%. Отмеченное включение подтверждает корректность полученных оценок и возможность их использования на практике для оценки реальной доходности инвестиционной стратегии.

Библиографический список

1. Markowitz Harry M. Portfolio Selection // Journal of Finance. 1952. Т. 7. № 1.
2. Наумов А.А., Федоров А.А. Синтез эффективного портфеля проектов // Информационные технологии моделирования и управления. 2006. № 1(26).
3. Bierwag G., Kaufman G., Toevis A. Single factor duration models in a discrete general equilibrium framework // Journal of Finance, 1982, Vol.37, №2.
4. Ергалиев Е.К., Мадияров М.Н., Оскорбин Н.М. Математические задачи прикладного портфельного анализа // Известия Алтайского государственного университета. № 1 (105). 2019 – С. 75–79.

УДК 519.854.2

**Исследование сведения задачи календарного планирования
портовых операций к задаче удовлетворения ограничений**

В.А. Киселёв¹, Д.С. Чивилихин¹, А.Г. Топаж²

*¹Национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики
и оптики г. Санкт-Петербург;*

*²ФГУП «Крыловский государственный научный центр»,
г. Санкт-Петербург*

Основные задачи оперативного планирования, возникающие в ходе эксплуатационной деятельности порта, можно описать в виде простой модели – есть множество причалов, транспортных судов, бункеровщиков, буксиров, грузового оборудования (например, кранов и насосов), хранилищ грузов и типов грузов. Задано множество операций, которые можно выполнять с портовыми объектами:

- Операции перемещения вида – транспорт S перемещается от причала A к причалу B , используя множество буксиров $b_1, \dots, b_k$, за время T .
- Операции швартовки/отшвартовки – транспорт S швартуется (или отшвартовывается) к причалу A , используя множество буксиров $b, \dots, b_k$, за время T .
- Операции грузообработки – транспорт S на причале A может загружать груз C в из внутреннего хранилища в хранилище R объёмом V в единицу времени, используя заданное множество ресурсов (из заданного перечня оборудования, которое, в общем случае, также способно перемещаться самостоятельно или с помощью буксиров).

Кроме того, каждая операция может иметь «окна погоды» – явно заданные интервалы, в которые её выполнение допустимо по прогнозу погодных условий.

Заданы естественные ограничения, следующие из смысла операций и устройства порта, например – к каждому причалу одновременно не может быть пришвартовано более одного судна; в любой момент времени в каждом хранилище объём определённого груза не отрицателен и не превышает максимальную вместительность; если судно или вспомогательное оборудование задействовано в операции перемещения, то оно не может участвовать в других операциях в данный момент и т. д.

Дано начальное положение всех объектов и наполненность всех хранилищ. У некоторых хранилищ задан требуемый объём груза, как и у части судов задано требуемое состояние на момент окончания интервала планирования.

И основная задача – требуется удовлетворить всем ограничениям и минимизировать момент времени, в который выполнялась последняя операция. Эту задачу и будем называть «задачей оперативного календарного планирования портовых операций».

Отметим, что основная сложность и отличие от обычных задач календарного планирования состоит в том, что в общем случае для каждой операции неизвестно, будет ли она точно задействована в оптимальном решении, а если и будет – то сколько раз. Например, буксировщик развозит суда от причала А к В и самостоятельно возвращается назад – в этом случае операция следования буксира из В в А будет выполнена неоднократно. Так же, судно может пришвартоваться/отшвартоваться к одному причалу несколько раз – например, при необходимости уступить другому судну, подвозящему нужный груз или в случае необходимости прерывания операции грузообработки из-за прекращения «окна погоды».

Более того, можно заметить, что в общем случае сформулированная задача относится к классу NP-hard – достаточно показать, что к ней сводится одна из постановок задачи о коммивояжёре, являющейся NP-complete. Для этого на N причалов введём N типов грузов, у каждого причала можно загрузить только один уникальный тип груза. Есть судно, которое должно загрузить в себя по единице каждого груза, и соответствующие правила перемещения. В итоге, для выполнения условий судно посетит все причалы, и если судно может посетить все причалы, то условия могут быть выполнены. Для задач этого класса не известно полиномиальных решений.

В реальных портах количество техники (транспортных судов, буксиров, бункеровщиков, грузового оборудования), рассматриваемое на ограниченном горизонте планирования (несколько дней) обычно небольшое – редко превышает несколько десятков, количество операций, определенных для судна в среднем так же невелико, поэтому есть смысл представить задачу в виде проблемы удовлетворения ограничений (Constraint satisfaction problem, CSP), и рассчитывать, что существующие решатели (Solvers) смогут найти решение на реальных данных за приемлемое время.

Для решения проблемы с неизвестным заранее числом экземпляров каждой операции в решении был использован следующий подход – весь

ресурс времени в границах от нуля (текущий момент перепланирования) до конца горизонта планирования разбивается на равные участки, соответствующие по длительности выбранному элементарному «кванту времени». В его качестве разумно выбрать такую величину, чтобы ей были кратны все характерные времена операций, описанных в задаче. Если при этом количество интервалов будет велико, то можно выбрать его фиксированным в зависимости от требуемой точности и округлять все времена вверх до кратности с интервалом.

С учётом проведённого “квантования” временной оси в качестве набора основных переменных задачи оптимизации принимаются факты того, выполняется ли операция данного типа в данный квант времени. Иными словами, основными переменными оптимизации выступают величины X_{ij} , определяющие, осуществляется или нет экземпляр операции типа i в квант времени j , то есть в интервал времени $t \in [(j - 1) * \Delta t; j * \Delta t]$, где

Δt – выбранный квант времени

$i = 1..N$ – все, определенные для данной задачи, типы операций в количестве N штук.

$j = 1..M$ – все M элементарных интервалов времени, на которые разбивается текущий горизонт планирования, равный по длительности $M * \Delta t$.

Переменные X_{ij} естественным образом представляют собой логические величины с двумя возможными значениями – “истина” и “ложь”.

Для наглядности приведём пример подобной постановки:

Порт состоит из трёх причалов. Есть два судна, оба в начале стоят на причале 1, каждое может перемещаться между парой причалов за 1 интервал. Есть два хранилища с текущим объёмом груза 1000, у причала номер 2 суда могут выкачивать из хранилища 1 нефть со скоростью 10 единиц в интервал, а у причала номер 3 – со скоростью 5. Каждое судно должно набрать по 100 единиц нефти и оказаться у причала 1. В таблице 1 показан вид полученного оптимального решения, а именно величины X_{ij} – отмеченные клетки отвечают за истинность.

Отметим, что в данном случае рассматривается именно сведение к задаче удовлетворения ограничений – непосредственно нахождением решений занимается выбранный внешний решатель (Solver).

Таблица 1 – Одно из оптимальных решений для примера 1

Операция	Интервалы горизонта планирования															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1. Судно 1 перемещается от причала 1 к причалу 2	■															
2. Судно 2 перемещается от причала 1 к причалу 3	■															
3. Судно 1 качает нефть у причала 2		■	■	■	■	■	■	■								
4. Судно 2 качает нефть у причала 3		■	■	■	■	■	■									
5. Судно 2 перемещается от причала 3 к причалу 2								■								
6. Судно 1 перемещается от причала 2 к причалу 3									■							
7. Судно 1 качает нефть у причала 3										■	■	■	■	■	■	
8. Судно 2 качает нефть у причала 2										■	■	■	■	■	■	
9. Судно 1 перемещается от причала 3 к причалу 1																■
10. Судно 2 перемещается от причала 2 к причалу 1																■

Для ускорения работы решателя могут быть использованы дополнительные ограничения для устранения симметричных или заведомо неэффективных решений. Одним из подобных использовавшихся ограничений было выбрано “Сдвиг в начало”, основная идея которого формулируется следующим образом – в оптимальном решении не должно присутствовать операций, которые можно сдвинуть на один квант к началу без нарушения всех остальных ограничений. Введение такого дополнительного искусственного ограничения позволяет ускорить работу на характерных примерах при больших горизонтах планирования ($M > 50$) более чем в 10 раз.

В настоящее время продолжаются исследования по ускорению быстрого действия и поиск более эффективных вариантов сведений.

Обзор исследований сценарного поведения рынков сельскохозяйственной продукции

К.И. Костюк

АлтГУ, г. Барнаул

Ключевые слова: сценарное поведение, совершенная конкуренция, рассредоточенный рынок, однородная продукция, субсидирование.

Целью данного исследования является обобщить, проанализировать и уточнить теоретические исследования по сценарному моделированию рынков сельскохозяйственной продукции, с целью повышения эффективности деятельности сельскохозяйственных организаций в условиях ужесточения конкуренции.

Сценарное моделирование рынков сельскохозяйственной продукции включает в себя организацию оптимальных методов и стратегий поведения на индивидуальном уровне и в «глобальном» отражении на системе. Каждый агент-продавец стремится реализовать максимальное количество имеющегося товара, повысить свою рентабельность, актуальность среди конкурентов сельскохозяйственной продукции на рынке.

Разработка и успешная реализация сельскохозяйственной политики требуют соблюдения следующих условий: наличия стратегии реализационной деятельности с определением миссии предприятия, ее основных целей и задач; хорошего знания рынка, его требований, а также ясного представления о своих возможностях, как в настоящее время, так и в перспективе. Тактика представления и оценки рыночной ситуации позволяет спрогнозировать вероятный успех получения максимальной выгоды от представляемого блага.

Совершенная конкуренция включает множество независимых предприятий, производящих однородную продукцию. Вход в отрасль и выход из нее абсолютно свободный, информация доступна каждому предприятию. Доля каждой фирмы очень мала, поэтому ее решение о понижении или повышении цены не отражаются на рыночной цене. Контроль над ценами отсутствует. Особенностью совершенной конкуренции является равенство предельного дохода и цены. Рынок совершенной конкуренции автоматически реагирует на изменение потребительского спроса расширением или свертыванием производства. В отраслях совершенной конкуренции достигается эффективное использование ограниченных ресурсов и на этой основе эффективность производства [1].

Конкурентная борьба является важнейшим элементом рыночной экономики и вместе с механизмом цен служит необходимым ее регулятором. Разумеется, для конкуренции требуется наличие на рынке множества агентов-производителей однородных товаров сельскохозяйственной продукции. Каждый агент на товарном рынке старается получить максимальную выгоду, продать большее количество товаров, желая быть всегда востребованным или же напротив, при выборе продукции, желает как можно больше минимизировать свои затраты на приобретение товара. Вследствие этого поведения, появляется конкуренция. Точная стратегия моделирования поведения, выбранная каждым агентом, реализует рыночные отношения. Системное или «глобальное» поведение возникает как результат деятельности множества агентов. Ведь перемещение каждого агента происходит в направлении увеличения потенциального дохода.

Другой вариант предполагает, что вход на рынок может быть ограничен отраслевыми барьерами: совокупность экономических, технологических условий и параметров. С одной стороны, они позволяют существующим фирмам в отрасли устанавливать цены выше минимальных и средних издержек производства, с другой стороны создает препятствия для новых участников получить прибыль в таком же объеме, как ее получали предыдущие участники рыночных отношений [2, 3].

Государственная аграрная политика замещения товаров импортного производства отечественным, является одним из важнейших фактором в развитии и реализации сельскохозяйственной продукции на рынке. Правительство активно развивает сельскохозяйственную индустрию, поддерживая отечественные аграрии – субсидиями, а импорт – налогами. Такая ситуация характерна в условиях защиты отечественных производителей и ограничения, создания барьеров на вход для внешних производителей.

Фирмы облагаемы налогом, вынуждены повышать цену на реализацию продукции, которая определяет долю общего рыночного спроса и соответственно экономические результаты деятельности агента [4]. Субсидирование же способствует снижению рыночных цен, при этом цена агента будет ниже цены конкурента в случае получения более высокой субсидии от государства, большая величина субсидий для конкурента является фактором получения меньшей доли рыночного спроса. Уровень спроса же зависит, от распределения субсидий или налога, а также транспортных издержек, которые несут потребители.

Для анализа ценовой ситуации на рынке сельхозпродукции разработана мультиагентная имитационная модель в среде NetLogo, описываю-

щая рыночный торг между производителями и потребителями сельхозпродукции в условиях прямого субсидирования производства со стороны государства.

Выполненный анализ показал, что различия в степени влияния государства на деятельность сельскохозяйственных производителей стимулирует некоторых участников рыночных отношений к расширению производства. Производители, которые имеют более высокие производственные издержки даже при государственной поддержке (субсидировании) производства в случае их «неудачного» пространственного расположения в условиях конкуренции, вынуждены снижать объемы производства и продажи сельскохозяйственной продукции на аграрном рынке. Начальные условия и степень рассредоточенности производителей в пространстве оказывают существенное воздействие на конечные экономические результаты деятельности самих производителей.

Библиографический список

1. Дмитриенко К.Ю. Моделирование оптимального поведения фирмы на рынке олигополии при условии неценовой дифференциации товара // Вестник НГУ. Серия: Социально-экономические науки. – 2009. – Т. 9. – Вып. 1. – 42 с.
2. Понькина Е.В., Захарова Ю.А. Модель рассредоточенного при асимметрии распределения транспортных расходов между агентами // Изв. Алт. гос. ун-та. – 2013. – №1(77). DIO 10.14258/izvasu(2013)1.2-18.
3. Понькина Е.В., Маничева А.С. Имитационное моделирование рассредоточенного, мультиагентного рынка зерна // Вестник НГУ. Серия: Информационные технологии. – 2010. – Т. 8. – Вып. 2. – 54 с.
4. Костюк К.И. Исследование эффектов субсидирования производства на товарном рынке при пространственной рассредоточенности участников // Изв. Алт. гос. ун-та. – 2019. – № 1 (105). DOI 10.14258/izvasu(2019)1-14.

УДК 330.4

Использование сверточной нейросети для прогнозирования курса акций

Д.А. Малимонов, Д.Ю. Козлов
АлтГУ, г. Барнаул

Для решения задач прогнозирования курса акций широкое распространение в последнее десятилетие получили искусственные нейронные сети. Их использование в сфере финансов обусловлено, в первую

очередь, способностью работать с зашумленными и противоречивыми данными [1–3].

Были получены исторические данные курса акций двух зарубежных (Tesla, Google) и двух российских компаний (Газпром, Сбербанк) за 5 летний период начиная с мая 2014 года и заканчивая маем 2019 года с периодичностью в 1 день. В датасетах содержатся переменные: цены акций в момент открытия и закрытия рынка, максимальная и минимальная цены, а также объемы торгов. К имеющимся 5 переменным было решено добавить стандартное отклонение за n дней (этот параметр варьировался при настройке нейросети), характеризующее волатильность курсов акций:

$$\text{volatility} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\text{Close} - \text{Close}_i)^2}{n-1}},$$

где Close – цена закрытия. Все данные нормировались, и поэтому переменные имели значения в интервале от 0 до 1.

Данное исследование направленно на поиск паттернов для прогнозирования цены закрытия акций компаний, поэтому было решено использовать свёрточные нейросети, которые применяются для распознавания образов. Предполагается, что сеть будет находить паттерны и на их основании предсказывать дальнейшее движение цены. С такой задачей, скажем, нейросеть архитектуры многослойный персептрон будет справляться гораздо хуже по причине того, что она не связывает входные данные (например, текущая цена не имела бы зависимости от предыдущей), что лишает ее возможности находить скрытые паттерны.

Далее вся выборка была разбита на обучаемую и тестируемую подвыборки в соотношении 90/10%. В качестве инструментов прогнозирования был выбран язык программирования Python и библиотека Keras. Средой разработки стал облачный Colaboratory от Google [4].

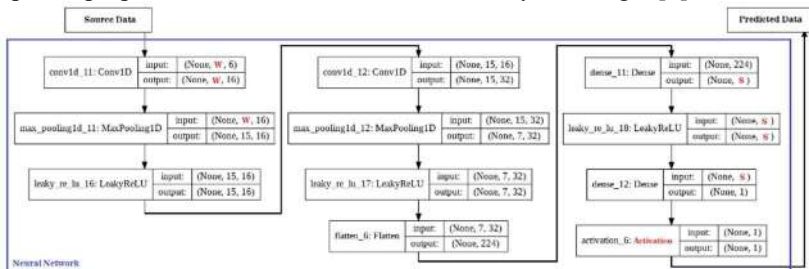


Рисунок 1 – Структура слоев построенной нейронной сети

Структура слоев предлагаемой нейронной сети представлена на рисунке 1. В ней 11 слоев: первая и вторая тройки слоев представляют из себя свертку “Conv1D” и объединение “MaxPooling1D” данных [5]. И в

первом, и во втором случае в конце стоит слой активации с функцией “LeakyReLU”. Эта функция обучает сети быстрее и с меньшим количеством потерь, так как на отрицательные значения, из-за своей специфики, она реагирует более отзывчиво, чем остальные функции. Седьмым идет слой сглаживания “Flatten”. Он предназначен для перевода двумерного массива данных в одномерный. Далее идут два полносвязных слоя “Dense”, входы и выходы которых соединены по принципу “каждый с каждым”. Между ними установлен еще один слой активации с функцией “LeakyReLU”. В конце стоит выходной слой активации, который и выдает прогнозные значения. Параметры слоев W, S и Activation (Рисунок 1), являются плавающими, и варьируются в ходе настройки нейронной сети.

Таблица 1 – Гиперпараметры нейросети для каждой акции.

Гиперпараметры	Tesla	Google	Газпром	Сбербанк
W (окно паттернов)	30	30	30	30
S (размерность выхода)	64	32	32	64
Функция потерь	MSE	MSE	MAE	MAE
Оптимизатор	Nadam	Adam	Adam	Nadam
Коэф. скорости обучения	0.001	0.002	0.002	0.002

Гиперпараметров компиляции модели также относительно большое количество, большинство из них определяются экспериментально, но для правильного подбора было решено воспользоваться поиском по решетке. Суть данного подхода заключается в прогонке сети по всем представленным вариантам параметров в течении малого количества эпох и дальнейшем выборе тех, при которых функция потерь показывает наилучший результат [6]. Итоги оптимизации гиперпараметров представлены в таблице 1.

Как можно заметить из таблицы 1 для каждой акции, при оптимизации, подбирается индивидуальный набор гиперпараметров, что свидетельствует о том, что “природа” каждой акции своеобразна и построить модель нейронной сети с универсальным набором параметров не представляется возможным.

После обучения нейросети на тренировочных выборках был запущен процесс прогнозирования на тестовых. Пример результата прогноза для акций Сбербанка представлен на рисунке 2.



Рисунок 2 – Прогноз цены акций Сбербанк с 21.11.2018 по 16.05.2019

Далее был проведен бэктестинг прогнозных данных (или в нашем случае имитация торговли по предсказанным сигналам). В качестве первоначального капитала была выбрана сумма 100 тыс. руб. Учтены также комиссии (брокера, биржи и т.д.), равные 0,05% от суммы сделки – это средний показатель по российскому рынку в целом. График изменения результатов имитации торговли акциями Сбербанка можно увидеть на рисунке 3.

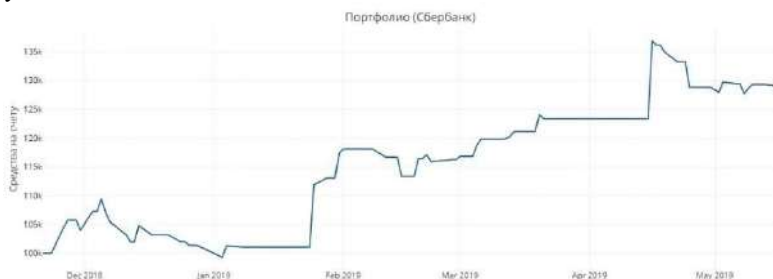


Рисунок 3 – Портфолио счета, торгующего акциями Сбербанк с 21.11.2018 по 16.05.2019

Результаты имитации торговли за тот период акциями Tesla, Google и Газпром также демонстрировали положительную динамику с несколько менее впечатляющей прибылью.

В дальнейшем для улучшения качества прогнозирования курсов акций планируется добавить больше входных переменных, а также создать гибридную сверточную и рекуррентную нейросетей.

Библиографический список

1. Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс. – М: Вильямс, 2017. – 1104 с.

2. Николенко С. Глубокое обучение. Погружение в мир нейронных сетей / Сергей Николенко, А. Кадури, Екатерина Архангельская. – Санкт-Петербург: Питер, 2018. – 480 с.

3. Tariq Rashid. Make Your Own Neural Network – CreateSpace Independent Publishing Platform, 2016. – 222 p.

4. Google Colaboratory [Электронный ресурс] // URL: <https://colab.research.google.com> (дата обращения 18.05.2019).

5. Keras [Электронный ресурс] // URL: <https://keras.io/> (дата обращения 18.05.2019).

6. Мальцев В.А. Оптимизаторы нейронных сетей // Научный форум: Инновационная наука: сб. ст. по материалам XXII междунар. науч. практ. конф. – № 4(22). – М., Изд. «МЦНО», 2019. – С. 61 – 65.

УДК 330.45

Моделирование операционно-инновационной программы корпорации

С.И. Межов, И.С. Межов

АлтГУ, г. Барнаул

Актуальность исследования современной промышленной корпорации определяется закрытостью ее экономики, механизмов инвестирования, учета издержек и методов возмещения затрат на инновации. Очевидно, что:

1. Крупные западные корпорации тратят на полный цикл инноваций большие средства из собственных источников.

2. Инновационные затраты в воспроизводственном цикле окупаются за счет прибыли от общих объемов продаж всей продукции компании.

3. При полном инновационном цикле компания получает доход как сумму ренты и среднеотраслевой прибыли.

4. Практическая реализация прогнозного планирования операционно-инновационной программы (ОИП) требует совмещения большого количества финансовых и технологических параметров. Для установленных жизненных циклов каждого изделия ОИП необходимо:

1) определить сроки запуска новых изделий в производство, которые обеспечат экономические показатели эффективности;

2) определить оптимальные объемы и темпы инвестирования инноваций соблюдая равновесие между рентабельностью и ликвидностью. Это можно осуществить в рамках оптимальной ОИП, в которой достигается баланс операционного дохода и отдачи от инвестиций.

Обозначим жизненный цикл производства продукта j как G_j , $j = 1, 2, \dots, J$, тогда для каждого j -го продукта можно задать непрерывную функцию жизненного цикла [1]:

$$G_j = G_j(t), \quad (1)$$

где $G_j(t)$ – объем производства изделия j в соответствии с прогнозируемым спросом; t – время.

Для целей моделирования выражение (1) можно задать дискретной функцией в форме таблицы. Прогноз спроса осуществляется методом Монте-Карло, для каждого дискретного промежутка планирования t_k (месяц, квартал, год). Приемлемое значение спроса при планировании, согласно закону «трех сигм», может находиться с приемлемой вероятностью в интервале:

$$M(G_j(t)) - 3\sigma_j \leq G_j^*(t) \leq M(G_j(t)) + 3\sigma_j. \quad (2)$$

Интервал (2) показывает наиболее вероятный размах отклонений при моделировании объема продаж от среднего значения (краткосрочный прогноз), которое задается кривой жизненного цикла (долгосрочный прогноз).

Стоимостные и затратные параметры для каждого изделия, $j = 1, 2, \dots, J$, представляются тремя функциями [2, 4]:

Объем продаж:

$$U_{jt} = a_j x_j^t. \quad (3)$$

Производственные затраты:

$$S_{jt} = b_j x_j^t + c_j. \quad (4)$$

Прибыль до налогообложения:

$$P_{jt} = (a_j - b_j) x_j^t - c_j, \quad (5)$$

где U_{jt} – объем продаж, a_j – цена j -го изделия, x_j^t – количество j -го изделия в момент времени t , S_{jt} – затраты на производство изделия в объеме x_j^t , b_j – переменные затраты на одно изделие, c_j – постоянные затраты, приходящиеся на изделие x_j^t , P_{jt} – прибыль до налогообложения в момент t .

Механизм распределения объема инвестирования на инновационную и операционную часть ОИП, задается коэффициентом λ – доля инвестиций от I_t на операционную часть, ($0 \leq \lambda \leq 1$), I_t – общие инвестиции на ОИП, $\lambda_{in} = 1 - \lambda$ – доля I_t на инновационную часть ОИП, тогда $I_{ot} = \lambda I_t$ – объем инвестиций в операционную часть, а $I_{int} = \lambda_{in} I_t$ – объем инвестиций в инновационную часть ОИП.

Множество длительностей этапов инновационного процесса ($\Theta, l = 1, 2, \dots, 6$) задают план НИОКР и подготовки производства нового

изделия X_w . Множество периодов планирования, $(t_i, i = 1, 2 \dots K)$ отражают периоды формирования ОИП, совмещенных с инновационным процессом.

Размер инвестируемого капитала в инновационный проект зависит не только от экономических, но прежде всего, от технико-экономических показателей [3]. Формально можно показать, что инвестиции I_w на инновационный проект можно представить как:

$$I_w = \psi(c_w, x_w, \delta_w, \beta, \eta, \gamma, T^n)$$

где: c_w – предполагаемая цена разрабатываемого инновационного изделия w , идущего на замену «старому» изделию j_w ;

x_w – предполагаемый общий объем выпуска, первоначально планируемый группой разработки проекта;

δ_w – уровень планируемой доходности;

ψ – вид функции;

β – конструктивная сложность изделия, может быть оценена экспертно;

η – коэффициент глубины научной проработки (теоретические, поисковые, технологические работы), показывает уровень затрат на финансирование стадий НИОКР;

γ – показатель интегральной оценки научно- производственного потенциала, отражает наличие ключевых компетенций, рутин, уровень оснащения лабораторий оборудованием и т.п., глубину отраслевого проникновения и т.п.;

T^n – период окупаемости при фиксированном значении инвестиций.

Объем инвестирования, а, следовательно, и коррелирующий с ним параметр T^n зависят от цены изделия: $c_w^n \leq c_w \leq c_w^h$, где c_w^n, c_w^h - нижняя и верхняя границы планируемой цены нового изделия, определяются отраслевой конъюнктурой и стратегией продаж.

Планирование объема производства x_w ($x_w^n \leq x_w \leq x_w^c$), здесь x_w^n, x_w^c – нижняя и верхняя границы возможного выпуска новых изделий, определяются спросом, производственной мощностью и стратегией предприятия.

При планировании бюджета инновационного проекта учитывается конструктивная сложность изделия β , которая оценивается экспертно по частным критериям: «научная новизна», «сложность технологии», «новизна материала изготовления», «сложность изготовления», затем методом свертки определяется интегральный коэффициент β [5]. Нормированный коэффициент β , лежит в интервале $[0,1]$, т.е $0 \leq \beta \leq 1$.

Коэффициент научной проработки η показывает, с какой стадии начинается инновационный процесс, например: 1) фундаментальное ис-

следование; 2) поисковое, прикладное; 3) ОКР; 4) Изготовление опытного образца; 5) изготовление опытной партии и проверка реакции рынка; 6) массовое производство и продажи. Коэффициент η так же лежит в интервале $0 \leq \eta \leq 1$. Для корректировки объема инвестиций используется мультипликатор, который при определенных сочетаниях параметров γ , β и η уточняет инвестиционные затраты.

Процедуры оценки потенциала γ описаны в работах [1, 2], оценка γ так же нормируется, т.е. $0 \leq \gamma \leq 1$, что позволяет его использовать в разных экономических расчетах. Характер влияния параметров инновационного потенциала следующий: при $\gamma \rightarrow 1$, тем меньше капиталовложения, и, наоборот, при малом потенциале, $\gamma \rightarrow 0$, требуется больше инвестиций. Далее, чем больше глубина инновационного процесса $\eta \rightarrow 1$, тем больше необходимо средств на его реализацию. Это же справедливо и в отношении сложности изделия, чем выше сложность ($\beta \rightarrow 1$), тем больше инвестиционные затраты.

Мультипликатор k_m [5] представлен выражением (6).

$$k_m = e^{\frac{b\beta\eta}{\gamma}} \quad (6)$$

где b – норматив затрат при разработке сложных изделий, $b \geq 0$. Параметр b может отражать степень ошибочности существующих инвестиционных решений [5]. Свойства выражения (7): $k_m = 1$, если $\beta = 0$ $\vee \eta = 0$; $k_m > 1$, если $\beta \neq 0$ $\vee \eta \neq 0$, здесь знак « $\vee$ » означает логическое или. Но b может быть равно 0, это означает, что плановая система абсолютно точно определяет эффективность инвестиций, т.е., $k_m = e^0 = 1$, следовательно, корректирующий коэффициент просто не влияет на оценку эффективности инвестиционного проекта, при этом:

1) $k_m \rightarrow \infty$, при $\gamma \rightarrow 0$, или на практике, k_m существенно увеличивается при уменьшении инновационного потенциала γ ;

2) произведение коэффициентов сложности и глубины процесса лежит в пределах $0 \leq \beta\eta \leq 1$, тогда дробь $\frac{b\beta\eta}{\gamma}$ принимает максимальное значение, когда $\gamma = \gamma_d > 0$, произведение $\beta\eta = 1$, т.е. когда изделие имеет самый высокий рейтинг сложности и не разработанности, а потенциал γ находится на предельно низком уровне.

Задача формирования ОИП: при известных жизненных циклах по всем изделиям, выражение (1), необходимо найти оптимальный план производства в натуральных показателях на момент t :

$$x_j^t \leq G_j^*(t); x_j^t \in X_t; t = 1, 2, \dots, T; j = 1, 2, \dots, J,$$

и вариант замены старого изделия новым, при котором экономическая эффективность ОИП, как минимум не ухудшаются. Процесс замены представлен выражением (9).

$$x_{j*}^t = (1 - \alpha) x_{j*}^{t1} ; x_{nj*}^t = \alpha x_{nj*}^{t1} \quad (7)$$

где X_i – оптимальный план, x_j^t – номенклатурные составляющие плана, α – управляющий параметр, доля замены старого изделия новым, при $\alpha=0$, новое изделие не включается в программу; при $\alpha=1$, старое изделие полностью исключается из программы, при $0 < \alpha < 1$ в программу включаются оба изделия в пропорциях, показанных в выражении (7); x_{j*}^{t1} – изделие, выводимое из программы; x_{nj*}^{t1} – новое изделие, вводимое в производство; $t1$ – время начала замены изделия.

Формирование оптимизационного блока модели ОИП для периода t .

Функция цели объем продаж:

$$U_t = \sum_{j=1}^J [c_j x_j + c_{j*}(1 - \alpha)x_{j*}^{t1} + c_{nj*}\alpha x_{nj*}^{t1}] \rightarrow \max \quad)$$

$$U_t^m = \sum_{j=1}^J [c_j (\phi_j) x_j + c_{j*}(\phi_{uj*})(1 - \alpha)x_{j*}^{t1} + c_{nj*}(\phi_{nj*})\alpha x_{nj*}^{t1}] \rightarrow \max,$$

где U_t^m – модифицированная функция цели; ϕ_j – управляющий параметр для корректировки цены изделий производственной программы; ϕ_{j*} – параметр корректировки цены для выводимого изделия; ϕ_{nj*} – параметр корректировки цены для нового изделия. Параметры ϕ позволяют, корректировать цены изделий в функции цели, а, следовательно, менять базисный план оптимального решения.

Ограничения по затратам:

$$S_t = \sum_{j=1}^J b_j x_j^t \leq S_{nt} - \sum_{j=1}^J c_{jt}, \quad (8)$$

где S_t – производственные затраты на период t ; S_{nt} – плановый производственные затраты на период t ; $\sum_{j=1}^J c_{jt}$ – общие постоянные затраты в момент t , которые содержат и объем инвестиций Int в ОИП на инновационные работы, которые проводятся в этот период.

Ограничение по прибыли:

$$P_t = \sum_{j=1}^J (a_j - b_j) x_j^t \geq P_{nt} + \sum_{j=1}^J c_j,$$

где P_{nt} – нормативное значение прибыли на период t ; P_t – значение прибыли для периода t . Финансовые ограничения, определяют устойчивость и темпы роста предприятия. Под экономическим ростом понимается показатель обеспечения максимума роста продаж, при сохранении пропорций финансового состояния. Это утверждение иллюстрируется так называемым «золотым правилом» экономики предприятия $1 < \text{Темп}(A) < \text{Темп}(U) < \text{Темп}(Pv)$, где $\text{Темп}()$ – темп роста показателя; A – активы; U – объем продаж; Pv – прибыль.

Ограничения по рентабельности продаж формируем на основе выражений (10), выражения, задаваемого функцию цели U_t и соотношении (12):

$$r_u = \frac{P_t}{U_t} = \frac{U_t - S_t}{U_t} = 1 - \frac{S_t}{U_t} = 1 - \frac{S_t}{U_t} \geq r_{nrm} \quad (9)$$

где S_t – инвестиции в ОИП, вычисляется на основе (8), U_t – объем продаж, определяется в процедурах оптимизации как функция цели, r_{nrm} – норматив рентабельности продаж, задающих нижнюю границу допустимости рентабельности продаж для ОИП.

Ограничение по оборачиваемости активов, рассчитывается на основе U_t – объема продаж и данных баланса (см. таблицу 2):

$$o_a = \frac{U_t}{K_3 + K_c} \geq o_{nrm}, \quad (10)$$

где o_{nrm} – норматив оборачиваемости активов (фондоотдачи).

Отношение активов к собственному капиталу (финансовый леверидж):

$$k_s = 1 + \frac{K_3}{K_c} = k_{nrm}, \quad (11)$$

где k_{nrm} – норматив финансового левериджа, в нашем случае отражает финансовую устойчивость при использовании заемного капитала: желательно придерживаться равенства нормативу.

Отсюда темп устойчивого роста, для его вычисления и балансирования используем левые части неравенств (9), (10), (11):

$$g = \left(1 - \frac{S_t}{U_t}\right) \left(\frac{U_t}{K_3 + K_c}\right) \left(1 + \frac{K_3}{K_c}\right) d_p, \quad (12)$$

где g – темп роста объемных показателей ОИП, d_p – ставка реинвестирования.

Пример оптимизационного блока модели для формирования ОИП предприятия НЭВЗ, Новосибирск:

Представим некоторые результаты формирования ОИП. В рамках данного подхода оптимизационный блок, выступает, как оператор перевода входных данных в выходные для момента времени t^* и встроен в тело имитационной модели. При переходе от t^* к t^*+1 осуществляется настройка параметров, расчет инвестиционных характеристик и производится оценка эффективности инвестиций на инновации [5].

Результаты расчетов приведены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1 – Результаты моделирования ОИП

Тип изделия	Стратегия 1	Стратегия 2	Стратегия 3
Изделие И1 X1, шт	17730	16024	14200
Изделие И2 X2, шт	19628	17437	17599
Изделие И3 X3, шт	12068	12410	12979
<i>Снимаемое с производства изделие</i>			
Изделие И4 X4, шт	5187	5225	5248
<i>Новое изделие</i>			
Изделие И5 X5, шт –	8500	12635	16200

Порядок замены X_4 на X_5 формируется автоматически, в результате моделирования ОИП по всем составляющим: операционный план, инвестиции в инновации, финансы.

Таблица 2 – Финансовые показатели ОИП по стратегиям, тыс. руб.

Показатель	Стратегия 1	Стратегия 2	Стратегия 3
Показатели дохода и прибыли			
Выручка	4 144 615	4 652 252	5 147 259
Затраты	3 712 043	4 059 339	4 404 871
Операционная прибыль,	432 572	592 913	742 388
Чистая прибыль	195 328	323 600	443 180
Показатели баланса, на конец прогнозного периода			
Внеоборотные активы	416 299	471 389	521 636
Оборотные активы	525 998	595 605	659 093
Капитал:	942 297	1 066 994	1 180 729
Собственный	718 509	878 780	1 028 707
Заемный	223 788	188 214	152 022
рентабельность продаж	0,16	0,17	0,18
Оборачиваемость активов	0,70	0,73	0,75

В функция цели, в зависимости от стратегии λ может принимать значение 1, что означает, что старое изделие заменяется новым, вместо изделия И4 в ОИП включается И5.

Библиографический список

1. Межев С.И. Теоретико-методологические подходы к разработке операционно-инновационной программы промышленного предприятия на основе моделирования // Экономика и предпринимательство. – 2014. – №1, ч. 3. – С. 397–400.
2. Межев И.С., Межев С.И. Методология исследования инновационных процессов корпорации. // Вестник Алтайской академии экономики и права. – 2015. – № 1 (39). – С. 25–34
3. Данилин В.И. Операционное и финансовое планирование в корпорации (методы и модели) / В.И. Данилин. – М.: Наука, 2006. – 334 с.
4. Межев И.С. Методы и инструменты анализа вертикальных взаимодействий предприятий участников интеграции // Экономическая наука современной России. 2008. - № 4. - с. 114–126.

5. Межов И.С. Формирование модели эффективного инвестирования промышленных инноваций / И.С. Межов, С.И. Межов // Менеджмент в России и за рубежом, №4, 2011. – С. 39–47.

УДК 519.868

**Использования математической модели
многокритериальной оптимизации в области
транспортных грузоперевозок**

***А.В. Михалева**
АлтГУ, г. Барнаул*

Ключевые слова: грузоперевозка, транспортные перевозки, многокритериальная оптимизация, многокритериальная транспортная задача, математическая модель, оптимизация, методы оптимизации

В настоящей статье производится анализ процессов транспортных грузоперевозок, в общем виде формулируется математическая транспортная многокритериальная задача. Приводятся возможности и направления использования полученных результатов.

В связи с повсеместным подъёмом экономического потенциала, стремительным развитием производства, возможностью транспортных доставок грузов в любые, даже самые отдаленные и труднодоступные районы потребность в повышении качества оказания услуг грузоперевозок возрастает естественным образом. Так же этот факт подтверждается увеличением количества транспорта, ежегодным улучшением качества дорожного покрытия и совершенствованием логистики. Роль транспортных грузоперевозок становится настолько велика, что развитию уделяется огромное значение. С другой стороны, система грузоперевозок по-прежнему не совершенна и требует значительных корректировок. Например, внушительные транспортные издержки, нестабильность рынка, проблемы с транспортной логистикой, сложности контроля затрат топливно-энергетических ресурсов, и многое другое, заставляет транспортную компанию повышать тарифы на услугу, делая её менее привлекательной для заказчика. Грамотно оптимизированная перевозка грузов поможет снизить стоимость затрат на саму перевозку [1], тем самым снизить стоимость конечного товара или услуги для потребителей, благоприятно отразиться на рентабельности бизнеса. Именно по-этому вопрос оптимизации транспортировки грузов и по сей день не теряет своей актуальности.

Исходя из вышеизложенного сформулируем задачу многокритериальной оптимизации транспортных перевозок из исходного пункта в пункт назначения.

Пусть транспортная сеть из исходного пункта в пункт назначения проходит через некоторое количество промежуточных пунктов, которые представляют собой множество связанных узлов [2]. Из каждого пункта отправления в пункт назначения имеются различные варианты передвижения, включающие множество разных дорог, допускается перевозка грузов разными транспортными средствами. Следовательно, каждый из вариантов передвижения между пунктами отправления и назначения характеризуется рядом факторов:

- объемом перемещаемого между пунктами груза;
- временем перевозки груза между пунктами;
- себестоимостью перевозки единицы груза между пунктами;

Задача состоит в нахождении оптимальных параметров транспортной сети исходя из следующих условий:

- минимального времени нахождения в пути между пунктами назначения и прибытия;
- минимальной себестоимости затраченной на перевозку единицы груза;
- максимального общего количества перемещенных между пунктами назначения и прибытия грузов;

Оптимизационная задача может быть решена с использованием методов Парето [3].

Практическим результатом исследования будет являться сокращение расходов на транспортные издержки, оптимизация процесса грузоперевозок и за счет этого повышение прибыли организации грузоперевозчика.

Библиографический список

1. Михалева А. В. Исследование применения математической модели линейного программирования для оптимизации транспортного маршрута (на примере автотранспортных грузоперевозок Москва – Калининград) // Сборник трудов Всероссийской конференции по математике с международным участием «МАК-2018» / АлтГУ [и др.]. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2018. – С. 192–194.
2. Золотарюк А.В. Математическая модель многокритериальной оптимизации транспортных перевозок. // Инновационные технологии в науке и образовании. 2015. № 1(1). С. 317-320.
3. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, 1982. – 256 с.

УДК 519.711.3

**Оценка эффективности мероприятий по повышению
безопасности дорожного движения на основе
экспертных оценок**

Н.М. Оскорбин, Е.В. Печатнова

АлтГУ, г. Барнаул

Вопросы оценки эффективности мероприятий по повышению безопасности дорожного движения (БДД) связаны с социально-экономической значимостью проблемы аварийности и со становлением системы управления БДД. Определение величин снижения риска возникновения ДТП или других индикаторов дорожно-транспортной аварийности в результате принятых мер необходимо для обоснованного планирования профилактических мероприятий, распределения материальных и других ресурсов. Целью работы стала оценка величин снижения риска ДТП и показателя времени и затрат в результате краткосрочных мероприятий по БДД на дорогах вне населенных пунктов с помощью экспертных оценок.

Ряд исследователей проводили оценку эффективности мероприятий. В [1] определены критерии оценки эффективности мероприятий в рамках «Плана мероприятий по обеспечению БДД...», однако рассчитан критерий эффективности реализации совокупности мероприятий. В монографии [2] представлены стоимости и вероятности снижения ДТП по некоторым мерам, связанных с изменением дорожных характеристик. Нидерландский исследователь Meng Lu [3] получил коэффициенты эффективности отдельных мероприятий, связанных с изменением дорожной инфраструктуры, однако в своей работе подчеркнул, что результаты являются предварительными и требуют уточнения с помощью метода экспертных оценок.

Метод экспертных оценок является одним из эффективных средств аналитических исследований и характеризуется применением количественных оценок при обработке экспертной информации [4].

Одной из задач метода экспертных оценок является ранжирование альтернатив.

Для получения предварительных оценок, отражающих степень снижения риска ДТП и затрат на него (финансов и времени) проведен сбор экспертной информации, процедура которого заключалась в следующем. Перечень возможных краткосрочных мероприятий разделен на 4 части по структурной принадлежности: 1 – мероприятия, находящиеся

в введении владельцев автомобильных дорог или организаций, осуществляющих управление дорогами, 2 – в ведении органов ГИБДД, 3 – МЧС и иных структур по предупреждению ЧС и происшествий, 4 – в ведении средств массовой информации. К оценке мероприятий каждой группы привлечены 3–4 эксперта, являющихся работниками ответственных организаций. Далее им предложено проранжировать меры своей группы по степени снижения величины потенциальной опасности и по величине времени и затрат.

Таким образом, каждое мероприятие в i -ой группе ($i=1\dots 4$) от j -ого эксперта группы, получило две оценки: $x_{ij}^{\text{риск}}$ – ранг по степени снижения риска ДТП, и $x_{ij}^{\text{затраты}}$ – ранг по величине время-затрат. Соответственно получены две таблицы ранжирования в каждой группе.

Далее вычислены компетентности экспертов. Согласованность мнений экспертов оценена с помощью коэффициента конкордации по Кэндалу. Во всех группах мнения согласованы, что позволяет принять полученные оценки.

Результаты для 1-ой и 4-ой группы представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты экспертной оценки краткосрочных мероприятий по БДД

Мероприятие	$x_i^{\text{риск}}$	$x_i^{\text{затраты}}$
Группа организаций, осуществляющих управление дорогами ($i=1$)		
Перекрытие автомобильной дороги	1	1
Ограничение движения	2	2
Установка временных знаков	3	3
Очистка дорожного полотна и знаков (зимнее содержание)	4	4
Информация на информационном табло	5	5
Группа СМИ ($i=4$)		
Видеорепортаж на телевидении	3	1
Размещение информации об опасности на популярных электронных СМИ	1	3
Размещение предупреждения в социальных сетях	2	5
Размещение предупреждения на радиостанции	4	4
Выезд представителей общественности на проблемные участки	5	2

Использование результатов экспертной оценки в качестве начальной базы позволит более эффективно распределять силы и средства организаций, несущих ответственность за БДД на дорогах. Полученные оценки являются одним из условий разработки и введения системы оперативного управления БДД на дорогах вне населенных пунктов.

Библиографический список

1. Добромиров В.Н., Олещенко Е.М., Войтко А.М. Анализ эффективности мероприятий по обеспечению безопасности дорожного движения в Санкт-Петербурге в 2009-2012 годах // Современные проблемы

науки и образования. – 2012. – № 3.; URL: <http://science-education.ru/ru/article/view?id=6338> (дата обращения: 15.05.2019).

2. Дингес, Э.В. Методы планирования и оценки эффективности мероприятий по повышению безопасности дорожного движения: монография / Э.В. Дингес. – М.: МАДИ, 2016. – 140 с.

3. Meng Lu Modelling the effects of road traffic safety measures // Accident Analysis & Prevention. – №38 (3). – P. 507–517.

4. Оскорбин, Н.М. Аналитические методы и модели в экономике: Учебное пособие / Н.М. Оскорбин, В.В. Журавлева. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 30 с.

УДК 519.8

Модификация математической модели выбора индивидом продолжительности рабочего времени

Н.М. Оскорбин, Е.В. Данько, А.А. Котова
АлтГУ, г. Барнаул

Рассматривается традиционная для экономики и социологии труда проблема выбора работниками продолжительности рабочего и свободного времени, математические модели которой представлены в работах [1, 2, 3]. Анализ решений индивидов, полученных по выделенным работам, показывает наличие как минимум трех ошибок в отражении реальных закономерностей поведения индивидов. Во-первых, потенциал трудового времени работников в рабочие дни ограничивается 16 часам. Однако на практике возможны случаи, когда жизненные обязательства людей, состояние их здоровья и другие причины могут существенно снизить этот потенциал. Во-вторых, при реальных значениях некоторых параметров рассматриваемых математических моделей коэффициент синергии рабочего и свободного времени получается ошибочно отрицательным. В-третьих, наблюдается асимметричное отражение в моделях асимптотики полезностей рабочего и свободного времени, при том, что в исходной математической функции ожидаемой полезности выбора этих переменных они равноправны.

В данной статье мы предлагаем модификацию математической модели выбора индивидом соотношения свободного и рабочего времени, в которой устраняются только первые две структурные несоответствия в отражении реальных процессов. Суть модификации состоит в том, чтобы в астрономической продолжительности дневного времени выделить неразделяемую сумму T_0 обязательных затрат времени в среднем

за рабочие дни. Тогда распределяемый ресурс времени T_p определится так: $t_p + t_c = T_p = 24 - T_0$, где $t_p \geq 0$; $t_c \geq 0$ – неотрицательные значения выбора индивидом продолжительности рабочего и свободного времени соответственно.

Рассмотрим постановку модифицированной задачи и оптимальную стратегию выбора индивидом соотношения свободного и рабочего времени в порядке, принятом в работе [3].

Введем функцию потребительского выбора индивида (функцию полезности) в следующем виде:

$$f(t_p, t_c) = W_p \cdot t_p + W_c \cdot t_c + \beta \cdot W_p \cdot t_p \cdot W_c \cdot t_c, \quad (1)$$

где $W_p > 0$, $W_c > 0$ – неотрицательные доходы (благо для рассматриваемого индивида) часа рабочего и свободного времени; $\beta > 0$ – коэффициент синергического эффекта наличия у индивида и работы и досуга.

Введем W – благо единицы рабочего времени, выраженное в единицах блага свободного времени. Примем $W_c = 1$. С учетом бюджетных ограничений исключим параметр выбора свободного времени. Тогда функцию $U(t_p)$ полезности выбора решения трудоспособным индивидом – продолжительности рабочего времени – представим в следующем виде:

$$U(t_p) = -\beta \cdot W \cdot t_p^2 + (W - 1 + (24 - T_0) \cdot \beta \cdot W) \cdot t_p + (24 - T_0). \quad (2)$$

Задача выбора оптимальной продолжительности рабочего времени запишется в следующем виде: найти t_p^* , при котором:

$$U(t_p^*) = \max_{t_p \in [0, \bar{t}_p]} U(t_p). \quad (3)$$

Здесь параметр $\bar{t}_p$ ограничивает выбор индивида по верхней продолжительности рабочего времени. Его значение определяется дополнительными обязательствами индивида или ограничениями по эксплуатации рабочего места.

Решение задачи (3) найдем с использованием стационарной точки t_p^{st} , т.е. точки, в которой производная функции $U(t_p)$ равна нулю:

$$t_p^{st} = \frac{W + \beta \cdot W(24 - T_0) - 1}{2\beta \cdot W}. \quad (4)$$

Из полученного решения следует, что при $W = 1$ выбор рабочего и свободного времени совпадают $t_p^{st} = 0,5 \cdot (24 - T_0)$, что соответствует

исходным предположениям. Кроме того, если стационарная точка удовлетворяет ограничениям в задаче (3), то она является ее решением.

Для целей идентификации параметра будем считать, что, при $W \rightarrow \infty$ в выражении (4), следует: $t_p^{st} \rightarrow T_p$. Тогда параметр $\beta > 0$ модифицированной модели принимает простое выражение: $\beta = 1/T_p$, а выражение (5) запишется так: $t_p^{st} = \left(1 - \frac{1}{2W}\right) T_p$.

Ограничение неотрицательности выбора рабочего времени в работе [3] учитывается введением минимальной ($W_{\min} = 0,5$) его полезности, при превышении которой выполнено: $t_p^{st} \geq 0$.

Решение задачи (3) запишем в следующем виде:

$$t_p^*(W) = \begin{cases} \min(t_p^{st}, \bar{t}_p), & \text{если } W \geq W_{\min}; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (5)$$

Для исследования модифицированной модели и идентификации ее параметров разработана компьютерная модель задачи выбора решений. Предполагается, что для оценки параметров исследуемый индивид заполняет таблицы 1 – 3 с контролем допустимых границ.

Таблица 1 – Вопросы для оценки параметра предельной для средне-дневной продолжительности рабочего времени

№ п/п	Вопросы	Пример ответов
1	<i>Ваш сон в рабочие дни</i>	7
2	<i>Время утреннего завтрака и процедур</i>	0,5
3	<i>Продолжительность поездок на работу и обратно</i>	0,5
4	<i>Времени на обед и «перекусы» в вечернее время</i>	0,5
5	<i>Дополнительные перерывы работы</i>	0,1
6	<i>Обязательное посещение родных и др.</i>	0,4
7	<i>Сумма обязательных затрат времени T_0</i>	9,0

Таблица 2 – Вопросы для оценки параметра $\bar{t}_p$, час

№ п/п	Вопросы	Пример ответов
1	<i>У Вас нормированный рабочий день: Да – 1, Нет – 0</i>	1
2	<i>Если Да. Ваша продолжительность рабочего дня</i>	8
3	<i>Если Да. Средняя продолжительность работы по совместительству, по временным контрактам, и др.</i>	4
4	<i>Если Нет.</i>	24

Таблица 3 – Вопросы для оценки параметра W

№ п/п	Вопросы	Пример ответов
1	<i>Какая месячная сумма денежных средств Вам необходима как ресурс для исполнения Вами реальных обязательств, тыс. руб.</i>	50,0
2	<i>Какую сумму денежных средств в среднем Вы получаете как проценты с накоплений, тыс. руб.</i>	0,0
3	<i>Ваш среднемесячный доход от сдачи в аренду недвижимости</i>	4,0
4	<i>Среднемесячная финансовая помощь родных и др.</i>	20,0
5	<i>Оценка требуемых месячных финансовых ресурсов (п.1 - пп. 2-4)</i>	26

Параметры таблиц 1 и 2 достаточно объективно оцениваются, однако оценка W встречает значительные трудности. Мы предлагаем предельно простой тест, который учитывает, что в математической модели достаточно иметь сравнительные полезности рабочего и свободного времени. При обработке данных таблицы 3 кроме субъективных ответов учитывается экспертная оценка финансового благополучия исследуемого индивида, которую обеспечивает аналитик. Пусть для исследуемого индивида (таблица 3) экспертная оценка составляет 20 тыс. руб. Тогда аналитик оценивает для исследуемого индивида параметр W равным 1,3.

Компьютерный вариант модифицированной модели разработан на 4 листах Excel. Итоговый лист оценок и анализа оптимального выбора абстрактным индивидом, как пример приведен на рисунке 1.

<i>Наименование параметра</i>	<i>Значение</i>	<i>Анализ и оценки</i>
Предельная среднелетняя продолжительность рабочего времени, час	13,1	У Вас есть не использованный потенциал трудовой активности
Оценка полезности часа рабочего времени, выраженное в единицах свободного времени	1,68	Успешного Вам карьерного роста
Оценка минимальной полезности часа рабочего времени, для мотивации к работе	0,50	Вы цените работу как многие работники
Значение коэффициента синергии полезностей свободного и рабочего времени	0,08	Успешного Вам карьерного роста и хорошего отдыха
Внешнее ограничение на продолжительность рабочего времени, определяемое рабочим местом	8,00	Рекомендуем Вам изменить данные таблицы 2.2
Стационарная точка функции полезности	9,20	Вы свободны в выборе нужного Вам решения
Оптимальная продолжительность рабочего времени	8,00	Вы цените работу, наверное, для Вас она многое значит
Значение субъективной полезности рабочего и свободного времени	23,77	Полезность Вашего выбора работы и отдыха выше среднего уровня

Рисунок 1 – Оптимальное решение, анализ и оценки результатов

Рассмотренный подход реализован при создании проблемно ориентированной системы компьютерного моделирования.

Библиографический список

1. Оскорбин Н.М. Математическая модель выбора продолжительности своего рабочего времени // Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования», Барнаул, 20 – 24 октября 2015 г. – Барнаул: Изд-во Алт ун-та, 2015. – С. 847–849.
2. Баркалов С.А., Новиков Д.А., Попов С.С. Индивидуальные стратегии предложения труда: теория и практика – М: ИПУ РАН, 2002. – 110 с.
3. Булатов Г.А., Маничева А.С., Оскорбин Н.М. Методы и математические модели управления персоналом: учебное пособие. – Барнаул: Изд-во Алт. Ун-та, 2015. – 108 с.

УДК 330.46:519.71

Механизмы координации инвестиционной политики агентов ресурсных мегапроектов на основе использования сетевой модели

Н.И. Пляскина

*ИЭиОПП СО РАН, НГУ, Новосибирский Национальный
Исследовательский Государственный Университет
(Affiliation-ID 60002049) (НГУ), г. Новосибирск*

Аннотация. Современные условия взаимодействия государственных органов управления и бизнеса определяют необходимость разработки новых подходов к координации инвестиционной политики агентов – участников ресурсных мегапроектов. В докладе обсуждаются вопросы координации инвестиционных проектов агентов на основе сетевой модели мегапроекта. В качестве механизмов координации предлагается использовать индикаторы сбалансированности и эффективности режимов управления.

Актуальность проблемы. На современном этапе освоения природных ресурсов Арктики и Востока России возросла актуальность выделения ресурсных мегапроектов в системе стратегического планирования и управления. Важным условием эффективности мегапроекта является консолидация интересов и ресурсов участников для достижения государственных и корпоративных целей. Успешность и эффективность реализации мегапроекта зависит от степени согласованности стратегических интересов участников.

Стратегическое планирование и управление реализацией мегапроекта. При разработке маршрутной карты – стратегии реализации мегапроекта государство выполняет определяющую роль, является координатором инвестиционных намерений компаний исходя из стратегических целей мегапроекта. В идеальной ситуации инструментарий координации должен позволять оценивать влияние на сроки и эффективность реализации мегапроекта управленческих решений его институциональных агентов: федеральных, региональных органов власти и бизнеса (компаний).

Как на стадии формирования мегапроекта, так и в течение всего периода его реализации необходим координирующий орган на уровне Правительства РФ, который осуществляет управление инвестиционной программой мегапроекта посредством прямого ресурсного (путем вливания финансовых ресурсов государства) и косвенного регулирования принятия решений инвесторами (создание экономических стимулов и нормативно – правовых условий благоприятного инвестиционного режима).

Сетевая модель управления инвестиционной программой мегапроекта. Предлагаемый нами подход к управлению и координации инвестиционных проектов агентов мегапроекта основывается на сетевой модели, которая позволяет отразить динамику используемых ресурсов и выпускаемой продукции, а также резервы времени, как особый управленческий ресурс, необходимый для согласования стратегических интересов бизнеса и власти. С использованием сетевой модели решаются следующие управленческие задачи:

- ✓ анализ и оценка влияния форм государственного участия и корпоративной политики на стратегию реализации мегапроекта, государственных предпочтений компаниям и регионам на эффективность мегапроекта;

- ✓ выявление проблемных ситуаций, требующих государственного вмешательства и выбор приоритетных инвестиционных проектов для государственной поддержки или государственно-частного партнерства.

Сетевая модель инвестиционной программы мегапроекта как модель управления мегапроектами предназначена для согласования управленческих решений по максимизации государственного дохода от реализации мегапроекта при условиях обеспечения приемлемой для компаний экономической эффективности их проектов [1, с 51]. Оценка эффективности согласования интересов проводится на основе анализа «календарных планов» реализации мегапроекта, структуры критического пути, определяющего длительность инвестиционной программы мегапроекта, резервов времени, необходимых для принятия государственных управленческих решений.

Координация инвестиционной деятельности компаний – агентов мегапроекта основана на использовании двух видов индикаторов управления. Для ресурсного управления целесообразно использовать индикаторы сбалансированности проектов, для оценки мер косвенного регулирования принятия решений частными инвесторами – индикаторы эффективности режимов управления.

Индикаторы сбалансированности:

- баланс (или балансовые невязки) спроса и предложения инвестиционных ресурсов мегапроекта в динамике (федеральных, региональных и корпоративных ресурсов);
- баланс сроков ввода мощностей технологически взаимосвязанных инвестиционных проектов разных компаний;
- баланс спроса и предложения мощностей региональной инфраструктуры и строительного комплекса территории;
- синхронность выполнения проектов комплексного освоения ресурсов, включая сроки ввода мощностей, заявленные в корпоративных проектах.

Индикаторы эффективности режимов управления представлены показателями доходности инвестиционных проектов как отклик участников мегапроекта на изменение регуляторов управления: налоговых ставок, таможенных пошлин, банковских процентов и др. На их основе определяется зона устойчивости мегапроекта, формируются пороговые значения (минимальные и максимальные) регуляторов управления, при которых сохраняется целостность и условия обеспечения сбалансированности мегапроекта.

Процедура согласования инвестиционной деятельности компаний является многошаговой. На первом шаге осуществляется анализ индикаторов сбалансированности. На основе критического и совокупности «подкритических» путей сетевой модели определяются

- допустимые границы невязок по ресурсам, резервы времени реализации локальных проектов;
- совокупность проектов компаний, сдерживающих директивные сроки реализации мегапроекта, и «узкие места».

Следующий шаг – разработка вариантов ресурсного управления инвестиционной программой мегапроекта. Определяются объемы ресурсов государственной поддержки участников с оценкой их влияния на сроки реализации сдерживающих проектов. В результате формируется базовая совокупность взаимосвязанных проектов, в которой согласованы государственные приоритеты, корпоративные и региональные предпочтения.

На заключительной стадии осуществляется корректировка механизмов косвенного регулирования. Проекты, не попавшие в базовую совокупность, становятся объектами диалога координирующего органа с компаниями и регионами по поводу изменения институциональных условий и технологий выполнения проектов (повышения интенсивности выполнения работ, возможности использования инноваций и др.). Координирующий орган выявляет инвестиционные проекты компаний и регионов, требующие изменений институциональных условий деятельности, и разрабатывает предложения для Правительства РФ по нормативно-правовому регулированию, формированию благоприятных режимов инвестирования мегапроекта и др. На основе анализа индикаторов эффективности режимов управления формируется допустимое множество благоприятных режимов реализации инвестиционных проектов агентов мегапроекта. Оценка влияния управленческих решений на эффективность инвестиционных проектов компаний и сроки мегапроекта осуществляются в сетевой модели с использованием функции отклика участников мегапроекта на

- ✓ изменение интенсивности выполнения работ и, как следствие, сроков реализации мегапроекта в целом;
- ✓ изменение доходности работ сетевого графа (на работах выбираются решения, приносящие прибыль).

Координирующий орган предлагает коррекцию системы государственных предпочтений, формирует конкурентную стратегию и соответствующий ей благоприятный режим, обеспечивающий устойчивость реализации мегапроекта. В результате многошаговых процедур согласования инвестиционных намерений и деятельности всех участников формируется эффективная стратегия – маршрутная карта мегапроекта и координационный план управления его реализацией, как документ, обеспечивающий координацию и согласованность деятельности институциональных агентов по достижению стратегической цели создания мегапроекта в заданные сроки.

Библиографический список

1. Гимади Э.Х., Гончаров Е.Н., Залобовский В.В., Пляскина Н.И., Харитонов В.Н. О программно-математическом обеспечении задачи ресурсно-календарного планирования Восточно-Сибирского нефтегазового комплекса // Вестник НГУ. Серия: математика, механика, информатика, № 4, 2010, с 51–62.

Метод нахождения выбросов в регрессионной модели L_1

И.В. Пономарев
АлтГУ, г. Барнаул

Результаты статистического моделирования напрямую зависят от качества исходных данных. Основными критериями статистической выборки являются такие характеристики как репрезентативность, точность, объем и т.п. Однако, даже при наличии всех вышесказанных условий возможно наличие в выборке наблюдений резко выделяющихся на фоне остальных – выбросов. Поиску выбросов и устранению их влиянию посвящено большое количество исследований [1-3].

Данная работа продолжает исследования [4-6] и ставит задачу отыскания выбросов в процессе построения регрессии L_1 .

L_1 регрессией будем называть линейную регрессионную модель

$$y = a_0 + a_1x_1 + \dots + a_kx_k + \varepsilon, \quad (1)$$

где y – зависимая переменная; x_i ($i = \overline{1, k}$) – независимые переменные; ε – ошибка; a_i ($i = \overline{0, k}$) – параметры модели.

Функционал качества данной модели имеет вид

$$\alpha_1 = \min_{a_0, \dots, a_k} |y - a_0 + a_1x_1 + \dots + a_kx_k| \quad (2)$$

Задачу о нахождении выбросов сформулируем следующим образом: пусть из данного множества наблюдений $\Omega = \{(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}, y_i) : i = \overline{1, N}\}$ требуется исключить фиксированный процент наблюдений так, чтобы оставшиеся Ω_0 данные имели наименьшую величину разброса $\alpha_p(\Omega_0)$, т.е.

$$\alpha_p(\Omega_0) = \min \{ \alpha_p(\Omega') : \Omega' \subset \Omega, \#[\Omega'] = N_0 \}, \quad (3)$$

где $\#[\Omega']$ – число элементов во множестве Ω' ; $N - N_0 = M_0$ – число выбросов.

Для решения этой задачи для величины $\alpha_1(\Omega)$ можно воспользоваться преобразованием Лежандра. Аналогичное преобразование для нечеткой регрессионной модели было рассмотрено в работе [6]. Точ-

ками подозрительными на выбросы можно считать те, которые максимально увеличивают функционал $\alpha_1(\Omega)$. При заданных значениях параметров расположим величины квадратов отклонений по убыванию. Наибольший вклад в увеличение функционала будут вносить первые M_0 значений последовательности.

Функции преобразования Лежандра определим как

$$f_r^+(a_0, \dots, a_k) = \text{MAX}_r \left\{ |y_i - a_0 + a_1 x_{i1} + \dots + a_{ik} x_{ik}| : i = \overline{1, N} \right\}$$

$$f_s^-(a_0, \dots, a_k) = \text{MIN}_s \left\{ |y_i - a_0 + a_1 x_{i1} + \dots + a_{ik} x_{ik}| : i = \overline{1, N} \right\}$$

Данные функции указывают $(r+1)$ -ый максимальный и $(s+1)$ -ый минимальный модули остатков в уравнении регрессии (1). Соответственно лучшим уравнением регрессии можно признать то уравнение, в котором сумма модулей остатков наименьшая. Варьируя значения параметров, можно определить минимальную величину этой суммы.

Теорема. Справедливо равенство:

$$\min \{ \alpha_2(\Omega') : \Omega' \subset \Omega, \#[\Omega'] = N_0 \} = \min_{a_0, \dots, a_k} \sum_{0 \leq r \leq M_0 - 1} f_r^-(a_0, \dots, a_k).$$

Доказательство.

Рассмотрим правую часть равенства. Пусть минимум достигается при $a_0 = a_0^*, \dots, a_k = a_k^*$. Перенумеруем последовательность модулей остатков в порядке возрастания

$$\begin{aligned} |y_1 - a_0^* + a_1^* x_{11} + \dots + a_k^* x_{1k}| &\geq |y_2 - a_0^* + a_1^* x_{21} + \dots + a_k^* x_{2k}| \geq \dots \\ &\dots \geq |y_N - a_0^* + a_1^* x_{N1} + \dots + a_k^* x_{Nk}| \end{aligned}$$

Так как последовательность упорядочена и состоит из неотрицательных чисел, то и сумма членов последовательности, с номерами k , где $N - M_0 < k \leq N$, будет минимальна. Это соответствует минимуму функционала $\alpha_1(\Omega')$.

Библиографический список

1. Weisberg S. Applied linear regression. – 3th ed. – Jonh Wiley & Sans, Inc., 2005.
2. Cook R.D. Detection of Influential Observation in Linear Regression // Technometrics. _ 1977. _ Vol. 19, No. 1. – P. 15–18.
3. Andrews D.F., Pregibin D. Finding the outliers that matter // Journal of the Royal Statistical Society. – 1978. – Vol. 40. – P. 84–93.
4. Пономарев И.В. Исследование статистических данных на выбросы // Сборник трудов всероссийской конференции по математике.

МАК: Математики - Алтайскому краю. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2017. – С. 133–135.

5. Пономарев И.В. Об одном методе проверки статистических данных на наличие выбросов // Сборник трудов всероссийской конференции по математике. МАК: Математики - Алтайскому краю. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2018. – С. 203–205.

6. Пономарев И.В., Саженова Т.В., Славский В.В. Метод поиска экстремальных наблюдений в задаче нечеткой регрессии // Известия Алтайского государственного университета. – 2018. - №4(102). – С. 98–101. – [https://doi.org/10.14258/izvasu\(2018\)4-18](https://doi.org/10.14258/izvasu(2018)4-18).

УДК 519.87

Агентно-ориентированные имитационные модели для реальных городских процессов

С.П.Пронь¹, С.П.Семенов², А.О.Ташкин², Е.В.Токарева¹

¹АлтГУ, г. Барнаул, ²ЮГУ, г. Ханты-Мансийск

Рассмотрены агентно-ориентированные имитационные модели для реальных процессов, характерных для каждого города. В частности, представлены агентно-ориентированные имитационные модели ГИС для МГН geowheel.ru и платежеспособности и финансовой устойчивости фонда регионального оператора МКД в среде AnyLogic.

Имитационная модель – это формальное описание логической структуры и динамики взаимодействия отдельных элементов реального объекта с учётом стохастических факторов, реализованное как программа для компьютера [1-3].

Концептуальная модель ГИС для МГН geowheel.ru, представлена в статье [2]. В настоящем исследовании представлено продолжение работы по развитию гибридного подхода к построению имитационных моделей, включающего в себя характерные черты дискретно-событийного и агентно-ориентированного подходов [1]. Смысл объединения двух подходов заключается в том, что с помощью дискретно-событийного подхода возможно построить логическую структурно-функциональную схему модели, а с помощью агентно-ориентированного подхода отобразить динамику взаимодействия заявки и элементов системы. Для построения и исследования компьютерных моделей различных процессов существует большое количество программных пакетов. Для реализации гибридной модели было выбрано ПО AnyLogic, которое позволяет создавать агентно-ориентированные модели, отражающие общее представление о поведении моделируемой системы посредством

назначения перечня параметров и правил поведения ее элементов (агентов), не имея сведений о каких-либо общих законах поведения системы в целом.

Реальную действующую систему можно представить в виде виртуальной компьютерной модели, а объекты и функционал реальной системы представить в виде математических обозначений и функций. Геоинформационная система (ГИС) для удовлетворения информационных потребностей маломобильных групп населения (МГН) geowheel.ru реализована в виде клиент-серверной системы. Серверная часть представляет собой набор сервисов для обработки заявки пользователя, включая базы данных и приложения. Клиентская часть представлена в виде интернет-сайта и наделена интерфейсом взаимодействия с серверной частью. Пользователь при обращении к серверу исходя из возможностей системы имеет возможность выбора характеристик заявки, что определяет её сложность S . Таким образом, исследуемая система выполняет функции в соответствии с запросом пользователя. На рисунке 1 отражена логическая схема, описывающая компоненты ГИС для МГН geowheel.ru и их функциональный состав, выбор которого соответствует запросу пользователя [4, 5].



Рисунок 1 – Логическая схема модели ГИС для МГН geowheel.ru

Опираясь на формализацию логической схемы ГИС для МГН geowheel.ru, а также используя значения количественного показателя моды сложности S_{moda} была построена компьютерная имитационная модель, реализованная в среде имитационного моделирования Anylogic. В ходе исследования была протестирована работа модели, устойчивость, адекватность, выявлена чувствительность, произведена калибровка, проведен ряд экспериментов. В таблице представлены элементы модели, а на рисунке 2 представлен снимок экрана созданной модели в ПО Anylogic.

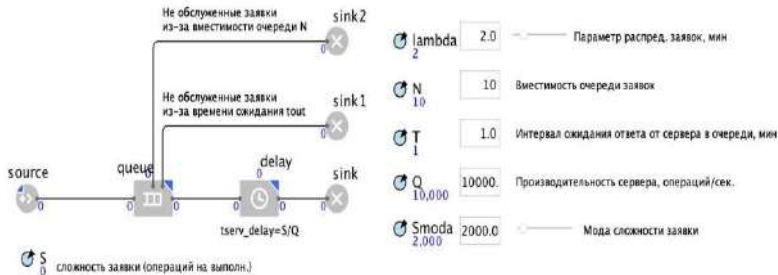


Рисунок 2 – Реализация модели ГИС для МГН geowheel.ru в Anylogic

В рассматриваемой модели платежеспособности регионального оператора (РО) введены следующие накопители: общая копилка (состояние счета РО – Receiptacle); расходы на ремонт (состояние абстрактного агрегированного счёта всех подрядных организаций, принимающих участие в работах по КР МКД - Repair_expences).

Между накопителями рассматриваются денежные потоки [6]: ежемесячные взносы собственников помещений в многоквартирных домах, суммарные, по всем домам региональной программы (inpayments); ежемесячно выделяемые РО средства на КР МКД согласно краткосрочным планам (on_a_plan); кредитные средства, привлечённые РО на КР МКД согласно краткосрочным планам по типу кредитной линии (lending); выплаты по кредитам из общей копилки (payments); фактически потраченные средства на КР МКД (in_fact).

На потоки влияет следующая информация (в соответствии с рисунком 3): включение МКД в краткосрочный план КР; величина ежемесячного взноса на капитальный ремонт на 1 кв.м жилых (нежилых) помещений, находящихся в собственности; величина дополнительного взноса на капитальный ремонт на 1 кв.м жилых (нежилых) помещений, находящихся в собственности; площадь жилых (нежилых) помещений, находящихся в собственности граждан; ежемесячная собираемость взносов на КР; условия предоставления кредитной линии (лимит выдачи или лимит задолженности); общая площадь помещений каждого МКД; удельная стоимость КР 1 кв.м общей площади помещений для каждого МКД; предельная стоимость КР 1 кв.м общей площади помещений для каждого МКД; условия предоставления бюджетной поддержки программе КР МКД; критерии финансовой устойчивости РО; коэффициенты инфляции; индексация и страхование фондов КР [7].

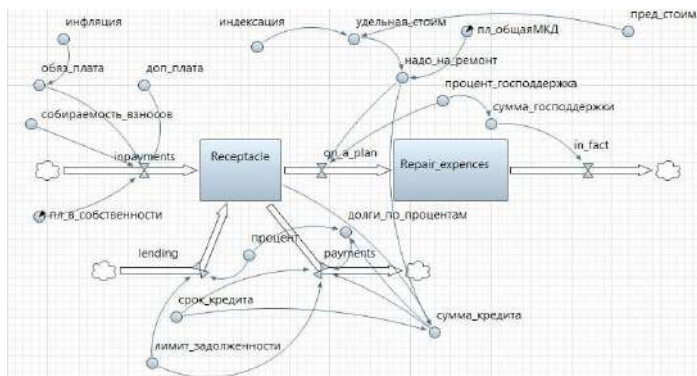


Рисунок 3 – Поточковая диаграмма финансирования КР МКД

Агентный подход даёт возможность избежать ограничений, накладываемых системной динамикой, где необходимо знание о глобальных зависимостях в модели, здесь достаточно обозначить индивидуальную логику поведения объектов.

Библиографический список

1. Шеннон, Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М.: Мир, 1978.
2. С. П. Семенов, В. В. Славский, А. О. Ташкин. Разработка имитационной модели геоинформационной системы для маломобильных групп населения. Вестник Югорского государственного университета, выпуск 3 (46), 2017 г. С. 78–85.
3. Богарова Е.В., Пронь С.П. Разработка имитационной модели финансового потока для формирования фонда КР МКЖД в среде AnyLogic // МАК-2015: "Математики - Алтайскому краю": сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во: Алт. ун-та, 2015. – С. 128–132.
4. Семенов С. П., Славский В. В., Ташкин А. О. Анализ информационных ресурсов, направленных на удовлетворение информационных потребностей людей с ограниченными возможностями. Вестник НГУ Серия: Информационные технологии. - 2016. - Том 14, Выпуск № 1. – С. 115. – ISSN 1818-7900.
5. Семенов С.П., Ташкин А.О. Интерактивная геоинформационная система для маломобильных граждан. Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования», Барнаул, 20-24 октября, 2015. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 3797 с. С. 1007-1010.

6. Богарова Е.В., Пронь С.П. Имитационное моделирование финансовых потоков фонда капитального ремонта МКД с использованием данных по Алтайскому краю на 2014-2043 гг. в среде AnyLogic // МАК-2016: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – С. 123–128.

7. Богарова Е.В., Пронь С.П. Задача оценки параметров формирования фонда КР МКЖД на специальном счете для обеспечения первоначальных затрат // Сборник статей по результатам Региональной конференции «Мой выбор – наука!». – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2015. – С. 72–76.

УДК 330.131.7

Построение нейронных сетей для оценки временного интервала проведения работ по капитальному ремонту многоквартирных домов

Е.В. Токарева

АлтГУ, г. Барнаул

Эффективное исполнение региональной программы капитального ремонта (КР) многоквартирных домов (МКД) во многом зависит от её корректной актуализации, осуществляемой минимум раз в год. Количество МКД, включенных в программы, отличается по регионам, но чаще исчисляется тысячами и десятками тысяч, т.е. эта проблема связана с анализом больших объёмов данных. В работе [1] предложена модель проведения ранжирования МКД по срокам проведения КР с применением нейтрософской логики. Реализация модели на большом объёме реальных данных затруднена именно значительностью этого объёма данных: алгоритм предполагает вычисление матриц нейтрософских оценок показателей (нейтрософский элемент – это триплет $\langle t_j, i_j, f_j \rangle$, где t_j – степень принадлежности, i_j – степень неопределённости, f_j – степень непринадлежности)[2]. В то же время каждому МКД с выборочным КР в региональной программе установлен плановый год проведения КР и предельный срок завершения работ по КР. Отнесение МКД к одному из периодов можно считать задачей классификации. Применение нейронных сетей для решения задачи классификации включает отбор данных, понижение размерности, оцифровку данных, выбор подходящей архитектуры сети, обучение и тестирование [3].

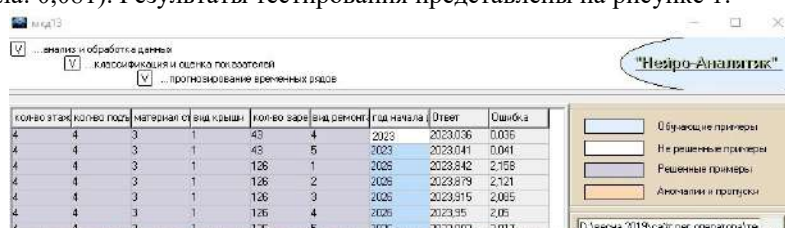
Каждый МКД задаётся признаками (входные показатели):

- общая площадь (кв.м.);
- год ввода в эксплуатацию (номер года);
- количество этажей;
- количество подъездов;
- материал стен (деревянные, кирпичные, блочные, панельные);
- вид крыши (скатная, рулонная, лотковая);
- количество зарегистрированных жителей.

Значения лингвистических переменных переведены в числовые путем взаимно-однозначного соответствия (деревянные – 1, кирпичные – 2, и т.д.).

Объект оценки (выходной показатель) – плановый год проведения выборочного КР.

Вся выборка МКД разбивается случайным образом на обучающую (90%) и тестовую (10%). В программе «Нейро-Аналитик» (разработка компании «Прокс+», г.Барнаул) оптимизационным методом kPartan была обучена сеть (конечная среднеквадратичная ошибка сети составила: 0,081). Результаты тестирования представлены на рисунке 1.



кол-во этаж	кол-во подъ	материал ст	вид крыши	кол-во заре	вид ремонт	год начала	Ответ	Ошибка
4	4	3	1	43	4	2023	2023.036	0.036
4	4	3	1	45	5	2023	2023.041	0.041
4	4	3	1	126	1	2025	2023.842	2.158
4	4	3	1	126	2	2025	2023.879	2.121
4	4	3	1	126	3	2025	2023.915	2.085
4	4	3	1	126	4	2025	2023.95	2.05
4	4	1	1	126	5	2025	2023.983	2.017

Рисунок 1 – Результаты тестирования нейронной сети

Обученную сеть можно запускать в режиме тестирования для задания планового года ремонта МКД, переходящего от накоплений на спецсчете к накоплениям на счете регионального оператора, а также для новых МКД, т.к. выборка является репрезентативной: программа включает и новые МКД и схожие по параметрам «старые» МКД. Нейронная сеть для выбора периода КР будет включена в имитационную модель накоплений и расходования средств регионального оператора на проведение КР МКД.

Библиографический список

1. Токарева Е.В., Пронь С.П. Актуализация программы капитального ремонта многоквартирных домов с использованием нейтрософских компонентов // Сборник трудов Всероссийской конференции по математике с международным участием «МАК-2018». – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2018. – С. 205–209.

2. Богарова Е. В. Нейтрософские компоненты математических моделей системы капитального ремонта многоквартирных домов // Сборник трудов Всероссийской конференции по математике «МАК-2017». – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2017. – С. 152–155.

3. Васильев А.Н., Тархов Д.А. Принципы и техника нейросетевого моделирования: моногр. – Москва: Наука, 2018. – 622с.

УДК 519.8

Анализ влияния социально-экономических факторов на заболеваемость туберкулёзом в Приморском крае

А.А. Яковлев¹, А.И. Абакумов^{1,2}

¹ДВФУ, ²ИАПУ ДВО РАН, г. Владивосток

Проблемы динамики распространения туберкулеза и качества медицинской помощи в лечении этой болезни являются объектом постоянного внимания управленцев в области. При исследовании закономерностей и связей этих процессов с демографическими и социальными факторами используются математические методы, в том числе и математическое моделирование [0, 0].

Для анализа из различных источников были собраны социальные, экономические и демографические показатели в связи с заболеваемостью туберкулезом и его распространенностью в Приморском крае в период 2002 – 2015 годов [0]. Данные анализируются по многим параметрам, в том числе по гендерному признаку, по детскому туберкулезу, по сочетанности с ВИЧ, по лекарственно-устойчивому туберкулёзу. Полученные данные отобраны нами и упорядочены по соображениям представительности и возможно большей взаимной независимости.

Данные о Приморском крае центрированы и нормированы. В этом случае единицы измерения конкретных показателей не влияют на результаты расчетов.

Для исследования взаимосвязей показателей применен метод кластерного анализа. Учитывая указанную выше нормировку данных, при кластерном анализе для оценки расстояний было использовано евклидово расстояние между векторами данных.

После предварительного анализа данных отобраны 25 основных показателей, характеризующих состояние населения Приморского края по отношению к туберкулезу. Перечень основных показателей приведен в таблице 1.

Таблица 1 – Основные показатели и их группы

№	Основные показатели	Группы показателей
1	Распространённость туберкулёза на 100 тыс. чел.	Охват населения туберкулёзом
2	Заболеваемость туберкулёзом на 100 тыс. чел.	
3	Распространённость больных активной фазой туберкулёза на 100 тыс. чел.	
4	Обеспеченность фтизиатрами на 10 тыс. чел.	Медицинское обеспечение
5	Вылечившиеся больные, %	
6	Численность населения	Демографические
7	Смертность на 100 тыс. чел.	Смертность
8	Число жителей, живущих ниже черты бедности, на 1 тыс. чел.	Негативные экономические
9	Уровень безработицы, %	
10	ВРП к ценам 2001 г.	Позитивные экономические
11	Уровень дохода населения к ценам 2001 г.	
12	Обеспеченность жилплощадью на душу населения	Жилищные условия
13	Обеспеченность питьевой водой на душу населения	Бытовые условия
14	Обеспеченность водопроводом, %	
15	Обеспеченность канализацией, %	
16	Оборот общественного питания, млн. руб.	Общественное питание
17	Обеспеченность мясом на душу населения	Качество питания
18	Обеспеченность молоком на душу населения	
19	Обеспеченность яйцами на душу населения	
20	Обеспеченность овощами на душу населения	
21	Потребление вина на душу населения	Слабый алкоголь
22	Потребление пива на душу населения	
23	Потребление водки на душу населения	Сильный алкоголь, наркотики
24	Потребление наркотиков на 100 тыс. чел.	
25	Вредные выбросы	Негативные характеристики окружающей среды

Кластерный анализ основных показателей дал следующую дендрограмму их распределения (рисунок 1).

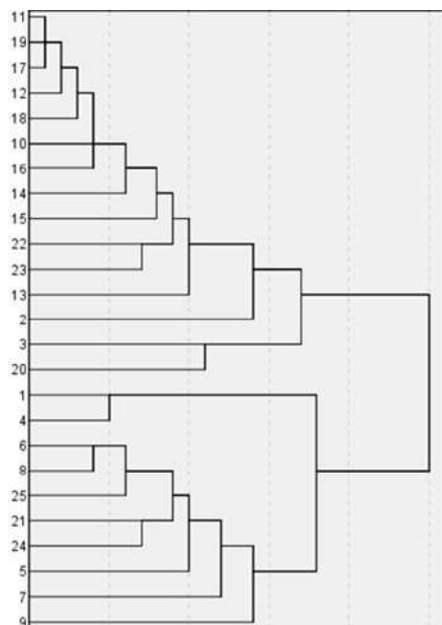


Рисунок 1 – Дендрограмма для показателей

Все показатели распределились по двум кластерам (на рис. 1 выше и ниже показателя № 1). Дендрограмма показывает тесную связь между позитивными экономическими показателями, жилищными и бытовыми условиями, качеством питания. Показатели распространенности и заболеваемости туберкулезом (№ 1 – 3 из таблицы 1) в своей динамике достаточно тесно коррелируют с негативными экономическими показателями и негативной характеристикой окружающей среды. Неожиданной оказалась положительная связь численности населения (№ 6) и обеспеченности фтизиатрической помощью (№ 4) с показателями туберкулеза. Предварительно ее можно объяснить только тем, что чем больше численность населения, тем быстрее распространяется туберкулез, и лучше медицинская помощь, тем лучше выявляются больные туберкулезом.

Все основные показатели и группы показателей на основе всех проведенных расчетов можно разбить на три группы по направленности их влияния на охват населения туберкулезом: *позитивный* кластер соответствует замедляющему влиянию на распространение туберкулеза и заболеваемость, *негативный* кластер способствует распространению туберкулеза, *неопределенный* кластер не проявляет определенного одностороннего воздействия (таблица 2). Позитивные показатели при

возрастании уменьшают охват населения туберкулезом, а негативные – увеличивают.

Таблица 2 – Кластеры влияния

Кластеры	Группы основных показателей
Позитивный	Позитивные экономические показатели, жилищные условия, бытовые условия, общественное питание, качество питания, слабый алкоголь
Неопределенный	Медицинское обеспечение
Негативный	Демографические показатели, смертность, негативные экономические показатели, сильный алкоголь, наркотики, негативные характеристики окружающей среды

В ходе исследования было выявлено влияние социально-экономических, демографических показателей на распространение и заболеваемость туберкулёзом в Приморском крае. Результаты исследования будут использованы для дальнейшего анализа ситуации и поиска решений снижения заболеваемости туберкулёзом.

Библиографический список

1. Абакумов А.И., Яковлев А.А. Модель иммунного ответа на вирусное заражение. // Информатика и системы управления. – 2018. – № 3. – С. 3–9.
2. Романюха А.А. Математические модели в иммунологии и эпидемиологии инфекционных заболеваний. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 296 с.
3. Состояние здоровья населения и организация здравоохранения на территории Приморского края. Государственный доклад Администрации Приморского края для Минздрава РФ. Электронный ресурс (доступ 15 сентября 2018 г.) <https://www.primorsky.ru/authorities/executiveagencies/departments/health/statisticheskie-dannye-o-sostoyanii-i-dinamike-razvitiya-zdravookhraneniya-primorskogo-kрая/>

Секция 6. ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

УДК 004.942, 37.022

Использование метода Кульбака-Лейблера в процессе оценивания учебных достижений

Ю.А. Алябышева¹, А.А. Веряев²

¹ АлтГУ, г. Барнаул; ² АлтГПУ, г. Барнаул

Цель настоящих материалов состоит в представлении и теоретическом обосновании возможности использования меры Кульбака-Лейблера (меры близости двух распределений друг к другу) в педагогике в процедурах оценивания учебных достижений обучаемых. Такая мера близости часто называется расстоянием между распределениями.

У читателя сразу может возникнуть вопрос о том, где и как в ходе учебного процесса возникают статистические распределения, которые нужно сравнивать и какое распределение брать за эталонное, отклонение от которого и предлагается количественно оценивать. Об этом речь пойдет дальше, а вначале остановимся на сути метода Кульбака-Лейблера и на общих вопросах проверки учебных достижений.

Пусть заданы два вероятностных распределения на одном и том же множестве событий: $P(x)$, $Q(x)$. Меру или расхождение Кульбака-Лейблера распределения Q относительно P принято записывать как $D_{KL}(P||Q)$ и определять [1]:

$$D_{KL}(P||Q) = \sum P(x) \log (P(x)/Q(x)) \quad (1)$$

Первый аргумент функционала (распределение P) обычно интерпретируется как истинное или постулируемое априори распределение, второй (распределение Q) - как проверяемое. Суммирование в формуле идет по всем событиям x . Распределение $Q(x)$ служит приближением распределения $P(x)$. Значение функционала часто интерпретируют как расстояние между P и Q . Но нужно заметить, что $D_{KL}(P||Q) \neq D_{KL}(Q||P)$, а это нас устраивает в силу семантики и интерпретации предлагаемых ниже вероятностных мер, поэтому симметризация выражений для расстояния между P и Q , как это часто делается, не требуется. Выбор основания логарифма в формуле (1) не принципиален. Если основание равно 2, то безразмерное расстояние измеряют в битах. Расстояние Кульбака-Лейблера всегда неотрицательно и равно нулю в том случае, когда $P=Q$.

Метод Кульбака-Лейблера на практике используют в ряде задач, например, при определении авторства текста, распознавании голоса, в

медицине для диагностики патологических процессов, в психологии, в информатике для контроля сетевого трафика, распознавания образов, при изучении проблем информационного поиска и других. Приведем для примера только одну литературную ссылку для иллюстрации [2]. В тоже время нам неизвестны работы, в которых бы использовался указанный метод в педагогике.

Во всех прикладных работах используются информационные меры, одна из которых является эталонной, основной, базовой, и при этом вычисляется отклонение остальных информационных мер от основной. В этом плане педагогика может быть названа в качестве «образцовой» дисциплины, где есть много описаний того, что должен «знать», «уметь», чем должен «владеть» обучаемый и есть реальные обученные (иногда «недообученные»). Система оценивания в педагогике направлена на выявление соответствия образцу или степени уклонения от образца. Таким образом, метод Кульбака-Лейблера методологически соответствует педагогическим задачам. Проблема только заключается в том, чтобы предложить технологические процедуры, отвечающие на вопрос «как и что нужно сделать» для практической реализации метода.

Второй момент, на котором хотелось бы остановиться – это проблема оценивания учебных достижений, которой и будет посвящена работа. Рассмотрим оценивание в точки зрения оппозиции: «детерминизм – статистика». Это кажется весьма необычным, но на самом деле в учебном процессе практикуются два крайних метода оценивания и их интерференция. В первом предельном случае проверяется умение обучаемых выстраивать цепочки умозаключений. При этом предлагаются задачи, которые требуют знания разнообразных алгоритмов, схем, умение рассуждать логически и/или строго опираясь на модельные представления предметных областей. Деятельность обучаемых в этом случае должна быть фреймирована, мыслительные операции детерминированы. Обучаемые должны обладать познаниями в предметных областях и демонстрировать то, что называют логический, алгоритмический стили мышления, базирующиеся на знании фактов, законов, правил вывода. Компьютерное тестирование очень хорошо подходит для проверки таких образовательных результатов и достижений.

В то же время в ходе учебного процесса стремятся достичь и иных целей, которые можно описать таким словами, как «кругозор», «полнота» усвоенного материала, умение ориентироваться в определенном круге вопросов, компетентность. В этом случае требуется умение писать тексты, ориентируясь не только на модельные теоретические представления, но и на возможности по переносу усвоенного в другие сферы, умение использовать разнообразные семиотические системы

для ориентации в окружающей действительности. Для проверки такого типа обученности тестирование никак не подходит, оно просто не приспособлено для этого. По этой причине используют другие контролируемые задания: написание рефератов, курсовых работ, дипломных проектов. В целом, в таких текстах уже проявляются статистические закономерности и иные регулярности. Здесь в подтверждение сказанного уместно процитировать специалистов-лингвистов: «будучи целостной единицей, текст обнаруживает по отношению к своим структурным компонентам (сверхфразовым единствам/абзацам, высказываниям, тем более – словам) свойство неаддитивности: характеристики текста невыводимы полностью из признаков его составляющих; в первую очередь, передаваемое текстом значение несводимо к сумме значений компонентов» [3]. Ярким представителем таких статистических закономерностей является закон Ципфа [4]. Этот закон чаще всего используют в работах по наукометрии [5].

Закон Ципфа отражает эмпирическую закономерность в распределения частоты слов естественного языка. Если все слова достаточно «длинного» текста упорядочить по убыванию частоты их использования, то возникнет так называемое ранговое распределение, описываемое простой гиперболической формулой. Таким образом, случайное событие – это появление конкретного слова (вернее словоформы, термина) в тексте. При этом несложно перейти к вероятностной мере P или Q , которые упоминаются выше.

Сказанного достаточно, чтобы стал очевидным следующий алгоритм. Преподаватель отбирает корпус текстов (так это называется в лингвистике), которые должны отразить знания, необходимые для усвоения обучаемым по определенной теме, предмету. Эти эталонные тексты обрабатываются на частотность появления тех или иных словоформ. Список ранжируется. В полном наборе слов удаляются так называемые стоп-слова и редко встречающиеся («хвост» распределения), не отражающие содержание проверяемой предметной области. Из распределения Ципфа вырезается фрагмент слов, ранги которых лежат между n_1 и n_2 . На первом этапе без экспертных знаний и представлений, как и при любом оценивании, не обойтись. Таким образом, возникает эталонная мера $P(x)$. После представления своих текстов студентами или школьниками для проверки, эти тексты также подвергаются частотному анализу. После этого в представленных текстах ищутся и оставляются те же самые случайные события x_i , которые выбраны из корпуса текстов. Таким образом возникает мера $Q(x)$. Это дает возможность применения формулы (1) для сравнения эталонного текста и представленного обучаемыми для оценивания.

Сформированные вероятностные меры связаны с фрагментами тезаурусов: эталонного и проверяемого. Ясно, что расстояние от первого до второго не такое же, как от второго до первого. Термин «расстояние» скорее можно интерпретировать как некую трудоемкость деятельности по уравниванию фрагментов тезаурусов. В одном случае нужно что-то забыть, а во втором, наоборот, – усвоить.

Для практического применения алгоритма необходимо предварительное исследование, которое ответит на ряд вопросов: что значит «длинный текст», каковы должны быть оптимальными и приемлемыми n_1 , n_2 . Есть некоторые проблемы с использованием синонимов, а также с отсутствием в проверяемых работах некоторых важных терминов (соответствующие вероятности в знаменателях в формуле (1) оказываются равны нулю). Последнее, впрочем, легко решается составлением списка понятий, которые в проверяемой работе не нашли отражения, и отказом от суммирования таких величин. Наконец, отдельного рассмотрения требует вопрос проекции полученных числовых значений расстояния Кульбака-Лейблера на используемую в учебных заведениях шкалу оценок. Проверка предложенного алгоритма может быть осуществлена в рамках выполнения студенческих дипломных проектов.

Даже если предложенный алгоритм не решит полностью поставленную задачу, он может выступить хорошим подспорьем для преподавателя, который должен прочитать и оценить сданный студентом или школьником текст (реферат, ВКР и т.п.). Машинный или компьютерный анализ может высветить проблемные места текста, на которые нужно будет обратить внимание в процессе чтения и его более детального анализа.

Особенностью данной работы является ее широкая междисциплинарность. Помимо отмеченных в тексте дидактики и информационных технологий, работа проектируется в такие предметные области, как Natural Language Processing (NLP), компьютерная лингвистика, проблемы стилеметрии в лингвистике, Text Mining, Education Data Mining, Learning Analytics и другие.

Библиографический список

1. Кульбак С. Теория информации и статистика. – Москва: Наука, 1967. – 408 с.
2. Маннинг К., Рагхаван П., Шютце Х. Введение в информационный поиск. – Москва: Вильямс, 2011. – 528 с.
3. Касевич В.Б. Текст как целостность // Материалы XXIV Международной научной конференции Восточного факультета «Источниковедение и историография стран Азии и Африки» (СПбГУ, 10-12 апреля 2007). – Санкт-Петербург, 2007.

4. Закон Ципфа // https://ru.wikipedia.org/wiki/Закон_Ципфа [дата обращения 19.05.2019].

5. Яблонский А.И. Модели и методы исследования науки. – Москва: Эдиториал УРСС, 2001. – 398 с.

УДК 004

Разработка учебно-методических материалов по информатике в условиях билингвального обучения школьников

Г.О. Байрова, Ж.З. Жантасова

ВКГУ им С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск

Термин «билингвальное обучение» в последнее время широко применяется в Казахстане. Билингвизм или двуязычие – это функциональное свободное владение двумя языками. Билингвальное образование – целенаправленный процесс, в котором используются два языка обучения, тем самым второй язык из учебного предмета становится средством обучения – часть учебных предметов преподается на втором языке [1].

Сегодня актуальность билингвального образования в Казахстане связана с ее глобализацией и интернационализацией. Иностранный язык нужен не как средство общения, а как средство профессиональной и познавательной сферы. В последнее время чаще ведется рассмотрение проблемы билингвального обучения, подтверждается актуальность и прогрессивность данной технологии. Обучение в условиях двуязычия признано многими учеными как одно из возможностей эффективного обучения иностранному языку в учебном заведении. Несмотря на целеполагание и понимание возможностей полиязычной подготовки школьников, число преподавателей, способных успешно решать подобные задачи, недостаточно. Настоящая ситуация такова, что необходимо методике CLIL пропустить через казахстанскую систему образования, чтобы оценить ее эффективность для наших обучающихся. И хотя преподаватели НИШ активно внедряют все компоненты CLIL, еще не получены качественные решения всевозможных трудностей, с которыми сталкиваются педагоги. Помимо исследований педагогов НИШ, в Казахстане открываются множество научно-методических центров по изучению проблем двуязычного обучения, создаются разные модели и проекты по его внедрению в системе образования учебных заведений различного ранга [2].

Информатика является метапредметным курсом в начальной, основной и старшей школе. Информатика и английский язык тесно связаны между собой. Языком интерфейса многих компьютерных программ, особенно, сложных интегрированных и графических пакетов, является английский язык. Все языки программирования высокого уровня используют в качестве служебных слов – английские. Преподавание информатики на английском языке позволяет учащимся взглянуть на английский язык с информационной точки зрения. Это способствует систематизации знаний, появлению новых ассоциативных связей, развитию системно-деятельностного подхода, на основании которого и проектируются универсальные учебные действия (УУД) [3].

Применение современных информационных и коммуникационных технологий предоставляет ряд преимуществ в организации процесса обучения: эффективная организация самостоятельной работы учащихся с информацией, развитие навыков самообучения, самоконтроля и рефлексии.

Таким образом, преподавание информатики на английском языке по методике CLIL обеспечивает метапредметные связи и предоставляет возможность достижения практических результатов, внедрения принципов новых стандартов ГОСО (Государственный общеобязательный стандарт образования).

Первоначальное знакомство авторов с методикой CLIL произошло через лекции Карабасовой Лауры – “Content and language integrated learning as trilingual education pedagogy” и лекции Bridget Goodman “Content and language integrated learning”. Эти лекции сформировали понятие об этой инновационной технологии, о возможных способах введения ее в практику, о методах применения на уроке. Темы лекций представлены на понятном и доступном языке, подкреплены удачными примерами, соблюдена последовательная подача материала – все это позволило заинтересоваться этой методикой.

Приоритетное обучение на английском языке в нашей стране получили предметы естественно-научного направления, такие как физика, биология, химия и информатика. Знание разговорного языка не всегда приводит к успеху в академической области. CLIL технология решает эти проблемы за счет обучения предметов посредством иностранного языка. Выделим некоторые положительные моменты изучения языка посредством предмета у учащихся:

- мотивация;
- внимательность;
- креативность;
- большая результативность обучения учащихся;

– успешное владение языком на академическом уровне, которое способствует расширению доступа к дополнительной информации, новым перспективам развития, более глубокому пониманию других культур.

Одним из ключевых составляющих успешного введения данной технологии в практику является правильное планирование урока. Оно предотвращает возникновение проблемных моментов, улучшает усвоение материала. При этом языковой поток информации не является препятствием в освоении материала, он будет на уровне преодолимой трудности.

Практическая апробация CLIL подхода привели к (подбору) созданию серии упражнений для уроков информатики. Вид формулируемого задания напрямую зависит от ожидаемых результатов. Для письменного закрепления темы предварительно предоставляется теоретический материал. Перед упражнением приведены ключевые слова. Ожидается, что после выполнения упражнения школьнику не составит труда подставить нужные слова в структуру и получить необходимое по смыслу понятие.

Пример CLIL упражнения по информатике приведен в таблице 1.

Таблица 1 – Пример ключевых слов к теме «Сети»

<i>Сымсыз желі</i>	<i>Беспроводная сеть</i>	<i>Wireless Network</i>
<i>Сымсыз дербес желілер</i>	<i>Беспроводные персональные сети</i>	<i>Wireless Personal Area Networks</i>
<i>Сымсыз жергілікті желі</i>	<i>Беспроводные локальные сети</i>	<i>Wireless Local Area Networks</i>
<i>Қалакөлеміндегі сымсыз желілер</i>	<i>Беспроводные городские сети</i>	<i>Wireless Metropolitan Area Networks</i>

Задание к теме «Глобальная сеть Интернет». Программа Tarsia позволяет формулировать задания внутри многоугольника, состоящего из множества треугольников и квадратов. Ответы на задания, размещенные в одной фигуре ученик ищет в другой фигуре. Это развивает интерес учащихся, подталкивает к активному поиску и обостряет внимание. Задания построены по принципу мозаики.

«Представление информации» для закрепления слов и для запоминания их правильного написания.

1. Rearrange the letters

1. Bryan diigt _____
2. Bti _____
3. Brniay _____
4. Dialecm _____
5. Cegahn _____
6. Ctrevon _____
7. Dtaa _____
8. Kpee _____

Рисунок 2 –Тема «Представление информации»

Следующие задания развивают критическое мышление учащегося. Наряду с этим взаимосвязь предметов, позволяет учащимся применить знания одного предмета к другому, дифференцируя полученные знания ученик использует их любой жизненной ситуации.

Тапсырмалар:

1-тапсырма. Match the verbs with the nouns.

1. recharge	a. digital ph tos
2. click on	b. faxes
3. dial	c. a number on your mobile phone
4. give	d. a presentation
5. move	e. something with the mouse
6. print out	f. the battery
7. send and receive	g. the mouse
8. take some	h. twenty pages

[7 балл]

Рисунок 3 – Задание на выявление соответствия

3-тапсырма. Choose the best word.

1. To turn on the computer, _____ the "Start" button.
A. Touch B. Press C. Switch
2. I have to _____ a computer screen for eight hours a day.
A. See B. Look At C. Watch
3. _____ any key to continue.
A. Kick B. Smash C. Hit
4. The mouse moves on a _____.
A. Mouse Mat B. Mouse Carpet C. Mouse Table
5. To get sound from your computer, plug in a pair of _____.
A. Loudhailers B. Loudspeakers C. Loud Voices
6. The computer is connected to the telephone line via a _____.
A. Module B. Modem C. Mod

Рисунок 4 –Задание на выбор правильный ответ

Выше приведенные примеры были взяты, чтобы достичь ожидаемого результата. Конечно, каждый учитель может выбрать сам какие задания будут выполнять его ученики, учитывая цель урока и особенности

данного класса. В целях улучшения знания учащихся и эффективности урока после каждого проведенного урока необходимо сделать анализ – какие задания были результативны, а какие задания не дали ожидаемого результата.

Технология CLIL несомненно вызывает интерес педагогического сообщества, идет процесс внедрения положений в образовательную практику.

Библиографический список

1. Разработка WebQuest при изучении информатики на английском языке в школе. Режим доступа – https://kpfu.ru/portal/docs/F1671640511/VKR_2015_S_TTPMI_Burnasheva_SA.pdf (Дата обращения 10.04.2019 г.).

2. Бекенова А. Пәндік және тілдік интеграцияланған оқыту әдісін тілдің үш тұғырлығы саясатын іске асыруда қолдану: мұғалімдердің тәжірибелік қолданысы, осы әдіс жайлы түсініктері және әдісті енгізу барысында кездесетін қиындықтары. Көптілдік білім беру саласының магистрі, Назарбаев Университеті Жоғары білім беру мектебі, мамыр, 2016.

3. Сулейменова А.Х., Лазаренко И.А. Билингвальное образование как одна из тенденций языкового развития современного Казахстан, Журнал: Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук, №12-1. 2017. – С. 50–52.

УДК 378.14

Использование образовательных игр при обучении математической логике

Н.В. Баянова¹, В.В. Лодейщикова²

¹АлтГУ, г. Барнаул;

²АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

В настоящее время профессиональное образование должно быть направлено на развитие коммуникабельности, творческих способностей, умения самостоятельно и быстро принимать решения. В связи с этим, перед преподавателями встает необходимость поиска методических приемов для достижения этих целей.

Современные образовательные стандарты предъявляют новые требования к качеству подготовки бакалавров. Компетентностный подход подразумевает использование не только традиционных форм обучения, но и проведение занятий в интерактивной форме.

Одним из видов интерактивного обучения является образовательная игра, которую можно рассматривать не только как форму ознакомления с новыми знаниями, но и как форму закрепления профессиональных компетенций. Обучающая функция образовательной игры, на наш взгляд, должна быть реализована через творческое изучение необходимых теоретических вопросов. Воспитательная функция должна быть реализована посредством формирования навыков отстаивания своего мнения по обсуждаемым вопросам. Классификационные параметры игровых технологий можно найти в работе [1].

В Алтайском государственном техническом университете им. И.И. Ползунова студентам направления 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника (академический бакалавриат) в 4 семестре предлагается освоить дисциплину по выбору «Функции алгебры логики». Рабочая программа дисциплины содержит такие разделы математической логики как «Формулы алгебры логики» и «Функции алгебры логики».

В результате освоения дисциплины у студентов должна быть сформирована профессиональная компетенция ОПК-2, а именно, студент должен обладать способностью применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач [2]. Закрепление этой компетенции мы предлагаем осуществлять в виде образовательной игры.

Приведем правила игры. В начале игры студенты делятся на четное число команд произвольным образом, среди которых выделяются фиксированные пары команд-соперников. Каждой команде выдается задание, в котором представлены булевы функции, заданные вектором значений.

В первом задании каждая команда находит минимальные дизъюнктивные нормальные формы данных булевых функций методом карт Карно. А затем по данным нормальным формам представляет эти булевы функции в виде математических моделей логических устройств, а именно в виде контактных схем и схем из функциональных элементов. После выполнения данного задания команды обмениваются построенными схемами с соперником.

После получения схемы команда-соперник должна восстановить исходные булевы функции. За правильное выполнение заданий преподаватель начисляет баллы команде по определенным заранее правилам. Выигрывает команда, которая наберет наибольшее количество баллов. Результаты могут быть учтены при выставлении зачета по данной дисциплине.

Проведение такой образовательной игры не только позволяет студентам освоить синтез, анализ контактных схем и схем из функциональных элементов, что необходимо для овладения компетенции ОПК-2, но и установить взаимодействие между студентами, обучить студентов работать в команде, пробудить у участников игры интерес к обучению.

Библиографический список

1. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии: Учебное пособие. – М.: Народное образование, 1998. – 256 с.
2. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника (уровень бакалавриата). – Режим доступа: <http://fgosvo.ru/uploadfiles/fgosvob/130302.pdf>.

УДК 371.3

Организация школьного образования в Израиле

А.Я. Вайс, Т.Л. Вайс

*Еврейский университет в Иерусалиме
(the Hebrew University of Jerusalem)*

אחת מבין הבעיות הבסיסיות בתהליך הלימודים היא ערכה של תלמידים. הערכה האופטימלית לעליית התנינות של התלמיד בלימודים, בקבלת ידע חדש ושימוש בו בעבודות פרקטיות. קיימים הרבה סוגים לערכה של התלמיד כמו למשל עבודה בכיתה, השתתפות בשיחות כיתתיות, הצלחה במבחנים ובחנים והו".

בהמשך אנחנו נדבר על לימודים במתמטיקה בלבד. בבתי ספר בישראל בדרך כלל החליק הגדול של ערכה מתבסס על מבחנים ובחנים שמעבירים במשך שנת הלימודים לפחות בבתי ספר המוכרים ל. אחת מבין השאלות שאני שואל את עצמי לפני שמתחיל להרכיב את המבחן היא "מה אני צריך לבדוק הפעם?". השאלה הזו שהיא לא שאלה פשוטה באופן כללי גם די מסובכת כאשר מדובר על מבדק כלשהו שהחומר בו מצומצם. מה אנחנו בודקים : האם תלמיד זוכר הגדרות ומשפטים, האם הוא יודע להשתמש במקרים בסיסיים בידע שלו או בכלל האם יש לו חשיבה מתמטית ברמה לא בסיסית

Организация школьного образования в Израиле включает много аспектов: материальное обеспечение, подготовка учителей, выбор преподаваемых специальностей, выбор преподаваемого материала и т.п. Мы не будем говорить об обеспечении соответствующего воспитания, о материальном обеспечении, которое на сегодняшний момент в Израиле находится на высоком уровне. Не будем говорить о подготовке учителей, которая всегда проблематична. Не будем говорить о выборе преподаваемых специальностей, которых в колледже насчитывается порядка 40. Сосредоточимся на программах преподавания математики в школах Израила и уровне экзаменов, которыми школьники завершают математическое образование в школе (этот экзамен называется в русскоязычной среде «багрутным экзаменом»).

Изменение программы математического образования в школах Израиля происходит непрерывно. Это связано с естественными потребностями, как например, появление обильного количества компьютерных программ и развитие так называемых калькуляторов, отсутствие необходимости осуществлять вычисления практически любого уровня.

На изменение программ в Израиле влияет как ни странно и сравнительно частая смена правительства. Каждое новое правительство приводит к смене министра образования, который использует это место для увековечивания себя в истории, а для этого начинает «обновлять» именно преподавание математики.

В настоящее время экзамен по математике для школьника, изучавшего математику на 5-м уровне (есть 4-й и 3-й уровни), состоит из двух экзаменов: 581 и 582.

Экзамен 581 состоит из 3х частей:

1. Задача на составление уравнений (движение или работа);
2. Задача на прогрессии (последовательность);
3. Задача по теории вероятностей.

Школьник выбирает в первой части две задачи из трёх.

В предыдущие годы задача с последовательностями включала индукцию, сейчас – нет; также раньше задачи на составление уравнений могли включать задачи с числами и задачи на смеси. Потом задачи на составление уравнений убрали и ввели задачи на исследования уравнений с параметром. Как было сказано выше, такие изменения происходят постоянно.

Во второй части есть две задачи: одна, условно, по геометрии, вторая, условно, по тригонометрии, из них нужно решить только одну.

Третья часть состоит из трёх задач по анализу, из которых нужно выбрать две.

Экзамен 582 состоит из двух частей.

В первой части задача по аналитической геометрии, включая кривые второго порядка в канонической форме, задача по векторам на хорошем уровне и стереометрия на зачаточном уровне, и задача на комплексные числа.

Во второй части – две задачи по анализу с показательной и логарифмической функциями.

Примеры экзаменационных задач

Труба А наполняет бассейн за x часов, а труба В наполняет бассейн за y часов ($x \neq y$). Если труба А открыта $y/3$ часов, а труба В открыта $x/5$ часов, то бассейн наполняется на $8/15$.

- 1) Найдите отношение x/y

2) Если открыть две трубы вместе, то бассейн наполнится через 3 часа 45 минут. Найдите, какую часть бассейна заполняет каждая труба в течение часа

3) Однажды открыли две трубы одновременно, но из-за ремонтных работ труба В закрывалась на одну минуту после каждых 4 минут работы. Какую часть бассейна заполнят две трубы за 5 минут? Через сколько времени заполнится бассейн?

– Последовательность b удовлетворяют рекурсивному отношению $b_n + 2b_{n+1} = 12$. Докажите, что $2(b_{n+2} - b_{n+1}) = b_n - b_{n+1}$.

Дано: $b_1 = 4$. Докажите, что все члены последовательности равны друг другу.

– Последовательность a удовлетворяет отношению

$$a_{n+2} = \frac{a_n + a_{n+1} + 12}{2}.$$

Докажите, что $2(a_{n+2} - a_{n+1}) + (a_{n+1} - a_n) = 12$.

– Дано $a_2 = -1$, $a_1 = -5$. Докажите, что последовательность a арифметическая и найдите её общий член.

– Докажите, что последовательность $c_n = 15 \cdot 2^{-a_n}$ геометрическая и сходящаяся. Найдите её сумму.

УДК 372.851

Особенность обучения школьников на занятиях элективного курса

О.Ю. Глухова
КемГУ, г. Кемерово

Элективные курсы по математике требует разработки программы на основе профильной подготовки учащихся. На основе анализа программы по математике в 8 классе физико-математического и химико-математического профиля разработана и реализуется элективный курс «Теория делимости». Занятия элективного курса проводятся в различных видах: лекция, урок решения основных задач, практикум, зачет, контрольная работа, урок – бенефис. Программа элективного курса рассчитана на 56 часов. В курсе выделены основные блоки: нестандартные задачи и методы их решения; делимость, свойства делимости и основные теоремы; признаки делимости с доказательством; деление с остатком, теорема, свойства; сравнение по модулю, свойства; наибольший

общий делитель, наименьшее общее кратное, свойства; основная теорема арифметики; уравнения в целых числах.

Блок нестандартные задачи и методы их решения является вводным и позволяет обобщить знания и умения учащихся профильных классов мыслить нестандартно, решать задачи олимпиадного характера. К нестандартным задачам относятся задачи: арифметические, алгебраические, геометрические, задачи метода перебора, инвариант и полуинвариант, задачи метода соответствия и принципа Дирихле. В данных задачах выделяются и такие задачи, которые называются задачи – задания. Задача – задание – нестандартная задача в которой кроме текста задачи содержится специфическое задание [2, с. 4 – 7]. В олимпиадных задачах очень часто необходимо переформулировать задачу, сформулировать вспомогательную лемму. На занятиях элективного курса именно такие задачи – задания способствуют развитию у учащихся такого качества ума при котором они способны нестандартно мыслить [1, с. 44].

Рассмотрим примеры таких нестандартных задач – заданий.

Задача 1. Катя купила три упаковки конфет, а Ира – 2 таких упаковки. К ним присоединилась Наташа, и они разделили все конфеты поровну. При расчете оказалось, что Наташа должна уплатить подругам 120 рублей. Сколько денег из этой суммы должна получить Катя и сколько Ира? Сколько стоит одна упаковка конфет? Задание – решить задачу различными методами.

Решение.

Арифметический метод. Каждой девочке досталось $5/3$ упаковки конфет. Наташа уплатила 120 рублей, то упаковка стоит: $120 : 5/3 = 72$ (рубля). Катя уплатила за три упаковки 216 рублей, а Ира заплатила – 144 рубля. Все съели поровну, значит каждый за свою часть должен 120 рублей, следовательно, Катя должна получить сдачу 96 рублей, а Аня – 24 рубля.

Алгебраический метод. Пусть упаковка конфет стоит x рублей, тогда Катя уплатила – $3x$ рублей, Аня уплатила – $2x$ рублей, а Наташа за свою долю $5x/3$. Составим уравнение: $5x/3 = 120$.

Находим стоимость одной упаковки: $x = 72$ рубля, каждый за свою часть должен 120 рублей, следовательно, Катя должна получить сдачу 96 рублей, а Аня – 24 рубля.

Ответ: Катя получит 96 рублей, Аня – 24 рубля, упаковка конфет стоит 72 рубля.

Задача 2. Найдите наименьшее натуральное число, которое при делении на 21 дает в остатке 9, а при делении на 17 дает в остатке 11. Задание – составить задачу аналогичную данной.

Решение.

Неизвестное число обозначим a . Получим: $a = 21x + 9$ и $a = 17y + 11$. Уравнение в целых числах имеет вид: $21x - 17y = 2$, x, y – целые, взаимно – простые. Найдем решение вспомогательного уравнения, используя алгоритм Евклида:

$$21x - 17y = 2,$$

$$21 = 17 \cdot 1 + 4,$$

$$17 = 4 \cdot 4 + 1.$$

Тогда получаем: $4 = 21 \cdot 1 - 17 \cdot 1$, а $1 = 17 \cdot 1 - 4 \cdot 4$. Подставляя, получим $1 = 17 \cdot 5 - 21 \cdot 4$ или $21 \cdot (-4) - 17 \cdot (-5) = 1$, умножая на два получим одно из решений уравнения: $21 \cdot (-8) - 17 \cdot (-10) = 2$.

Множество всех целочисленных решений уравнения имеют вид: $x = -8 + 17t$, $y = -10 + 21t$, t – целое. Число a натуральное, тогда x, y – натуральные, следовательно, $t \geq \frac{9}{17}$ и $t \geq \frac{11}{21}$, наименьшее значение $t = 1$. Тогда, $x = 9$, $y = 11$, при этих наименьших натуральных значениях x и y , $a = 198$.

Ответ: 198.

На задачах, составленных по аналогии учащимися, разработаны зачетные задания по теме «Уравнения в целых числах».

Библиографический список

1. Глухова О.Ю., Сафонова В.Ю. Нестандартные задачи по математике, приемы и методы решения. Saarbrücken, 2014. – 60 с.
2. Епишева О.Б., Крупич В.И. Учить школьников учиться математике. – М.: Просвещение, 1990. – 128 с.

УДК 378.14

Элементы смешанного обучения в преподавании математики для студентов экономического вуза

И.В. Гутарова, Е.В. Саженкова

НГУЭУ, г. Новосибирск

В наше время математика как учебная дисциплина прочно держит свои позиции в учебных планах как технических, так и гуманитарных направлений. Однако, несмотря на то, что математические постулаты и законы остаются неизменными на протяжении многих лет, проблемы в ее преподавании, к сожалению, не исчезают.

Во-первых, уровень математической подготовки абитуриентов в настоящее время оставляет желать лучшего. Итоги ЕГЭ 2018 года выявляют ключевые проблемы:

- несформированность базовой логической культуры;
- недостаточные геометрические знания, графическая культура;
- неумение проводить анализ условия, искать пути решения, применять известные алгоритмы в измененной ситуации;
- неразвитость регулятивных умений: находить и исправлять собственные ошибки. [1]

Во-вторых, проблема заключается в том, что научить студентов математике на должном уровне достаточно сложно в ситуации, когда доля аудиторных часов постоянно снижается. В результате идет поиск новых форм организации учебного процесса. Возможно это смешанное обучение.

На сайте «Википедия» можно найти следующее определение: «Смешанное обучение – это образовательный подход, совмещающий обучение с участием учителя (лицом-к-лицу) с онлайн-обучением и предполагающий элементы самостоятельного контроля учеником пути, времени, места и темпа обучения, а также интеграцию опыта обучения с учителем и онлайн».

Смешанное обучение сочетает в себе преимущества традиционного и дистанционного метода обучения. С позиции традиционного метода, смешанное обучение дает преподавателю и студентам много возможностей взаимодействовать во время занятий. Все время преподавателя занято преподаванием, наблюдением, оцениванием и получением обратной связи от студентов. С позиции дистанционного обучения смешанная модель обеспечивает больше гибкости (свободы) в осуществлении образовательного процесса. Во-первых, преподаватель имеет больше свободы презентации учебных материалов. Во-вторых, смешанное обучение дает преподавателям больше гибкости и свободы в контроле и оценивании: преподаватель имеет возможность проводить онлайн-тестирования, размещать задания и даже итоговый тест в конце семестра. Кроме того, преподаватель имеет больше времени для оценки деятельности студентов, а студенты имеют возможность работать над своими заданиями из любого места, не приходя в класс. [2]

При внедрении смешанного обучения в работу преподавателей включаются методические приемы, направленные на эффективное использование технологий и расширение информационно-образовательной среды. Таким образом, перед преподавателем встает вопрос: чем воспользоваться?

В нашем вузе есть образовательный портал на платформе Moodle. Moodle – это система управления содержимым сайта, специально разработанная для создания онлайн курсов, обладающая широчайшим набором возможностей для полноценной реализации процесса обуче-

ния в электронной среде, среди которых – различные опции формирования и представления учебного материала, проверки знаний и контроля успеваемости, общения и организации студенческого сообщества.

Применить эту систему для студентов очного обучения возможно, но преподаватели встречают на этом пути некоторые препятствия: в нашем вузе необходимо разрабатывать полный курс обучения, кроме того, разработанный курс еще необходимо утвердить.

Однако, есть доступная альтернатива: воспользоваться сервисами компании «Google». Кроме обычного поиска, компания предлагает целый ряд других инструментов, большинство из которых является веб-приложениями, требующими от пользователя лишь наличия браузера и выхода в интернет. Например, Google Формы – это удобный инструмент, с помощью которого можно легко и быстро составлять опросы, анкеты, тесты для проверки знаний. Возможность добавления картинок позволяет включать в тестовые задания любые математические формулы. Автоматический сбор ответов учащихся позволяет преподавателю проверять задания в удобное для него время, проследить дату входа на ресурс, увидеть изменения, проанализировать активность обучающихся. Google Формы собирают и профессионально оформляют статистику по ответам, поэтому не приходится дополнительно обрабатывать полученные данные, можно сразу приступать к анализу результатов. Кроме того, ссылку на Google форму можно легко отправить по электронной почте, выложить в социальных сетях и даже вставить в любой другой онлайн-курс, в том числе на платформе Moodle.

В 2018-2019 учебном году мы разработали серию тестов по курсу «Математика» с использованием Google Форм. В свои тесты мы включали задания:

1. для проверки знания и понимания определений и теорем;
2. на сравнение, сопоставление;
3. для проверки практических умений, навыков.

Например, для проверки знаний терминологии предлагали задания открытой формы с пропусками слов, задания закрытого типа с большим числом ответов, задания на установление правильной последовательности, задания на установление соответствия. С целью проверки практических навыков составляли задания закрытой формы с двумя или тремя вариантами ответов или вообще без ответа.

Тестовый контроль в предлагаемой форме позволяет оперативно проверить знания студентов, не тратя время на очных занятиях, психологически меньше нагружает и студентов, и преподавателей. При постоянной тестовой проверке формируется полезная привычка читать

конспекты лекций и учебно-методическую литературу, вникать в их содержание, а не обращаться к ним от случая к случаю.

Отметим, что в тестировании присутствует элемент случайности. Возможность ограничивать время для ответа на тест с применением Google Форм, большой список вопросов, разных по форме и охватывающих весь материал по теме, помогает уменьшить искажение результатов теста.

Таким образом, хотя тесты нельзя делать единственным исчерпывающим методом любой диагностики и они требуют параллельного использования письменных работ, а также устного собеседования, мы предлагаем применять тестирование в качестве одной из форм контроля учебного процесса – оперативного рубежного контроля. Такая форма работы помогает заранее выявить слабые места, после чего можно уделить основное внимание дополнительному изучению тех или иных разделов, давая возможность более серьезной подготовке к зачету, экзамену. В целом, тестирование знаний, несомненно, более выгодно с экономической точки зрения, чем устные или письменные проверки, а применение Google Форм делают этот метод доступным для любого преподавателя.

Библиографический список

1. Методический анализ результатов единого государственного экзамена в 2018 году. http://gcro.nios.ru/system/files/metod_sbornik_ege_2018.pdf
2. Логинова А. В. Смешанное обучение: преимущества, ограничения и опасения // Молодой ученый. – 2015. – №7. – С. 809–811.

УДК 51:37

Особенности преподавания математики иностранным студентам на факультете довузовской подготовки

***Р.В. Дегтерева, В.М. Кайгородова**
АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул*

В последние годы значительно увеличилось число иностранных абитуриентов, желающих обучаться в российских вузах. В связи с этим появилась необходимость подготовить иностранцев к тем сложностям, которые их ждут при обучении на русском языке. И это касается не только самого языка, но и основных предметов, которые русские абитуриенты обычно сдают при поступлении: математика, физика, биология, химия

обычно сдают при поступлении: математика, физика, биология, химия и т.п. В этой статье мы бы хотели поделиться своим опытом преподавания математики на подготовительном отделении факультета иностранных студентов.

Любой преподаватель, работавший с иностранными абитуриентами, может отметить следующие особенности и сложности, возникающие на этом этапе. Абитуриенты из стран ближнего зарубежья (Казахстан, Узбекистан) обычно неплохо владеют русским языком, но школьные знания, в том числе по математике, значительно слабее, чем у российских школьников. Школьная база студентов из дальних стран (Китай, Монголия, Нигерия, Иран, Египет и др.) гораздо сильнее (порой даже сильнее, чем у русских абитуриентов), а основные затруднения как раз связаны с языковым барьером. Такие студенты, как правило, хорошо пишут контрольные и выполняют задания, написанные на доске, но плохо воспринимают информацию на слух, не могут объяснить устно ход решения задачи. Многие иностранные слушатели привыкли сначала разобрать и понять решение задачи, и только потом, неторопливо его записать. Преподаватель математики должен, с одной стороны, повторить с будущими студентами вуза те разделы предмета, которые понадобятся при изучении высшей математики, а с другой стороны, подготовить слушателей к восприятию, пониманию и конспектированию лекционного материала на слух. При этом сложность состоит еще и в том, что группы студентов на подготовительном отделении, как правило, сборные, и надо уметь найти подход к каждому.

К сожалению, не сразу удалось подобрать такой метод обучения, при котором устранялись бы наиболее сложные моменты подготовки иностранных абитуриентов. В многолетней практике были использованы и классический способ чтения лекций, и совместное чтение вслух, и подготовка домашней презентации. Для контроля знаний также применялись разные виды заданий: открытые тесты, где нужно полностью изложить решение, и тесты закрытого типа, где требовалось просто выбрать правильный ответ. В результате долгих поисков встретила очень эффективная методика, опытом применения которой хотелось бы поделиться.

В 2013 году Фетисова Е.В. защитила кандидатскую диссертацию «Методика довузовского обучения математике иностранных студентов, обучающихся на русском языке». Материалы этой работы во многом и определили еще один подход к обучению иностранных студентов [1]. Отметим лишь некоторые методические приемы, применение которых на практике помогло значительно улучшить качество математической подготовки студентов.

1) Использование математических диктантов. Одно дело, когда вы пишете числа, дроби, корни на доске, а студенты их читают вслух, и совсем другое дело, когда студенты их записывают под диктовку. В-первых, они учатся слушать преподавателя, во-вторых, учатся говорить сами, в-третьих, рушится языковой барьер. На собственном опыте можем сказать, что уже второй, третий диктанты показывают значительные улучшения в восприятии информации на слух, студенты становятся более уверенными в понимании речи преподавателя и сами лучше говорят, объясняя решение задач.

Пример 1. Записать с помощью цифр и математических знаков: «один, одиннадцать, двенадцать, семь, семнадцать, двадцать два, сорок три, сто, сто один, сто десять, ..., одна четвертая, одна сто тридцать пятая, пять шестых, восемь одиннадцатых, ..., две целых семь сотых, десять целых одна десятая, ..., три в четвертой степени, минус четыре в пятой степени, одна вторая в степени минус один, ..., сумма пяти и двенадцати равна семнадцати, произведение двух и четырех равно восьми, частное от деления пятидесяти на пять равно десяти, ...».

Подобные диктанты следует проводить как можно чаще. Студенты быстро привыкают к подобным заданиям, и усвоение материала идет гораздо легче.

2) Текстовые задания. Преподаватель 2-3 раза читает небольшой текст по выбранной теме. На доске выписываются новые слова и их перевод. Студенты должны ответить на вопросы по тексту и выполнить небольшие задания по этой теме [2]. С помощью подобных заданий студенты готовятся к лекционным занятиям. В дальнейшем обучении им предстоит учиться вместе с российскими студентами, и преподаватель уже не будет делать скидку на языковые и другие различия между студентами. Поэтому надо готовить иностранцев к быстрому усвоению и конспектированию лекций, они должны не только понять прочитанный им вслух материал, но и кратко его записать. Можно давать такие тексты сначала для домашнего изучения, а контролировать усвоение – на занятиях.

3) Тестовые задания, которые проверяют не только математические знания, но и их правильное формулирование на русском языке.

Пример 2. Несколько вопросов из тестового задания по теме «Рациональные и иррациональные числа. Алгебраические дроби».

1. Дробь равна нулю, если...

- А) знаменатель равен нулю
- Б) если знаменатель не равен нулю
- В) если числитель равен нулю
- Г) если числитель и знаменатель не равны нулю

2. Как правильно прочитать $\sqrt[5]{\frac{3}{7}}$?

- А) три корня из семи
- Б) корень пятой степени из трех
- В) корень пятой степени из три на семь
- Г) корень пятой степени из трех седьмых

3. Квадратный корень ... равен двум.

- А) из четыре
- Б) из четырёх
- В) из четырёхм

В дополнение к перечисленным приемам можно использовать и разные способы проверки контрольных заданий. Например, математические диктанты студенты могут проверить самостоятельно, или поменяться работой с соседом по парте, сверить с правильными ответами на доске, и сами же поставить себе оценку.

Полезно составить словарь математических выражений, наиболее часто встречающихся в лекциях и учебниках, а также русских слов – синонимов для данных заданий. Например, «равно – получится», «результат – ответ» и т.п. При этом желательно дать перевод этих слов на родной для студента язык, или хотя бы на английский, французский языки (пусть в этом процессе активно участвуют сами студенты). Так же при введении новых слов рекомендуется записывать их вариант в единственном и множественном числе.

В заключении отметим, что работа с иностранными студентами – это постоянный поиск новых форм и решений, это постоянная работа преподавателя, его умение слушать и готовность меняться вместе со своими учениками.

Библиографический список

1. Фетисова Е.В. Методика довузовского обучения математике иностранных студентов, обучающихся на русском языке. Кандидатская диссертация. Электронная библиотека диссертаций. <http://diss.rsl.ru/>

2. Фетисова Е. В., Добрица В. П. Методические приемы формирования математической речи у иностранных студентов Ярославский педагогический вестник, 2012, № 1. – Том II (Психолого-педагогические науки). – С.193–197.

УДК 536; 697.329

Использование методов математической обработки фактических показателей энергетической эффективности систем электроснабжения

Д.Н. Крюков, В.Я. Федянин

АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул

Одним из приоритетных направлений повышения экономического потенциала Алтайского края является развитие топливно-энергетического комплекса. Энергетика является важнейшей составляющей материально-технической базы сельского хозяйства, определяющей эффективность развития производства, уровень производительности труда, качество производимой продукции, социальные условия жизни населения, быт и стабильность функционирования сельских поселений [1, с. 65].

Спрос на инженеров имеет для энергетики принципиальное, долгосрочное стратегическое значение.

В рабочих программах подготовки инженеров энергетической отрасли большое внимание уделяется вопросу формирования их профессиональной компетентности. Завершив обучение в высшем учебном заведении, они должны знать методики энергетических обследований производственных объектов, методы анализа и контроля режимов работы энергетического оборудования, а также уметь проводить измерения, определять оптимальные режимы работы оборудования и владеть методами расчета необходимых показателей.

Деятельность инженера, ее ориентация на решение профессиональных задач по оптимизации производственных процессов и принятие оптимальных решений актуализируют проблему его математической подготовки.

В процессе организации экспериментальных исследований решается широкий круг задач, связанных с постановкой исследования, разработкой программы его проведения, оценкой полученных результатов. В ряде случаев эксперименты выполняются в условиях действия случайных факторов, и обработка результатов таких экспериментов связана с использованием методов теории вероятностей и математической статистики [2, с. 3].

В качестве примера применения теории вероятностей и математической статистики в энергетике рассмотрим продолжительность отключений линий электропередачи напряжением 110 кВ.

Проведем предварительную обработку, построив статистический ряд. Для этого весь диапазон случайной величины делим на интервалы

и подсчитываем количество членов выборки, приходящихся на каждый интервал. Число интервалов, на который следует разбивать статистический ряд, рекомендуется брать порядка 10 ... 20 [3, с. 137]. Принимаем количество интервалов равное 10.

Число значений случайной величины, попавших в i -й интервал, обозначим через n_i . Тогда частота для i -го интервала будет

$$p_i^* = \frac{n_i}{n}.$$

Статистический ряд записывается в виде таблицы.

Таблица 1 – Статистический ряд длительности отключений линий электропередачи напряжением 110 кВ

Δt_i , ч	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10
Δn_i	18	15	12	9	7	6	4	2	1	1
p_i^*	0,288	0,188	0,15	0,113	0,087	0,075	0,05	0,025	0,012	0,012

Полученный статистический ряд обычно оформляется в виде гистограммы. Для ее построения на оси абсцисс откладываются интервалы статистического ряда. На каждом интервале, как на основании, строится прямоугольник, высота которого равна частоте данного интервала [2, с. 88]. В качестве примера построим гистограмму для статистического ряда, приведенного в таблице 1.

Полная площадь гистограммы равна 1. При увеличении числа опытов гистограмма будет все больше приближаться к некоторой кривой, ограничивающей площадь, равную 1. Эта кривая представляет собой график плотности распределения величины X (Рисунок 1).

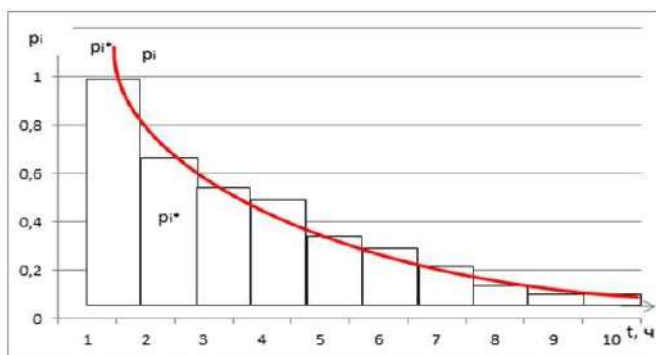


Рисунок 1 – Гистограмма длительности отключений линий электропередачи напряжением 110 кВ

Гистограмма – один из инструментов интерпретации результатов исследований. Благодаря графическому представлению имеющейся количественной информации, можно увидеть закономерности, трудно различимые в простой таблице с набором цифр, оценить проблемы и найти пути их решения [4].

Таким образом, инженерная деятельность позиционируется как общенаучная категория. Владение навыками оценки качественных характеристик процессов, наглядного представления тенденции изменения наблюдаемых значений способствует повышению эффективности объектов энергетики.

Библиографический список

1. Федянин В.Я., Крюков Д.Н. Создание эффективных систем энергоснабжения сельских потребителей в условиях юга Западной Сибири [Текст] // Достижения науки и техники АПК - 2017, Т. 31. №3. – С. 65 – 68.
2. Экспериментальные исследования в электроэнергетике и агроинженерии: учебное пособие / В. Я. Хорольский, М. А. Таранов, В. Н. Шемякин, С. В. Аникуев: Ставропольский государственный аграрный университет. – Ставрополь: АГРУС, 2013. – 106 с.
3. Вентцель Е. С. Теория вероятностей: Учебник для вузов. – 5-е изд. – М.: Высшая школа, 1998. – 576 с.
4. Графическое представление статистического распределения. Гистограмма [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://pandia.ru/text/79/290/39715.php> – Загл. с экрана.

УДК 372.851

Обучение учащихся решению тригонометрических неравенств на основе онтологического подхода

***К.С. Кутмина**
АлтГУ, г. Барнаул*

Обучение математике в условиях современной школы предполагает формирование личности школьника как результата обучения, воспитания и развития посредством учебного предмета математика. Одной из проблем в процессе обучения математике является проблема качества усвоения учебного материала учащимися. ФГОС нацеливает на усиление роли самостоятельной работы учащихся, которая должна обеспечивать формирование научной картины мира, глубокому, осознанному, прочному усвоению знаний и способов их использования на практике.

Этому в значительной мере может способствовать онтологический подход в организации образовательного процесса и использование информационных технологий при обучении математике.

Онтология обеспечивает общее понимание смысла объектов и их отношений в рамках одной области знаний. Выступая в роли посредника, онтология необходима для эффективного взаимодействия членов конкретного сообщества. Онтология – это модель предметной области, использующая все доступные средства представления знаний, соответствующие для данной области.

Современная онтология – это точная спецификация некоторой области, которая включает в себя словарь терминов предметной области и множество связей, которые описывают, как эти термины соотносятся между собой. Фактически это иерархический скелет предметной области.

Внедрение онтологического подхода в воспитательном процессе раскрыто в трудах Л.М. Лузиной. Специфика онтологического подхода, по мнению автора, раскрывается в преобладании ориентации на понимание и взаимопонимание субъектов воспитательного процесса [1].

Онтологические подходы как подходы философские дистанцируются от утвердившегося в отечественно теории воспитания примитивного представления о человеческом бытии просто как жизнь. Реализация данного подхода в учебном процессе раскрыта С.Н. Щегловым [2], и заключается в том, что формально онтология состоит из терминов, организованных в таксономию, их определений и атрибутов, а также связанных с ними аксиом и правил вывода.

Онтологическая модель в процессе изучения темы в определенной предметной области образована с помощью трех основных компонентов. Это, во-первых, конечное множество понятий, терминов, предметной области, которую представляет онтология. Во-вторых, конечное множество отношений между понятиями, терминами заданной предметной области. В-третьих, конечное множество интерпретации (аксиоматизации), заданных на понятиях (терминах) и или отношениях онтологии.

В рамках этого подхода выделяется последовательность процедур в «жизненном цикле» создания онтологии по теме «Решение тригонометрических неравенств».

Тема «Решение тригонометрических неравенств» входит в огромный спектр тем школьного курса математики, которые содержатся в такой содержательно – методической линии, как линия уравнений и неравенств. Данная линия рассматривает вопросы формирования понятий

уравнение и неравенства, общих и частных методов их решения, взаимосвязи изучения уравнений и неравенств с числовой, функциональной и другими линиями школьной математики.

Тема «Решение тригонометрических неравенств» является объективно трудной для восприятия и осмысления учащимися 10-11 классов. Поэтому очень важно последовательно, от простого к сложному, формировать понимание алгоритма и вырабатывать устойчивый навык решения тригонометрических неравенств.

Опишем последовательность создания онтологии:

1. Конструирование учебного процесса при обучении решению тригонометрических неравенств в рамках предметной области «математика»:

а) определили к какой содержательно – методической линии относится данная тема школьной программы;

б) спланировали целевую модель комплекса уроков;

в) составили словарь терминов по теме «Решение простейших тригонометрических неравенств»;

г) разработали онтологическую модель «Тригонометрические неравенства», включающую в себя взаимосвязь основных понятий, последовательность их изучения в школьном курсе математике;

д) совместно с учащимися разработали онтологические модели «Частные методы решения тригонометрических неравенств», которые помогали при обучении решению тригонометрических неравенств различных видов.

2. Управление процессом усвоения учебного материала по теме «Решение тригонометрических неравенств»:

а) определили умения, необходимые при решении тригонометрических неравенств:

1) Отыскивать на числовой окружности точек, соответствующих числам вида π , $\frac{\pi}{4}$, 2 , -7 и т.д.

2) Изображать числа точкой числовой окружности и называть их;

3) Изображать числа на единичной окружности по значению одной из тригонометрических функций;

4) Составлять двойные неравенства для дуг единичной окружности.

5) Проводить анализ предложенного неравенства с целью получения оснований для отнесения неравенства к одному из известных видов.

6) Осуществлять обоснованный выбор метода решения неравенства.

7) Решать простейшие тригонометрические неравенства и изображать решение с помощью единичной окружности.

8) Применять свойства тригонометрических и обратно тригонометрических функций при решении неравенств.

9) Выполнять тождественные преобразования тригонометрических выражений.

б) составили основные типы задач с точки зрения умений, ориентированные на уровни усвоения учебного материала по В.П. Беспалько (ученический, алгоритмический, эвристический и творческий уровни):

1) Вычислите $\sin t$, $\cos t$, $\operatorname{tg} t$ и $\operatorname{ctg} t$, если $t = -\frac{19\pi}{4}$.

2) Вычислите значение выражения

$$\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arcsin 1 + \operatorname{arccotg} \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

3) Найдите на единичной окружности точки с абсциссой $x < \frac{\sqrt{3}}{2}$ и запишите, каким числам t они соответствуют.

4) Найдите на единичной окружности точки с ординатой $y \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ и запишите, каким числам t они соответствуют.

5) Решите неравенство $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \frac{1}{2}$

6) Решите неравенство $5\sin x + 6\cos x > 0$.

7) Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \cos x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \cos x > -\frac{\sqrt{2}}{2}. \end{cases}$$

8) Решите совокупность неравенств
$$\begin{cases} \sin x > \frac{1}{2}, \\ \sin x \leq -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

в) выделили особенности организации процесса обучения учащихся с полученными типами задач – методы, формы и средства.

При этом особая значимость отводилась использованию наглядных методов – макетов единичной окружности. Форма организации процесса обучения учащихся – фронтальная. Учащиеся формулировали основные определения, используя при этом словарь и решали тригонометрические неравенства при помощи онтологических моделей.

Анализ педагогической и методической литературы позволил сделать вывод о недостаточной разработанности онтологического подхода в процессе обучения учащихся предметной области математика.

Библиографический список

1. Лузина Л.М. Онтологические подходы в контексте проблемы отношения образования и культуры // Новые ценности образования: Культурная парадигма. – 2007. – 4(34). – С. 15–30.
2. Щеглов С.Н. Онтологический подход и его использование в системах представления знаний // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2009. – С. 146–153.

УДК 378.14

Использование активных методов в обучении студентов математическим дисциплинам

Л.А. Линевич, Г.В. Кравченко
АлтГУ, г. Барнаул

Обучение как взаимодействие обучающего и обучающихся обусловлено как его целью – обеспечить усвоение младшим поколением накопленного обществом социального опыта, воплощенного в содержании образования, так и целями развития индивидуальных особенностей, творческой активности и социализации личности. Процесс обучения обусловлен также реальными учебными возможностями обучаемых к моменту обучения.

В настоящее время очень большое внимание уделяется методам обучения. Существует несколько определений методов обучения. Чаще всего под методом обучения понимается упорядоченная деятельность педагога и учащихся, направленная на достижение заданной цели обучения [1]. Мы придерживаемся определения, в котором метод обучения понимается шире – как комплекс задач учебного процесса. Таким образом, метод обучения – способ упорядоченной взаимосвязанной деятельности учителя и учащихся, направленный на решение комплекса задач учебного процесса.

Как показывает практика подготовки будущих специалистов в различных профессиональных областях, наиболее эффективными оказываются методы активного обучения, так как они работают не только на когнитивном уровне, но и на смысловом, эмоциональном и поведенческом [2].

Активные методы обучения – это такие методы обучения, при которых деятельность обучаемого носит продуктивный, творческий, поисковый характер. К активным методам обучения относят дидактические

игры, анализ конкретных ситуаций, решение проблемных задач, обучение по алгоритму, мозговую атаку, внеконтекстные операции с понятиями и др.

К особенностям использования активных методов обучения относят следующие: диалогическое взаимодействие; наличие обратной связи; работа в малых динамических группах на основе кооперации и сотрудничества; активно-ролевая (игровая) деятельность; проблемность; взаимодействие обучающихся между собой [3].

При использовании активных методов обучения меняется роль обучаемого – из послушного «запоминающего устройства» он превращается в активного участника образовательного процесса. Эта новая роль и свойственные ей характеристики позволяют на деле формировать активную личность, обладающую всеми необходимыми навыками и качествами современного успешного человека.

Активное обучение представляет собой такую организацию и ведение процесса обучения и воспитания, которая направлена на активизацию учебно-познавательной деятельности обучающихся посредством широкого, желательно комплексного, использования как педагогических (дидактических), так и организационно-управленческих средств. Активизация обучения может идти как посредством совершенствования форм и методов обучения, так и посредством совершенствования организации и управления образовательным процессом в целом.

По нашему мнению, использовать активные методы обучения нужно не только на уроках в средней школе, но и на аудиторных занятиях в вузах, поскольку это эффективный способ достичь образовательных результатов и сделать занятие интересным и творческим, особенно для студентов младших курсов.

Для подтверждения нашей гипотезы были выбраны две формы применения активных методов обучения на практических занятиях по математическим дисциплинам в вузе – математический бой и математическая карусель.

Математические бои – очень привлекательная форма проведения занятий. Если на обычном уроке по большей части учащиеся решают задачи для учителя, ради оценки, а на олимпиадах – для себя, то во время матбоя – для победы своей команды. Мини матбой мы проводили на занятии по дисциплине «Математика: алгебра, начала математического анализа и геометрия» для одной из групп студентов 1 курса Колледжа АлтГУ отделения экономики и информационных технологий по теме «Площадь криволинейной трапеции». Во второй группе занятие по данной теме проводилось по традиционной методике.

Уровень задач подбирался соответственно уровню команд. В подготовке и проведении учащимся была предоставлена полная самостоятельность. Даже жюри было составлено из студентов группы. Жюри должно знать решение всех задач.

Идея матбоя проста. Команды решают одни и те же задачи, потом по очереди рассказывают решения, а соперники их проверяют. Команду возглавляет капитан. Он отвечает за организацию решения задач в команде, подготовку докладчиков и оппонентов, тактику ведения боя.

Матбой начинается с конкурса капитанов, исход которого определяет право первоочередного хода, т.е. для капитанов проводится небольшой блиц-турнир. Задачи обычно занимательные, игровые. Команда, капитан которой правильно и быстрее решит задачи, имеет право первой вызвать команду противника на решение конкретной задачи.

Чтобы определить, в каком порядке команды будут приводить решения задач, команды делают «вызовы»: одна называет номер задачи, решения которой она желает услышать, а другая сообщает, принят ли вызов.

Если вызванная команда желает отвечать, то она выставляет докладчика, а другая команда – оппонента для проверки решения. Один раз в течение матбоя каждая команда может сделать проверку корректности «вызова». Если вызов принят, то вопроса о его корректности не ставится. Однако, если вызов не принят, то вызывавшая команда должна сама рассказать решение, и здесь возможны два случая:

- вызывавшая команда не стала отвечать, тогда вызов «автоматически» считается некорректным;
- вызывавшая команда выставила докладчика, тогда происходит проверка корректности вызова.

Жюри даёт командам очки как за доклад, так и за оппонирование. Учащиеся обычно сами разрабатывают порядок проведения боя и условия. (Сколько нужно времени на доклад; сколько раз может один человек выходить к доске, можно ли пользоваться калькулятором, выходить к доске с записанным решением и т.д.).

Через неделю в обеих группах, изучающих дисциплину «Математика: алгебра, начала математического анализа и геометрия», была проведена самостоятельная работа по теме: «Площадь криволинейной трапеции». По результатам которой был вычислен средний балл (по столбальной шкале) в контрольной и экспериментальной группах. Анализ результатов показал, что средний балл в экспериментальной группе выше на 3,1 балла, чем в контрольной. Также следует отметить, что по сравнению с предыдущей самостоятельной работой в экспериментальной группе средний балл вырос на 16,5 баллов.

Математическая карусель – это командное соревнование в решении задач. В виде математической карусели мы проводили практическое занятие по дисциплине «Количественные методы в психологии» для одной из групп студентов 1 курса факультета психологии и педагогики АлтГУ по теме «Проверка статистических гипотез». Во второй группе занятие по данной теме проводилось по традиционной методике. Группы сопоставимы, поскольку средний балл студентов по профильной математике, необходимой для поступления на факультет педагогики и психологии, в обеих группах значимо не отличался.

Мы внесли в правила классической карусели (авторы: И. Рубанов, К. Кноп, С. Волченков; 1997 г.) некоторые изменения.

Всем командам предлагался один и тот же набор задач в строго определенном порядке (одинаковом для всех команд). Задачи были подобраны с нарастающим уровнем сложности. Во время игры команда получала очередную задачу, решала её и предоставляла ответ преподавателю. Независимо от результата (верный ответ или нет), команда получала следующую задачу, и так далее. Время на решение одной задачи было не ограничено, определено только общее время проведения карусели (1,5 академических часа). Если первая задача решена верно, то команда получает 3 балла, а следующая задача будет стоить на 1 балл больше. Если задача решена неверно, то команда получает за её решение 0 баллов, а следующая задача будет стоить на 2 балла меньше, но не менее 3 баллов. Поэтому, командам важнее правильно решить как можно больше задач подряд. Побеждает команда, набравшая наибольшее количество баллов. Игра для команды оканчивается, если у нее закончились задачи или истекло время, отведенное для игры. Во время подведения итогов занятия был произведен разбор решения наиболее трудных задач.

Через три недели в обеих группах, изучающих дисциплину «Количественные методы в психологии» была проведена итоговая контрольная работа, одно из заданий которой было по теме «Проверка статистических гипотез». За верное решение задачи по указанной теме максимально можно было набрать 20 баллов. В группе, где проводилась математическая карусель, с этой задачей справилось 90% студентов (их средний балл составил 18,5), а в контрольной группе – 75% (средний балл – 14,5).

Следует отметить, что представленные формы проведения практических занятий позволили значительно повысить уровень самостоятельности и познавательной активности студентов. Даже студенты, ранее не проявлявшие активность во время занятий, были вовлечены в процесс решения задач. Анализ результатов каждого занятия показал,

что применение активных методов обучения становится более продуктивным, если осуществляется при условии включения каждого студента в решение задач и организовано как активное сотрудничество преподавателя и студента.

Таким образом, проведение практических занятий в активной форме не только является необходимым условием организации самостоятельной работы студентов, но и позволяет решить одновременно три учебно-организационные задачи: подчинить процесс обучения управляющему воздействию преподавателя; обеспечить активное участие в учебной работе как подготовленных студентов, так и не подготовленных; установить непрерывный контроль за процессом усвоения учебного материала.

Библиографический список

1. Подласый И.П. Педагогика: 100 вопросов – 100 ответов: учеб. пособие для вузов / И.П. Подласый – М.: ВЛАДОС-пресс, 2004. – 365с.
2. Жунисбекова Ж.А., Абдраманова Н.Ш., Акимбаев А.А., Керимбеков М.А., Сыдыхов Б.Д., Койшибаева Н.И. Использование активных методов обучения в образовательном процессе вуза // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 3-3. – С. 279-282. – URL: <http://www.expeducation.ru/ru/article/view?id=7110>.
3. Зеленина Н.А. Интерактивные формы и методы обучения математике студентов высших учебных заведений // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2014. – Т.16. – С. 41-45. – URL: <http://e-koncept.ru/2014/64209.htm>.

УДК 519.6

Алгоритм оценивания компетентности студентов на основе аппарата теории нечетких множеств

Т.П. Махаева

АлтГПУ, г. Барнаул

Предложен алгоритм оценивания экспертом одной компетенции для построения нечеткой модели оценки общей компетентности выпускника вуза.

При разработке ООП бакалавриата руководителям программ, ведущим преподавателям вузов, в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования, приходится формировать основные требования к результатам освоения про-

граммы в виде универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций выпускников и индикаторы достижения этих компетенций [1]. Это указывает на актуальность вопросов оценивания показателей компетентности в образовании.

Кроме того, интерес ученых к проблеме находит подтверждение в работах авторов: И.А.Зимняя, И.В. Вешнева, Л.А. Мельников, В.М.Мо-
нахов, Н.Д. Шадриков и др.

Проблема оценки показателей компетентности студентов состоит в следующем:

- трудности количественного представления качественных показателей компетентности, как результата освоения ОПП
- отсутствие общепризнанных методов измерения показателей в системе образования
- трудоемкость разработки фондов оценочных средств для решения задачи оценивания показателей компетентности.

В предыдущих работах был предложен вариант нечеткой модели оценивания общей компетентности выпускника вуза, имеющей 5-ти уровневую структуру [2]:

$$K_0 = \beta_1 \cdot OK_0 + \beta_2 \cdot OPK_0 + \beta_3 \cdot PK_0$$

K_0 — показатель общей компетентности выпускника;

OK_0 ; OPK_0 ; PK_0 — интегральные показатели общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций соответственно;

Рассмотрим в категории общепрофессиональных компетенций бакалавра по направлению подготовки Прикладная математика (Теоретические и практические основы профессиональной деятельности), ОПК-2 (Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, оценивать надежность и качество функционирования систем).

ОПК-2 можно оценивать по следующим показателям:

x_1 — способность самостоятельно и обоснованно применять математические методы

x_2 — способность самостоятельно выбирать и дорабатывать математические модели

x_3 — способность осуществлять проверку адекватности моделей

x_4 — способность оценивать надежность и качество функционирования систем

x_5 — готовность решения исследовательских и проектных задач.

Пример рекомендаций по оценке показателей сформированности компетенций представлен в таблице 1.

Таблица 1 – Уровни показателей сформированности компетенций

x_i	Уровни оценки компетенций				
	Низкий	Ниже среднего	Средний	Выше среднего	Высокий
x_1	Затрудняется	Частично способен	Способен в типовых задачах	Способен по алгоритму	Способен самостоятельно
x_2	Затрудняется	Частично способен	Способен в типовых задачах	Способен по алгоритму	Способен самостоятельно
x_3	Затрудняется	Частично способен	Способен в типовых задачах	Способен по алгоритму	Способен самостоятельно
x_4	Затрудняется	Частично способен	Способен в типовых задачах	Способен по алгоритму	Способен самостоятельно
x_5	Не готов	Частично готов	Готов под руководством	Готов по алгоритму	Готов самостоятельно

Переход от качественного описания уровня к количественному значению происходит при использовании значений функции принадлежности [3]:

$D_z = \sum \alpha_k \cdot Z_k$; где D_z – z -я дисциплина, Z_k – k -я задача, решаемая в рамках данной дисциплины; $\alpha \in [0,1]$ – весовой коэффициент Z_k в D_z , суммирование идет по количеству задач.

$OPKi = \sum \alpha_z \cdot D_z$, где $OPKi$ – i -я общепрофессиональная компетенция, $\alpha \in [0,1]$ – весовой коэффициент D_z для формирования $OPKi$, суммирование идет по количеству дисциплин.

Алгоритм оценивания одной компетенции студента из общей интегральной модели оценки имеет вид:

- подготовительный этап;
- эксперт оценивает компетенцию;
- эксперт вводит оценку в систему;
- система сопоставляет качественную оценку с количественным значением;
- расчет показателя сформированности компетенции (по формуле);
- обратный переход от количественного значения показателя к качественному;
- результат оценивания (уровень).

Рассмотренный алгоритм позволяет наглядно продемонстрировать механизм разработки и применения интегральной модели оценки общей компетентности выпускника вуза. Считаем, что методика применения аппарата теории нечетких множеств для оценивания показателей компетентности в образовании пока недостаточно разработана.

Библиографический список

1. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования (<http://www.edu.ru/file/docs/2018/01/m11.pdf#page=3>).
2. Махаева Т.П. Построение нечеткой модели оценивания компетентности выпускника вуза // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования, Барнаул, 14–17 ноября 2017 г. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2017. – С.449–452.
3. Махаева Т.П. О приложении теории нечетких множеств к вопросам оценки компетентности студентов // Труды семинара по геометрии и математическому моделированию: сб.ст. – Вып. 2. / главный редактор Е.Д. Родионов. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – С.39–42.

УДК 378.14

Приемы геймификация в преподавании математических дисциплин

М.Г. Пашкевич, Е.В. Саженкова
НГУЭУ, г. Новосибирск

В современных условиях платного высшего образования преподаватель часто вынужден работать со слабым контингентом обучающихся. Для студентов вузов, где математика не является профильной дисциплиной, изучение математических дисциплин становится тяжелым испытанием. Одной из технологий, способной сделать процесс обучения более функциональным и мотивирующим, является геймификация.

Под геймификацией образования понимается процесс вовлечения студента в учебную деятельность с помощью игры. Основной целью является привлечение внимания обучаемых, повышению их заинтересованности в решении учебных задач и дальнейшем привлечении полученных знаний [1, с. 468]. Геймификация – это техника, способная улучшить качество обучения.

Игрофикация в образовании не является инновацией. Исследованиям применения игровых технологий в процессе обучения школьников посвящено множество работ. Но в последние годы геймификации стали уделять все большее внимание как технологии, способной помочь современной системе высшего образования. В современной высшей школе, делающей ставку на активизацию и интенсификацию учебного процесса, настоятельно рекомендуется использование игровых технологий [2, с. 314].

Игровая форма занятий выступает как средство побуждения, стимулирования к учебной деятельности. Игра меняет форму обучения от классической до более легкой и понятной. Она психологически привлекательна для участников, так как в ней есть роли и действия четко прописанные правилами. Для учебной игры характерны планируемость, наличие учебной цели и предполагаемого результата. Игровые технологии можно использовать для освоения понятий или тем учебной дисциплины, для закрепления пройденного материала и контроля усвоения полученных знаний. В нашем случае игра используется для интенсивного опроса и проверки знаний по пройденному разделу дисциплины, а также для подготовки к письменной контрольной работе [3, с. 2428].

Студентам предлагается классическая настольная игра с игровым полем, фишками и кубиком. Учебная группа делится на 4-6 команд, участники определяют название своей команды и очередность хода. Бросок кубика определяет не только количество шагов вперед по игровому полю, но и уровень сложности задачи или теоретического вопроса. Задачи делятся по уровню сложности на три группы. В зависимости от сложности задачи, за один ход команда может заработать 1, 2 или 3 балла и продвинуться по игровому полю при правильном решении на 1-2, 3-4 или 5-6 шагов соответственно. На ответ отводится ограниченное время и каждый участник вовлекается в активную командную работу, в процессе которой все участники обучают друг друга. Роль преподавателя в процессе игры - это оценка сформулированных ответов и решенных задач. Если команда не справляется с решением задачи или не может дать правильного ответа на теоретический вопрос, то право ответа получает другая команда и зарабатывает дополнительные баллы за правильный ответ. Побеждает команда, первая дошедшая до финиша. Второе место занимает команда, набравшая большее количество баллов за решенные задачи, среди остальных команд.

Привлечение игровых технологий для проверки знаний по пройденной теме показало большую эффективность, чем устный или письменный опрос студентов. Для современных студентов, привыкших к компьютерным играм, классическая настольная игра оказалась не менее увлекательной. Эмоциональная составляющая игры способствовала более качественному усвоению знаний.

Библиографический список

1. Кондрашова Е.В. Геймификация в образовании: математические дисциплины // Образовательные технологии и общество. – 2017. – Том 20. – № 1. – С. 467–472.

2. Варенина Л.П. Геймификация в образовании // Историческая и социально-образовательная мысль. – 2014. – Том 6. – № 6. – Часть 2. – С. 314–317.

2. Саженкова Е.В. Интерактивные формы обучения высшей математике как средство активизации учебно-познавательной деятельности студентов // Сборник научных статей международной школы-семинара «Ломоносовские чтения на Алтае». – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2015.

УДК 372.851

О конструктивных вопросах подготовки студентов к математическим соревнованиям

А.Н. Саженков, Т.В. Саженкова

АлтГУ, г. Барнаул

Задания студенческих математических олимпиад и конкурсов ориентировано на знание стандартных объёмов математических курсов, но сами задачи оригинальны и разнообразны по сложности. На соревнованиях особенно успешны студенты, способные осуществлять поиск идеи решения задачи, имеющие опыт применения различных подходов к анализу условий задачи и математических инструментов (методов) решения поставленных вопросов.

Одним из отправных пунктов при подготовке студентов к математическим соревнованиям становится, как правило, решение задач прошлых олимпиад и конкурсов [1-5].

В этом направлении происходит обращение к олимпиадным задачам, наработанный банк которых уже достаточно велик, и они, конечно, интересны и содержательны. Однако простое знакомство с отдельно взятыми задачами недостаточно эффективно. Поэтому в основу подготовки ложится работа над решением и обсуждением задач, в процессе которой происходит обращение к важным математическим идеям и теориям, то есть происходит фундаментальная подготовка участников олимпиадного движения. Объединение задач в тематические комплексы позволяет продуктивно закрепить идеи и алгоритмы, приводящие к успеху в их исследовании.

Приведём несколько задач с решениями [2] по следующей тематике.

Функциональные уравнения и соображения непрерывности:

1. Найдите функцию, отображающую действительные числа в себя, такую, что выполняется соответствующее тождество для любых чисел x и y : $f(x) \cdot f(y) = f(x - y)$.

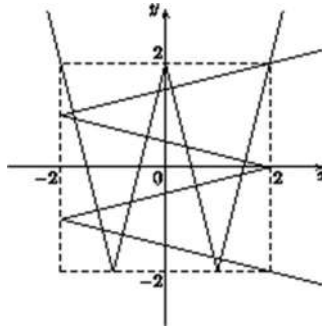
Подставим в уравнение $x = y = 0$. Получим соотношение $f(0)^2 = f(0)$. Из него следует, что $f(0) = 0$ или $f(0) = 1$.

Рассмотрим случай $f(0) = 0$. Подставим в уравнение $x = y$. Получим соотношение $f(x)^2 = 0$ и $f \equiv 0$.

Рассмотрим случай $f(0) = 1$. Подставим в уравнение $x = y$. Получим соотношение $f(x)^2 = 1$. Из него следует, что $f(x) = \pm 1$. Подставим в уравнение $y = \frac{x}{2}$ и получим соотношение $f(x) \cdot f\left(\frac{x}{2}\right) = f\left(\frac{x}{2}\right)$. После сокращения на $f\left(\frac{x}{2}\right) \neq 0$ получаем $f \equiv 1$. Ответ: $f \equiv 0$ и $f \equiv 1$.

2. Дана функция $f(x) = |4 - 4|x|| - 2$. Сколько решений имеет уравнение $f(f(x)) = x$?

Уравнение равносильно системе $y = f(x)$, $x = f(y)$. Систему решаем графически.



Ответ: 16.

3. Функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ непрерывна и такова, что $f(x) \cdot f(f(x)) = 1$ для любых x и $f(1000) = 999$. Найдите $f(500)$.

Решение. $1 = f(1000) \cdot f(f(1000)) = 999 \cdot f(999)$. Следовательно, функция принимает значения $\frac{1}{999}$ и 999, а поскольку, $f(999) = \frac{1}{999} < 500 < 999$ она принимает и значение 500. Пусть

$f(a) = 500$. Тогда получаем, что $1 = f(a) \cdot f(f(a)) = 500 \cdot f(500)$ и $f(500) = \frac{1}{500}$.

Ответ: $f(500) = \frac{1}{500}$.

4. Найдите все комплексные корни многочлена:

$$P(x) = \sum_{n=1}^{n=2010} (1005 - |1005 - n|) x^n.$$

Решение основывается на следующем соображении:

$$1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1} + (n+1)x^n + nx^{n+1} + \dots + 2x^{2n-1} + x^{2n} = (1 + x + x^2 + \dots + x^n)^2$$

$$\text{Итак, } P(x) = \sum_{n=1}^{n=2010} (1005 - |1005 - n|) x^n = x \left(\sum_{n=1}^{1004} x^n \right)^2 = x \left(\frac{x^{1005} - 1}{x - 1} \right)^2 \quad \text{и}$$

комплексные корни многочлена это первообразные корни 1005 степени из 1. Ответ: 0 и $e^{\frac{2\pi i k}{1005}}$ $k = 1, 2, \dots, 1004$ (кратности 2).

Библиографический список

1. Саженов А.Н., Саженова Т.В. О некоторых аспектах подготовки к студенческим математическим соревнованиям // Сборник трудов тринадцатой региональной конференции по математике МАК 2010. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2010.

2. Саженов А.Н., Саженова Т.В., Плотникова Е.А. Математический анализ в задачах студенческих олимпиад. Практикум. Часть 1. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2011.

3. Саженов А.Н., Саженова Т.В. О математическом содержании студенческого олимпиадного факультатива // Сборник трудов тринадцатой региональной конференции по математике МАК 2011

4. Саженов А.Н., Саженова Т.В. Последовательности в задачах студенческих математических олимпиад. // Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае». – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2018.

5. Саженов А.Н., Оскорбин Д.Н., Саженова Т.В. Классические олимпиадные темы и математические задачи высокого уровня сложности: учебное пособие. – Барнаул: Изд-во АлтГУ. – 2019.

УДК 004.738.5

Использование электронного курса для подготовки и преподавания дисциплин по программированию

Л.Л. Смолякова, О.Н. Половикова

АлтГУ, г. Барнаул

Вопросы алгоритмизации и программирования являются обязательными при подготовке бакалавров. Изучение основ программирования дает ту базу и основу, которая в дальнейшем позволит выпускнику и будущему специалисту ИТ успешно получить знания в изучении различных сред, языков и платформ востребованных на рынках труда. В статье рассмотрены проблемы профессиональной направленности вузовского курса программирования для бакалавров, которые специализируются в области проектирования, разработки и сопровождения современных информационных технологий. Данное требование к формированию рыночно ориентированной подготовки специалистов становятся особенно актуальным в связи с государственными приоритетами развития цифровой экономики [2].

Целями освоения дисциплины являются:

- формирование базовых знаний в области информатики, основ алгоритмизации и программирования;
- выработка навыков решения типичных задач с использованием ЭВМ;
- овладение приемами разработки и отладки программ в современных средах программирования.

Изучение дисциплины направлено

- на развитие у обучающихся алгоритмического мышления, систематизацию принципов построения языков программирования и подходов к разработке программ для ЭВМ;
- на формирование навыков реализации алгоритмов на высокоуровневом императивном языке программирования; разработки, отладки и тестирования программ;
- на подготовку обучающихся к системному восприятию дальнейших дисциплин из учебного плана, использующих навыки алгоритмизации и программирования;
- на получение представлений об основных идеях структурного программирования и развитие способностей сознательно использовать материал курса, умение разбираться в существующих языковых и программных средствах и условиях их применения.

В процессе изучения курса бакалавры должны знать основные понятия в области алгоритмизации, свойства алгоритмов, методы анализа сложности алгоритмов; синтаксис и базовые конструкции языка С, основные возможности и приемы программирования на этом языке; принципы структурного программирования; назначение, устройство и свойства основных структур данных: список, очередь, стек, дерево, граф; алгоритмы поиска и сортировки.

Уметь: разрабатывать алгоритмы решения типичных задач и реализовывать их на языке С; использовать для разработки современные интегрированные среды разработки.

Владеть: навыками построения математической модели и алгоритма для прикладной задачи; написания и отладки программ в интегрированной среде разработки.

Государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по дисциплине «Основы программирования» предусматривает изучение объектно-ориентированного подхода к программированию, что оказывается практически невозможным без предварительной базовой подготовки обучаемых. Поэтому, как правило, обучение программированию, приходится начинать с азов. Все вышеперечисленное объясняется тем, что программирование является специфическим видом человеческой деятельности, для успешной реализации которой необходимо не только применение приобретенных в процессе обучения знаний и умений, но требуется и наличие определенного стиля мышления. Задача преподавателя – не только научить студента записывать алгоритм на языке программирования, а обучить его самостоятельно конструировать сам процесс решения задачи. При правильном подборе учебных задач от более простых к сложным, появится понимание единства принципов написания и функционирования информационных систем.

Согласно отмеченным положениям, последовательность изложения лекционного материала зависит от порядка практических и лабораторных работ. Учитывая их итерационный характер, изложение лекционного курса также имеет смысл строить на основе итерационного метода.

Все эти аспекты отражены в электронном учебно-методическом комплексе дисциплины (ЭУМКД). На странице курса Основы программирования, можно найти материалы разного рода. Однако следует помнить, что возможность их использования, упрощает, но ни в коем случае не заменяет живого общения с преподавателем. Курс содержит:

1. Слайды к лекциям.
2. Видеолекции
3. Лабораторные работы

4. Тесты

5. Рекомендации. Что почитать?

6. Рекомендации Что посмотреть?

7. Примеры программ

Каждый следующий учебный материал содержит вопросы из предыдущих тем, и на основе этих вопросов созданы материалы экзамена по дисциплине. Результат экзамена зависит от трех составляющих: среднего балла за лабораторные работы, среднего балла за тест и баллов за экзаменационную работу. Таким образом, преподавание данного курса, с использованием электронного ресурса дает возможность студентом доступ к материалам курса в любое время, а самое главное возможность задать вопросы преподавателю вне занятий, по мере их возникновения, что стимулирует успешное обучение по данной дисциплине.

Библиографический список

1. Смолякова Л.Л., Половикова О.Н., Пиянзин А.И. Профессиональная направленность курса по программированию для бакалавров с учетом государственных приоритетов развития цифровой. Мир науки, культуры, образования. № 3 (76) июнь 2019.

2. Некоторые аспекты преемственности преподавания информатики / Л. Л. Смолякова, О. Н. Флорю // Сборник трудов Всероссийской конференции по математике; МАК-2017. Материалы молодежной прикладной IT школы; Математические методы и модели в экологии Барнаул, 29 июня – 1 июля 2016 г. / АлтГУ [и др.]; [гл. ред. Н. М. Оскорбин]. – Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2017. – С. 279–281.

3. Половикова О.Н., Смолякова Л.Л. Разработка электронного курса смешанной формы обучения по дисциплине «Объектно-ориентированное программирование» (научная статья) Информация и образование: границы коммуникаций INFO'19: сборник научных трудов №11. Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2019.

4. Смолякова Л.Л. Построение модельного примера успешности обучения бакалавров ФМиИТ АлтГУ с использованием МГК (научная статья) Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования: сборник научных статей международной конференции (Барнаул, 20-24 октября 2015 г.). – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2015. – 3797 с. – С. 839–841.

**Организация самостоятельной работы студентов
по комплексному анализу с использованием
электронного тренажера**

И.С. Софронов, Г.В. Кравченко
АлтГУ, г. Барнаул

Использование электронных средств обучения и относимых к ним образовательных электронных ресурсов, начинает заметно влиять на современное образование и культуру, создает условия для развития инновационных методов обучения. Быстрыми темпами происходит внедрение электронных средств в учебный процесс не только в общеобразовательной, но и в высшей школе.

В условиях информатизации образования и ограниченного количества учебных часов, отводимых на изучение дисциплин, высококачественная подготовка специалиста возможна лишь в том случае, когда основной упор сделан не столько на аудиторные занятия, сколько на самостоятельную деятельность студентов, грамотно объединенную с современными информационными технологиями в целом и ИКТ-технологиями в частности [1].

Учебный процесс в вузе существенно отличается от того, как он организован в средней школе. Одна из важнейших задач высшей школы – начиная с первого курса, научить студента приобретать навыки самостоятельной работы. В соответствии с ФГОС ВПО самостоятельная работа студентов является обязательной составной частью учебного процесса, которая осуществляется в различных формах образовательной деятельности, где можно приобрести практический опыт, дополнительные знания и навыки. В отличие от аудиторных занятий, которые достаточно жестко регламентированы, самостоятельная работа дает относительную свободу в выборе способов реализации этой деятельности с учетом установленных ограничений.

В настоящее время нет единого определения самостоятельной работы, каждый исследователь трактует её по-своему. Мы придерживаемся следующего определения: самостоятельная работа – это форма организации учебной деятельности учащихся, осуществляемая под прямым или косвенным руководством преподавателя, в ходе которой учащиеся преимущественно или полностью самостоятельно выполняют различного рода задания с целью развития знаний, умений, навыков и личностных качеств [2, с. 127].

Заметим, что в высшей школе самостоятельная работа направлена не только на закрепление знаний, но также и на развитие творческих навыков, умение ориентироваться в потоке информации, на правильную организацию своего времени.

Образовательные технологии в вузе направлены на обеспечение включенности каждого обучающегося в учебно-познавательную деятельность. При этом для формирования нового понятия или отработки алгоритма студент должен выполнить определенный набор действий. Реализации этой цели способствует использование электронных тренажеров. Нередко тренажерами называют оригинальную методику обучения, контроля и оценки знаний обучающихся, предлагающую обучающему набор заданий на заданную тему с контролем правильности их выполнения.

Как одна из методик обучения, тренажер выполняет три основные взаимосвязанные функции: диагностическую, обучающую и воспитательную.

Диагностическая функция выявляет уровень знаний, умений, навыков обучающего. Электронный тренажер помогает выявить и устранить пробелы в знаниях студента. Т.к. в основном тренажер представляет собой набор тестовых заданий, то по объективности, широте и скорости диагностирования он превосходит все остальные формы педагогического контроля.

Обучающая функция тренажера проявляется в активизации работы студента по усвоению учебного материала, поскольку тренажер содержит наводящие вопросы и подсказки; после прохождения задания предоставляются ссылки на разделы учебного материала или вопросы, по которым обучающийся ответил неверно; существует возможность повторного решения задания, решения однотипной группы заданий или задания определенного уровня сложности.

Воспитательная функция проявляется в дисциплинированности и самоорганизации деятельности обучающихся; в формировании стремлений развить способности, инициативность, самостоятельность и ответственность.

В настоящее время создан целый ряд компьютерных тренажеров по разным дисциплинам. Чаще всего электронные тренажеры предназначены для отработки практических умений и навыков решения задач. В этом случае они обеспечивают получение краткой информации по теории, тренировку на различных уровнях самостоятельности, контроль и самоконтроль.

Электронный тренажер является наиболее простой формой электронного учебника. Его главное отличие от тестов в печатной форме –

наличие интерактивного взаимодействия, диалога между обучающимся и обучающей системой. Основную дидактическую сложность при разработке электронного тренажера составляет отбор и формирование контролирующих материалов, позволяющих получить объективную картину и оценить знания, умения и навыки, которыми владеет учащийся. Именно поэтому одним из перспективных направлений повышения качества поддержки информационного сопровождения образовательного процесса является создание электронных тренажеров, предусматривающих возможность подачи большого количества текстовых и иллюстративных обучающих материалов на основе применения гипертекстовых, гипермедийных приложений в целях создания благоприятных условий для реализации системы дидактических методов, способов, приемов организации процесса обучения и самообучения [3].

Электронные тренажеры позволяют усовершенствовать процесс самостоятельной работы студентов и процедуру контроля этой работы преподавателем, сделать его более привлекательным, наглядным и дружелюбным в работе.

Нами был создан тренажер для обучения студентов решению задач по комплексному анализу и проверки их знаний по темам «Определение комплексного числа», «Функции комплексного переменного» и «Интегралы и степенные ряды». В тренажер включены задания с выбором одного или нескольких правильных ответов, задания с выбором ответа «верно» – «неверно», задания с краткими ответами (на вычисление). Обучающийся запускает электронный тренажер по комплексному анализу, выбирает тему и может не только проверить свои знания по этой теме, но и отработать практические умения и навыки решения задач.

Рассмотрим организацию самостоятельной работы при изучении темы «Определение комплексного числа». Студентам выдается задание – в течение недели изучить теоретический материал по данной теме и затем с помощью тренажера, попрактиковаться в решении типовых задач. У тренажера нет ограничений на количество запусков и работать с ним можно с любого компьютера. После этого преподаватель на занятии проводит контрольное тестирование для оценки знаний студентов по данной теме.

Результаты апробации созданного тренажера показали, что самостоятельная работа студентов с электронным тренажером повышает их мотивацию к обучению и активность в процессе обучения. Позволяет обучающему работать в индивидуальном, комфортном для него темпе. Для обучающегося такая работа создает ситуацию успеха, а преподаватель

ненавязчиво достигает своей цели: заинтересовать и мотивировать студента, освоить обязательный минимум по предмету и довести до автоматизма определенные навыки.

Таким образом, самостоятельная работа студентов под управлением преподавателя является педагогическим обеспечением развития целевой готовности к профессиональному самообразованию и представляет собой дидактическое средство образовательного процесса, педагогическую конструкцию организации и управления деятельностью обучающихся с помощью ИКТ.

Библиографический список

1. Семенова Н.Б. Принципы организации самостоятельной работы студентов вуза на основе ИКТ // Вестник Бурятского государственного университета. – 2014. – № 1–2. – С. 75–78.
2. Технологии профессионального образования: учеб. пособие / Авт.-сост. Г.А. Федотова, Е.Ю. Игнатьева; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2010. – 142 с.
3. Христочевский С.А. Электронные мультимедийные учебники и энциклопедии // Информатика и образование. – 2000. – № 2. – С.70–77.

УДК 004

Использование САПР MATHCAD PRIME при изучении дисциплины «Математические методы в юриспруденции»

А.С. Шевченко

Рубцовский институт (филиал) АлтГУ, г. Рубцовск

Дисциплина «Математические методы в юриспруденции» относится к вариативной части учебного плана студентов, обучающихся по направлению подготовки «Прикладная информатика» профиля «Прикладная информатика в юриспруденции».

Основными целями изучения дисциплины «Математические методы в юриспруденции» являются:

1. Построения математических моделей объектов, явлений и процессов в юридической деятельности.
2. Освоение основных статистических методов анализа и прогнозирования в юридической деятельности.
3. Формирование логического мышления, практических знаний по основам математического аппарата и его использования в современных юридических приложениях.

Для успешного изучения данной дисциплины необходима интеграция знаний, полученных при изучении дисциплин математического цикла, а также навыки по применению систем компьютерной алгебры (СКА).

Использование в учебном процессе систем компьютерной алгебры позволяют ускорить и упростить выполнение рутинных действий, различных выкладок и избавить нас от появления досадных ошибок.

Поэтому было решено в образовательный процесс внедрить Mathcad Prime, который хорошо приспособлен к решению различных математических задач [1–2].

Mathcad отличается надежностью и обладает всеми функциональными возможностями, необходимыми для вычислений, обработки данных и инженерных расчетов, визуализации представления задач.

Основными достоинства системы MathCad являются [3]:

- естественный математический язык;
- наглядность;
- хорошая диагностика ошибок;
- высокая точность вычислений;
- реализация многих стандартных функций вычислительной математики;

– возможности символьных математических преобразований.

Рассмотрим задачу. Имеются данные о возрасте осужденных (лет): 17, 27, 28, 18, 27, 16, 18, 18, 24, 17, 19, 18, 20, 25, 26, 28, 20, 23, 24, 26, 18. Проанализируйте вариацию возраста. Определите моду и медиану. Постройте гистограмму.

Для решения данной задачи разработан mcdx файл, содержащий следующую информацию: исходные данные, ранжированный вариационный ряд, необходимые расчёты и гистограмму (рисунок 1).

Задача. Имеются данные о возрасте осужденных (лет): 17, 27, 28, 18, 27, 16, 18, 18, 24, 17, 19, 18, 20, 25, 26, 28, 20, 23, 24, 26, 18. Проанализируйте вариацию возраста. Определите моду и медиану. Постройте гистограмму.	
Исходные данные:	
*	
Ранжированный вариационный ряд:	
*	
Расчеты:	
*	
Гистограмма:	
*	

Рисунок 1 – Разработанный mcdx файл

Данный файл имеет четыре сворачиваемых областей. Внутри области можно выполнять различные операции, такие как определение переменных, выполнение расчетов и построение графиков по данным.

Область «Исходные данные» содержит вектор исходных данных (рисунок 2).

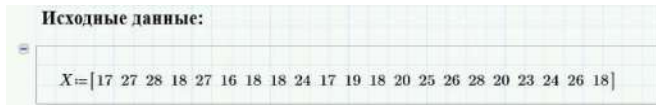


Рисунок 2 – Область «Исходные данные»

Область «Ранжированный вариационный ряд» содержит вектор данных, расположенных в порядке возрастания (рисунок 3).

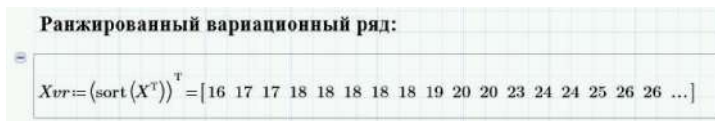


Рисунок 3 – Область «Ранжированный вариационный ряд»

Область «Расчеты» содержит результаты, которые автоматически пересчитываются при изменении данных в области «Исходные данные»: средняя арифметическая, размах вариации, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, медиана, мода (рисунок 4).

Расчеты:	
Средняя арифметическая	$X_{cr} := \text{mean}(X) = 21.7619$
Размах вариации	$R := \max(X) - \min(X) = 12$
Дисперсия	$D := \text{var}(X) = 16.8481$
Среднее квадратическое отклонение	$S := \text{stdev}(X) = 4.1046$
Коэффициент вариации	$V := \frac{S}{X_{cr}} \cdot 100 = 18.86 \%$
Медиана	$Me := \text{median}(X) = 20$
Мода	$Mo := \text{mode}(X) = 18$

Рисунок 4 – Область «Расчеты»

Область «Гистограмма» содержит расчет числа интервалов по формуле Стерджеса и гистограмму для интервального вариационного ряда (рисунок 5).

Данные статистические функции располагаются на вкладке «Функции», раздел «Статистические».

Они достаточно просты в использовании, и каждая функция содержит всплывающую подсказку, которая помогает пользователям понять ее назначение.

Использование возможностей САПР Mathcad Prime в учебном процессе позволил перейти на новый, более качественный уровень преподавания дисциплины «Математические методы в юриспруденции».

Прежде всего, повысился интерес к дисциплине. Студенты с удовольствием работают самостоятельно, изучают теоретический материал, выполняют лабораторные работы, решают дополнительные задачи, применяя САПР Mathcad Prime.

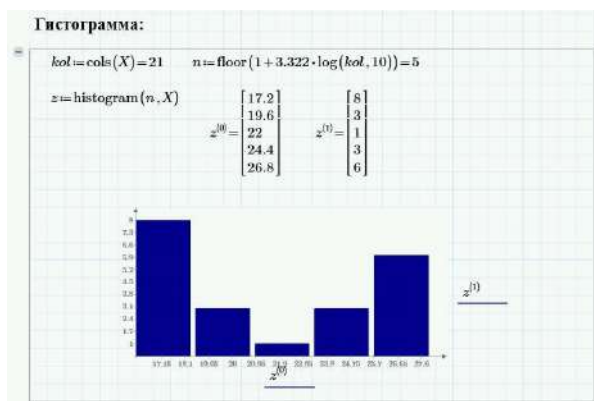


Рисунок 5 – Область «Гистограмма»

Библиографический список

1. Шевченко А.С. Использование систем компьютерной алгебры для повышения эффективности образовательного процесса при изучении математических дисциплин// МАК: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2017. – С.287–291.

2. Шевченко А.С. Совместное использование систем компьютерной алгебры с технологиями дистанционного обучения в учебном процессе при изучении математических дисциплин //Фундаментальные проблемы науки и образования: сборник научных статей международной конференции Ломоносовские чтения на Алтае. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2017. – С 1945–1953.

3. Кирьянов Д. В. Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012. – 432 с.

Часть II

Материалы молодежной прикладной IT школы

**Материалы молодежной прикладной IT школы
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
И МОДЕЛИ В ЭКОЛОГИИ**

УДК 004.02

**Результаты исследования однокомпонентной модели
производства биогаза из однородного органического сырья**

А.А. Баюк

АлтГУ, г. Барнаул

Поиск альтернативных возобновляемых источников энергии рассматривается в качестве приоритетного направления развития промышленного и научного прогресса человечества. Одним из таких источников является биогаз – смесь газов с преобладающим содержанием метана, полученный путём анаэробного сбраживания органического сырья, которым являются различные отходы сельскохозяйственного производства, послеуборочные растительные остатки традиционных пищевых культур, биомасса промежуточных культур, выращиваемых на полях сидерального пара, а также специально выращиваемые высокоэнергоемкие энергетические культуры.

В данной работе исследуется следующая нелинейная динамическая система, описывающая процесс производства биогаза:

$$\dot{W} = -kWf_H(S) + K_{flow}(W_0 - W), \quad (1)$$

$$\dot{S} = \gamma kWf_H(S) - \rho_m f_M(S) \frac{SB}{K_S + S} - K_{flow}S, \quad (2)$$

$$\dot{B} = Y \rho_m f_M(S) \frac{SB}{K_S + S} - (K_D + K_{flow})B, \quad (3)$$

$$\dot{P} = \theta \cdot (1 - Y) f_M(S) \rho_m \frac{SB}{K_S + S} \quad (4)$$

где W и S – концентрация исходного субстрата и продуктов гидролиза соответственно (г/л); B – концентрация биомассы метаногенных микроорганизмов (г/л); P – суммарный выход биогаза (г/л); k – константа скорости гидролиза (1/сут); γ – коэффициент конверсии субстрата в жирные кислоты (стехиометрический коэффициент); ρ_m – максимальная удельная скорость метаногенеза в терминах утилизации биомассы летучих жирных кислот (1/сут); K_S – константа полунасыщения в уравнении

Моно для интенсивности метаногенеза (г/л); Y – доля субстрата, идущая на рост микробной биомассы; $(1-Y)$ – доля субстрата, идущая на образование биогаза, K_D – коэффициент распада микробной биомассы (1/сут), θ – переводной коэффициент потока утилизации жирных кислот в биогаз (мл/г); K_{flow} – интенсивность притока свежего субстрата неизменного структурного состава, равная интенсивности оттока общего интермедиата из рабочей области реактора (1/сут). Таким образом, эту величину можно интерпретировать как долю содержимого всего объема реактора, замещаемую в единицу времени исходным субстратом. $\dot{W}, \dot{S}, \dot{B}, \dot{P}$ – производные по времени t .

Искомые функции системы (1)–(4) удовлетворяют следующим начальным условиям: $W(0) = W_0$; $S(0) = 0$; $B(0) = B_0$; $P(0) = 0$.

Функции $f_H(S)$ и $f_M(S)$ описывают ингибирование реакций гидролиза и микробной ферментации жирными кислотами:

$$f_*(S) = \left(1 + \left(\frac{S}{A_*} \right)^{N_*} \right)^{-1},$$

$A_* = A_H$ или $A_* = A_M$ – масштабные коэффициенты в функции ингибирования гидролиза продуктом и в функции ингибирования ферментации субстратом соответственно.

Введение в рассмотрение фактора ингибирования различных стадий процесса продуктами гидролиза позволит воспроизвести в модели эффект «пробки», возникающий в случае, когда начальная концентрация субстрата велика, а начальное содержание метаногенных микроорганизмов в реакторе мало.

Существенным требованием, предъявляемым к данной модели, является возможность нахождения оптимальных режимов производственного цикла – нахождение наилучшего с экономической точки зрения соотношения между выходом биометана и темпами подачи/замены исходного субстрата в зависимости от состава сырья. Последнее предполагает необходимость множественных расчетов модели для разных вариантов в автоматическом режиме, то есть проведение специально спроектированных компьютерных экспериментов по оптимизации, варьированию параметров, анализу чувствительности и т.д.

Для решения поставленной задачи разработан программный модуль на языке программирования высокого уровня Python. Интерфейс программного модуля позволяет осуществлять: скачивание информации по выбранной модели в виде PDF-файла; ввод начальных данных; определять стационарные решения системы по заданным параметрам модели;

производить визуализацию результатов расчетов в виде графиков фазовых кривых и графиков изменения параметров исследуемой модели в течение определенного промежутка времени; определять оптимальные значения параметров модели производства биогаза: начальное количество исходного субстрата и начальное количество биомассы метаногенных микроорганизмов.

Приведем выборочные результаты компьютерных экспериментов с моделью, описывающей периодическое дискретное обновление растительного сырья в биореакторе в равноотстоящие моменты времени. На рисунке 1 представлены графики динамики основных динамических переменных модели в установившемся режиме работы биореактора (когда влияние начальных значений оказывается полностью нивелировано). Динамика продуктов исходного сырья (график А), гидролиза (график Б) и микробной биомассы (график В) подчиняются периодическому циклу обновления сырья, а интегральный выход метана (график Г) демонстрирует квазилинейный рост с незначительными колебаниями интенсивности внутри периодов рециклизации.

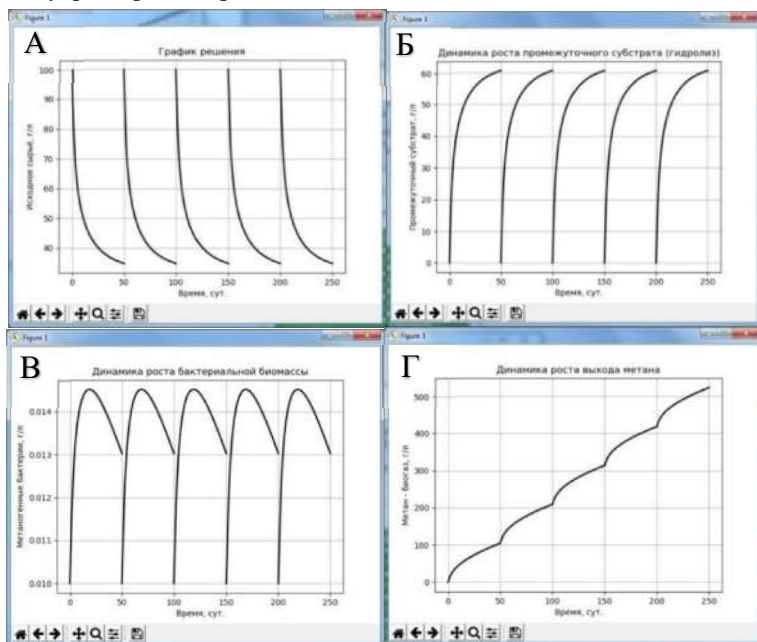


Рисунок 1 – Результаты эксперимента имитации работы биореактора с дискретным обновлением сырья. Динамика в установившемся режиме (А – органический субстрат, Б – продукты гидролиза, В – биомасса метаногенных микробов, Г – выход метана)

В ходе тестовых прогонов модели наблюдалось как качественное, так и количественное соответствие графиков динамики переменных состояния с соответствующими результатами упрощенной версии модели «Метан», разработанной В.А. Вавилиным [1]. Данная модель позволяет адекватно отразить влияние качества исходного сырья как на темпы производства, так и на интегральный выход конечного продукта (биогаза). Также в ней полностью воспроизводится эффект «пробки», то есть критическое замедление процесса и принципиальная невозможность переработать весь объем исходного субстрата при малой концентрации начальной биомассы метаногенных микробов.

В данной работе мы рассмотрели модель, описывающую процесс получения метана в виртуальном биореакторе из однородного органического сырья. Для её построения и численного анализа нами использовалась платформа имитационного моделирования Python. В ходе проведенных исследований был получен ряд нетривиальных результатов, позволивших сформулировать конкретные рекомендации по выбору оптимальных режимов работы подобного биореактора, обеспечивающих его устойчивое функционирование в зависимости от выбранных критериев эффективности [2, 3].

Библиографический список

1. Вавилин В.А. Как эффективно получать биогаз? // Природа. – 2008. – №11.
2. Топаж А.Г., Вигонт В.А., Хворова Л.А. Имитационная модель процесса производства биогаза из многокомпонентного растительного сырья. Анализ и параметрическая оптимизация // Химия растительного сырья. – 2018. – №1.
3. Топаж А.Г., Жариков А.В., Баяк А.А., Хворова Л.А. Исследование математической модели производства биогаза из растительного сырья // Известия Алтайского гос. ун-та. 2018. №1 (99).

Моделирование процессов переноса на основе уравнений с частными производными дробного порядка

А.С. Бердышев¹, М.Н. Мадияров², Н.Б. Алимбекова¹

¹КазНПУ им. Абая, г. Алматы; ²ВКГУ им. С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск

Дробные интегро-дифференциальные уравнения находят множество применений во многих областях физики, механики, прикладной математики, математической биологии и т.д. Дробное математическое исчисление является мощным инструментом для получения динамических моделей, в которых интегро-дифференциальные операторы по времени и координатам описывают степенную долгосрочную память и пространственную нелокальность сложных сред и процессов.

Дифференциальные уравнения дробного порядка возникают также в задачах классической механики (обратные задачи), гидродинамики (движение тела в вязкой жидкости), теплопроводности (динамика тепловых потоков), диффузии (электрохимический анализ поверхностей электродов), при изучении физических процессов стохастического переноса, при использовании концепции фрактала в физике конденсированных сред и т.д. Многие проблемы фильтрации жидкости в сильно пористых (фрактальных) средах приводят к необходимости изучения краевых задач для уравнений в частных производных дробного порядка. Уравнения в дробных производных описывают эволюцию некоторой физической системы с потерями, причем показатель производной указывает на долю состояний системы, сохраняющихся за все время эволюции. Такие системы могут быть классифицированы как системы с «остаточной» памятью, занимающие промежуточное положение между системами, обладающими полной памятью, с одной стороны, и марковскими системами, с другой.

За последнее время можно считать установленным, что математический аппарат интегро-дифференцирования дробного порядка является адекватным выражением фундаментальных физических концепций, лежащих в основе физики фракталов. В рамках математического аппарата интегро-дифференцирования дробного порядка удаётся не только более глубоко понять известные, но и получить принципиально новые результаты. Несмотря на долгую историю развития математического аппарата дробного дифференцирования [1, 2], аналитические методы решения уравнений дробной диффузии оказываются малоэффективными, а теория численных методов их решения носит фрагментарный характер и

далека от завершения [3]. Разработке численных методов решения краевых задач для уравнения переноса с производной дробного порядка посвящены работы [3–8].

Целью данной работы является использование математического аппарата интегро-дифференцирования дробного порядка для описания процесса переноса примесей вредных веществ в атмосфере на основе уравнений с частными производными дробного порядка.

Обычно в теоретических изысканиях в области случайных переносов используют два способа или уровня описания движения: микро- и макроскопический. Первый имеет дело с законом смещения отдельных частиц, а второй - их ансамбля. Оба, безусловно, связаны между собой, и детальное знание одного уровня дает возможность определить второй – процесс случайных блужданий пьяницы эквивалентен уравнению диффузии и наоборот [9], но для различных аспектов явления, интересующих исследователя в каждом конкретном случае, любой из них может быть гораздо удобнее другого. Кроме того, как в реальных, так и компьютерных экспериментах как правило не удастся исследовать обе стороны явления сразу.

По этой причине большое сожаление вызывает тот факт, что указанная выше двойственность подхода к наиболее популярному и классическому примеру стохастического переноса совершенно теряется при изучении более сложных движений. В самом деле, очень летально исследуемые на микроскопическом уровне физические системы со степенным законом случайных смещений

$$\langle x \rangle^\alpha t^a$$

очень редко стараются описать каким-либо макроскопическим уравнением, причем такие попытки не регулярны и не носят характера систематического подхода.

Одна из проблем, возникающих при использовании дробных производных, заключается в том, что не существует их однозначного определения. Численные методы решения задач для уравнений с дробными производными привязаны к виду выбранной производной, поэтому возникает необходимость анализа и сравнения результатов, полученных при использовании разных определений и численных методов. Такое сравнение была проведена на примере задачи о распространении теплового импульса.

В качестве математической модели многих физических процессов в нижних слоях атмосферы при стационарных условиях и отсутствии горизонтальной диффузии выступает уравнение

$$u_1 \left(\frac{z}{z_1} \right)^m \frac{\partial u}{\partial x} = k_1 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{z}{z_1} \right)^{1-\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial z}, \quad x > 0, z > 0 \quad (1)$$

с соответствующими краевыми условиями [13]. Здесь u_1 , k_1 , m , z_1 – положительные величины, $0 < \varepsilon = \text{const} < 1$, $u = u(z, x)$ – функция независимых переменных x и z , которую можно интерпретировать как температуру или влажность.

Пусть $p = (m + 1 - \varepsilon)/\varepsilon$, $\varepsilon^2 c^{2+p} = 1$. Тогда уравнение (1) в новых независимых переменных

$$\xi = \frac{k_1 x}{u_1 z_1^2}, \quad \eta = c \left(\frac{z}{z_1} \right)^\varepsilon$$

принимает вид

$$\eta^p \frac{\partial U}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2}, \quad (2)$$

где $U(\xi, \eta) = u(z_1(\eta/c)^{1/\varepsilon}, u_1 z_1^2 \xi / k_1)$.

Уравнение (2) на евклидовой плоскости точек (ξ, η) является уравнением параболического типа с нехарактеристической сингулярной линией $\eta = 0$, и оно было объектом исследований ряда работ.

Пусть $u(z, x)$ – регулярное при $x > 0, z > 0$ решение уравнения (1), непрерывное во всех конечных точках (z, x) с неотрицательными координатами, которое удовлетворяет граничным условиям

$$u(z, 0) = 0 \quad \forall z \geq 0, \quad \lim_{z \rightarrow +\infty} u(z, x) = 0 \quad \forall x \geq 0 \quad (3)$$

и обладает тем свойством, что существуют пределы

$$\lim_{\eta \rightarrow +0} \frac{\partial U}{\partial \eta} = \nu(\xi), \quad \lim_{\eta \rightarrow +0} \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} = \tau'(\xi),$$

суммируемые на сегменте $0 \leq \xi \leq \xi_0$ для любого $\xi_0 > 0$. Тогда

$$\nu(\xi) = -\alpha^{2\alpha-1} \frac{\Gamma(1-\alpha)}{\Gamma(\alpha)} D_{0\xi}^\alpha \tau(t). \quad (4)$$

Весьма важная формула (4) выводится из следующего общего представления всех решений уравнения (1) или (2), удовлетворяющих условию (3):

$$u(z, x) = \frac{(\eta/2)^2 q}{\Gamma(q)} \int_0^\xi (\xi - t_1)^{-q-1} \exp\left(-\frac{\eta^2/4}{\xi - t_1}\right) T_1(t_1) dt_1$$

где

$$q = \frac{\varepsilon}{m + \varepsilon + 1}, \quad T_1(t_1) = T\left(\frac{4u_1 q^2 z_1^2}{k_1 \varepsilon^2 t_1}\right) = T\left(\frac{4u_1 t_1}{k_1} q^2 z_1^2 \varepsilon^{-2}\right), \quad T(x) = u(0, x).$$

Этот вывод реализован Л.И. Сербиной [10].

Библиографический список

1. Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. – Мн.: Наука и техника, 1987. – 688 с.
2. Нахушев А. М. Элементы дробного исчисления и их применение. – Нальчик: КБНЦ РАН, 2000. – 299 с.
3. Головизнин В. М., Киселев В. П., Короткин И. А., Юрко Ю. И. Прямые задачи неклассического переноса радионуклидов в геологических формациях // Извест. РАН. Энергетика, 2004. – №4. – С. 121–130.
4. Isaacson E., Keller H. B. Analysis of Numerical Methods. – New York – London – Sydney: Wiley & Sons, Inc., 1966. – 541 p.
5. Бейбалаев В. Д. Численный метод решения математической модели теплопереноса в средах с фрактальной структурой // Фундаментальные исследования, 2007. – №12. – С. 249–251.
6. Tadjeran Charles, Meerschaert Mark M., Scheffler Hana–Peter A second-order accurate numerical approximation for the fractional diffusion equation // J. Computat. Phys., 2006. – Vol. 213, No. 1. – P. 205–213.
7. Liu Q., Liu F., Turner I., Anh V. Approximation of the Levy–Feller advection-dispersion process by random walk and finite difference method // J. Computat. Phys., 2007. – Vol. 222, No. 1. – P. 57–70.
8. Головизнин В. М., Киселев В. П., Короткин И. А. Численные методы решения уравнения дробной диффузии в одномерном случае. – М.: ИБРАЭ РАН, 2002. – 35 с. – Препринт № IBRAE–2002–10.
9. J. P. Bouchaud and A. Georges, Phys. Rep. 195, 127 (1990).
10. Сербина Л. И. Об одной математической модели динамики взаимодействия деятельной поверхности почвы с приземным слоем атмосферы // Доклады Адыгейской (Черкесской) Международной академии наук. 2000. Т. 5. С. 50–55.

Применение теории поколений в имитационном моделировании эволюции популяций

М.С. Букаев

АлтГУ, г. Барнаул

Цель работы – исследование имитационной модели, построенной на принципах развития и сменяемости поколений [1–4].

На основе анализа научной литературы по истории развития общества и эволюции популяций определены периоды сменяемости поколений в России и средний процент представителей классов в рамках каждой популяции (табл. 1).

Таблица 1– Периоды сменяемости поколений и средний процент представителей классов

Годы	Низкий социальный Статус	Средний социальный Статус	Высокий социальный статус
1900 – 1922	90%	8%	2%
1923 – 1942	65%	20%	15%
1943 – 1963	55%	30%	15%
1964 – 1982	40%	55%	15%
1983 – 2000	30%	55%	15%
2001 – 2020	20%	60%	20%

Поколение связывает понятие «свое время», в которое включены увлечения, культура, общие темы общения, определение счастья и многое другое. Например, современное российское население подразделяют на четыре поколения: поколение «выживших» (прошедших через сталинские репрессии и войну; его представители родились до 1944–1945 годов); поколение «застоя» (взросление родившихся в промежутке между 1945 и 1965 годами пришлось на относительно бедный событиями период брежневской стабилизации советской системы); поколение 1964–1982 (вариант – 1985) годов рождения, чье становление пришлось на период перестройки и крушения Советского Союза; поколение, которое появилось на свет после 1982 (вариант – 1985) года и социализировалось уже в постсоветское время.

Последнее, называемое в литературе «поколением Z», воспитывается в эпоху развития интернета, смартфонов и обилием продуктов массового потребления. К основным характеристикам поколения Z относят: безответственность, массовое соответствие моде, ветренность.

Весь цикл смены поколений занимает, примерно, 80 лет, а на каждое поколение отводится 20 лет плюс-минус 2–3 года.

В докладе представлены результаты моделирования и реализации подхода, основанного на теории поколений. Начало расчета соответствует первому периоду (таблица 1).

В модели учитывается рождаемость и изменение социального статуса потомков; а также влияние научно-технического прогресса.

Социальный статус потомков формируется с учётом социального статуса родителей и пассионарности самого потомка. Для поддержания количества особей в поколениях на постоянном уровне в модели, выполняется выборка особей из потомков в новое поколение, при этом выборка осуществляется случайным образом.

По теории поколений существуют четыре поколения, характеризующиеся различными свойствами и особенностями. Поколения сменяются циклично и последовательно.

Имитационная модель реализована в среде Anylogic. На рисунках 1 и 2 представлены варианты реализации модели с первого по последний период.

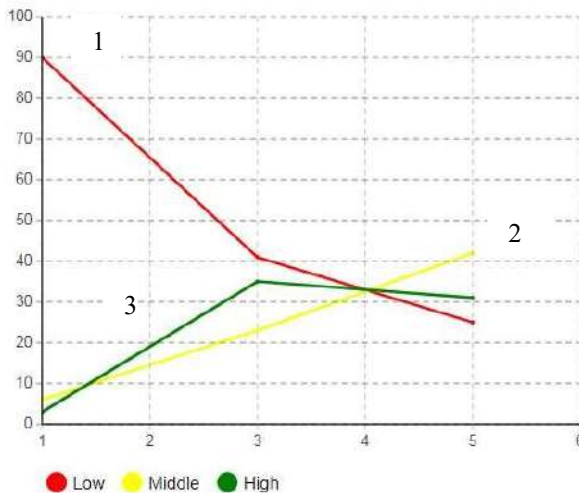


Рисунок 1 – Результаты моделирования на период 2001–2020 гг: средний процент представителей классов: с низким социальным статусом – 25%; со средним социальным статусом – 42%; с высоким социальным статусом – 32%

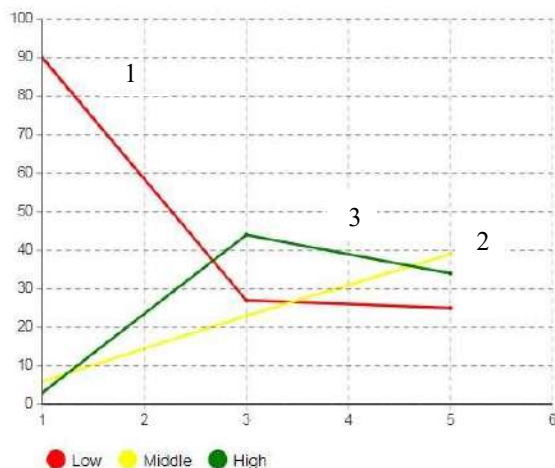


Рисунок 2 – Результаты моделирования на период 2001–2020 гг: средний процент представителей классов: с низким социальным статусом (1) – 25%; со средним социальным статусом (2) – 40%; с высоким социальным статусом (3) – 35%

При тестировании имитационной модели и идентификации ее параметров рассматривались различные процентные соотношения представителей классов (табл. 1). Как следует из результатов моделирования имитационная модель вполне адекватно характеризует динамику развития популяции и может быть использована в задачах прогнозирования [5].

Библиографический список

1. Левашов В.К. Устойчивое развитие общества: парадигма, модели, стратегия. – М.: Academia, 2001.
2. Хомский Н., Бервик Р. Человек говорящий: эволюция и язык. СПб.: Изд-во «Питер», 2018.
3. Смит Дж. М. Модели в экологии. – М.: «Мир», 1976.
4. Марков А.В. Эволюция человека. – М: Астрель, 2011.
5. Букаев М.С., Неупокоева К.Г., Хворова Л.А. Прогнозирование пассионарности и социального статуса // Молодежь – Барнаулу: материалы XX городской научно-практической конференции молодых ученых. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2018.

Моделирование структуры планктонного сообщества

Е.Е. Гиричева

ИАПУ ДВО РАН, ДВФУ, г. Владивосток

Структура планктонного сообщества определяется трофическими отношениями между видами. На протяжении многих лет основным компонентом в трансформации вещества от фитопланктона к более высоким трофическим уровням считался мезозoopланктон, а именно копеподы [1, 2, 3]. Однако, в последние годы было показано, что учет именно микрозоопланктона, как важного звена в трофической цепи фитопланктон – копеподы, позволил получить реальную картину цветения фитопланктона [4].

В представленной работе рассматривается математическая модель планктонного сообщества, включающего фитопланктон (P), микрозоопланктон (Z_1) и мезозoopланктон (Z_2). Изменение биомассы популяций описывается системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dt} &= rP \left(1 + \frac{P}{K_P} \right) - \frac{\mu_1 P}{K_1 + P} Z_1 - \frac{\mu_2 \rho_1 P}{K_2 + \rho_1 P + \rho_2 Z_1} Z_2; \\ \frac{dZ_1}{dt} &= \frac{\alpha_1 \mu_1 P}{K_1 + P} Z_1 - \frac{\mu_2 \rho_2 Z_1}{K_2 + \rho_1 P + \rho_2 Z_1} Z_2 - m_1 Z_1; \\ \frac{dZ_2}{dt} &= \frac{\alpha_2 \mu_2 (\rho_1 P + \rho_2 Z_1)}{K_2 + \rho_1 P + \rho_2 Z_1} Z_2 - \delta Z_2^2 - m_2 Z_2.\end{aligned}$$

Здесь r , K_P – скорость роста и емкость экологической ниши фитопланктона. Трофические функции Холлинга второго типа описывают потребление фитопланктона обоими видами зоопланктона с максимальными скоростями потребления μ_1 , μ_2 и константами полунасыщения K_1 , K_2 . Трофическая функция копепод зависит от плотности фитопланктона и микрозоопланктона с весовыми коэффициентами ρ_1 и ρ_2 ($\rho_1 + \rho_2 = 1$), определяющими доли жертв в рационе хищника. Эффективность питания зоопланктона – α_1 и α_2 , а убыль происходит по причине естественной смертности со скоростями m_1 , m_2 и выедания крупного зоопланктона либо себе подобными, либо рыбами (δZ_2^2).

На рисунке 1 представлены бифуркационные диаграммы по параметру K_1 при различных начальных условиях ($\rho_1 = 0.1$).

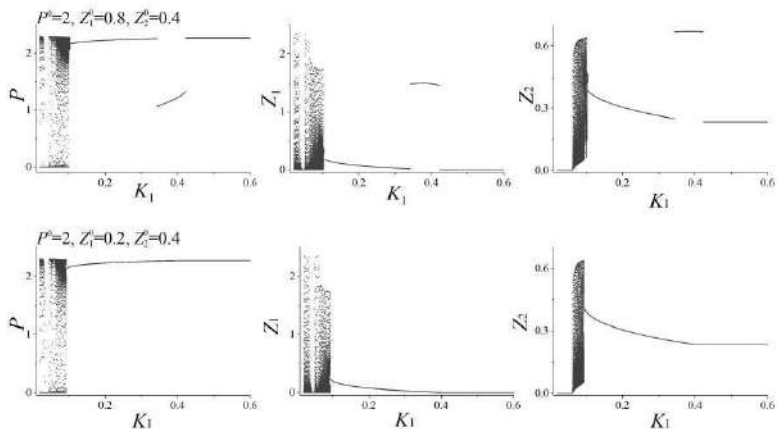


Рисунок 1 – Бифуркационные диаграммы

С увеличением константы полунасыщения микрозоопланктона система от устойчивого аттрактора переходит к устойчивому стационарному сосуществованию трех популяций. В диапазоне $K_1 = (0.35, 0.41)$ в системе наблюдается мультистабильность, т. е. одновременно являются устойчивыми несколько равновесий, и динамика системы определяется начальными условиями. При $K_1 \approx 0.35$ устойчивы два внутренних равновесия, а с увеличением K_1 микрозоопланктон присутствует в системе с малой биомассой, либо он полностью вытесняется копеподами. При больших значениях этого параметра остается устойчивым лишь одно равновесие, означающее сосуществование фитопланктона и мезозоопланктона. Рисунок 2 демонстрирует бассейны притяжения равновесий $(2.267; 0.007; 0.242)$, $(1.135; 1.495; 0.669)$ для $K_1=0.37$ и $(2.271; 0.00; 0.234)$, $(1.262; 1.476; 0.668)$ для $K_1=0.41$.

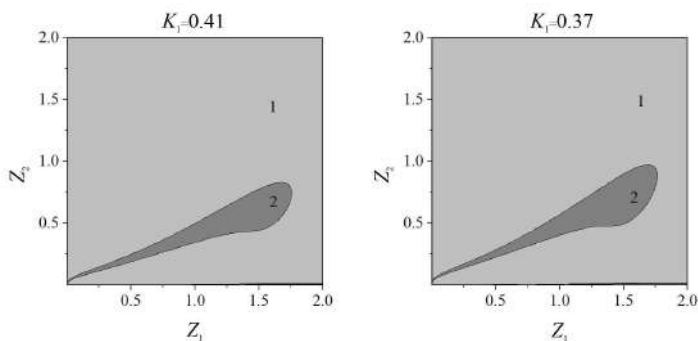


Рисунок 2 – Бассейны притяжения равновесий

В обоих вариантах область 2, соответствующая устойчивым равновесиям с высокой плотностью микрозоопланктона, мала по сравнению с диапазонами начальных состояний (область 1), при которых система сходится к равновесию, когда микрозоопланктон полностью вытеснен из системы копеподами, либо присутствует в небольшом количестве.

Библиографический список

1. Franks P.J.S, Walstad L.J. Phytoplankton patches at fronts: a model of formation and response to wind events // Journal of Marine Research. – 1997. – Vol. 55, No 1. – P. 1–29.
2. Lacroix G., Nival P. Influence of meteorological variability on primary production dynamics in the Ligurian Sea (NW Mediterranean Sea) with a 1D hydrodynamic/biological model // Journal of Marine Systems. – 1998. – Vol. 16. – P. 23–50.
3. Wroblewski J, Sarmiento J.L., Flierl G.R. An Ocean Basin Scale Model of plankton dynamics in the North Atlantic: 1. Solutions For the climatological oceanographic conditions in May // Global Biogeochemical Cycles. – 1988. – Vol. 2. – P. 199–218.
4. Edwards C. A., Batchelder H.P., Powell T.M. Modeling microzooplankton and macrozooplankton dynamics within a coastal upwelling system // Journal of Plankton Research. – 2000. – Vol. 22, No. 9. – P. 1619–1648.

УДК 51.7

Подсистема прогноза загрязнения и выбора водоохранных мероприятий

Е.К. Ергалиев, А.К. Тасибеков, Е. Саяси

ВКГУ им. С.Аманжолова, г.Усть-Каменогорск

Современная организация мониторинга поверхностных водных объектов опирается на технологию оценки качества воды по различным показателям загрязнений с обоснованием оптимального набора этих показателей и использованием гидродинамических характеристик объекта. При этом важно чтобы отдельные параметры водного объекта, характеристики составляющих (компоненты) качества воды представляли целостную картину, что требует создания единого информационного пространства мониторинга водного объекта. Управление качеством водных ресурсов предполагает наличие полной своевременной информации о текущем и прогнозируемом состоянии водных и других объектов – за-

грязнителей, их протяженности, точном местоположении и взаимосвязи, характеристиках химических и биологических загрязнений, то есть предусматривает операции со значительными объемами данных.

Отдельные аспекты этой проблемы, в т.ч. для управления водными ресурсами, обсуждаются в работах М.А. Шахраманьяна, Дж. Ф. Эндрюса, А.Т. Мамиконова, К. Дж. С. Петри, Р.З. Хамитова, А.А. Барсегяна и др.

В данной работе исследуется математическое моделирование загрязнения поверхностных вод и создание информационно-аналитической системы для поддержки принятия решений в рамках экологического мониторинга водных объектов, с помощью которой может быть осуществлено обоснование комплекса водоохранных мероприятий, обеспечивающих требуемое качество воды реки Иртыш.

Рассматриваем модель водного объекта, приведенная в методике расчета ПДС (предельно допустимый сброс):

$$Y_k = A_{k,k-1} \cdot Y_{k-1} + \sum_{v \in V'_k} A_{kv} \cdot Y_v + \sum_{i \in I_k} B_{ki} \cdot \frac{q_i}{Q_\alpha} \cdot C_i; \alpha = \alpha(i), k \in K \quad (1)$$

где: k – множество номеров расчетных створов, в которых моделируется качество воды; Y_k – вектор показателей (концентраций веществ), характеризующих качество воды в створе k , $г/м^3$; C_i , – вектор максимальных среднечасовых концентраций веществ в сточных водах выпуска i , $г/м^3$; q_i – расход сточных вод выпуска i , $м^3/с$; Q_α – расход воды реки в расчетной секции α , $м^3/с$; $A_{k,k-1}$, A_{kv} , B_{ki} – матрицы, характеризующие разбавление и трансформацию качества и сточных вод:

$$A_{km} = \prod_{j \in J_{km}} \xi_j \cdot S_j, B_{km} = \prod_{j \in J_{k\alpha}^0} \xi_j \cdot S_j.$$

J_{km} – множество расчетных секций с постоянными характеристиками потока, соединяющих створ m со створом k ; $J_{k\alpha}^0$ – то же для сброса i ; ξ_j – разбавление речных вод при переходе от секции j к следующей по течению данной реки секции $j+1$. $\xi_j = 1$, если секция j последняя или $Q_{j+1} \leq Q_j$

$$\xi_j = \frac{Q_j}{Q_{j+1}}, \text{ если } Q_{j+1} > Q_j \quad (2)$$

$S_j = (S_j^{Y,\xi})$ – нижняя треугольная матрица, характеризующая самоочищение и трансформацию веществ в водотоке на протяжении секции j .

Внедиагональные элементы матрицы характеризуют переход одних соединений в другие или потребление веществ при химических реакциях. В простейшем случае внедиагональные элементы матрицы равны нулю для всех показателей кроме растворенного кислорода, для которого вне диагональный элемент имеет вид:

$$S_{j'}^{Y,\xi'} = -\frac{k_{\xi'}}{k_{j'} - k_{\xi'}} \cdot (S_j^{\xi',\xi'} - S_{j'}^{Y,\xi'}), \quad (3)$$

где: ξ' - индекс БПК_{полн};

Данная модель водного объекта предполагает полное и мгновенное смешение речных и сточных вод и предназначена для расчета водоохраных мероприятий на перспективу, когда учет степени смешения речных и сточных вод затрудняется из-за отсутствия исходных данных. При расчетах на ближайший период, а также при наличии необходимых данных при перспективных расчетах для учета степени смешения речных и сточных вод может быть применен метод В. А. Фролова – И. Д. Родзиллера, либо другие упрощенные методы расчета разбавления.

Библиографический список

1. Айтжанова Д. Предотвращение загрязнений в горнопромышленном регионе / Д. Айтжанова // Промышленность Казахстана. – 2002. – №5(14). – С.52–54.
2. Алексеев С.В. Практикум по экологии: Учебное пособие / Под ред. С.В.Алексеева // С.В. Алексеев, Н.В. Груздева, А.Г. Муравьев, Э.В. Гущина. – М.: АО МДС, 1996. – 192 с.
3. Арский Ю.М. Информационное обеспечение экономических механизмов регулирования природоохранной деятельности / Ю.М. Арский, Ю.А. Арский, И.И.Потапов // Экономика природопользования (Обзорная информация). – М., 2001. – № 3. – С. 45–51.

Анализ медицинских данных на языке программирования R

*А.Е. Жаксылыкова¹, О.С. Кротова²,
М.Н. Мадияров¹, Л.А. Хворова²*

¹ВКГУ им. С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск,

²АлтГУ, г. Барнаул

В течение многолетних лабораторных исследований, амбулаторных наблюдений и лечения пациентов, накопился огромный объем медицинских данных, содержащий информацию о различных заболеваниях, методиках лечения и профилактики. Современные методы анализа данных позволяют обрабатывать большие объемы медицинской информации, находить и исследовать скрытые взаимосвязи, диагностировать заболевания, предсказывать результаты лечения.

Одним из наиболее распространенных заболеваний в Российской Федерации является сахарный диабет. Особые опасения вызывает рост заболеваемости сахарным диабетом среди детей: на сегодняшний день в стране более 42 тысяч детей и подростков болеют сахарным диабетом I типа.

Данные для исследования содержатся в базе данных «Медицинская карта пациента» [1], которая содержит данные медицинского обследования детей и подростков Алтайского края, страдающих сахарным диабетом. В качестве основного инструмента анализа данных выбран язык программирования R [2]. R ориентирован на статистические вычисления и графический анализ информации. Существует множество программных пакетов, позволяющих осуществлять статистический и графический анализ данных. Выбор языка программирования R обусловлен рядом преимуществ: R является свободно распространяемым языком программирования, в R реализованы сложные статистические процедуры и алгоритмы анализа данных не доступные в других программах, синтаксис языка прост и понятен.

Полученные результаты послужат основой для разработки программного комплекса диагностики и прогнозирования сахарного диабета у детей и подростков.

Библиографический список

1. Пиянзин А.И., Сидун Д.Ю., Назаркина О.М., Хворова Л.А., Малахова Т.И., Шарлаева Е.А., Левич К.А., Сапкина М.Р., Назаровская О.В. Информационные технологии в оценке липидного обмена у детей и

подростков с сахарным диабетом 1 типа // Медицинский алфавит. – 2017. – Т. 3, № 26. – С. 48–49.

2. Жаксылыкова А.Е., Кротова О.С., Мадияров М.Н., Хворова Л.А. Анализ, обработка и визуализация медицинских данных в статистической среде R // Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и техники» – 2018 [Электронный ресурс] / АлтГУ; отв. ред. Е. Д. Родионов. – Электрон. текст. дан. (250 Мб). – Барнаул: ФГБОУ ВО «Алтайский государственный университет», 2018. С. 595–599.

УДК 579.6; 004.9

Анализ результатов моделирования теплового режима почв

***М.М. Жанахметова, М.Н. Мадияров**
ВКГУ им. С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск*

В практике исследования и эксплуатации почвы весьма важна информация о ее температуре, так как та или иная степень нагрева почвы влияет на целый ряд происходящих в почве процессов и явлений [1]. Однако, проведение постоянных наблюдений температурного режима трудоемко и дорого, поэтому большое значение имеет его моделирование. Разработка математических моделей, корректно учитывающих тепловой режим почв является сложной и актуальной задачей. Кроме того, непосредственное измерение теплофизических характеристик представляет не простую задачу, так как для проведения полевых исследований требуется надежная приборная база. Поэтому привлечение методов имитационного компьютерного моделирования к описанию теплофизического состояния почв позволят изучить тепловые процессы в почвенном профиле для различных типов почв и природных.

В работе рассмотрена одномерная задача распределения температуры в почве, имеющей неоднородную структуру почвенных слоев:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\chi \frac{\partial T}{\partial y} \right), \quad y \in [0, H], \quad (1)$$

где T – температура почвы, $\rho(y)$ – плотность почвы ($г/см^3$), $c(w(y))$ – теплоемкость ($Дж/г \cdot град^{\circ}C$), χ – коэффициент теплопроводности, зависящий от влажности почвы w : $\chi = \chi(w(y))$.

Нижнюю границу поместим на глубине, на которой температура постоянна. Соотношение:

$$T(-H, t) = T_n = T_{160} . \quad (2)$$

Температуру на верхней границе также будем считать постоянной:

$$T = T_0 . \quad (3)$$

Для численного решения задачи (1)–(3) почвенный компартмент разбивается на слои, а к уравнению (1) применяется метод сеток и затем явные и неявные методы решения [2–4]. Программы для вычисления температуры почвы реализованы на языке FORTRAN.

С моделью (1)–(3) была проведена серия компьютерных экспериментов.

1) Влажность w постоянная по почвенному профилю; исследована динамика теплофизических параметров (теплоемкости, теплопроводности, температуропроводности) в почвенном профиле на различные даты вегетационного периода.

2) Влажность w изменяется по почвенному профилю; исследована динамика теплофизических параметров почвы.

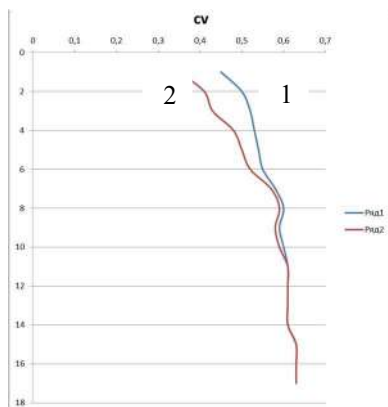


Рисунок 1 – Динамика теплоемкости в почвенном профиле (12 мая – линия (1), 1 июня – линия (2))

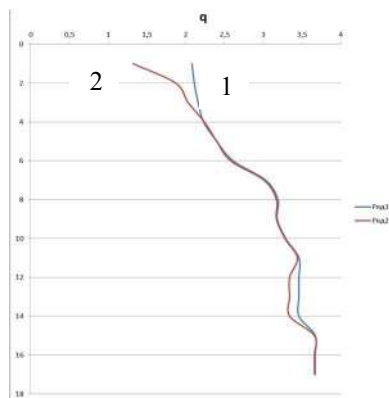


Рисунок 2 – Динамика теплопроводности в почвенном профиле (12 мая – линия (1), 1 июня – линия (2))

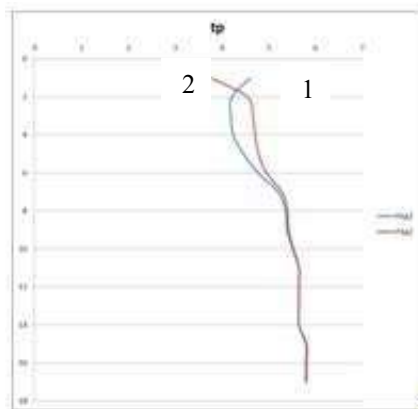


Рисунок 3 – Динамика температуропроводности в почвенном профиле (12 мая – линия (1), 1 июня – линия (1), 1 июня – линия (2))

Из рисунков 1–3 следует, что динамика теплофизических параметров в верхних слоях почвы зависит от даты вегетационного периода: 12 мая – окончание весеннего периода; 1 июня – начало летнего периода.

Исследования показали, что аппроксимирующие функции теплофизических параметров почвы достаточно хорошо отражают теплофизические свойства почвы и закономерно изменяются в зависимости от плотности сложения генетических горизонтов и влажности почвы.

Точность результатов моделирования достаточно высока и в полной мере отражает динамику распределения температур по почвенному профилю в течение суток и в течение года. Полученные результаты хорошо согласуются с данными по теплофизическим свойствам выщелоченных черноземов Алтайского Приобья. Они близки как по значениям, так и по характеру зависимостей, и отражают объективные почвенно-физические факторы.

Библиографический список

1. Хворова Л.А. Моделирование влияния азотного питания на продукционный процесс посева люцерны // Автореф. дисс. на соиск. уч. степени к.т.н. – СПб., 1992.
2. Хворова Л.А., Жариков А.В. Численное моделирование составляющих теплового режима почв Алтайского Приобья // Известия АлтГУ, 2013. № 1-2(77).
3. Мадияров М.Н., Хворова Л.А., Жанахметова М.М. Математическое моделирование температурного режима на границе атмосфера-

почва // Сб. трудов всеросс. конф. «Математики – Алтайскому краю», 2018.

4. Хворова Л.А., Гавриловская Н.В. Адаптивная идентификация структуры динамических моделей продукционного процесса сельскохозяйственных растений // Известия АлтГУ, 2010. № 1-2(65).

УДК 004.942

Моделирование зон затопления в 2D модели

Е.П. Жданов¹, Е.М. Жданова²

*¹АГМУ, г.Барнаул; ²Финансовый университет при
Правительстве РФ (Алтайский филиал), г. Барнаул*

Моделирование паводковых вод рек актуально в связи с необходимостью научного обоснования принятия решений на региональном уровне по защите территорий от затопления. Для расчетов зон затопления в работе используется двумерная модель и исходные данные для моделирования - наблюдения за паводками реки Кан и ее притока - реки Илань, впадающей в р. Кан на территории г. Канска. Работа выполнена авторами в рамках государственного контракта № 245 в Центре инженерных технологий (г. Барнаул). Картометрической основой для проведения моделирования служит цифровая модель рельефа [1]. Исходная гидрологическая информация по величинам расходов воды рек для подлежащих моделированию режимов со стандартной повторяемостью 1, 3, 5, 10, 25 и 50 раз в 100 лет подготовлена сотрудниками центра. Для обеспечения приемлемой точности модели рассмотрены наиболее существенные участки рек и поймы, заливаемой паводковыми водами, без ухудшения качества модели. Размер ячеек расчетной сетки модели после оптимизации конфигурации удалось минимизировать до 7,4 м при их общем количестве 1 млн. ячеек. Для расчетов уровней воды в западной части города использовалась двумерная плановая программа TUFLOW в среде моделирования SMS (Surface-waterModelingSystem), строящая плановые двумерные модели потоков.

Данная среда моделирования имеет графический интерфейс и позволяет манипулировать данными, визуализировать их и разработана для моделирования неустановившихся двумерных потоков. Модель дополнительно включает вязкость на масштабе ячеек сетки. Программа TUFLOW строит решение осредненных по глубине уравнений, выражающих законы сохранения массы и количества движения в двумерной прямоугольной системе координат:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial(Hu)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv)}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - c_f v + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + g u \left(\frac{n^2}{H^{\frac{4}{3}}} + \frac{f_1}{2g\Delta x} \right) \sqrt{u^2 + v^2} - \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = F_x$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - c_f u + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + g v \left(\frac{n^2}{H^{\frac{4}{3}}} + \frac{f_1}{2g\Delta y} \right) \sqrt{u^2 + v^2} - \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = F_y$$

где u и v – осредненные по глубине x и y -составляющие вектора скорости; ζ – уровень свободной поверхности потока воды; H – его глубина; Δx и Δy – шаг расчетной сетки вдоль направлений x и y ; c_f – коэффициент силы Кориолиса (не учитывается); n – коэффициент Маннинга; f_1 – коэффициент потери энергии; μ – горизонтальный коэффициент диффузии момента импульса; p – атмосферное давление; ρ – плотность воды; F_x и F_y – компоненты суммы внешних сил (в модели не учитываются).

Для решения этой системы уравнений используется неявная схема численного метода переменных направлений для конечно-разностной схемы с использованием четырех дробных шагов по времени и решением трехдиагональной матрицы на каждом шаге [2-3].

В системе SMS используется так называемый подход «концептуального моделирования», который наиболее эффективен для создания реалистичных моделей большой сложности. Согласно этому подходу, на основе топографической карты или плана местности с использованием цифровой модели рельефа и ГИС-объектов (точки, линии, полигоны) создается концептуальная модель. Она строится независимо от расчетной сетки и представляет собой описание исследуемой территории, включающее такие геометрические характеристики, как русла и берега, границу моделируемой территории, расходы и уровни воды как граничные условия, а также зоны с разными значениями коэффициентов шероховатости, показателей турбулентности и других характеристик русла и потока в нем.

После создания концептуальной модели автоматически строится соответствующая ей расчетная сетка и необходимые для расчетов данные конвертируются из концептуальной модели в элементы и узлы сетки. Это позволяет автоматически назначать граничные условия и расчетные параметры. SMS включает инструменты для управления, редактирова-

ния и визуализации геометрических и гидравлических данных, создания и редактирования данных расчетной сетки для использования их в численном анализе.

В области моделирования подобраны соответствующие шкале уровней коэффициенты шероховатости.

Для верификации модели проведены расчеты для расхода воды 50%-й обеспеченности. Полученные в модели уровни воды сопоставлялись с наблюдениями, приведенными в отчете об инженерно-гидрометеорологических изысканиях.

Сопоставление гидрологических данных и расчетных показывает приемлемую точность используемой модели.

Проведены расчеты по моделированию режима течения в реке Кан и затоплению г. Канск при расходах 50%, 25%, 10%, 5%, 3% и 1%-й обеспеченности в р. Кан, р. Илань.

В качестве примера результатов проведенных расчетов на рисунке 1 представлена зона затопления в г. Канск и глубины воды при прохождении наиболее редкого паводка 1%-й обеспеченности на р. Кан и ее притоке.

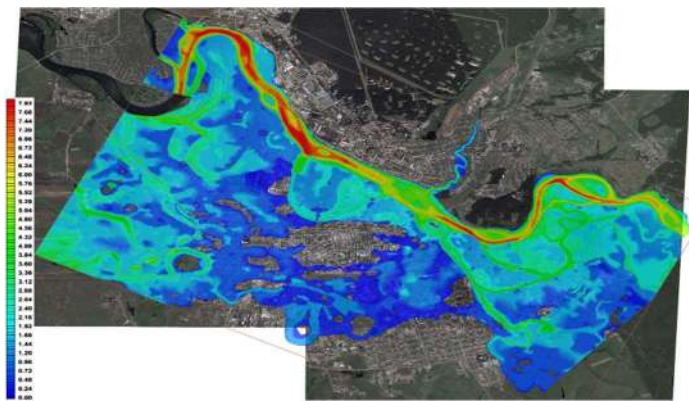


Рисунок 1 – Глубины паводковой воды в зоне затопления г. Канск при прохождении паводка 1% обеспеченности в реках Кан, Илань

На рисунке 2 приведены графики уровней воды в р. Кан в зависимости от расстояния от начала расчетной области (створ 6 в 4 км ниже поста) вверх против течения. Вертикальными линиями отмечены местонахождения мостов. Цвета линии соответствуют различным обеспеченностям. Уровни взяты вдоль линии наибольшего удельного расхода при 50%-й обеспеченности.

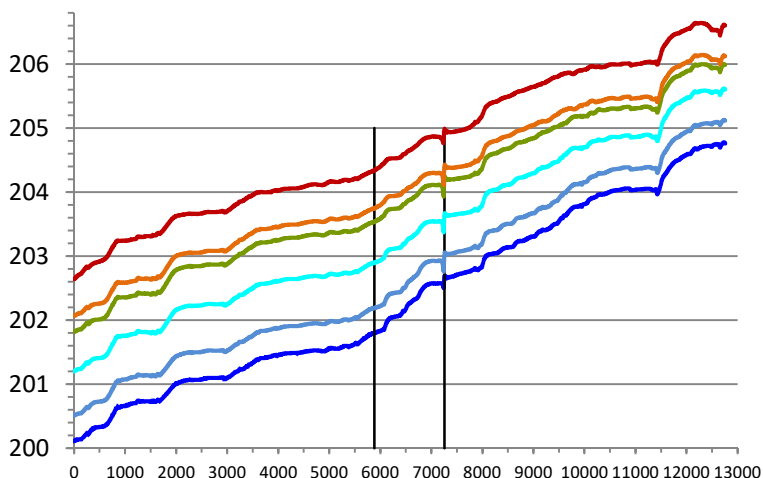


Рисунок 2 – Уровни свободной поверхности в р. Кан вверх против течения от створа 6 в 4 км ниже гидрологического поста на условной линии наибольшего расхода в реке при расходах 50%, 25%, 10%, 5%, 3% и 1% обеспеченности

Библиографический список

1. Создание и использование цифровых моделей рельефа в гидрологических и геоморфологических исследованиях / С.Г. Яковченко, В.А. Жоров, И.С. Постнова; Рос. акад. наук, Сиб. отдние, Ин-т вод. и экол. проблем. - Кемерово: 2004. – 89 с.
2. Задача о распределении температуры в глубоководном озере, окруженном горным массивом с теплым притоком / Жданов Е.П., Жданова Е.М., Каракулова И.В. // В сборнике: Сборник трудов семнадцатой региональной конференции по математике Алтайский государственный университет. – Барнаул, 2014. – С. 50–54.
3. Моделирование паводковых вод для обоснования мероприятий по защите территорий от затопления/ Жданова Е.М., Жданов Е.П. // В сборнике Социально-экономическая политика России при переходе на инновационный путь развития: материалы 9-ой международной научно-практической конференции, Барнаул, 22-23 июня 2017 г. / под общ. ред. В.А. Ивановой, Т.Е. Фасенко, Д.В. Коханенко. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2017. – 232 с. – С. 239–244.

Упрощенный показатель силуэта кластерной структуры

В.В. Журавлева, А.А. Куракина

АГУ, г. Барнаул

Методы кластеризации предназначены для разбиения совокупности объектов на однородные группы (кластеры или классы). Кластер можно охарактеризовать как группу объектов, имеющих общие свойства, среди которых выделяют внутреннюю однородность объектов в кластере (или компактность) и изолированность объектов разных кластеров (отделимость) [1–2].

Показатель «Силуэт» каждого кластера определяется следующим образом [3]: пусть объект x_j принадлежит кластеру c_p . Обозначим среднее расстояние от этого объекта до других объектов из того же кластера c_p через a_{pj} . Теперь обозначим среднее расстояние от x_j до объектов из другого кластера c_q ($q \neq p$) через d_{qj} . Зададим

$$b_{pj} = \min d_{qj} \quad (1)$$

как меру несхожести выбранного объекта с ближайшим кластером. Таким образом, «силуэт» каждого отдельного объекта определяется по формуле

$$S_{x_j} = (b_{pj} - a_{pj}) / \max(a_{pj}, b_{pj}). \quad (2)$$

Значения показателя силуэта ограничены отрезком $[-1; 1]$. Очевидно, что высокое значение показателя S_{x_j} характеризует собой «лучшую» принадлежность объекта x_j к кластеру p .

Силуэтом кластера называется средняя величина показателя силуэта всех объектов кластера. Оценка для всей кластерной структуры достигается усреднением показателя по всем объектам [3]:

$$SWC = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N S_{x_j}. \quad (3)$$

Лучшее разбиение характеризуется наибольшим значением показателя SWC , что достигается в том случае, когда расстояния внутри кластеров a_{pj} малы, а расстояния между элементами соседних кластеров b_{pj} велики.

Определение меры несхожести для каждого объекта с ближайшим кластером по формуле (1) на большом массиве данных требует проведения полного перебора пар объектов. В некоторых работах предлага-

ется сравнивать расстояния от каждого объекта до центров других кластеров и вычислять упрощенный индекс силуэта. Такой подход дает адекватный результат лишь для структуры с выпуклыми хорошо разделенными кластерами.

Предлагается при сравнении кластерных структур для больших массивов данных следующий подход: при оценке силуэта кластеров учитывать не все объекты, а только эталонные представители (для большей точности таковых эталонов должно быть достаточно много). Итак, пусть имеется N сложных кластеров C_k , каждый из которых состоит из n_k мини-кластеров $c_{k1}, \dots, c_{kn_k} \in C_k$. Пусть мини-кластер c_{kn_j} описан центром z_{kn_j} и количеством входящих объектов m_{kn_j} . В работах [4-5] описаны методы кластеризации, которые строят кластеры сложной формы на основе мини-кластеров.

Будем определять силуэты s_{kn_j} по формуле, аналогичной (2), где в качестве объектов при вычислении расстояний берутся центры z_{kn_j} мини-кластеров с учетом их «веса» m_{kn_j} .

Тогда формула для силуэта кластера C_k примет вид:

$$S_k = \frac{1}{N_k} \sum_{j=1}^k s_{kn_j} m_{kn_j}. \quad (4)$$

где $N_k = \sum_{j=1}^k m_{kn_j}$ – количество объектов в выбранном кластере.

Силуэт кластерной структуры будет получен как усреднение силуэтов кластеров

$$S = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{n_k} S_k N_k. \quad (5)$$

В качестве замечаний к вышеизложенному следует указать, что при вычислении показателя силуэта в качестве функции расстояния целесообразно брать ту же метрику, которая была использована при построении кластерной структуры.

Библиографический список

1. Загоруйко Н.Г. Прикладные методы анализа данных и знаний. – Новосибирск: ИМ СО РАН, 1999. – 270 с.
2. Миркин Б. Г. Методы кластер-анализа для поддержки принятия решений: обзор. – М. Изд. дом Национального университета «Высшая школа экономики», 2011. – 88 с.
3. Сивоголовко Е.В. Оценка качества кластеризации в задачах интеллектуального анализа данных: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. – СПб. – 2014. – 92 с.

Показатель качества кластеризации данных с бинарными признаками

В.В. Журавлева, Е.М. Марьин

АГУ, г. Барнаул

Современные организации работают с очень большим объемом исходной информации, что усложняет её понимание и анализ, а, как следствие, затрудняет ее использование при решении задач прогнозирования, управления, распознавания и многих других.

Автоматическая классификация заключается в разделении множества объектов различной информации на подмножества по их сходству или различию в соответствии с принятыми методами, обеспечивающими систематизацию объектов классификации по определенным выбранным признакам (свойства, характеристики или параметры объектов) [1]. Для бинарных данных значения признаков разделяются на нули или единицы (отсутствие или присутствие того или иного признака в конкретном наблюдении). Подобный вид данных весьма актуален в таких областях как, например, исследования цепочек ДНК.

Цель данной работы – разработка оригинального показателя качества кластеризации бинарных данных.

При исследовании структуры данных с помощью кластерного анализа немаловажную роль играет оценка качества кластеризации. Показатель качества кластеризации позволяет судить о том, насколько качественно была проведена кластеризация конкретным алгоритмом, либо из нескольких вариантов разбиений данных автоматически выбрать наиболее «разумный» [2, 3]. Показатель качества кластеризации как любая мера должен обладать такими свойствами как симметричность, транзитивность, ассоциативность.

Чаще всего, суть показателя заключается в попарном сравнении построенных кластеров, а, затем уже в сравнении их совокупности.

Опишем последовательность построения показателя качества кластеризации для бинарных данных. Пусть $f_i(k)$ и $f_j(k)$ – частоты значения «единица» для k -го признака в i -ом и j -ом кластерах. Тогда показатель отличимости кластеров по k -ому признаку определим следующим образом:

$$F_{ij}^k = 1 - |f_i(k) - f_j(k)|, \quad (1)$$

где k – номер признака, i, j – номера кластеров. Итоговый показатель различимости двух кластеров определим как среднее геометрическое отличий по всем признакам:

$$Pr_{ij} = \sqrt[k]{F_{ij}^1 * \dots * F_{ij}^k}. \quad (2)$$

Интегральный показатель качества кластеризации будет иметь следующий вид:

$$T = \sqrt[M]{\prod_{\substack{i=1 \\ j>i}}^k (1 - Pr_{ij})}, \quad (3)$$

где $M = \frac{1}{2}(k^2 - k)$ – количество пар кластеров.

Для сравнения пар кластеров по отдельным признакам и взятия общего показателя различия используется формула (1). По значениям по парам признаков k , полученным в результате применения этой формулы можно говорить о том, что чем ближе результат к нулю, тем более явно различие между двумя признаками в кластерах. Результирующее значение ведёт себя аналогично результатам по парам признаков k из кластеров с номерами i, j .

При помощи формулы (2) формируется значение различности по всем возможным парам кластеров из получившегося результата. После чего мы получаем итоговое значение показателя качества кластеризации используя формулу (3). После применения формулы (3) о качестве проведённой кластеризации судят следующим образом: чем ближе итоговое значение к единице, тем лучше была проведена кластеризация и её объекты (кластеры) имеют ярко выраженное отличие друг от друга по тому или иному признаку, или же по ряду признаков.

Авторами разработан алгоритм расчёта описанного показателя качества кластеризации и проведено тестирование на модельных данных, которое показало, что идеи, заложенные в разработанный алгоритм оценки качества кластеризации, являются адекватными.

Библиографический список

1. Загоруйко Н.Г. Прикладные методы анализа данных и знаний. – Новосибирск: Изд-во Института математики СО РАН., 1999. – 270 с.
2. Сивогловко Е.В. Оценка качества кластеризации в задачах интеллектуального анализа данных: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. – СПб. – 2014. – 92 с.
3. Журавлева В.В., Аюпов К.Е. О критериях оценки качества кластеризации // МАК: «Математики – Алтайскому краю»: сборник трудов всероссийской конференции по математике, Барнаул, 1–5 июля 2016 г. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2016. – С. 130–131.

**Пространственно-временной анализ закономерностей
временных рядов температур на территории
Российской Федерации и Ближнего зарубежья**

В.В. Журавлева, М.В. Павлов

АГУ, г. Барнаул

Уже не одно десятилетие обсуждаются экологические проблемы, связанные с усилением антропогенного влияния на экосистему нашей планеты. К последствиям такого влияния относят глобальные изменения климата, в частности глобальное потепление. Несмотря на огромное количество фактов, свидетельствующих о сдвигах климата в сторону глобального потепления, находятся ученые-скептики, отвергающие это событие. Поставим вопрос, можно ли сделать вывод о каких-либо закономерностях в изменении температур, основываясь лишь на данных по температуре. При этом анализировать будем не среднегодовые температуры, как это делается традиционно многими исследователями, а динамические ряды среднесуточных температур.

На общедоступном портале Всероссийского НИИ гидрометеорологической информации [1] были взяты данные по двадцати семи городам РФ и Ближнего зарубежья за период с 1970 по 2017 годы. Для анализа закономерностей в поведении динамических рядов температур были применены методы кластерного анализа [2-5].

Задача кластеризации динамических рядов суточной температуры по городам заключается в разбиении этих рядов на группы динамических рядов со «схожим поведением», которые будут наиболее подходящими для дальнейшего анализа полученных кластеров (элементами кластеров будут ряды «город-год»). Один из вариантов разбиения данных (на семь кластеров) представлен на рисунке 1 эталонными рядами. Сравнение эталонов позволяет сделать вывод, что на территории РФ и Ближнего зарубежья действительно можно выделить зоны с разным типом динамики температур. Причем при небольшом числе кластеров, их вполне можно интерпретировать.

С целью проведения пространственного анализа были построены карты распределения кластеров по выбранной территории. Результат 1974 года показан на рисунке 2. Сопоставление таких карт позволяет судить об изменениях в динамике температуры сразу на большой территории. Было отмечено, что примерно до 2000 года такие изменения происходили в большей части выбранных городов с

некоторой частотой, затем же ряд городов (в первую очередь города зоны юга Западной Сибири) устойчиво поменяли «свой кластер».

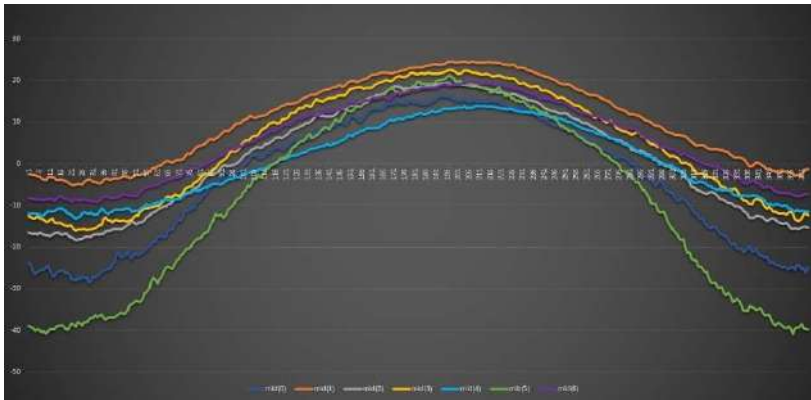


Рисунок 1 – Эталонные ряды динамики среднесуточных температур в семи кластерах



Рисунок 2 – Пространственное распределение динамических рядов среднесуточных температур за 1974 год

В итоге авторами отмечено, что пространственно-временной анализ динамических рядов существенно упрощается при использовании результатов совместной кластеризации объектов типа «город-год» (позволяет сократить возможные варианты перебора при сравнении и даже увидеть картинку по годовой динамике в целом).

Библиографический список

1. Всероссийский НИИ Гидрометеорологической информации – Мировой центр данных [Электронный ресурс] – Режим доступа: – <http://meteo.ru/data/162-temperature-precipitation>
2. Загоруйко Н.Г. Прикладные методы анализа данных и знаний. – Новосибирск: ИМ СО РАН, 1999. – 270 с.
3. Миркин Б. Г. Методы кластер-анализа для поддержки принятия решений: обзор. – М. Изд. дом Национального университета «Высшая школа экономики», 2011. – 88 с.
4. Журавлева В.В., Бондарева А.А. Описание одного алгоритма кластеризации типа Forel // МАК-2015: сб. трудов восемнадцатой всеросс. конф. по математике. – Барнаул, 2015.
4. Журавлева В.В. Об одном алгоритме кластеризации // Сборник научных статей международной конференции «Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и образования», Барнаул, 20-24 октября, 2015. – Барнаул, 2015.

УДК 581.132: 51–76

Анализ лимитирующих факторов в моделях фотосинтеза С3 и С4 растений

А. Кайраткызы

ВКГУ им. С. Амонжолова, г. Усть-Каменогорск

Фотосинтез – уникальный процесс, составляющий основу жизни на Земле, основной источник первичного синтеза органических веществ и главный фактор биогеохимических циклов в биосфере. Кислородная атмосфера Земли и озоновый экран, необходимые для существования биосферы, также созданы фотосинтетической деятельностью зелёных растений.

В настоящее время большое внимание уделяется исследованию С₄-растений, продуктивность которых составляет 23% от продуктивности биосферы. Кроме того, С₄-виды характеризуются высокой скоростью накопления биомассы и большей эффективностью использования воды по сравнению с С₃-растениями. Преимущества С₄-растений в засушливых условиях в значительной степени обусловлены особенностями механизма фиксации СО₂ при фотосинтезе. Одной из причин высокой эффективности С₄-растений является подавление процесса фотодыхания [1].

Проблема математического моделирования фотосинтеза разбивается на две составляющих: построение модели для единичного элемента

листовой поверхности и суммирование по всему растению либо даже экосистеме [2-4].

Цель исследования: выявить параметры модели фотосинтеза отвечающие за отличие протекания процессов C_3 и C_4 растений.

Интенсивность, или скорость процесса фотосинтеза в растении зависит от ряда внутренних и внешних факторов. Из внутренних факторов наиболее важное значение имеют структура листа и содержание в нем хлорофилла, скорость накопления продуктов фотосинтеза в хлоропластах, влияние ферментов, а также наличие малых концентраций необходимых неорганических веществ. Внешние параметры - это количество и качество света, попадающего на листья, температура и влажность окружающей среды, концентрация углекислоты и кислорода в атмосфере вблизи растения [5-7].

В ранних математических моделях фотосинтеза растений учитывалась только зависимость фотосинтеза от поглощенной фотосинтетически активной радиации (ФАР). А затем стали использоваться многофакторные модели. К настоящему времени существует множество детальных моделей фотосинтеза, учитывающие кинетику наиболее важных реакций. Однако число параметров этих моделей так велико, что проведение их идентификации является сложной задачей [3-4].

Наиболее развернутое описание динамической модели фотосинтеза C_3 -растений с учетом процесса фотодыхания и основных лимитирующих эти процессы внешних и внутренних факторов представлено в работах [5-7]. Анализ данной модели позволяет сделать вывод, что регулируя некоторые параметры, можно «отключить» процесс фотодыхания и в результате получить адекватную модель фотосинтеза C_4 -растения.

Библиографический список

1. Дмитриева Г.А., Кузнецов В.В. Физиология растений. – М.: Высшая школа, 2005. – 736 с.
2. Бихеле З.Н., Молдау Х.А., Росс Ю.К. Математическое моделирование транспирации и фотосинтеза растений при недостатке почвенной влаги. – Л.: Гидрометеиздат, 1980. – 223 с.
3. Полуэктов Р.А. Динамические модели агроэкосистемы. – Л.: Гидрометеиздат, 1991. – 312 с.
4. Полуэктов Р.А., Смоляр Э.И., Терлеев В.В., Топаж А.Г. Модели продукционного процесса сельскохозяйственных культур. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2006. – 396 с.
5. Журавлева В.В. Математическое моделирование процессов накопления биомассы C_3 -растений в процессе вегетации: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Барнаул, 2008. – 120 с.

6. Журавлева В.В. Моделирование влияния азотного дефицита на процесс фотосинтеза // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2008. – Т. 15. Вып. 4. – С. 666.

7. Журавлева В.В. Моделирование процессов фотосинтеза и фотодыхания C_3 -растений // Математическая биология и биоинформатика. – 2015. – Том 10. Вып. 2. – С. 482–507. doi: 10.17537/2015.10.482.

УДК 51-76

Изучение пространственно-временного распределения хлорофилла «а» в Беринговом море на основе спутниковых данных

Е.А. Колбина, А.И. Абакумов
ИАПУ ДВО РАН, г. Владивосток

Одним из параметров, позволяющих оценить состояние экосистем океана, является концентрация хлорофилла «а» – основного пигмента клеток фитопланктона, обеспечивающего процесс фотосинтеза. От его количества и интенсивности функционирования зависит величина фотосинтетической первичной продукции – скорости продуцирования органического вещества в процессе фотосинтеза, которая определяет общую биопродуктивность океана.

Для наблюдения фитопланктона (точнее «хлорофилла-а») и его пространственного распределения из космоса разработаны специальные датчики – сканеры цвета моря, такие как SeaWiFS (Sea-viewing Wide Field-of-View Sensor) на спутнике Seastar, а также спектрорадиометры MERIS (Medium Resolution Imaging Spectrometer) на ИСЗ Envisat и MODIS (Moderate Resolution Imaging Spectrometer) на ИСЗ Aqua и Terra.

Важное практическое значение для рыболовства имеет мониторинг распределения концентрации хлорофилла, поскольку фитопланктон является кормовой базой зоопланктона и рыб.

Для исследования выбран район, ограниченный координатами 45°–75° с.ш., 160° в.д.–155° з.д. В этот район входит Берингово море (рис. 1). Выбран открытый район, позволяющий проанализировать закономерности формирования нижних трофических уровней морской экосистемы.

Из спутниковых данных используются концентрация хлорофилла, температура и освещенность на поверхности. Обработаны данные мая 2014 г. Размер пространственной ячейки (точки) – 4 х 4 км, временной интервал – 1 сут.

Построены усреднения спутниковых характеристик по пространству (поверхности моря, рисунок 2) и времени. Если усреднения по пространству обладают малой вариабельностью по времени, то усреднения по времени высокодинамичны в зависимости от пространственных координат.



Рисунок 1 – Бассейн Берингова моря

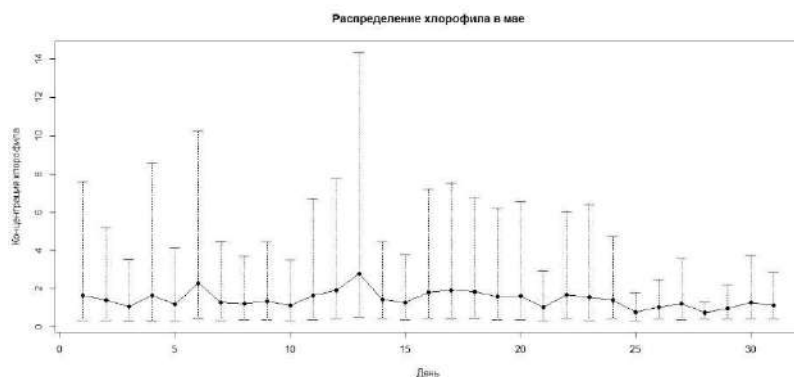


Рисунок 2 – Усреднение спутниковых характеристик по пространству.
Распределение хлорофилла а, мг/м^3

Проведено районирование Берегового моря (рисунок 1), при этом выделены следующие районы:

I. Анадырский и Олюторский заливы. От м. Олюторского до мыса Чукотского и по Северный полярный круг. Квадрат, ограниченный координатами 60° - $66,5622^{\circ}$ с.ш., 170° в.д.- 173° з.д.

II. Карагинский залив. От м. Камчатский до м. Олюторского. Квадрат, ограниченный координатами 56° - $60,7^{\circ}$ с.ш., 160° в.д.- 170° в.д.

III. Открытое море. Квадрат, ограниченный координатами 50° - 60° с.ш., 170° в.д.- 170° з.д.

IV. Залив Нортон. Квадрат, ограниченный координатами 60° - $66,56^{\circ}$ с.ш., 173° з.д.- 160° з.д.

V. Бристольский залив. Квадрат, ограниченный координатами $52,5^{\circ}$ - 60° с.ш., 170° з.д.- 155° з.д.

Построены сравнительные усреднённые спутниковые характеристики по пространству (поверхности моря, рисунок 3) на этих районах.

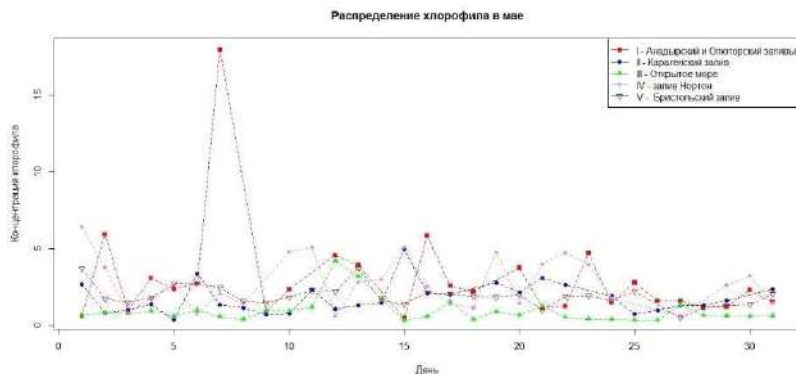


Рисунок 3 – Усреднение спутниковых характеристик по пространству по районам. Распределение хлорофилла «а», мг/м^3

Результаты сравниваются с подобными исследованиями в Охотском и Японском морях. Предполагается переход к оценкам бипродуктивности Берингова моря по спутниковой информации с применением математических моделей динамики планктона.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00213.

Исследование дискретных и непрерывных моделей, основанных на отображении Рикера

Л. Маденкызы^{1,2}, А.Г. Петрова²

¹ВКГУ им. С.Аманжолова, г. Усть-Каменогорск;

²АГУ, г. Барнаул

В работе изучаются нелинейные динамические системы, основанные на отображении Рикера:

$$N_{t+1} = N_t e^{r(1-N_t)}, \quad (1)$$

где N_t – характеристика численности популяции, r – положительный параметр. Это отображение было предложено для моделирования динамики поколений популяций рыб [1]. Эта модель хорошо изучена и анализ динамики этой модели приводит к следующему результату:

При $0 < r \leq 2$ популяция стремится с возрастанием времени к значению $N_t = 1$; при $2 < r \leq 2,692$ возникает периодический цикл размера популяции, а при $r > 2,692$ поведение модели характеризуется как динамический хаос. Таким образом, эта модель близка к модели дискретной логистической модели, она имеет последовательность бифуркационных значений параметра, для которых справедлив предел, приводящий к константе Фейгенбаума. Отметим, что так же, как и в случае логистического уравнения, непрерывный аналог этой модели демонстрирует монотонное стремление функции к нетривиальной неподвижной точке при увеличении времени.

В работе [2] приведена библиография наиболее убедительных результатов анализа модели Рикера. Там же отмечается, что в ряде случаев модельное описание удавалось существенно улучшить, если ввести в уравнения эффект запаздывания:

$$N_{t+1} = N_t e^{r(1-N_{t-1})}.$$

Перепишем дискретное уравнение (2) в виде эквивалентной системы

$$x_{t+1} = x_t \exp(r(1-y_t)), \quad y_{t+1} = x_t. \quad (2)$$

Регуляция с запаздыванием возникает в природных популяциях в результате межвидового взаимодействия или же в случаях, когда высокая плотность популяции негативно сказывается на воспроизводстве следующего поколения. Анализ динамики в дискретной модели с запаздыванием приводит к выводу о возникновении бифуркации Неймарка-Сакера.

В данной работе с применением вычислительных инструментальных средств проводится сравнительный анализ динамики дискретных моделей (1) и (2).

Наряду с дискретными моделями в приложениях широкое применение находят модели с непрерывным временем [3]. Такие модели успешно работают в популяционной динамике (классические модели хищник-жертва, конкуренция-сосуществование), не говоря уже о моделях химической кинетики, как, например, непрерывной проточный процесс получения биогаза из растительного сырья [4]. Модели, выражаемые в дифференциальных уравнениях, демонстрируют сложную динамику, отличную от их дискретных аналогов и сравнение их динамики представляет определенных интерес.

В данной работе рассматривается аналог модели (2) в непрерывном времени:

$$\dot{x} = x(e^{r(1-y)} - 1), \quad \dot{y} = x - y. \quad (3)$$

Модель (3) имеет устойчивую нетривиальную неподвижную точку при любом положительном значении параметра и может найти применение при моделировании взаимоотношений взаимодействия двух популяций типа «паразит – хозяин». Предлагается также модифицированная модель с непрерывным временем, в которой возникает бифуркация Хопфа.

Библиографический список

1. Ricker, W. E. Stock and Recruitment // Journal of the Fisheries Research Board of Canada. – 1954. – Т.11 – № 5. – С. 559–623.
2. Неверова Г.П., Фрисман Е.Я. Математическое моделирование динамики локальных однородных популяций с учетом эффектов запаздывания // Математическая биология и биоинформатика. –2015. – Т. 10 – № 2 – С. 309–324.
3. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М.: Физматлит, 2005. 320 с.
4. Баяю А.А., Петрова А.Г., Хворова Л.А. Однокомпонентная модель производства биогаза из растительного сырья // В сборнике Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и техники. Сборник статей международной конференции: электронный ресурс. Отв. Редактор: Родионов Е.Д. 2018. С. 570–574.

Models as essential prerequisite for decision support systems to adapt agriculture to climate change –represented by the LandCaRe-DSS

***W. Mirschel, K.-O. Wenkel, M. Berg-Monicke,
R. Wieland, G. Mirschel***

*Leibniz Centre for Agricultural Landscape Research (ZALF),
Research platform 'Models & Simulation',
Eberswalder Str. 84, 15374 Müncheberg, Germany*

1. Introduction

Land management for food production is a fundamental human activity, supporting the livelihood of everyone on this planet. More than 2 billion tons of grains are produced yearly for food and feed, providing roughly two-thirds of total direct and indirect protein intake; about 10% of this total, or 200 million tons, is traded internationally [13].

The most important challenge that agriculture will face in coming decades is represented by the need to feed the increasing mankind and to conserve the soil and water resources.

At the same time there is a significant concern about the impacts of climate change and its variability on agricultural production worldwide. Current research confirms that the impacts of high temperatures, altered patterns of precipitation and possibly increased frequency of extreme events such as drought and floods will probably combine to depress yields and increase production risks in many regions of the world, widening the gap between rich and poor countries [6].

On the one hand, there is the demand for climate protection measures [8,4] and, on the other hand, there is the need for agriculture to adapt to climate change. Adaptation to climate change requires knowledge on the potential regional and local impacts of climate and weather extremes but also knowledge about the expected long-term consequences of land use activities. From the agricultural side, various options are possible for adapting to climate change, such as the cultivation of new crop species and drought-resistant varieties, extended crop rotations, increasing soil humus content, adaptation of agro-management timetables, conservation tillage, as well as adapted fertilisation, irrigation and plant protection regimes. Therefore farmers have to examine separately, how they can reduce the vulnerability to climate change and increase desirable outcomes with the lowest costs under

consideration of the different regional and local economic and soil-climate conditions.

For the identification of correct and sustainable decisions it is required to assess the impacts of climate change and different land use systems on the most important agricultural landscape indicators, the risks for agricultural enterprises or farmers and nature as a whole, and their changes over time. These assessments, which must also take into account future changes, can only be made with the help of spatial data and robust and well validated models for different agricultural landscape indicators. For decisions to be made based on many scenario simulations, these must be part of interactively model-based decision support systems (DSS). The development of a DSS for this purpose, however, remains a major challenge.

Due to the complexity of such a challenge, only a few spatially applicable DSS have been developed and made available, such as ADSS [12], GPFARM [1], EET (Elbe-Expert Toolbox)/GLOWA Elbe [14] and Elbe-DSS [2], which were developed for specific regions or water catchments and which as prototypes are not available to the public.

2. The decision and support system LandCaRe-DSS

Because there was a gap in good model based decision support systems for adaptation of agriculture to climate change on the regional and local scale years ago, in Germany the collaborative research project LandCaRe 2020 (Land, Climate and Resources in 2020) was started [7] which investigate effects of regional climate change on agricultural production as well as water and matter fluxes to provide a knowledge-based framework for adaptation. Central objective of the project LandCaRe 2020 is a model-based DSS, known as LandCare-DSS developed by the Leibniz-Centre for Agricultural Landscape Research (ZALF) Müncheberg, Germany. As a prototype it was validated for two contrasting regions of East-Germany in the dry lowlands of the State of Brandenburg and in the humid mountain area of the Free State Saxony. The conceptual framework and the integration of different models and modules within the LandCaRe-DSS are represented in Figure 1.

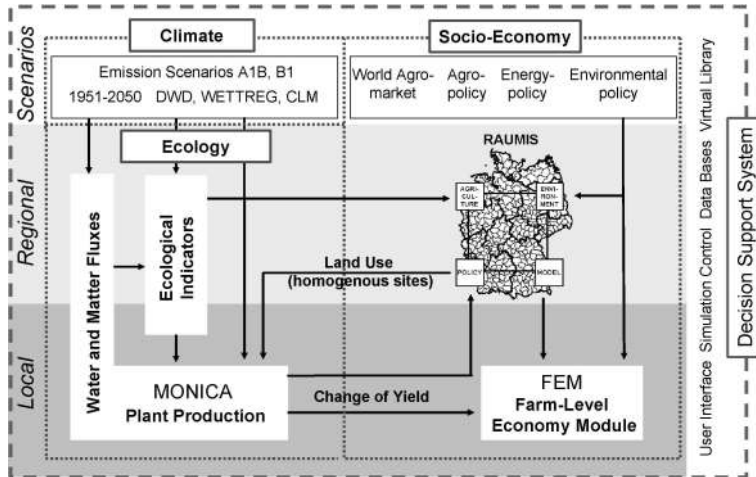


Figure 1 – Conceptual framework and levels of integration of different models and modules in the LandCaRe-DSS [16]

2.1. System components and characteristics

The LandCaRe-DSS consists of five basic system components:

- Information and advisory system concerning climate and climate change,
- Analysis of climate data and climate impacts on crop phenology/ontogenesis,
- Climate change impact assessment for agriculture on national level,
- Climate change impact assessment on regional and farm level,
- Simulation and integrated assessment of different agricultural adaptation strategies to climate change.

The basic principle of operation, which can be characterized as an iterative procedure from the scenario definition, the evaluation of different agricultural farm management adaptation strategies, up to the decision, what is the best adaptation strategy for the concrete farm to climate change, is shown in Figure 2.

As distinguished from other DSS, the LandCaRe-DSS offers the following special features:

- Interactivity
(The user decides which simulations and calculations to execute and runs almost all models by himself.)
- Dynamic

(A large variety of simulations can be run, analysed and compared with each other by the user. The chosen preconditions will affect the simulation results.)

- Spatial-orientation
(The user chooses the desired level of detail by zooming between national, regional or farm level. Based on this choice different well-validated models can be activated for execution.)
- Web-integration
(Central support, control and update of the entire DSS software and all supporting data)
- Extendability
(Open for further add-ons; frequent update of information, knowledge and data.)

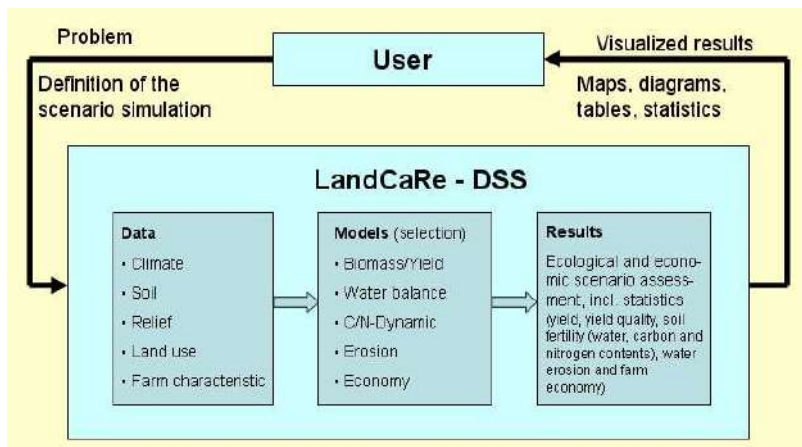


Figure 2 – Basic principle of operation of LandCaRe-DSS [16]

2.2. Impact models available in LandCaRe-DSS

Supporting decision making for adapting regional and local land use management to climate change in LandCaRe-DSS a wide range of models of different types is available, i.e. more than 10 different statistic and dynamic ecological and economic models are incorporate and linked together within the LandCaRe-DSS. All these models are grouped according to their application and briefly described below.

Economy

RAUMIS (Regionalised Agro- and environment (UMwelt) Information System) is an economic optimization model, which describe the impacts of

changes of crop yield and price-cost-relations on land use systems and land use intensity on higher spatial scales.

FEM (**Farm Economic Model**) calculates in detail the cost-benefit-relationships of different farm management and climate adaptation strategies in dependence on price-cost relations, expected yields, expected nitrogen fertilizer and irrigation water demands.

Land use

LANUVER (model for **L**And use (**N**utzung) distribution (**VER**teilung)) is a model, which simulates the spatial distribution of agricultural used crops on arable land taking into account the ratio of agricultural crops on district level given by the DSS-user, the compatibility between crops and soil types, and the economic excellence of agricultural crops.

Climate analysis

TREND (**TREND** analysis) is an approach for long-term climate data analysis and trend calculations (temperature, precipitation, climatic water balance, heating and cooling degree days, Ellenberg index for forest trees, Huglin index for vine, Schwärzel index for fruit trees).

SAISON (**SAISON**al data analysis) is an approach for the seasonal analysis of long-term climate data (temperature, precipitation, frost and ice days, summer, hot and tropical days, heating and cooling days).

FREQUENCY (**FREQUENCY** distribution) is an approach for frequency and value distribution for temperature and precipitation for long-term climate data.

Phenology and Ontogenesis

VEGPER (**L**ength of **VEG**etation **PER**iod) calculates the length of the vegetation between vegetation begin in spring and vegetation end in autumn.

PHENO (**PHENO**logy) model) computes the start of typical phenological phases of different wild plants (indicator types) in dependence on climate variables.

ONTO (**ONTO**genesis model) calculates the different stages of plant ontogenesis of agricultural crops in dependence on site specific weather, respectively climate conditions.

Yield and Ecology

YIELDSTAT (**YIELDSTAT**istic model) is a statistical based hybrid model to estimate the yield of more than 15 agricultural crops in dependence on site characteristics, weather/climate, CO₂ and progress in agro-technology and plant breeding.

MONICA (**M**odel for **N**itrogen and **C**arbon in **A**groecosystems) is a dynamic process oriented Soil-Plant-Atmosphere-Model on a daily time step,

which simulates the interconnections between site characteristics, specific weather/climate conditions, farm intensity, the water-, nitrogen- and carbon dynamics in soil and plant, the plant ontogenesis and the biomass and yield accumulation.

GLPROD (*GrassLand **PROD**uctivity model*) is a statistical based model, primarily specialized for grassland ecosystems, which can be used to calculate the impacts of changes in climate and grassland management on grassland yield and yield quality.

SVAT-CN (*Soil Vegetation Atmosphere Transport model – Carbon and Nitrogen fluxes*) is an evapotranspiration- and photosynthesis model of the “big leave-model-family”, with a high temporal resolution and is used here to calculate the potential primary production of different forest trees and grassland.

EROSION (model of potential ***EROSION*** risk) is an empirical water erosion model, which describe the impacts of farm management technology and climate on the potential erosion risk on different scale.

BAGLUVA (***BAGROV** and **GLUGLA** algorithm for calculation of long-term averages of actual eVapotranspiration and ground wAter recharge*) is a regionalized water balance model for calculation of long-term averages of actual evapotranspiration and ground water recharge.

BERBEDUE (model for identification of irrigation poverty (***BER**egnungs**EDUE**rtigkeit*)) can be used to identify the general site specific irrigation poverty in dependence on site conditions, agricultural land use and weather/climate.

ZUWABE (model for irrigation water demand (***ZU**satz**W**asser**BE**uerfigkeit*)) can be used to calculate the site specific irrigation water demand in dependence on soil characteristics, crop rotation and site specific climate conditions.

A detailed description of the impact models incorporated into LandCaRe-DSS is given in [15].

2.3. Short description of the simulation functionality

As a prerequisite for the development of the Decision Support System, potential users like agricultural administrations, farmers, water agencies and agro-business were included in the research process. As far as possible their specific demands of knowledge and decision support could be considered. In the result the spatial DSS is interactive and dynamic. It allows multi model and multi scenario simulation runs with various data sets and parameters by the user. LandCaRe-DSS includes regional weather data of the past, recorded by climate stations of the German Weather Service (DWD) since 1950, as well as different future climate scenarios based on the ECHAM5 Global Circulation Model with dynamic downscaling (20 to 1 km grid length) using the

Europe-wide regional climate model CLM [3] and results of the statistical-dynamic model WETTREG [5]. LandCaRe-DSS also can use different management data, an economic data base and a lot of parameter sets specific for the used models. In LandCaRe-DSS also can be incorporated a wide range of spatial information such as GIS-maps for soil type, surface slope, hydromorphy, soil quality and others. All these data, information and parameter are linked together with the models for spatial model simulations. In the result spatial result maps are produced for different agricultural indicators such as crop yield, erosion risk, evapotranspiration or irrigation water demand. Figure 3 show the model GIS coupling within the LandCaRe-DSS.

As already mentioned above, LandCaRe-DSS is a model-based system for decision making. The system allows it to analyse interactively scenarios and thus offer adaptation and utilisation options for agricultural used landscapes or individual farms under the influence of regional climate change and socio-economic framework conditions. A short demonstration of how LandCaRe-DSS works can be watched on YouTube (<https://youtu.be/tbUHaeA6-dl>) for application examples in Germany and Brazil.

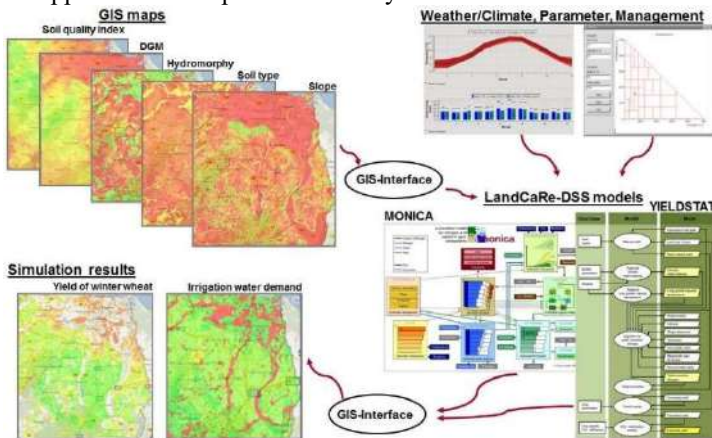


Figure 3 – Model - GIS - coupling within LandCaRe-DSS using the dynamic MONICA and the statistic YIELDSTAT models for simulating winter wheat yield and irrigation water demand for the Uckermark region, Germany

2.4. Examples of LandCaRe-DSS use

Analysis of climate and phenological data

For the adaptation of agro-management to climate change information on the impacts of climate change on the ontogenesis of agricultural crops are

very important. Using the example of winter wheat, Figure 4 shows the lengths of different ontogenesis stages between sowing and harvest in comparison for two climate time periods.

The user of the LandCaRe-DSS can choose different climate scenarios, different time periods and different sowing dates for running the ONTO model. In the result the DSS-user gain information on the crop reaction and he can adapt his agricultural management.

Climate change impact assessment on national scale

At the national scale maps with information on changes in crop yields, cropping structure, farm economies and irrigation demand for different time periods as a consequence of climate change are presented to the stakeholders. The maps were created by a research group of the Thünen Institute Brunswick, Germany using the simulation model RAUMIS. Within the LandCaRe-DSS the user can carry out statistical analyses which are exemplarily shown in Figure 5 (winter wheat yield for Germany expected in 2025).

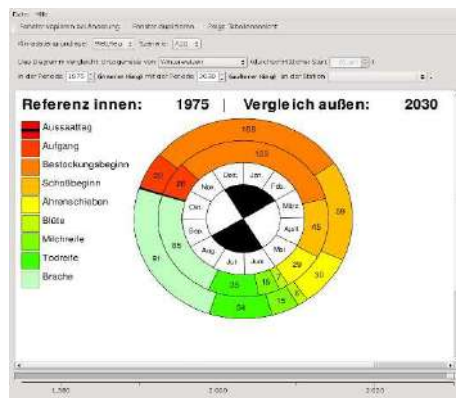


Figure 4 – Length of ontogenesis stages for winter wheat (in days) between sowing and harvest in comparison between 1975 (inner circle) and 2030 (outer circle)

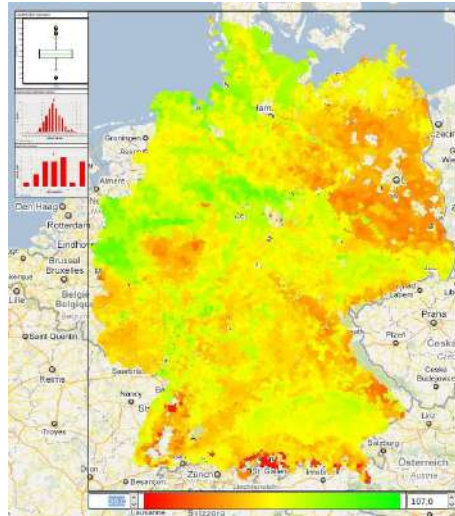


Figure 5 – Winter wheat yields across Germany expected in 2025 (simulation model: RAUMIS; climate scenario: A1B; climate regionalization method: WETTREG)

Climate change impact assessment on regional scale

On the regional scale the ecological impact assessment of climate and land use changes are realized on a high spatial resolution, i.e. on a minimum pixel size of 1 ha (100m x100m). Most of models mentioned above can be activated, but without a coupling with the economic model on this scale. Using different models, calculations are possible for the expected impacts of climate change on yields for arable and grassland, on the potential erosion risk, on evapotranspiration and ground water recharge, on the irrigation water demand and others. At this regional scale statistical analysis (average, median, histogram, ...) automatically are realized. In Figure 6 for the Uckermark region (Germany) the spatial distribution of winter wheat yields for the climate period 1991-2020 (climate scenario A1B) calculated with the YIELDSTAT model is shown. Winter wheat is grown in a crop rotation with winter oilseed rape.

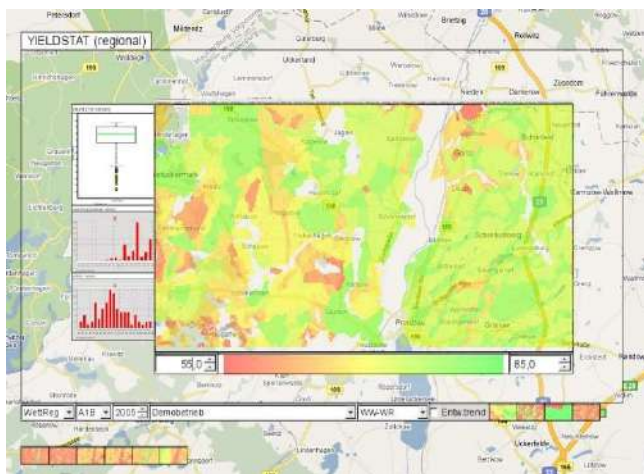


Figure 6 – Spatial distribution of winter wheat yield in the Uckermark region, Germany for the climate period 1990-2020 (climate scenario A1B) in the crop rotation with winter oilseed rape (simulation with the YIELDSTAT model)

Local or farm scale

At local or farm scale an interactive simulation and integrated impact assessment of agricultural adaptation strategies to climate change (crop rotation, soil tillage, fertilisation, irrigation, price and cost changes, ...) is offered by the LandCaRe-DSS. The user of the system will be informed about changes of crop productivity (yield, yield quality), soil fertility (water, carbon and nitrogen contents), water erosion and farm economy. At farm level the dynamic agro-ecosystem model MONICA [11] and the statistical-based model YIELDSTAT [9] for yield prediction are coupled with the farm economy model (FEM; [10]). The LandCaRe-DSS user receive information on different economic parameters, fertilizer amounts and costs, irrigation water demands and costs and finally on crop yields and sales profits. For all output information the variances of results are given, based on up to 90 simulation runs. The results are visualized using normalised bar graphs for a better comparison between different scenario runs. Figure 7 shows an example for the visualized simulation results of the model MONICA for a small part of a farm, based at the Google-map background. The bar graphs with information on economic values, yield values, fertilization and water related values are arranged around the fixed part of the farm which is subdivided in 1 ha (100 x 100 m) pixels. In the upper part first the data of the actual scenario run can be chosen. Secondly all input information can be activated and presented. At

the left site of the figure there are shown parts of the dynamic results of MONICA as average for the cropping year and as time course (for example the soil carbon dynamics) for the chosen 30-year climate period.

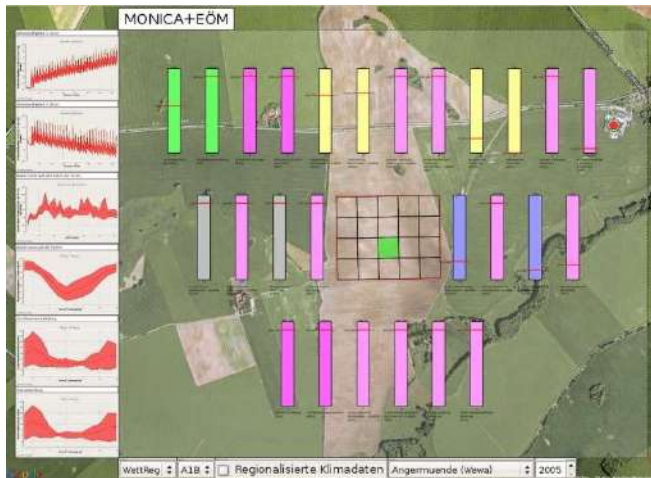


Figure 6 – Visualisation of simulation results for the combined MONICA and FEM models at farm level for a small part of a farm within the Uckermark region, Germany (crop rotation: winter wheat – winter oilseed rape; climate scenario: A1B; climate data regionalization method: WETTREG; climatic period: 1991-2020)

3. Conclusions

While the international community has focused on climate change mitigation, the issue of adaptation to climate change is an equally pressing issue and must be put on the international negotiation agenda. This is primarily crucial for many countries that have contributed little to greenhouse gas emissions but have to bear the brunt of the negative impacts of climate change and variability.

A first application of LandCaRe-DSS for Germany shows that

- the impacts of climate change on crop production are geographically unevenly distributed,
- in the first decades of the 21st century the expected impacts of climate change on agriculture in Germany are relatively low, but the second half of the century is expected to bring more severe biophysical impacts,
- the most important agricultural adaptation strategies in Germany to cope with climate changes are irrigation, flexible multiple crop rotations, change to low and no till farming systems and conservation of a good soil fertility,

- the continued technological progress (plant breeding and new agro-technologies) can play a crucial role for climate adaptation.

Despite the scientific progress in the last decades there are many uncertainties of climate change impact assessment on ecosystems and environment. There are uncertainties of the regional occurrence of future climate change, uncertainties of the global and regional economic development, but also uncertainties in the understanding of dynamic key processes describing the interactions of elevated CO₂ with other climate variables, including extremes, with the soil and the water quality, with pests, weeds and diseases and with the ecosystem vulnerability. In general, greater collaboration across disciplines is necessary to bridge some of the existing knowledge gaps and better to understand related uncertainties.

For a decision support system it means, that it should be open for further developments and integration of new good validated models for a spatial use. The regional and local focus of the LandCaRe-DSS allows the development of more specific actions for an adaptation of agriculture to climate change. It will further provide a better understanding of the potential range of climate change impacts and specify required research to improve model parameterisation and validation by future local and spatial experimental work.

The presented methodology could be also of interest for the agricultural landscapes in Russia. It could be helpful to find more sustainable farming systems and suitable adaptation strategies to climate change.

4. Acknowledgement

This contribution was supported by the German Ministry for Education and Research, by the German Ministry of Food, Agriculture and Consumer Protection, and by the Ministry of Infrastructure and Agriculture of the Federal State of Brandenburg (Germany).

References

1. Ascough J.C., Shaffer M.J., Hoag D.L., Mc Master G.S., Dunn G.H., Ahuja L.R., Weltz M.A. (2001) GPFARM: an integrated decision support system for sustainable great plain agriculture. In: Scott, D.E., Mohtar, R.H., Steinhardt, G.C. (eds.), *Sustaining the Global Farm. Selected Papers from the 10th International Soil Conservation Organization Meeting Held from 24 to 29 May 1999 at Purdue University and the USDA-ARS National Soil Erosion Research Laboratory*, pp. 951-960.
2. Berlekamp J., Lauterbach S., Graf N., Matthies M. (2005) A decision Support System for Integrated River Basin Management of the German Elbe. *Proceedings MODSIM-2005*, pp.1518-1524.

3. Böhm U., Kücken M., Ahrens W., Block A., Hauße D., Keuler K., Rockel B., Will A. (2006) CLM - the climate version of LM: brief description and long-term applications. COSMO Newsletter 6: 225-235.
4. COP24 (2018) COPE24 Katowice – United Nations Climate Change Conference, <http://cop24.katowice.eu/de/>, Assessed 2 May 2019.
5. Enke W., Schneider F., Deutschländer T. (2005) A novel scheme to derive optimized circulation pattern classifications for downscaling and forecast purposes. *Theoretical and Applied Climatology* 82: 51-63.
6. IPCC (2007) Impacts, Adaptation and Vulnerability. Contribution of Working Group II in the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change, Summary for Policy-makers. Cambridge University Press, Cambridge 2007, UK, 7-22.
7. Köstner B., Wenkel K.-O., Bernhofer Ch. (2012) Neue modellbasierte Informationssysteme für Klimafolgen-szenarien in der Landwirtschaft. *Promet* 38(1/2) pp. 42-52.
8. Kyoto (1997) Kyoto-Protokoll, https://www.lpb-bw.de/kyoto_protokoll.html, Assessed 2 May 2019.
9. Mirschel W., Wieland R., Wenkel K.-O., Nendel C., Guddat C. (2014) YIELDSTAT - a spatial yield model for agricultural crops. *European Journal of Agronomy* 52 (2014) 33-46.
10. Münch T., Berg M., Mirschel W., Wieland R., Nendel C. (2014) Considering cost accountancy items in crop production simulations under climate change. *European Journal of Agronomy* 52: 57-68.
11. Nendel C., Berg M., Kersebaum K.C., Mirschel W., Specka X., Wegehenkel M., Wenkel K.-O., Wieland R. (2011) The MONICA model: testing predictability for crop growth, soil moisture and nitrogen dynamics. *Ecol. Model.* 222 (9), 1614-1625.
12. Prasad J.R., Prasad R.S., Kulkarni U.V. (2008) A decision support system for agriculture using natural language processing (ADSS). In: *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists (IMECS 2008, 19–21 March 2008, Hong Kong)*, Vol. I, pp. 1-5.
13. Tubiello, F.N., Soussana, J. F., Howden, M. S. (2007) Crop and pasture response to climate change. *Proc. Natl. Acad. Sci., USA*, December 11, 2007, 104; 19686-19690.
14. Wechsung F., Hartje V., Kaden S., Venohr M., Hansjürgens B. (2014) *Die Elbe im globalen Wandel. Eine integrative Betrachtung.* Weißensee Verlag Berlin 630 p.
15. Wenkel K.-O., Berg M., Wieland, R., Mirschel W. (2010) *Vorsorge und Gestaltungspotenziale in ländlichen Räumen unter regionalen Wetter- und Klimaänderungen (LandCaRe 2020) PT-DLR 01 LS 05104 : Modelle und Entscheidungsunterstützungssystem zur Klimafolgenabschätzung und*

Ableitung von Adaptationsstrategien der Landwirtschaft an veränderte Klimabedingungen (AGROKLIM-ADAPT); Teilprojekt 6 (DSS); Schlußbericht; 51 S und 133 S. (in 14 Anlagen).; Müncheberg (Leibniz-Zentrum für Agrarlandschaftsforschung).

16. Wenkel K.-O., Mirschel W., Berg M., Wieland R., Köster B. (2011) Experience from the Use of the Interactive Model- and GIS-based Information and Decision Support System LandCaRe-DSS for the Development of Economic Effective Application Strategies of Agriculture to Climate Change. In: Salapasis M., Matopoulos, A. (eds.): HAICTA 2011 – 5th International Conference on Information Technologies in Agriculture, Food and Environment (8-11 September, 2011, Skiathos, Greece), Volume I, HAICTA – Branch of Northern and Central Greece, p. 129-140.

УДК 51-76+574.34+574.5

Особенности влияния зоопланктона на динамику фитопланктона

***Г.П. Неверова, О.Л. Жданова, Е.А. Колбина,
А.И. Абакумов***

ИАПУ ДВО РАН, г. Владивосток

Важнейшей подсистемой водных экосистем является пелагиаль, в которой функционируют специфические сообщества, не имеющие аналогов в наземных экосистемах [1]. Фитопланктон – нижний трофический уровень водной экосистемы, его функционирование обеспечивает жизнедеятельность всей экосистемы. Межвидовые взаимодействия в фитопланктонном сообществе играют существенную роль в его жизнедеятельности [2]. В то же время существенное воздействие на динамику обилия фитопланктона оказывает зоопланктон, который, в свою очередь, является кормовой базой для многих видов рыб. Зоопланктон также является многовидовым сообществом, в котором, как правило, выделяют следующие группы беспозвоночных: коловратки (Rotatoria), ветвистоусые раки (Cladocera), веслоногие раки (Copepoda) [3].

Ключевые особенности развития сообщества фито- и зоопланктона с учетом внутри и межвидового взаимодействия можно описать при помощи следующей схемы (рисунок 1).

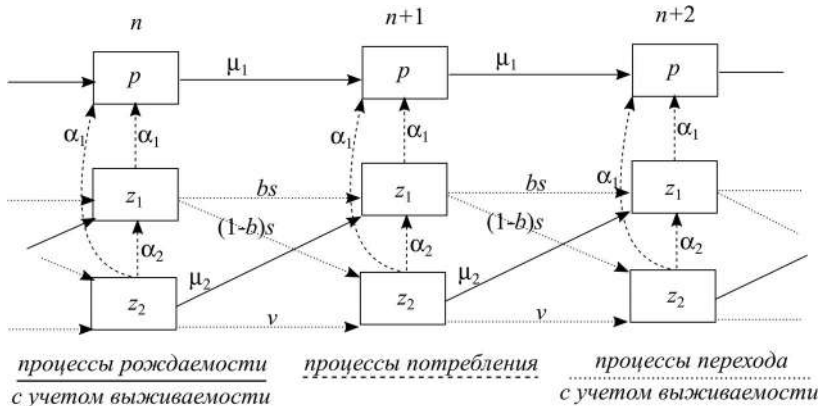


Рисунок - 1 Ключевые особенности развития сообщества фито- и зоопланктона с учетом внутри- и межвидового взаимодействия

На схеме 1 n соответствует номеру суток, p – плотность фитопланктона, z_1 – плотность ювенильной (неполовозрелой) группы зоопланктона, z_2 – плотность половозрелой группы зоопланктона. μ_i и α_i – удельная скорость роста и интенсивность потребления i -ой группы видов сообщества, соответственно (1 – фитопланктон, 2 – зоопланктон); b – коэффициент, характеризующий долю ювенильного зоопланктона, остающегося в этой же группе, s – выживаемость ювенильной группы зоопланктона в зависимости от обилия питания; v – коэффициент выживаемости зрелого зоопланктона.

С учетом процессов рождаемости, смертности и саморегуляции, а также особенностей взаимодействия фито- и зоопланктона, представленных на рисунке 1, динамика сообщества может быть формализована следующим образом:

$$\begin{cases} p(n+1) = \mu_1 \exp(-p(n)) \cdot p(n) - \alpha_1(p(n), z_1(n)), \\ z_1(n+1) = \mu_2 z_2(n) + b \cdot s(p(n)) \cdot z_1(n) - \alpha_2(z_1(n), z_2(n)), \\ z_2(n+1) = (1-b) \cdot s(p(n)) \cdot z_1(n) + v z_2(n). \end{cases} \quad (1)$$

Для описания зоопланктонного сообщества мы используем две скалярные переменные, т.к. зоопланктон принципиально разнороден, но не по видовому признаку, а по признаку воспроизводства и питания. Следовательно, зоопланктонные организмы можно разделить на две стадии развития: ювенильную и половозрелую. По характеру питания зоопланктон разделен на два класса: нехищный и хищный [4]. К нехищному относится молодь всех популяций зоопланктона. В свою очередь зрелая группа зоопланктона включает нехищных половозрелых особей

кладоцер, питающихся водорослями, и хищных особей копепоид и коло-враток. Плотностная регуляция зоопланктона осуществляется неявно на ювенильной стадии в результате конкуренции за питание. В модели (1) процессы взаимодействия зоо- и фитопланктона в явном виде учтены в выживаемостях на ранних стадиях жизненного цикла зоопланктона.

Для описания взаимодействия видов, а именно изменения численностей популяций и их частей, составляющих сообщество, в результате поедания, предлагается использовать трофическую функцию Холлинга II типа [5, 6], учитывающую насыщение хищника. Следовательно, процесс выживаемости ювенильных особей зоопланктона может быть опи-

сан следующей функцией $s(p(n)) = \frac{s \cdot p(n)}{p^* + p(n)}$, где s – максимально воз-

можная выживаемость ювенильных особей зоопланктона в условиях неограниченных пищевых ресурсов. Процесс суммарного потребления фитопланктона зоопланктоном всех рассматриваемых групп предполагается описывать функцией вида $\alpha_1(p(n), z_1(n)) = \frac{\alpha_1(z_1(n) + z_2(n))p(n)}{p^* + p(n)}$.

Каннибализм внутри зоопланктона, в процессе которого зрелые особи некоторых видов зоопланктона поедают ювенильных, предлагается формализовать следующим образом: $\alpha_2(z_1(n), z_2(n)) = \frac{\alpha_2 z_1(n) z_2(n)}{z_1^* + z_1(n)}$.

В рамках выбранных обозначений p^* – константа полунасыщения зоопланктона, α_1 – средняя плотность биомассы фитопланктона, потребляемая единицей плотности зоопланктона, z_1^* – константа полунасыщения зрелого зоопланктона ювенильным, α_2 – средняя плотность биомассы ювенильной группы зоопланктона, потребляемая единицей плотности зрелой части зоопланктона.

Проанализированы сценарии перехода от стационарной динамики к колебаниям численности фито- и зоопланктона при различных значениях внутривидовых параметров, определяющих характер динамики каждого из составляющих сообщество видов, и параметров их взаимодействия. Основное внимание уделено изучению огромного разнообразия сложной динамики сообщества. Происходит усложнение динамики фитопланктона через серию бифуркаций удвоения периода. С появлением зоопланктона каскад бифуркаций удвоения периода у фитопланктона и сообщества в целом реализуется раньше (при более низких скоростях воспроизводства клеток фитопланктона), чем в случае, когда фитопланктон развивается изолированно. Вариация уровня каннибализма зоопланктона способна значительно изменить как существующий

в сообществе режим динамики, так и его бифуркацию. При определенной структуре пищевых отношений зоопланктона возможна реализация сценария Неймарка-Сакера в сообществе. Возможны существенные изменения динамического режима в сообществе: резкие переходы от регулярной к квазипериодической динамике (по сценарию Неймарка-Сакера) и далее к точным циклам с небольшим периодом (обратная реализация каскада удвоения периода).

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00213.

Библиографический список

1. Винберг Г.Г. Особенности водных экологических систем // Журнал общей биологии. – 1967. – Т. 28, № 5. – С. 538–545.
2. Абакумов А.И., Пак С.Я. Сосуществование видов в микробном сообществе. Модельное исследование // Информатика и системы управления. – 2012, № 3(33), с. 15–24.
3. Фефилова Е.Б. Изученность и видовое разнообразие зоопланктона водоемов северо-востока европейской части России // Вестник Института биологии Коми НЦ УрО РАН. – 1999. – № 24. URL: <http://ib.komisc.ru/add/old/t/ru/ir/vt/99-24/09.html>.
4. Дулепова Е.П. Сравнительная биопродуктивность макро-экосистем дальневосточных морей. – Владивосток: ТИНРО-центр. 2002.
5. Базыкин А.Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций. – М.: Наука. 1985.
6. Фрисман Е.Я., Кулаков М.П., Ревуцкая О.Л., Жданова О.Л., Неворова Г.П. Основные направления и обзор современного состояния исследований динамики структурированных и взаимодействующих популяций // Компьютерные исследования и моделирование. – 2019. – Т. 11, № 1. – С. 119–151. doi: 10.20537/2076-7633-2019-11-1-119-151.

**Модельное исследование пространственного
распределения интегральной массы фитопланктона в
районе Западно-Камчатского шельфа по данным
дистанционного зондирования**

*С.Я. Пак, А.И. Абакумов
ИАПУ ДВО РАН, г. Владивосток*

Район Западно-Камчатского шельфа является одним из наиболее важных промысловых районов. Оценка перспектив развития отрасли в данном регионе неотъемлемо связано с исследовательской задачей все-сторонней оценки ресурсного потенциала соответствующего участка Охотского моря. Фитопланктон является базовым звеном в анализе этой проблемы с точки зрения трофических взаимосвязей. Для оценки его состояния используется модель функционирования фитопланктона в зависимости от глубины. Рассматривается стационарный вариант модели, предполагающий ряд допущений, а именно то, что процесс происходит в фиксированный момент времени, иными словами, в неподвижном столбе воды. Таким образом, гидрологические эффекты нивелируются.

$$\frac{dy}{dx} = \left[\frac{d\mu}{dx} - e(y) \right] y, \quad \frac{dz}{dx} = \nu p(y, y_0) z, \quad \frac{dI}{dx} = -k(y, z) I. \quad (1)$$

Система вида (1) представляет собой общий вид стационарной модели, основанной на концепции функции приспособленности [1]. Гипотеза состоит в том, что удельная скорость увеличения биомассы фитопланктона совпадает со скоростью роста растительного сообщества, стремящегося занять наиболее благоприятную для жизнедеятельности нишу. Здесь $y(x)$ – плотность биомассы фитопланктона (г/м^3); $z(t, x)$ – плотность массы минеральных веществ (г/м^3); $I(t, x)$ – освещенность поверхности океана и ее распределение по глубине x . $\mu(z, I, \theta) = \mu_0 \cdot \mu_z(z) \cdot \mu_I(I) \cdot \mu_\theta(\theta)$, $e(y)$ – удельная скорость элиминации фитопланктона. Коэффициент μ_0 – максимально возможная скорость роста фитопланктона, $\mu_z(z) = \frac{z}{(z_0 + z)}$, где z_0 – константа полунасыщения по биогенному питанию; $\mu_I(I) = \frac{I}{(I_0 + I)}$, I_0 – константа полунасыщения по освещенности; $\mu_\theta(\theta) = \exp\left(-\frac{(\theta - \theta_{opt})^2}{2\tau^2}\right)$, θ_{opt} – оптимальная для роста фитопланктона температура водной среды, τ – интервал толерантности.

Модель биомасс (1), помимо вышеупомянутой гипотезы, подразумевает механизм обратного влияния плотности биомассы фитопланктона на концентрацию биогенных элементов; $p(y, y_0) = \frac{y_0}{y+y_0}$, где y_0 – константа полунасыщения по фитопланктону, ν – максимально возможная скорость пополнения минерального вещества; $k(t, z, y, z) = k_0 + k_1 y + k_2 z$, где k_0 – коэффициент общей мутности воды, k_1 – коэффициент затенения фитопланктоном, k_2 – коэффициент затенения минеральными веществами [2].

При построении оценок фитопланктонного изобилия в районе Западно-Камчатского шельфа мы располагали некоторой контактной информацией о параметрах среды, в которой функционирует фитопланктон. Соответствующие данные были получены путем проведения мониторинга окружающей среды в прикамчатском районе Охотского моря на стационарных станциях отбора проб в июне-июле 2015 года [3]. В числе прочих измерения касались концентраций биогенных веществ на нескольких глубинных горизонтах [3, с. 156-157], что позволило исключить второе соотношение из системы (1) и рассматривать распределение минеральных веществ в качестве внешней функции наряду с распределением температуры по глубине.

Помимо температурных показателей и концентраций биогенов в число проб, проанализированных после отбора на стационарных станциях, вошли концентрации хлорофилла на трех глубинах [3, с. 113], которые использовались для верификации параметров системы (1).

Полученные в результате оптимизации функционала невязки значения были использованы для решения задачи Коши на участке с 54° по 59° с.ш. и со 154° по 157° в.д. со спутниковой информацией за полугодовой период в качестве начальных данных. Распределение температуры по глубине задано кусочно-линейной функцией, моделирующей динамику сезонного термоклина. Параметры температурной функции выбраны в соответствии с описанием движения ядра водных масс, приведенным в работе [4, с. 208].

Вертикальные распределения биомассы фитопланктона, полученные посредством решения системы (1) представлены на рисунке 1. Выбранный период годового цикла соответствует сезону, когда водный слой свободен от ледяного покрова и, следовательно, доступен для спутниковой обработки.

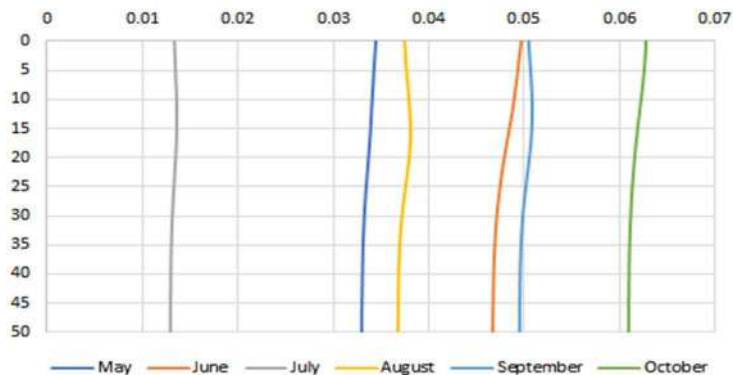


Рисунок 1 – Вертикальные распределения удельной биомассы фитопланктона (г/м^3) в период с мая по октябрь 2015 г., усредненные помесечно

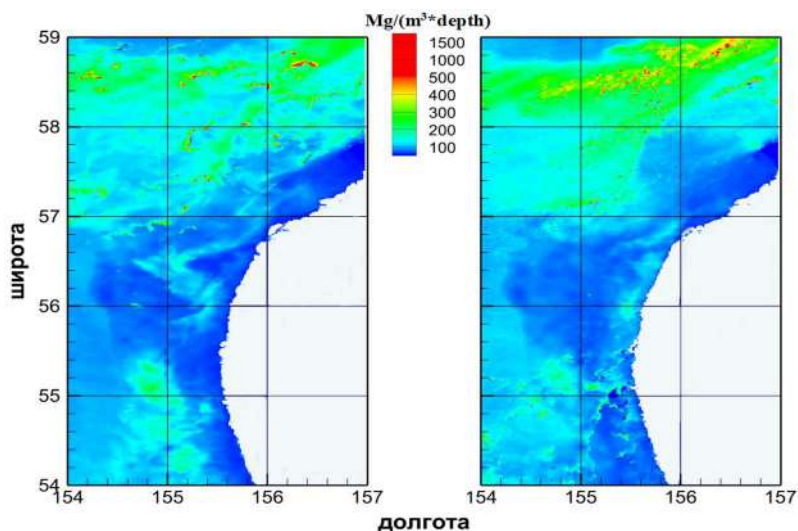


Рисунок 2 – Пространственное распределение интегральной массы хлорофилла в августе (слева) и сентябре (справа) 2015 года

Визуальное представление вертикальных профилей фитопланктона показывает преобладающие значения его концентраций в более холодные месяцы (сентябрь, октябрь) по отношению к более теплым летним месяцам, что объясняется подавляющим большинством холоднолюбивых видов в составе растительного сообщества наблюдаемой части

Охотского моря. Пространственное распределение интегральной массы хлорофилла, представленное на рисунке 2, демонстрирует аналогичное превосходство объемов репродукции при низких температурных условиях. Это подтверждается результатами мониторинга гидробионтов, изложенными в [3, с. 203-209].

Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований № 18-01-00213.

Работа поддержана грантом Комплексной программы фундаментальных научных исследований «Дальний Восток» (проект № 18-5-051).

Библиографический список

1. Полуэктов Р.А., Пых Ю.А., Швытов И.А. Динамические модели экологических систем. Л.: Гидрометеиздат, 1980. 286 с.
2. Svetlana Ya Pak, Alexander I. Abakumov. Mapping of Model Estimates of Phytoplankton Biomass from Remote Sensing Data // Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences. Springer, Cham. 2019. Pp 73–79.
3. Мониторинг состояния окружающей среды на Западно-Камчатском лицензионном участке в 2015-2016 гг.: информ. бюл. Красноярск - Петропавловск-Камчатский, 2015. 376 с.
4. Лучин В.А., Круц А.А. Характеристики ядер водных масс Охотского моря // Изв. ТИНРО. 2016. Т. 184. С. 204–218.

УДК 528.88

Оценка качества воды в озёрах Ямала по спутниковым данным

А.А. Перевозчикова¹, Л.А. Хворова,¹ Н.М. Ковалевская²

¹АлтГУ, г. Барнаул; ²ИВЭП СО РАН, г. Барнаул

Потепление климата и таяние многолетнемерзлых грунтов ведут к возникновению и усилению таких деструктивных и опасных процессов, как заболачивание, термокарстовые просадки (термокарст – процесс неравномерного проседания почв и подстилающих горных пород вследствие вытаивания подземного льда), формирование и исчезновение озёр.

Снижение прочности многолетнемерзлых пород сопровождается ростом экономических и экологических ущербов на предприятиях отечественного нефтегазового комплекса, так как большинство газовых месторождений и значительная часть месторождений нефти в Западной Сибири располагаются в зоне вечной мерзлоты.

Ввиду труднодоступности и высокой степени заболоченности территории в северных районах изучение термокарстовых озёр с применением методов дистанционного зондирования поверхности Земли является актуальной и практически значимой проблемой [1–6].

На полуострове Ямал сосредоточено более пятидесяти тысяч лимнологических вод. И одной из научных задач, связанной с их изучением, является оценка качества воды и классификация озёр, расположенных в районе Бованенково.

Цель исследования: применение ДЗЗ для оценки качества воды и классификации озёр полуострова Ямал (района Бованенково).

Для достижения цели в работе рассмотрены следующие задачи:

1) изучение, обзор и анализ литературы по дистанционному зондированию Земли из космоса;

2) сбор, тематическая обработка и интерпретация спутниковых данных на основе космоснимков подстилающей поверхности спутника Sentinel-2 и Landsat;

3) обработка снимков и проведение классификации в программе ERDAS IMAGINE 2010;

4) оценка качества воды в озёрах Ямала по данным семейства спутников Sentinel-2 и Landsat.

Для реализации цели и задач исследования в работе были выделены следующие этапы.

1 этап – обработка космических снимков семейства спутников Sentinel-2 и Landsat и их маскирование.

На данном этапе исследования была использована база данных спутниковых изображений «Озёра Ямала», которая содержит описание двух категорий озёр: расположенных на возвышенностях (738 озёр) и расположенных в низменностях (192 озера).

Согласно существующей классификации озёр разработана база лимнологических вод (рис. 1).

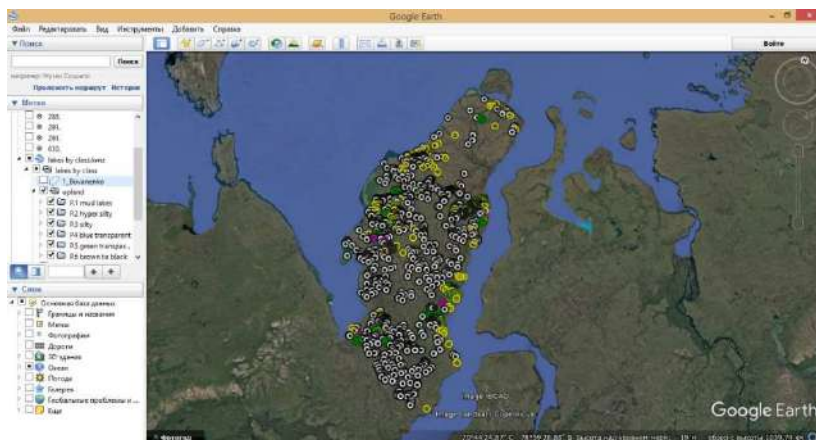


Рисунок 1 – База лимнологических вод

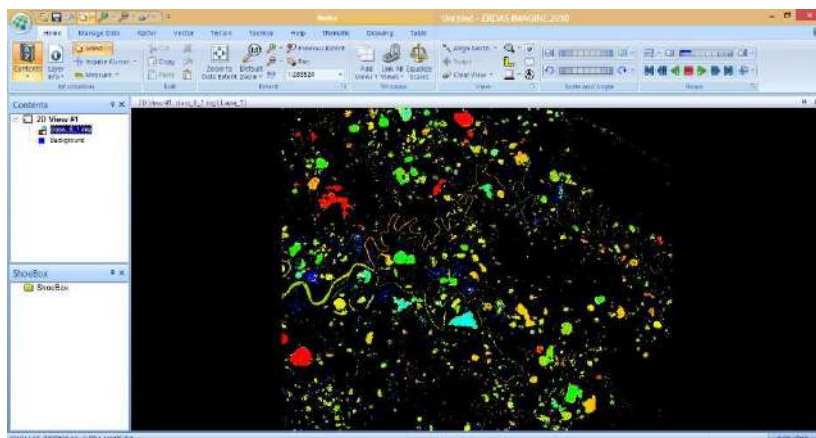


Рисунок 2 – Классификация озёр района Бованенково

Оценка параметров качества воды осуществлялась на основе следующих методов обработки спутниковых изображений: параметрической классификации с обучением и спектральных водных индексов, в частности, нормализованного водного индекса (Normalized Difference Water Index) (рис. 2).

Оценка качества воды озёр региона Бованенково осуществлялась по следующим параметрам: общего количества растворённых и взвешенных веществ (total suspended matter, TSM); концентраций растворенной органики или желтого вещества (yellow matter, YM); концентраций хлорофилла «а» (chlorophyll-a, Chl-a).

2 этап исследования – интерпретация результатов: определение класса, к которому относится озеро на основе данных дистанционного зондирования и характеристик качества воды (табл.1).

Таблица 1 – Интерпретация результатов

Номер ДЗ-класса	Описание
0	Зеленая непрозрачная вода
1	Надводная растительность
2	Серая непрозрачная вода
3	Мутная илистая вода
4	Сверх мутная илистая вода
5	Мутная вода с глиной

В результате проведенных исследований получили, что:

I. Применяемая классификация эффективно выделяет:

- а) самую мутную воду (класс 5-4, самый высокий уровень TSM);
- б) наиболее прозрачную воду с зарождающейся растительностью (класс 1, самый низкий уровень TSM) от всего остального (требуется дальнейшее исследование).

Глинистая масса, топкий ил и мутная илистая вода – самые первые термокарстовые явления; прозрачная вода класса 1 пока еще не тронута термокарстом. Таким образом, применяемая классификация отвечает минимальным требованиям для моделирования начальной стадии развития термокарста, в том числе, и на основе использования архивных многоспектральных изображений.

Следующий шаг исследования заключается в пространственном распределении термокарста и прогнозировании его развития. Данное обстоятельство крайне важно из-за опасностей, которые термокарст представляет для инфраструктуры Ямала.

Необходимо отметить, что применяемая классификация не позволяет отличить более поздние и менее мутные стадии (с промежуточными уровнями TSM) развития термокарстовых озёр. Эта, вероятно, вызвано тем, что для классификации использовались снимки спутника Landsat среднего разрешения, что недостаточно для идентификации существующих различий изучаемых классов.

II. Используемое маскирование позволяет эффективно отличить водную поверхность от земной поверхности (включая населенные пункты, которые обычно распознаются текстурными методами, требующими больших вычислительных затрат).

Возможно косвенное различие параметров качества воды (YM, Chl-a), поскольку рассматриваемые параметры коррелируют с TSM, в частности, высокие значения показателя поглощения света жёлтым веществом в классе 1.

В заключение отметим, что данная работа выполнена совместно с ИВЭП СО РАН (г. Барнаул) и является продолжением многочисленных актуальных междисциплинарных исследований [7–12], выполняемых в рамках научного сотрудничества АлтГУ и ИВЭП.

Библиографический список

1. Романов А.Н., Хвостов И.В., Уланов П.Н., Ковалевская Н.М., Кириллов В.В., Плуталова Т.Г., Кобелев В.О., Печкин А.С., Сеницкий А.И., Сысоева Т.Г., Хворова Л.А. Космический мониторинг арктических и субарктических территорий Ямало-Ненецкого автономного округа. Барнаул: Изд-во ООО «Пять плюсов», 2018. 120 с.
2. Ковалевская Н.М., Кириллов В.В., Павлов В.Е., Мышляков С.Г., Скачкова А.С., Хворова Л.А., Колисниченко Н.А. Исследование динамики параметров качества воды в Обской губе и прилежащем Карском шельфе на основе многолетних спутниковых наблюдений // В сб. трудов конф.: Обработка пространственных данных в задачах мониторинга природных и антропогенных процессов (SDM-2017). 2017. С. 196–201.
3. Романов А.Н., Ковалевская Н.М., Хворова Л.А., Сысоева Т.Г., Суковатов К.Ю., Шаповалов С.В. Анализ пространственных образов растительного покрова полуострова Ямал на основе данных дистанционного зондирования // Научный вестник ЯНАО. Экология Арктики. Салехард, 2016. № 4 (93). С. 43–50.
4. Kovalevskaya N.M., Kirillov V.V., Pavlov V.E., Myshlyakov S.G., Skachkova A.S., Khvorova L.A., Kolisnichenko N.A. Investigation of Water Quality Parameters Dynamics in the Gulf of Ob and the Adjacent Kara Sea Shelf on the Basis of Multi-year Satellite Observations // CEUR Workshop Proceedings. – 2017. Vol. 2033. P. 196–201.
5. Кириллов В.В., Ковалевская Н.М., Павлов В.Е., Котовщиков А.В., Семчуков А.Н., Мышляков С.Г., Скачкова А.С., Печкин А.С., Скороспехова Т.В., Хворова Л.А., Колисниченко Н.А. Исследование динамики параметров качества воды в заливах Карского моря и прилежащем Карском шельфе на основе архивной и оперативной спутниковой информации // Вычислительные технологии. 2018. Т. 23, № 4. С. 65–82.
6. Колисниченко Н.А., Хворова Л.А., Ковалевская Н.М. Математическая обработка спутниковых данных для изучения распространенности загрязняющих веществ в водах Обской губы // Информация и образование: границы коммуникаций. 2018. №10 (18). С. 85–86.
7. Сысоева Т.Г., Ковалевская Н.М., Хворова Л.А. Анализ состояния растительности, как показателя изменения климата, на основе индекса NDVI и спутниковых данных // Сб. трудов Всеросс. конф по математике (МАК-2016). 2016. С. 224–227.

8. Сысоева Т.Г., Ковалевская Н.М., Хворова Л.А. Оценка биологической продуктивности ландшафтов с использованием дистанционных методов зондирования Земли // В сб.: Политехническая неделя в Санкт-Петербурге – материалы научного форума с межд. участием. 2016. С. 323–326.

9. Ковалевская Н.М., Колисниченко Н.А., Хворова Л.А. Анализ пространственного распределения и динамики количества фитопланктона Обской губы на основе данных ДЗЗ // В сб. МАК: Математики – Алтайскому краю. Сб. трудов всеросс. конф. по математике. 2017. С. 303–306.

10. Ковалевская Н.М., Колисниченко Н.А., Хворова Л.А. Анализ пространственного распределения и динамики количества фитопланктона Обской губы на основе данных ДЗЗ // Сборник трудов всероссийской конференции по математике (МАК-2017). 2017. С. 303–306.

11. Ковалевская Н.М., Колисниченко Н.А., Хворова Л.А. Анализ пространственного распределения и динамики количества фитопланктона Обской губы на основе данных ДЗЗ // Сборник трудов всероссийской конференции по математике (МАК-2017). 2017. С. 303–306.

12. Сысоева Т.Г., Ковалевская Н.М., Хворова Л.А. Анализ состояния растительности на основе индекса NDVI и данных спутника LANDSAT 8 // Труды молодых ученых Алтайского государственного университета. 2016. № 13. С. 149–152.

УДК 51-77

Структурное эконометрическое моделирование драйверов динамики пожаров и изменений сельскохозяйственного землепользования в Республике Бурятия

***Е.В. Понькина¹, А.С. Маничева¹, А.В. Прищепов^{2,3},
О.А. Екимовская⁴***

¹АГУ, г. Барнаул; ²Университет Копенгагена, г. Копенгаген;

³Институт степеней УрО РАН, г. Оренбург;

⁴Байкальский институт природопользования, г. Улан-Удэ

Одним из значимых индикаторов динамики сельскохозяйственного землепользования является площадь используемой в производстве земли. Сокращение посевных площадей – важное свидетельство снижения агрогенной нагрузки на территорию и смены формы землепользования. По данным РОССТАТ за период 1990–2017 гг. средняя пятилетняя площадь посева в Республике Бурятия сократилась в 5,5 раз, общее поголовье скота сократилось в 1,5 раза – КРС и в 4,4 раза – овец и коз.

Эти данные свидетельствуют о происходящих процессах изменения землепользования в Республике, сопровождающихся выводом земель из оборота, забрасыванием земельных участков, сменой режима их использования и в целом изменения системы сельскохозяйственного производства в переходный период. Кроме того, в последние годы наблюдается увеличение частоты и площадей пожаров, включая пожары на бывших сельскохозяйственных землях.

В соответствии с современными теориями изменения землепользования [1] ключевыми драйверами забрасывания земель являются низкое плодородие почв, включая ее истощение, деградация в виду интенсификации эрозийных процессов, недостаточное развитие социальной инфраструктуры в сельских поселениях, миграционных отток сельского населения, включая молодежь. В свою очередь, наличие значительных площадей заброшенных земель способствует возрастанию экологических рисков [2]. Так, наличие значительной сухой биомассы повышает риск возникновения пожаров и является фактором увеличения площади сгоревшей территории.

Моделирование структурных изменений сельскохозяйственного землепользования позволит, во-первых, проверить теоретические гипотезы о возможных связях между процессами забрасывания земель и пожарами, а во-вторых, выявить потенциальные социально-экономические процессы, обуславливающие увеличение частоты пожаров и влияющие на процесс забрасывания земель. В данной работе проверяется следующая гипотеза:

Н0: {Забрасывание земель и изменения в структуре сельскохозяйственного землепользования являются важными драйверами, влияющими на ущерб от возникновения пожаров. Увеличение площадей заброшенных или неиспользуемых земель приводит к увеличению площади распространения пожаров в случае их возникновения}.

Период моделирования составил 1990-2017 гг. В качестве источников данных выступили данные РОССТАТ, а также данные МЧС по количеству и частоте пожаров в Республике Бурятия.

Все переменные модели сгруппированы по следующим блокам:

Блок 1. Климат (средняя годовая температура воздуха, °С; годовая сумма осадков, мм; гидро-термический коэффициент Селянинова).

Блок 2. Пожары (общее количество пожаров, зарегистрированных по данным МЧС в течение года, ед.; площадь, поврежденная пожаром, га).

Блок 3. Сельскохозяйственное землепользование (показатели по хозяйствам всех категорий – посевные площади всего, тыс. га; площади кормовых угодий, тыс. га; поголовье КРС, тыс. гол.; поголовье овец и коз, тыс. гол.; показатели в хозяйствах населения – поголовье КРС, тыс.

гол.; поголовье овец и коз, тыс. гол.; доля поголовья КРС в хозяйствах населения, %; доля поголовья овец и коз в хозяйствах населения, %).

Блок 4. Продуктивность сельхозугодий и животных (урожайность зерновых и зернобобовых культур в хозяйствах всех категорий, ц/га; средний надой молока на одну молочную корову в хозяйствах всех категорий, кг в год).

Блок 5. Население (общая численность населения, тыс. чел.; численность сельского населения, тыс. чел.; доля сельского населения, %; доля населения моложе трудоспособного возраста, %; доля населения старше трудоспособного возраста, %).

Блок 6. Социальное благополучие населения (заболеваемость населения на 1000 чел.; число зарегистрированных преступлений в расчете на 1000 чел.; доля безработных, %; индекс промышленного производства, %; коэффициент рождаемости на 1000 чел.; коэффициент смертности на 1000 чел.; коэффициент миграционного прироста на 10 000 чел.).

Блок 7. Социальная инфраструктура (число дошкольных учреждений, ед.; число общеобразовательных учреждений, ед.; число больничных коек на 10000 чел., ед.).

В качестве базовых методов анализа долгосрочных драйверов развития эколого-экономической системы рассматриваются: корреляционный анализ [3], анализ причинности между парами временных процессов – тест причинности по Грейнджеру [4-5], моделирование динамики системы с учетом ее структурных особенностей (статистические модели векторной авторегрессии).

Анализ корреляционных связей в системе выявил наличие статистически значимых связей между следующими структурными блоками: «Климат» – «Пожары» ($R^2=0,84$); «Пожары» – «Социальное благополучие населения» ($R^2=0,76$); «Изменение землепользования» – «Продуктивность» ($R^2=0,72$); «Изменение землепользования» – «Население» ($R^2=0,81$); «Население» – «Социальное благополучие» ($R^2=0,67$); «Население» – «Социальная инфраструктура» ($R^2=0,69$). Остальные связи не являются статистически значимыми.

Проведенный анализ направленности связей, а именно причинного действия факторов во времени, выполнен на основе теста Вальда к оценке причинности по Грейнджеру, позволил представить модель в виде ансамбля моделей векторной авторегрессии, детализирующих статистически значимые связи между структурными блоками модели.

Выявлено, что частота пожаров в Республике Бурятия ассоциирована с текущими климатическими условиями:

$$\begin{aligned} Fires(t) &= 10,9 \cdot Annual_Temp(t) + C_1, \\ Fires(t) &= -0,52 \cdot Annual_Prec(t) + C_2, \end{aligned}$$

$$Burnt_Area(t)=267 \cdot Annual_Temp(t)+C_3,$$

где $Fires(t)$ – общее количество пожаров в год t ; $Annual_Temp(t)$ – средняя годовая температура в период t ; $Annual_Prec(t)$ – годовая сумма осадков; $Burnt_Area(t)$ – площадь, поврежденная пожаром; C_1 , C_2 , C_3 – постоянные параметры.

Изменение площади территории, поврежденной в результате пожаров, статистически значимо определяется сельскохозяйственным землепользованием в предшествующий год:

$$Burnt_Area(t)=-21,34 \cdot Sown_Area(t-1)-2,69 \cdot Burnt_Area(t-1)+C_4,$$

$Burnt_Area(t)=-73,80 \cdot Heads_Cattle_HHF(t-1)-0,02 \cdot Burnt_Area(t-1)+C_5$, где $Sown_Area(t-1)$ – посевные площади всего в предшествующий год; $Heads_Cattle_HHF(t-1)$ – поголовье КРС в предшествующий год; C_4 , C_5 – постоянные параметры.

Анализ полученных эмпирических результатов позволяет принять гипотезу Н0. Действительно, по данным Республики Бурятия за 1990-2017 гг. связь между площадью посева в предшествующий год статистически значимо определяет увеличение площади территории, пострадавшей от пожаров в регионе. Кроме того, увеличение поголовья скота у населения, а соответственно, содержание и выпас скота, сенокосение на больших площадях, приводят к снижению накопления сухой растительности и снижению площадей подвергнутых пожару территорий. Забрасывание земли, ее неиспользование является дополнительным фактором, увеличивающим ожидаемый ущерб при возникновении пожара. В тоже время исследование показало, что процессы забрасывания не связаны с частотой возникновения пожаров. Решающую роль здесь играют климатические и социальные (человеческие) факторы. Таким образом, гипотеза Н0 может быть принята, но с уточнением, что забрасывание земель, включая не использование в качестве сенокоса или пастбища, т.е. вывод земель из сельскохозяйственного землепользования, является значимым фактором увеличения площадей земель, охваченных пожаром, в случае его возникновения. Роль человеческого фактора в частоте пожаров и их площадей также прослеживается в структуре модели. Также, социально-экономические факторы играют важную роль в динамике сельскохозяйственного землепользования и формируют в структуре модели отдельную подсистему.

Дополнение полученной «картины», ее детализация будет осуществлена на районном уровне, с учетом районной специфики. Развитие результата позволит выработать меры по регулированию процессов забрасывания земель и предотвращения ущерба от пожаров.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (18-45-030039 р-а «Постагроенные

степные ландшафты Республики Бурятия: потенциал, поиск компромиссов между сельскохозяйственным развитием и функционированием экосистем, социально-экономические и экологические последствия использования»).

Библиографический список

1. Meyfroid, P. at al. (2018): Middle-rang theories of land system change. *Global Environmental Change*. Vol. 53. Pp. 52–67.
2. Dubinin, M., Lushekina A., Radeloff, V.C. (2011): Climate, Livestock, and Vegetation: What Drives Fire Increase in the Arid Ecosystems of Southern Russia? *Ecosystems*. Vol. 14 (4). Pp. 547–62. <https://doi.org/10.1007/s10021-011-9427-9>
3. Вильчинская О.В., Тарханова Л.А. Корреляционно-регрессионный анализ в оценке взаимосвязи показателей социально-экономического развития муниципальных образований // *Пространство экономики*. – 2010. – Т. 8. – №3 (2). – С. 148–159.
4. Магнус, Я.Р., Катышев, П.К., Пересецкий, А.А. Эконометрика. Начальный курс. – М.: Дело, 2004. – 576 с.
5. Meyfroid, P. (2015): Approaches and terminology for tausal analysis in land systems science. *Journal of Land Use Science*. Special issue: Research Frontiers in Land Use Science. Pp. 501-522. doi.org/10.1080/1747423X.2015.1117530

УДК 662.997

Разработка программного модуля для расчета основных параметров систем солнечного теплоснабжения с помощью математического и компьютерного моделирования

Р.М. Салыков¹, Ф.С. Аменова¹, Л.А. Хворова²

¹ВКГУ им. С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск;

²АлтГУ, г. Барнаул

Солнечное теплоснабжение – использование солнечной энергии для горячего водоснабжения и отопления в жилищно-коммунальной и производственной сферах в последнее время получило в мировой практике большое распространение. Существующие методы расчета систем солнечного теплоснабжения позволяют на основе использования климатической информации, с учетом характеристик применяемого оборудования оценить полезную теплопроизводительность установки за любой период времени. Результатом такой оценки является информация о динамическом поведении и долговременных характеристиках системы.

Данная статья посвящена одной из важнейших тем в области энергетики, основанных на нетрадиционных и возобновляемых источниках энергии (ВИЭ) – оценке основных параметров систем солнечного теплоснабжения с помощью математического и компьютерного моделирования и обоснование возможности их эффективного использования в Республике Казахстан.

Для достижения цели в работе рассмотрены следующие задачи:

- 1) анализ текущего состояния и использования ВИЭ в Казахстане;
- 2) оценка прихода солнечной энергии в районе размещения систем солнечного теплоснабжения;
- 3) обоснование параметров системы солнечного теплоснабжения;
- 5) оценка экономической эффективности использования ВИЭ.

Данные по поступлению солнечной энергии на горизонтальную поверхность получены по расчетным формулам [1–4]. Математические соотношения для расчета основных параметров системы солнечного теплоснабжения составлены по литературным источникам [5, 6].

Структурная схема модели представлена на рисунке 1. На рисунках 2 и 3 приведены графики, построенные по результатам расчетов модели: температура окружающего воздуха в течение дня изменялась от 7°C до 15°C , бак находился в помещении при температуре окружающего воздуха 25°C , плотность потока солнечного излучения вычислялась в условиях ясного неба.



Рисунок 1 – Структурная схема модели солнечного теплоснабжения

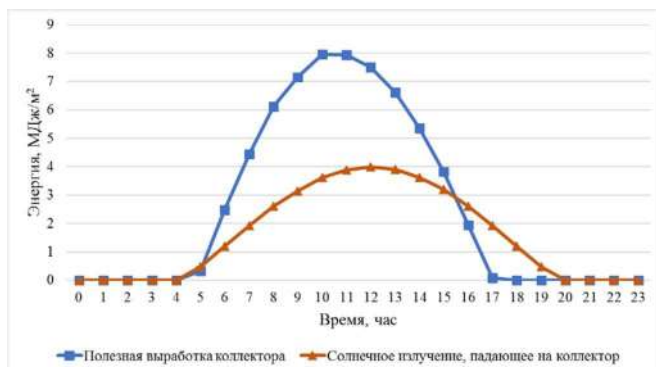


Рисунок 2 – Зависимость полезной выработки коллектора от поглощенного излучения

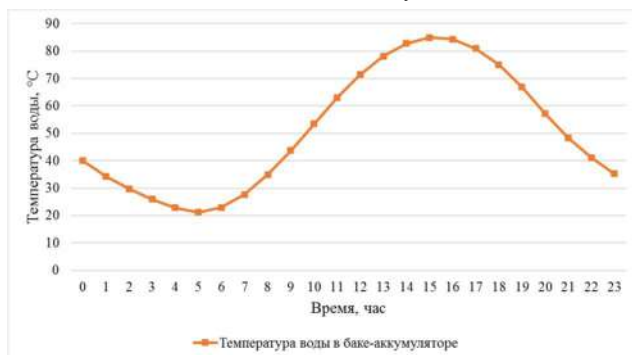


Рисунок 3 – Изменение температуры воды в баке-аккумуляторе в течение дня

В заключение отметим, что природно-климатические условия Казахстана (более 300 солнечных дней в году) позволяют использовать энергию солнца для покрытия значительной доли потребностей в тепле. Системы солнечного теплоснабжения могут дать экономию 25-30% годового расхода топлива на теплоснабжение, а для системы горячего водоснабжения до 50-70%. Эффективное использование солнечных систем теплоснабжения в Республике Казахстан позволит существенно улучшить экологическую обстановку, сократить эмиссию парниковых газов и значительно снизить затраты на топливо.

Библиографический список

1. Кондратьев К.Я., Дьяченко Л.Н., Козодеров В.В. Радиационный баланс Земли. – Л.: Гидрометеиздат, 1988. – 349 с.

2. Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 752 с.
3. Сивков С.И. Методы расчета характеристик солнечной радиации. – Л.: Гидрометеиздат, 1968. – 232 с.
4. Брыксин В.М., Гавриловская Н.В., Топаж А.Г., Хворова Л.А. Математическое моделирование и информационные технологии в экологии и природопользовании. – Изд-во АлтГУ, 2013. – 277 с.
5. Дж. Даффи, У. Бекман Основы солнечной теплоэнергетики. – Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2013. – 888 с.
6. Ефремова О.А., Хворова Л.А. Математическое моделирование систем солнечного теплоснабжения // Известия АлтГУ. – 2017. – №4 (96). – С. 98–103.

УДК 004, 504.3.054

Результаты расчетов и тестирования программного модуля для оценки загрязнения воздуха автомобильным транспортом

С.Ж. Сарсекеева¹, М.Н. Мадияров¹, Л.А. Хворова²

¹ВКГУ им. С. Аманжолова, г. Усть-Каменогорск;

²АлтГУ, г. Барнаул

Одним из мощных источников загрязнения городской воздушной среды является автомобильный транспорт, увеличение численности которого приводит к значительному ухудшению санитарных условий проживания в крупных городах. К основным особенностям автомобильного транспорта, влияющим на санитарные условия проживания в городах, относятся: высокие темпы роста численности автомобилей и выбросов загрязняющих веществ; непосредственная близость к жилым районам; высокая токсичность выбросов автотранспорта.

Цель работы – разработка программного модуля для оценки загрязнения атмосферного воздуха выбросами автомобильного транспорта на основе математических методов, моделей и подходов к оценке загрязнения атмосферы.

Информационная база исследования представлена данными РГП «Казгидромета» о состоянии загрязнения атмосферного воздуха на территории Республики Казахстан (2016–2019 гг.) и Комитета по статистике Министерства Национальной экономики Республики Казахстан (1990–2015 гг.).

Результатом анализа литературы по методам, моделям и подходам к оценке загрязнения атмосферы [1, 2] является формирование трех базовых подходов, реализованных на языке программирования Python.

Концепция подхода 1 – Клеточные функции

На карту города накладывается равномерная сетка, и используются клеточные функции улично-дорожной сети города, полученные в каждом квадрате разбиения. Применяя алгоритм построения клеточной функции [1], можно получить протяженности улично-дорожной сети и рассчитать максимально возможную плотность на сети при равномерном распределении.

Характеристики автотранспортных потоков клетки однозначно определяются ее функцией состояния. В свою очередь, функция состояния зависит от следующих параметров: m – кратность узлов, q – времени красного сигнала светофора и l – расстояние между светофорами. В качестве функции состояния для дорог со светофорами используется формула $g(\rho) = (T - v)f(\rho l) + v f(\rho)$. Здесь: v – доля среднего зеленого сигнала светофора, $v = T / m$; $\rho = ATC / l$ – плотность свободного движения, m – количество АТС на перегоне, $\rho l = l \cdot \rho / (l - f(\rho) * T * (T - T / n))$ – плотность перегона со светофорами, $f(\rho) = g_{\max} \left(\frac{\rho_{\max} - \rho}{\rho_{\max}} \right)$, $\rho_{\max}$ – максимальная плотность автотранс-

портных потоков на одной полосе.

Учитывая матрицу распределения длин улично-дорожной сети по клеткам и среднюю скорость автотранспортных потоков, получены плотности потоков и оценка расхода топлива в каждой клетке каждого часа суток.

Концепция подхода 2 – Эмиссия токсичных веществ

Данный подход сформирован для расчета концентрации загрязнения атмосферного воздуха на разных расстояниях от автомобильной дороги. При определении концентрации загрязняющих веществ для автодорог необходимо учитывается, что уровень загазованности магистралей и примыкающих территорий зависит от интенсивности движения автомобилей, ширины и рельефа улицы, скорости ветра.

При расчете удельных выбросов загрязняющих веществ необходимо принять во внимание величину вредных выбросов в атмосферу автотранспортом, которая зависит от плотности транспортного потока и количества газов, выбрасываемых каждым автомобилем.

Методика расчета основана на поэтапном определении эмиссии (выбросов) токсичных веществ с отработавшими газами автомобильного

транспорта, концентрации загрязнения воздуха этими веществами на различном удалении от дороги и сравнении полученных данных с предельно допустимыми концентрациями (ПДК) данных веществ в воздушной среде. При расчете выбросов учитываются различные типы автотранспортных средств и конкретные дорожные условия.

Мощность эмиссии токсичных веществ в отработавших газах отдельно для каждого газообразного вещества определяется по формуле:

$$q = 2,06 \cdot 10^{-4} \cdot m \cdot \left[\left(\sum_i G_{ik} \cdot N_{ik} \cdot K_k \right) + \left(\sum_i G_{id} \cdot N_{id} \cdot K_d \right) \right],$$

где q – мощность эмиссии данного вида загрязнений от транспортного потока на конкретном участке дороги, г/м·с; $2,06 \cdot 10^{-4}$ – коэффициент перехода к принятым единицам измерения; m – коэффициент, учитывающий дорожные и автотранспортные условия, принимается в зависимости от средней скорости транспортного потока, G_{ik} – средний эксплуатационный расход топлива для данного типа (марки) карбюраторных автомобилей, л/км; G_{id} – то же для дизельных автомобилей, л/км; N_{ik} – интенсивность движения каждого выделенного типа карбюраторных автомобилей, авт./ч.; N_{id} – то же, для дизельных автомобилей, авт./ч.; K_k и K_d – коэффициенты, принимаемые для данного компонента загрязнения для карбюраторных и дизельных типов двигателей.

Концентрация загрязнений атмосферного воздуха окисью углерода, углеводородами, окислами азота вдоль автомобильной дороги определяется по формуле

$$C = 2q / (\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot V \cdot \sin \varphi) + F,$$

где C – концентрация данного вида загрязнения в воздухе, г/м³; σ – стандартное отклонение Гауссова рассеивания в вертикальном направлении, м; V – скорость ветра, преобладающего в расчетный месяц летнего периода, м/с; φ – угол, составляемый направлением ветра к трассе дороги; F – фоновая концентрация загрязнения воздуха, г/м³.

Концепция подхода 3 – Регулируемый перекресток

Данный подход сформирован для расчета удельных выбросов загрязняющих веществ при движении автомобилей на участках городских автодорог (перегонах), а также в условиях их пребывания на пересечениях городских автодорог с учетом структуры, интенсивности и характера движения автотранспорта по автодорогам улично-дорожной сети.

При определении удельных выбросов загрязняющих веществ для автодорог необходимо учитывать то, что в городских условиях автомобиль на конкретном участке автодороги совершает непрерывные разгоны и торможения, перемещаясь с некоторой средней скоростью, определяемой дорожными условиями.

При расчете удельных выбросов загрязняющих веществ также необходимо принимать во внимание то, что в условиях пребывания в зоне перекрестка автомобиль, кроме торможения и разгона, определенную часть времени может стоять при запрещающем сигнале светофора при работе двигателя на режиме «холостого хода». Кроме этого, при формировании расчетной модели учитываются категории автомобилей и виды загрязняющих веществ, поступающих в атмосферу с отработавшими газами автомобилей.

Таким образом, учитывая сформулированную концепцию подхода, выпишем его алгоритм.

1. Для автодороги (или ее участка) при наличии на ней регулируемого перекрестка суммарный выброс M определяется по формуле:

$$M = \sum_1^n (M_{\Pi_1} + M_{\Pi_2}) + \sum_1^{n_1} (M_{L_3} + M_{L_4}) + \sum_1^m (M_{\Pi_3} + M_{\Pi_4}) + \sum_1^{m_1} (M_{L_1} + M_{L_2}),$$

$M_{\Pi_1}, M_{\Pi_2}, M_{\Pi_3}, M_{\Pi_4}$ – выброс в атмосферу автомобилями, находящимися в зоне перекрестка при запрещающем сигнале светофора; $M_{L_1}, M_{L_2}, M_{L_3}, M_{L_4}$ – выброс в атмосферу автомобилями, движущимися по данной автодороге в рассматриваемый период времени; n и m – число остановок автотранспортного потока перед перекрестком и на одной и другой автодорогах, его образующих за 20-ти минутный интервал времени; n_1 и m_1 – число периодов движения автотранспортного потока в районе перекрестка при разрешающем сигнале светофора за 20-ти минутный интервал времени.

Индексы 1 и 2 соответствуют каждому из 2-х направлений движения на автодороге с большей интенсивностью движения, а 3 и 4 – для автодороги с меньшей интенсивностью движения.

2. Расчет выбросов от движущегося автотранспорта

Выброс i -го загрязняющего вещества (g/c) движущимся автотранспортным потоком на автодороге (или ее участке) фиксированной протяженности L (км) определяется по формуле:

$$M_{L_i} = \frac{L}{1200} \sum_1^x M_{k,i}^L \cdot G_k \cdot r_{V_{k,i}},$$

$M_{k,i}^L$ (г/км) – удельный пробеговой выброс i -го вредного вещества автомобилями k -й категории; x – количество категорий автомобилей; G_k (1/час) – фактическая наибольшая интенсивность движения автомобилей k -й категории, проходящих через фиксированное сечение автодороги (или ее участка) в обоих направлениях по всем полосам движения (за 20 минут наблюдения); $r_{V_{k,i}}$ – поправочный коэффициент, учитывающий среднюю скорость движения транспортного потока $V_{k,i}$ (км/час) на выбранной автодороге (или ее участке); L , км – протяженность автодороги (или ее участка) на перегоне между перекрестками.

3. Расчет выбросов автотранспорта в районе регулируемого перекрестка

Выброс i -го загрязняющего вещества автомобилями по конкретному направлению движения в районе перекрестка при запрещающих сигналах светофора за 20-ти минутный период обследования определяется по формуле:

$$M_{Pi}^3 = \frac{P_y}{60} \sum_{i=1}^{N_y} \sum_{k=1}^x (M_{Pi,k} \cdot G_k),$$

P_y – продолжительность действия запрещающего сигнала светофора (включая желтый цвет) в течение 20 минут; N_y – количество циклов действия запрещающего сигнала светофора за 20-ти минутный период времени; G_k – количество автомобилей k -й категории, находящихся в «очереди» в районе перекрестка в конце каждого цикла действия запрещающего сигнала светофора; M (г/мин) – удельный выброс i -го загрязняющего вещества автомобилями k -й категории, находящихся в «очереди» у запрещающего сигнала светофора.

Суммарный разовый выброс i -го загрязняющего вещества (г/с) автотранспортом в одном направлении движения за 20 минутный период обследования в районе перекрестка определяется по формуле:

$$M_{Pi}^C = \frac{1}{1200} (M_{Pi}^3 + M_{Li}^P), \quad M_{Li}^P = L^P \cdot \sum_{i=1}^{N_y} \sum_{k=1}^x M_{k,i}^L \cdot G_{k_p} \cdot r_{V_{k,i}}.$$

L (км) – расстояние, проходимое автомобилями в одном направлении при разрешающих сигналах светофора в течение 20-ти минут, состоящее из длины очереди автомобилей, образуемой при запрещающем сигнале светофора, и длины соответствующей зоны перекрестка; G_{k_p} – количество автомобилей каждой « k » категории, проходящих через зону перекрестка в одном направлении при разрешающем сигнале светофора.

Результаты данной работы могут быть использованы для поддержки принятия решений, направленных на улучшение экологической ситуации в городах, за счёт сокращения выбросов загрязняющих веществ от автотранспорта.

Библиографический список

1. Мадияров М.Н., Темирбеков Н.М., Абдолдина Ф.Н. Экологический мониторинг воздействия автотранспорта на атмосферу // Вестник КазНУ им. Аль-Фараби. Серия: Математика, механика, информатика. 2004. – №3(42). – Ч. I. – С. 122–125.

2. Пененко В.В., Алоян А.Е. Модели и методы для задач охраны окружающей среды. – Новосибирск: Наука, 1985. – 254 с.

УДК 574.34

Исследование одного класса моделей социальной кооперации с помощью репликаторных уравнений эволюционной динамики

А.Г. Топаж

ООО «Бюро Гиперборея», г. Санкт-Петербург

Одной из наиболее интересных и изучаемых в последнее время проблем в математической теории эволюции является проблема устойчивости различных симбиотических взаимодействий (как внутривидовых, так и межвидовых) к проявлению возможных мошеннических или паразитических стратегий поведения. Действительно стабильное и долгосрочное функционирование шаблонов поведения, основанных на взаимном сотрудничестве, возможно только в том случае, если эти шаблоны образуют *эволюционно-стабильную стратегию*, иными словами внедрение в подобное гармоничное сообщество организмов с альтернативными установками не может дать им преимуществ в смысле естественного отбора [1]. В общем случае, приспособленность каждого варианта стратегии поведения зависит не только от самого этого варианта и внешней среды, но и от того, каким поведением обладают другие особи в популяции, с которыми данный организм вступает в социальные отношения на протяжении своей жизни. Таким образом, задача нахождения наилучшей стратегии поведения допускает постановку в терминах теории игр. При выполнении ряда условий (установившаяся и достаточно большая суммарная численность популяции, равновероят-

ное скрещивание, отсутствие изменчивости при наследовании и т.д.) динамика распределения любого признака внутри популяции под прессом естественного отбора подчиняется классическому репликаторному уравнению

$$\dot{f}_i = f_i \cdot (\varphi_i - \bar{\varphi}), \quad (1)$$

где f_i – частота i -того значения признака или i -той стратегии в популяции, φ_i – приспособленность организмов, обладающих i -тым признаком, $\bar{\varphi}$ – средняя приспособленность организмов в популяции [2]. Для непрерывной постановки, то есть в случае, когда пространство возможных значений определяющего признака непрерывно (дифференциальные игры), репликаторное уравнение (1) переписывается в виде:

$$\dot{f}(x) = f(x) \cdot (\varphi_x - \bar{\varphi}); \quad \bar{\varphi} = \int_X f(x) \cdot \varphi_x \cdot dx. \quad (2)$$

В общем случае приспособленность конкретного клона определяется всем текущим распределением, то есть $\varphi_x = \varphi(x, f(t))$, $t \in X$.

Решение интегро-дифференциального уравнения (2) определяет эволюционную динамику структуры рассматриваемого сообщества. В частности, устойчивые неподвижные точки отвечают предельным стационарным формам, к которым стремится распределение исследуемого признака в популяции на больших временах.

Схожие подходы можно применить и к исследованию устойчивости различных форм коллективного (социального) поведения людей. При этом понятия биологической эволюции (приспособленность, наследование и естественный отбор) оказываются практически без изменений приложимы к явлениям эволюции культурной. В частности, уязвимость взаимовыгодных, но нестабильных социальных институций к внедрению паразитических, эгоистических стратегий поведения находит свое яркое отражение в феномене «трагедии общин» [3]. Его суть состоит в том, что свободный доступ к ресурсу общего пользования (пастбище, водоем и т.д.) рано или поздно приводит к появлению и распространению сверхпотребителей. Это на короткий период времени обеспечивает им доминирование в конкуренции с пользователями, соглашающимися на разумное самоограничение, однако в долгосрочной перспективе приводит к истощению общего ресурса и, в конечном счете, к общему краху. Классической постановкой в терминах теории дифференциальных игр, наглядно демонстрирующей проявление «трагедии общин» в экономике, является игра в «общественное благо» (public goods game). Как и в гораздо более известной «дилемме заключенного», несмотря на наличие очевидной и разумной взаимовыгодной линии кооперативного поведения, единственно устойчивой точкой (равновесием Нэша или

эволюционно-стабильной стратегией) в этой игре оказывается отказ от какого-либо сотрудничества и, в широком смысле, прогресса.

Интуитивно объяснимое нежелание исследователей безусловно принимать этот вывод, противоречащий базовым этическим императивам, привел к появлению большого количества работ, в которых рассматриваются различные механизмы (санкции по отношению к суперпотребителям или поощрение альтруистов), позволяющие преодолеть «трагедию общин» [4]. Вместе с тем, и в биологических [5] и в социальных приложениях можно выделить отдельный класс моделей, для которых в достаточно широком спектре параметров предельные устойчивые решения соответствуют кооперативным шаблонам поведения, то есть «трагедия общин» преодолевается естественным образом. Их общность заключается в конкретной последовательности величин выигрышей для условных «кооперативной» и «эгоистичной» стратегий с точки зрения отдельного игрока. Пояснение приводится в таблице 1, где приведены соответствующие последовательности выигрышей для стратегий условного «кооператора» (*c-cooperator*) и «отказника» (*d-defector*) и порождаемые ими устойчивые решения (ЭСС) для нескольких известных и рассмотренных ниже оригинальных эволюционных игр.

Таблица 1 – Эволюционные игры (описание и вид решений)

№	Вид игры	Порядок выигрышей	ЭСС		
1	Дилемма заключенного	dc>cc>dd>cd	D		
2	«Общественное благо»	dc>cc>dd>cd	D		
3	«Ястребы-голуби»	dc>cc>cd>dd	mixed		
4	«Реновация общего ресурса» (дискретная постановка)	cc>dc=dd>cd	D	c	
5	«Реновация общего ресурса» (непрерывная постановка)	cc>dc=dd>cd	d	C	set of mixed
6	«Социальные амебы»	cc>dc>dd>cd			

В моделях, где наиболее выигрышной комбинацией оказывается роль эгоиста среди кооператоров, устойчивыми в эволюционном смысле решениями оказываются либо популяция, состоящая из одних отказников, либо популяция, в которой отказники и кооператоры присутствуют в определенной пропорции (игра «ястребы»-«голуби»). В случае же, если взаимное согласие является наиболее выгодным сочетанием, ситуация меняется. Действительно, нетрудно показать, что здесь существуют по крайней мере два устойчивых решения: популяция одних эгоистов и гармоничное общество кооператоров. Первое решение очевидно – появление в популяции индивидуалистов одного кооператора никак не может способствовать его жизненному успеху и, соответ-

ственно, закреплению этого шаблона поведения под прессом естественного отбора ($cd < dd$). Но справедлив и зеркальный вывод: в обществе разумных кооператоров не может иметь долговременный успех стратегия единичного отказника. Поскольку отказ от кооперации, безусловно, принесет ему сравнительный выигрыш по сравнению с теми, кто вступит с ним во взаимодействие ($dc > cd$), но зато в отношении всех других индивидуумов, объединяющихся в агломерации между собой и повсеместно практикующими взаимовыгодное сотрудничество, он окажется в проигрыше ($dc < cc$). В результате интегральный эффект асоциального поведения окажется отрицательным и соответствующий шаблон элиминируется из популяции. Этот случай ярко демонстрирует действие группового отбора. Приведем примеры исследования конкретных постановок, отвечающих данному условию.

Реновация общего ресурса (дискретный случай). Рассматривается задача совместного владения и управления конечной группой независимых персон неким общим, физически неразделяемым ресурсом. В качестве примера можно привести жителей многоквартирного дома, соседей по этажу или людей, живущих друг над другом и пользующихся одним стояком водоснабжения. Пусть размер каждой такой элементарной группы составляет N индивидуумов. Встает вопрос о том, чтобы провести некую модификацию или реновацию этого общего ресурса, что должно повысить качество пользования им для всех потребителей. Каждый совладелец выбирает одну из двух стратегий поведения – участвовать в предлагаемом общем проекте или отказаться от него. Цена за участие в проекте составляет X условных единиц некомпенсируемых затрат. Выгода каждому индивидууму от успешной реализации реновационного проекта составляет Y условных единиц (для разумности проекта Y считается большим, чем X). Принципиальным является то, что для того, чтобы проект был реализован, с ним должны согласиться все без исключения владельцы и достаточно одного, отказавшегося от сотрудничества, чтобы он оказался невозможным.

Структура модельной популяции в любой момент времени описывается единственным параметром – долей «кооператоров» f_1 . Средний выигрыш (в первом приближении принимаемый равным приспособленности) кооператора φ_1 равен:

$$\varphi_1 = (Y - X) \cdot f_1^{N-1} - X \cdot (1 - f_1^{N-1}), \quad (3)$$

а средний выигрыш «отказника» не зависит ни от чего и тождественно равен нулю. Репликационное уравнение динамики структуры популяции (1) для данного случая записывается в виде:

$$\begin{cases} f_0 = f_0 \cdot Z \\ f_1 = -f_0 \cdot Z \end{cases}, \quad Z = -(Y - X) \cdot f_1^N + X \cdot f_1 \cdot (1 - f_1^{N-1}). \quad (4)$$

Система уравнений (4) имеет три особые точки, две из которых соответствуют вырожденным популяциям, состоящим соответственно только из «кооператоров» и только из «отказников» и представляют собой устойчивые фокусы, а третья отвечает смешанной популяции с определенной долей представителей обоих типов поведения, но является неустойчивым фокусом. Одновременно эта критическая величина

$p_1 = (X/Y)^{1/(N-1)}$ представляет собой точку разделения областей притяжения двух вырожденных стационарных режимов. И можно поставить вопрос о том, какое количество «немотивированных отказников» или личностей асоциального поведения может выдержать описанная система группового пользования в зависимости от среднего объема группы, чтобы сохранить возможность развития, улучшения и прогресса. Видно, что эта величина убывает по показательному закону. Отсюда можно сформулировать общий вывод о том, что существенным и необходимым механизмом повышения динамичности и мобильности социальных систем является стратегия постоянного дробления искусственных агломераций коллективного пользования. Ибо «ад – это другие». Сделанное заключение коррелирует, например, с мнением Гаррета Хардина, который на основании математических моделей, описывающих «трагедию общин», и анализа экономической практики считал, что самый важный вывод, который следует осознать человечеству — это необходимость отказаться от принципа ресурсов общего пользования в воспроизводстве [3].

Реновация общего ресурса (непрерывный случай).

Естественным расширением рассмотренного выше примера выступает та же задача в непрерывной постановке. Условие получения общего блага по-прежнему выражается пороговой функцией от суммарных вложенных усилий, но вклад каждого партнера теперь выражается непрерывной величиной x – долей от имеющегося у него объема средств (для простоты можно принять, что эта величина у всех игроков одинакова и равна единице), которую он согласен пожертвовать на реновацию общего ресурса. Тогда, если объем коллектива равен двум, то есть при рассмотрении простейших парных взаимодействий, величина приспособленности конкретной стратегии для текущего распределения потенциальных партнеров выражается как

$$\varphi(x) = -x + Y \cdot \int_{X-x}^1 f(t) \cdot dt. \quad (5)$$

Подставив выражение (5) в основное репликаторное уравнение (2) можно провести численный анализ получившейся динамической системы в терминах ее стремления к тем или иным устойчивым стационарным распределениям. Результат оказывается достаточно нетривиальным. Как и для дискретного случая, большинство начальных распределений сходится к одному из вырожденных случаев – гомогенной популяции из одних «отказников» ($f(x) = \delta(x)$) или из разумных кооператоров ($f(x) = \delta(x - 0.5 \cdot X)$). Но наряду с этим система порождает также и бесконечное множество других устойчивых решений вида:

$$f(x) = p_a \cdot \delta(x - x_a) + p_b \cdot \delta(x - x_b) \quad (6)$$

$$p_b = 1 - p_a, \quad x_b = X - x_a, \quad -p_a \cdot x_a + p_b \cdot (Y - x_a) = Y - x_b$$

со своими областями притяжения в функциональном пространстве начальных распределений (см. рис. 1). Иными словами, полное множество возможных решений содержит в себе смешанные популяции, которые состоят одновременно из «сверхкооператоров» и частичных «отказников», при этом увеличенный вклад в «общий котёл» первых нивелирует паразитическое, но рискованное поведение вторых. И, что важно, каждый такой вариант распределения социальных ответственностей (конкретная реализация из *evolutionary stable set*) обладает локальной устойчивостью. Для более сложных постановок (коллективы совместных пользователей более чем из двух персон) показывается существование еще более интересных форм решений, но предельное устойчивое распределение всегда оказывается суммой дельта-функций, то есть выполняется теорема А.Н. Горбаня о стремлении к нулю носителя предельного распределения для динамических систем с наследственностью [6].

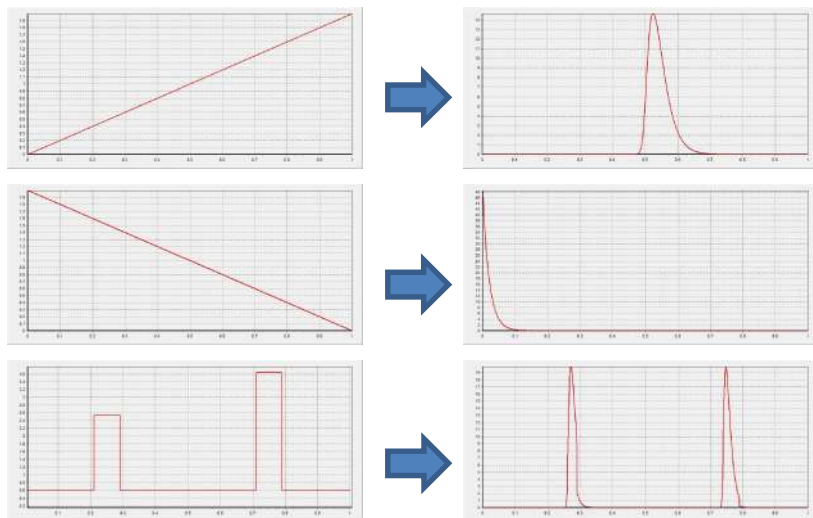


Рисунок 1 – Динамика изменения распределения параметра кооперативности по популяции (слева – начальное распределение; справа – состояние после 1000 шагов алгоритма численного интегрирования репликаторного уравнения)

Задача о «социальных амебах». Основная идея описанной выше задачи кооперативного взаимодействия – возможность вложить долю личного ресурса в общий пул, одинаково повышающий приспособленность для всех участников группы. Этот же принцип положен в основу описания классической модели социального поведения «живой слизи» – группы разнородных одноклеточных организмов, формирующих грибовидные пространственные структуры для увеличения радиуса распространения своих спор [7]. При этом организмы, оказавшиеся в «ножке» гриба, жертвуют перспективой своего размножения ради процветания своих собратьев, оказавшихся в «шляпке». Если сообщество состоит из клонов организмов различного генотипа, то доля особей каждого клона, которая идет на формирование общей «ножки», в точности соответствует вкладу или «налогу» соответствующей стратегии в общий социальный проект. Оставшаяся доля используется на размножение, то есть понятия абстрактного выигрыша и эволюционной приспособленности в данном случае полностью совпадают. Данная модель также может быть исследована с помощью принципов эволюционной динамики и репликаторных уравнений. В общем случае, по аналогии с уравнением (5) приспособленность конкретного клона в предположении о парном взаимодействии может быть записана в виде:

$$\varphi(x) = (1-x) \cdot \int_0^1 S(x+t) \cdot f(t) \cdot dt, \quad (7)$$

где $S(y)$ – вероятность выживаемости спор для гриба с ножкой размера y может быть задана не только в виде пороговой, но и в виде гладкой сигмоидальной функции. Численное исследование репликаторного уравнения получившейся динамической системы дает результаты, качественно схожие с задачей о реновации общего ресурса в непрерывной постановке. При этом, однако, и факт наличия устойчивых смешанных предельных распределений и размер областей их притяжения оказываются существенно зависимыми от крутизны выбранной сигмоидальной функции S .

Альтернативным инструментом исследования описанных выше моделей может служить агентное имитационное моделирование. Использование этого метода позволяет путем обработки результатов компьютерного эксперимента изучить влияние факторов, которыми пренебрегается при аналитическом подходе, связанном с интегрированием теоретических репликаторных уравнений. Это, например, эффекты ограниченности и целочисленности популяции, неполная наследственность (мутации), индивидуальные предпочтения организмов при выборе партнеров по кооперации, влияние пространственной структуры и многие другие аспекты [8].

Библиографический список

1. Maynard Smith J. Evolution and the theory of games. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1982.
2. Page K., Nowak M. Unifying Evolutionary Dynamics // Journal of Theoretical Biology, 2002, (219), P. 93–98.
3. Hardin G. The Tragedy of the Commons // Science, 1968, (32), #3859, P. 1243–1248.
4. Березовская Ф.С., Карева И.Г., Карев Г.П. Возможно ли предотвратить «трагедию общего ресурса»? // Математическая биология и биоинформатика, 2012, Т.7, № 1, С. 30–44.
5. Абрамова А.В., Топаж А.Г. Исследование модели растительно-микробного симбиотического взаимодействия методами теории эволюционных игр // Математическая биология и биоинформатика, 2018, Т. 13, №1, С. 130–158.
6. Gorban A.N. Selection Theorem for Systems with Inheritance // Mathematical Modelling of Natural Phenomena, 2007, (2), P. 1–45.
7. Matsuda H., Harada Y. Evolutionary stable stalk to spore ratio in cellular slime molds and the law of equalization in net incomes // Journal of Theoretical Biology, 1990, (147), P. 329–344.

8. Adami C., Schossau J., Hintze A. Evolutionary game theory using agent-based methods // Physics of Life Reviews, 2016, (19), P. 1–26.

УДК 628.1:628.3:65.016

Математическая оценка эффективности предприятий водокommunального хозяйства Сибири

А.А. Цхай¹, М.А. Романов²

¹АлтГТУ им. И.И. Ползунова, г. Барнаул;

²АлтГУ, г. Барнаул

1. Введение. Поиск наиболее эффективных путей развития предприятий водокommunального хозяйства – это актуальная проблема и для развитых, и для развивающихся стран. Возможности анализа процессов в этой области чаще всего ограничены рамками раскрытия информации о финансовом и технологическом состоянии компаний. Часто данных хватает, чтобы оценить производственный процесс только с позиций ряда затраченных ресурсов (входная информация) и полученных результатов (выходные данные).

Для характеристики различных аспектов деятельности ВКХ – предприятий в работе приводится определение индикаторов эффективности, формулируется порядок расчета их численных значений [1]. Оценка связи выбранных результатов и ресурсов с позиций эффективности использования последних выполняется в данном исследовании.

2. Предмет, задачи и методы. Характеристики эффективности формулируются в предположении о разделении, как ресурсов, так и результатов деятельности, соответственно, на две составляющие по отношению к объекту исследования: внутренние и внешние.

В качестве внешних результатов рассматриваются A_1 – объем принятых у потребителей сточных вод (тыс. м³) и A_2 – объем отпущенной потребителям питьевой воды (тыс. м³). В качестве внутренних результатов выбраны A_3 – чистая прибыль предприятия (тыс. руб.) и A_4 – расходы на оплату труда и отчисления на социальные нужды основного производственного и административно-управленческого персонала (тыс. руб.) Внешними ресурсами в исследовании являются B_1 – выручка (тыс. руб.) и B_2 – заемные средства (тыс. руб.) В свою очередь, внутренние ресурсы – это B_3 – стоимость основных средств (тыс. руб.) и B_4 – финансовые вложения (тыс. руб.).

Задается следующий порядок определения, например, K_1 – коэффициента мультипликативности, который находится на пересечении столбца "Внешние результаты A_1 " и "Внешние ресурсы B_1 " (таблица 1).

Его местоположение указывает на то, что значение K_1 характеризует влияние изменения значения внешних ресурсов на динамику внешних результатов в рассматриваемый период.

Таблица 1 – Содержание показателей эффективности

	Внешние результаты A_1 .	Внутренние результаты A_2 .
Внешние ресурсы B_1	K_1 - локальные показатели внешней эффективности использования внешних ресурсов (индикатор мультипликативности точки роста)	K_3 - локальные показатели внутренней эффективности использования внешних ресурсов (индикатор адаптивности точки роста)
Внутренние ресурсы B_2	K_2 - локальные показатели внешней эффективности использования внутренних ресурсов (индикатор синергетичности точки роста)	K_4 - локальные показатели внутренней эффективности использования внутренних ресурсов (индикатор интенсивности точки роста)

Порядок расчета K_1 – индикатора мультипликативности - записывается в математическом виде как:

$$K_1(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \beta_{ij}^{\tau/\tau-1}}{4}, \text{ где } \beta_{ij}^{\tau/\tau-1} = \frac{\beta_{ij}^{\tau}}{\beta_{ij}^{\tau-1}}, \beta_{ij}^{\tau} = \frac{A_i}{B_j}(\tau)$$

Здесь β – локальный показатель эффективности (элемент матрицы); i – номер индикатора результата; j – номер индикатора ресурсов; τ – номер года. Аналогичный порядок расчета используется для остальных локальных индикаторов эффективности при соответствующих значениях индексов i и j .

Возникает вопрос: как обоснованно различать предприятия ВКХ по столь важному признаку как «перспективность» характера роста. В работе методика мониторинга «точек роста» [1] применена для предприятий ВКХ шести городов Сибири.

Классификация предприятий ВКХ по типу роста (развития) [1] позволяет найти полезные примеры-аналоги характера развития для каждого выбранного типа. Это дает возможность определить пути дальнейшего анализа и прогнозирования жизненного цикла предприятия.

Следующие предположения использованы в качестве основы классификации. Положительная точка роста (развития) – это, когда все четыре индикатора $K_{i|i=1,2,3,4} > 1$. Далее четыре типа положительных точек роста (развития) выделяются в зависимости от того, какой индикатор K_i имеет максимальное значение. Тип первый: $K_4 = \max K_{i|i=1,2,3,4}$. Процессы внутреннего роста за счет внутренних источников являются основными в этом случае. Это характерно для инноваций внутри отрасли и структурной перестройки для отдельного региона и страны в целом.

Введем определение коэффициента $L|_{k=1}$ – уровня идентификации «точки» по первому типу – как $L|_{k=1} = (3 K_4 - K_1 - K_2 - K_3) > 0$. Далее будем считать, что траектория исследуемой «точки» будет по характеру роста (развития) ближе к первому типу, чем выше расчетное значение $L|_{k=1}$.

Аналогичным образом далее охарактеризованы другие типы «точек роста (развития)» и введены другие коэффициенты $L|_k$ – уровней идентификации «точки» по еще семи типам.

3. Результаты исследования и обсуждение. В качестве объекта исследований использовались предприятия ВКХ в городах Сибири: Барнауле, Иркутске, Красноярске, Новосибирске, Омске и Томске – шести крупных по населению региональных центрах Сибири [2-7].

На первом этапе анализа для предприятий ВКХ названных городов был произведен расчет введенных в предыдущем разделе локальных коэффициентов эффективности. Более пристального внимания заслуживают индикаторы мультипликативности и синергетичности, которые характеризуют трансформацию соответственно внешних и внутренних ресурсов во внешние результаты (см рисунок 1).

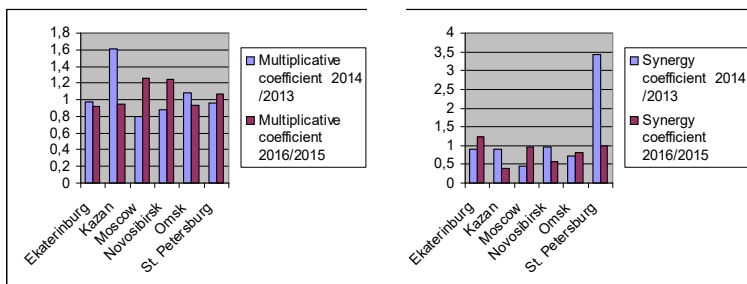


Рисунок 1 – Расчет показателей эффективности «точки роста (развития)» по предприятиям

Предприятие Барнаула, судя по представленным данным, в оба исследованных периода представляло собой «точку роста» с внешним источником, что говорит о положительном, но начальном для потенциальных возможностей предприятия уровне влияния на окружающую социально-экономическую среду. Предприятие Читы в оба исследованных периода было «точкой роста», но в отличие от Барнаульского водоканала достигало этого положения, в основном, за счет внутренних ресурсов. Для самого предприятия поддержание положения за счет внутренних резервов, означает известное напряжение, которое делает особо актуальным поиск внешних источников.

Качественные изменения в эти годы происходили с предприятиями Иркутска и Омска. Оба понизили свой уровень развития: из «точек развития» в первый период – стали «точками роста» с внешними источниками во второй период. Такой вариант приемлем для предприятий, но надо задуматься: насколько такая ситуация устраивает муниципальные власти. Не будут ли последние заинтересованы в большей интенсификации использования городским предприятием ВКХ внутренних резервов и скорейшем возврате на более высокий уровень предоставления коммунальных услуг своим городам.

Предприятие Новосибирска в оба исследованных периода было «точкой роста». Надо отметить, что в период с 2013 по 2016 гг. произошла переориентация предприятия Новосибирска с внутренних ресурсов - на внешние. Предприятие Томска испытало в исследованный период трансформацию как «точка роста». Но это предприятие переориентировалось в отличие от новосибирцев с внешних источников – на внутренние.

4. *Заключение.* Использованный подход к оценке эффективности деятельности водоканалов сочетает в себе набор качественных и количественных показателей, охватывающих существенные аспекты раскрытия информации, связанные с показателями устойчивости водно-коммунального хозяйства и способ оценки связи ресурсов и результатов.

Библиографический список

1. Цхай А. А. Развитие предприятий водоканалов: взаимосвязь ресурсов и результатов // Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление. 2018. № 4. С.108-118.
2. ООО «Барнаулводоканал». Режим доступа <https://barnaulvodokanal.ru/> (дата обращения 12.05.2019).
3. ООО «Краском». Режим доступа <http://www.kraskom.com> (дата обращения 12.05.2019).
4. ОАО "ОмскВодоканал". Режим доступа <http://www.e-disclosure.ru/portal/files.aspx?id=21901&type=3> (дата обращения 12.05.2019).
5. ООО "Томскводоканал". Режим доступа <http://www.vodokanal.tomsk.ru/> (дата обращения 12.05.2019).
6. МУП "Водоканал" Иркутска. Режим доступа <http://www.irkvkh.ru/> (дата обращения 12.05.2019).
7. МУП г. Новосибирска "Горводоканал". Режим доступа <https://gorvodokanal.com/info/?item=32> (дата обращения 12.05.2019).

НАШИ АВТОРЫ

Berg-Mohndicke Michael, graduate engineer, Leibniz Centre for Agricultural Landscape Research (ZALF), Research platform “Models & Simulation”, senior scientist, Müncheberg, Germany, e-mail: Michael.Berg-Mohndicke@zalf.de.

Mirschel Gabriele, graduate agricultural engineer, Senckenberg German Entomological Institut Müncheberg, retired scientist, e-mail: wmirschel@gmx.de.

Mirschel Wilfried, Dr. agr., graduate mathematician, Leibniz Centre for Agricultural Landscape Research (ZALF), Research platform “Models & Simulation”, senior scientist, Müncheberg, Germany, e-mail: wmirschel@zalf.de.

Wenkel Karl-Otto, Prof. Dr. agr., graduate melioration engineer, Leibniz Centre for Agricultural Landscape Research (ZALF), Research platform “Models & Simulation”, guest scientist, Müncheberg, Germany, e-mail: kowenkel@web.de.

Wieland Ralf, Dr.-Ing., graduate computer specialist, Leibniz Centre for Agricultural Landscape Research (ZALF), Research platform “Models & Simulation”, senior scientist, Müncheberg, Germany, e-mail: rwieland@zalf.de.

Абакумов Александр Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, Институт автоматизации и процессов управления (г. Владивосток), лаборатория математического моделирования биофизических процессов, главный научный сотрудник, e-mail: abakumov@iacp.dvo.ru.

Абрамов Дмитрий Георгиевич, АО «Федеральный научно-производственный центра «Алтай», управление по качеству, e-mail: ovtia.frpc@gmail.com.

Алгазин Геннадий Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, профессор, e-mail: algaz46@yandex.ru.

Алгасина Дарья Геннадьевна, кандидат технических наук, Алтайский государственный университет, кафедра прикладной информатики в экономике, государственном и муниципальном управлении, доцент, e-mail: darya.algazina@mail.ru.

Алгасина Юлия Геннадьевна, кандидат экономических наук, доцент, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, факультет информационных технологий, доцент, e-mail: algazina@inbox.ru.

Алимбекова Нурлана Бауржановна, Казахского национального педагогического университета имени Абая, докторант специальности 6D060100-математика, e-mail: emnug_09.83@mail.ru.

Алябышева Юлия Анатольевна, кандидат педагогических наук, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент кафедры информатики, e-mail: veryaeva@gmail.com.

Аменова Фарид Сейткумаровна, доктор PhD, доцент, Восточно-Казахстанский государственный университет имени С. Аманжолова, факультет естественных наук и технологий, кафедра математики, e-mail: faramen.74@mail.ru.

Анафия Перизат Ерболаткызы, Восточно-Казахстанский государственный университет им. С. Аманжолова, ФЕНТ, магистрант, e-mail: ppp_kz1@mail.ru.

Ануфриева Наталия Юрьевна, кандидат технических наук, Бийский технологический институт (филиал) Алтайского государственного технического университета им. И.И. Ползунова, отдел ИТ, начальник отдела, e-mail: nata@bti.secna.ru.

Байрова Гульназ Оралбековна, Восточно-Казахстанский государственный

университет им. С.Аманжолова, Факультет естественных наук и технологий, магистрант, e-mail: gulnaz_bairova@mail.ru.

Баяк Анастасия Андреевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: AnastasiaBayuk@gmail.com.

Баянова Надежда Владимировна, кандидат физико-математических наук., доцент, Алтайский государственный университет, кафедра алгебры и математической логики, доцент, e-mail: bayanova@math.asu.ru.

Бердышев Абдумавлен Сулейманович, доктор физико-математических наук, профессор, Казахский национальный педагогический университет имени Абая, заведующий кафедрой математики и математического моделирования, e-mail: berdyshev@mail.ru.

Бойко Илья Юрьевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: boyan.94@mail.ru.

Будкин Александр Иванович, доктор физико-математических наук, профессор, Алтайский государственный университет, заведующий кафедрой алгебры и математической логики, e-mail: budkin@math.asu.ru.

Букаев Михаил Сергеевич, студент кафедры теоретической кибернетики и прикладной математики Алтайского государственного университета, e-mail: bukaev.mikhail@gmail.com.

Вайс Аркадий Яковлевич, преподаватель Еврейского университета в Иерусалиме (the Hebrew University of Jerusalem), e-mail: tatiana.arkadi@gmail.com.

Вайс Татьяна Леонидовна, преподаватель Еврейского университета в Иерусалиме (the Hebrew University of Jerusalem), e-mail: tatiana.arkadi@gmail.com.

Веряев Анатолий Алексеевич, доктор педагогических наук, профессор, Алтайский государственный педагогический университет, кафедра теоретических основ информатики, заведующий, e-mail: veryaev_aa@mail.ru.

Гамова Алла Николаевна, кандидат физико-математических наук, Саратовский национальный исследовательский государственный университет им.Н.Г.Чернышевского, факультет компьютерных наук и информационных технологий, доцент, gamovaan@yandex.ru.

Глухова Ольга Юрьевна, Кемеровский государственный университет, институт фундаментальных наук, кафедра фундаментальной математики, доцент, кандидат педагогических наук, e-mail: olgla491@mail.ru.

Гиричева Евгения Евгеньевна, кандидат физико-математических наук, Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН (г. Владивосток), лаборатория математического моделирования биофизических процессов, старший научный сотрудник, e-mail: evg.giricheva@yandex.ru.

Гришков Александр Сергеевич, Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет им. В.М. Шукшина, институт естественных наук и профессионального образования, магистрант, e-mail: alterlex@inbox.ru.

Гутарова Ирина Валерьевна, Новосибирский государственный университет экономики и управления, кафедра математики и естественных наук, старший преподаватель, e-mail: i.v.gutarova@edu.nsuem.ru.

Данько Евгений Викторович, кандидат технических наук, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, старший преподаватель, e-mail: evdanko88@gmail.com.

Дегтерева Руслана Валерьевна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный технический университет им. И.И.Ползунова, кафедра Высшей математики и математического моделирования, доцент, e-mail: docentdegtereva@gmail.com.

Дронов Сергей Вадимович, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент кафедры математического анализа, e-mail: dsv@math.asu.ru.

Ергалиев Ерлан Канатиянович, кандидат физико-математических наук, ВКГУ имени С. Аманжолова, заведующий кафедрой математики, e-mail: ergali_erlan@mail.kz.

Ерёмин Александр Михайлович, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет им. В.М. Шукшина, институт естественных наук и профессионального образования, доцент кафедры математики, физики, информатики, e-mail: eam77@yandex.ru.

Жаксылыкова Айдана Ерланкызы, Восточно-Казахстанский государственный университет имени С. Аманжолова, ФЕНиТ, магистрант, e-mail: aidan--97@bk.ru.

Жанакметова Мадина Мараткызы, Восточно-Казахстанский государственный университет имени С.Аманжолова, ФЕНиТ, e-mail: zh.madina.m@mail.ru.

Жантасова Женискуль Зейнешовна, кандидат технических наук, Восточно-Казахстанский государственный университет им. С.Аманжолова, ФЕНиТ, e-mail: zheniskul_z@mail.ru.

Жданов Евгений Петрович, кандидат экономических наук, Алтайский государственный медицинский университет, кафедра физики и информатики, доцент, e-mail: 9zhdanov@gmail.com.

Жданова Евгения Михайловна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский филиал Финансового университета при Правительстве РФ, кафедра учета и информационных технологий в бизнесе, доцент, e-mail: EMZhdanova@fa.ru.

Жданова Оксана Леонидовна, доктор физико-математических наук, профессор, Институт автоматики и процессов управления (г. Владивосток), лаборатория математического моделирования биофизических процессов, ведущий научный сотрудник, e-mail: axanka@iacr.dvo.ru.

Журавлев Евгений Владимирович, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, доцент кафедры алгебры и математической логики, e-mail: evzhuravlev@mail.ru.

Журавлева Вера Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, доцент, e-mail: vvzhuravleva@mail.ru.

Завьялова Кристина Николаевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: kristina-zavyalova-1996@mail.ru.

Заманбекова Айгерім Манарбекқызы, Восточно-Казахстанский государственный университет имени С. Аманжолова, кафедра компьютерного моделирования и информационных технологий, магистрант, e-mail: aygerim_zamanbekova@mail.ru.

Кайгородова Валентина Михайловна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный технический университет им. И.И.Ползунова, кафедра Высшей математики и математического моделирования, доцент, e-mail: KAYCITY@yandex.ru.

Кайраткызы Айжан, Восточно-Казахстанский государственный университет имени С. Амонажолова, факультет естественных наук и технологий, студент, e-mail: kayratkzy.1996@mail.ru.

Клепиков Павел Николаевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: klepikov.math@gmail.com.

Киселёв Владислав Александрович, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, факультет информационных технологий и программирования, студент, e-mail: vladislav-a-k@mail.ru.

Клепикова Светлана Владимировна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант кафедры математического анализа, e-mail: klepikova.svetlana.math@gmail.com.

Костюк Кристина Игоревна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: KristinaMus@mail.ru.

Кравченко Галина Владимировна, кандидат педагогических наук, доцент; Алтайский государственный университет, кафедра дифференциальных уравнений, доцент, e-mail: kravchenko@math.asu.ru.

Краюшкин Максим Геннадьевич, Алтайский государственный университет, Международный институт экономики, менеджмента и информационных систем, студент, e-mail: kramaks-97@mail.ru.

Ковалёв Василий Алексеевич, кандидат технических наук, Объединенный Институт проблем информатики НАНБ (г. Минск), лаборатория анализа биомедицинских изображений, заведующий.

Кодолов Артем Владимирович, АО «Федеральный научно-производственный центра «Алтай», отделение вычислительной техники и автоматики, начальник отделения, e-mail: ovtia.frpc@gmail.com.

Котова Альбина Александровна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: 19ice95@mail.ru.

Колбина Екатерина Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент, Институт автоматики и процессов управления (г. Владивосток), лаборатория математического моделирования биофизических процессов, младший научный сотрудник, e-mail: pavlova@iacp.dvo.ru.

Кондратьева Ольга Александровна, Алтайский государственный педагогический университет, институт физико-математического образования, старший преподаватель, e-mail: olenka_kondrateva@mail.ru.

Коптевич Елена Владимировна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: koptevich.len@mail.ru.

Кротова Ольга Сергеевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, программист кафедры ТКПМ, e-mail: kr.olga0910@gmail.com.

Крюков Дмитрий Николаевич, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, энергетический факультет, аспирант, e-mail: dnk-07@yandex.ru.

Куракина Анастасия Александровна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: Milka_9898@mail.ru.

Кутмина Кристина Сергеевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: kristina_liamkina@mail.ru.

Линевич Любовь Андреевна, кандидат педагогических наук, Алтайский государственный университет, колледж, отделение экономики и информационных технологий, преподаватель, e-mail: linevich_la@mail.ru.

Лодейщикова Виктория Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, кафедра высшей математики, доцент, e-mail: lodeischikova@gmail.com.

Маденкызы Лаззат, Восточно-Казахстанский государственный университет имени С. Аманжолова, магистрант, e-mail: lazko-zsn-kz@mail.ru.

Мадияров Мураткан Набенович, кандидат технических наук, декан факультета естественных наук и технологии Восточно-Казахстанского государственного университета имени С. Аманжолова, e-mail: madiyarov_mur@mail.ru.

Мальцев Юрий Николаевич, доктор физико-математических наук, Алтайский государственный педагогический университет, институт физико-математического образования, профессор, e-mail: maltevyun@gmail.ru.

Малимонов Денис Александрович, Алтайский государственный университет, Международный институт экономики, менеджмента и информационных систем, магистрант, e-mail: dacool731@mail.ru.

Маничева Анастасия Станиславовна, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, доцент, e-mail: manichevaas@gmail.com.

Марьин Егор Михайлович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: itsource1719@gmail.com.

Махаева Татьяна Павловна, кандидат педагогических наук, доцент, Алтайский государственный педагогический университет, Институт физико-математического образования, доцент, e-mail: makhaeva@inbox.ru.

Межов Игорь Степанович, доктор экономических наук, профессор, Алтайский государственный университет, e-mail: mgvis@mail.ru.

Межов Степан Игоревич, доктор экономических наук, доцент, заведующий кафедрой финансов и кредита, директор Международного института экономики, менеджмента и информационных систем, Алтайский государственный университет e-mail: megoff@mail.ru.

Мельникова Наталья Сергеевна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: melnikova955@mail.ru.

Михалева Анастасия Валерьевна, аспирант факультета математики и информационных технологий Алтайского государственного университета, e-mail: nasmik11@gmail.com.

Монастырева Анна Сергеевна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный педагогический университет, институт физико-математического образования, доцент кафедры алгебры и методики обучения математике, e-mail: akuzmina1@yandex.ru.

Оскорбин Николай Михайлович, доктор технических наук, профессор, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, профессор, e-mail: osk46@mail.ru.

Павлова Наталья Валерьевна, Бийский технологический институт (филиал) АлтГТУ им. И.И. Ползунова, кафедра естественнонаучных дисциплин, доцент, e-mail: pnval@mail.ru.

Павлов Максим Вячеславович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: saharok.makson@gmail.com.

Пак Светлана Яковлевна, кандидат технических наук, Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН (г. Владивосток), лаборатория математического моделирования биофизических процессов, младший научный сотрудник, e-mail: packsa@iacp.dvo.ru.

Пашкевич Марина Геннадьевна, Новосибирский государственный университет экономики и управления, факультет базовой подготовки, кафедра математики и естественных наук, доцент, e-mail: m.g.pashkevich@edu.nsuem.ru.

Петрова Анна Георгиевна, доктор физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, профессор кафедры дифференциальных уравнений, e-mail: annapetrova07@mail.ru.

Петров Евгений Петрович, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, факультет массовых коммуникаций, филологии и политологии, доцент кафедры связей с общественностью и рекламы, e-mail: pep@email.asu.ru.

Печатнова Елена Владимировна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, кафедра ТКПМ, аспирант, e-mail: phukcia@yandex.ru.

Плотникова Елена Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики Новосибирского государственного технического университета, pselena@gmail.com.

Пляскина Нина Ильинична, доктор экономических наук, доцент, Институт экономики и организации промышленного производства СО РАН, ведущий научный сотрудник, Новосибирск; Новосибирский Национальный исследовательский государственный университет (НГУ), профессор, e-mail: pliaskina@hotmail.com.

Поликанова Ирина Викторовна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный педагогический университет, Институт физико-математического образования, кафедра математического анализа и прикладной математики, доцент, e-mail: anirix1@yandex.ru.

Половникова Ольга Николаевна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра информатики, доцент, e-mail: ponOlga@gmail.com.

Поморов Никита Сергеевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: pomorov1994@mail.ru.

Пономарев Игорь Викторович, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, кафедра математического анализа, доцент, e-mail: igorpon@mail.ru.

Понькина Елена Владимировна, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, доцент, e-mail: ponkinaelena77@mail.ru.

Попов Федор Алексеевич, доктор технических наук, профессор, АО «Федеральный научно-производственный центра «Алтай», отделение вычислительной техники и автоматики, главный научный сотрудник; Бийский технологический институт (филиал) АлтГТУ им. И.И.Ползунова, каф. методов и средств измерений и автоматизации, профессор, e-mail: pfa2004@mail.ru.

Прищепов Александр Владимирович, доктор наук, доктор, Университет Копенгагена, Дания; Институт Степей РАН, Оренбург, профессор, e-mail: alpr@ign.ku.dk.

Пронь Сергей Петрович, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, доцент, e-mail: pspron@mail.ru.

Прошкина Олеся Андреевна, Алтайский государственный педагогический университет, институт физико-математического образования, студент, e-mail: proshkina.olesya12@yandex.ru.

Резанова Екатерина Валерьевна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, кафедра информатики, старший преподаватель, e-mail: katerezanova@mail.ru.

Резник Александр Львович, доктор технических наук, Институт автоматики и электрометрии СО РАН (г. Новосибирск), лаборатория вероятностных методов исследования информационных процессов, заведующий, e-mail: reznik@iae.nsk.su.

Романов Максим Анатольевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, магистрант, e-mail: max.rom1@mail.ru.

Руколеев Андрей Владимирович, Алтайский государственный педагогический университет, кафедра отечественной истории, аспирант, e-mail: rukoleev.av@yandex.ru.

Саженьков Александр Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра математического анализа, заведующий, e-mail: san@math.asu.ru.

Саженькова Елена Владимировна, Новосибирский государственный университет экономики и управления, кафедра математики и естественных наук, старший преподаватель, e-mail: elsazh1977@gmail.com.

Саженьков Сергей Александрович, доктор физико-математических наук, доцент, ИГиЛ СО РАН (Новосибирск), лаборатория ММФП, старший научный сотрудник; НГУ (Новосибирск), ЛКЗ МСС ММФ, ведущий научный сотрудник, кафедра теоретической механики ММФ, доцент; Хэйлунцзянский ун-т (Харбин), КРИ, профессор, sazhenkovs@yandex.ru.

Саженькова Татьяна Владимировна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, кафедра математического анализа, доцент, e-mail: sazhenkov_an@mail.ru.

Салыков Расул Максатулы, Восточно-Казахстанский государственный университет им С. Аманжолова, факультет естественных наук и технологий, магистрант, e-mail: mr.rasul_96.kz@mail.ru.

Самохина Ксения Алексеевна, Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, студент, ksenka_azzz@mail.ru.

Сарсекеева Сымбат Жаксыбековна, Восточно-Казахстанский государственный университет имени С.Аманжолова, факультет естественных наук и технологий, кафедра математики, магистрант, e-mail: symbat_.95@mail.ru.

Саяси Ертилек, Восточно-Казахстанский государственный университет имени С. Аманжолова, магистрант, e-mail: ertilek1993@bk.ru.

Свиридов Владимир Михайлович, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, факультет информационных технологий, студент, e-mail: vsviridov11@gmail.com.

Семенов Евгений Валерьевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: semenov.455@mail.ru.

Семёнов Сергей Петрович, кандидат физико-математических наук, доцент, ГОУ ВПО «Югорский государственный университет», доцент, e-mail: ssp@ugrasu.ru.

Смоленцев Николай Константинович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры фундаментальной математики Кемеровского государственного университета, e-mail: smolennk@mail.ru.

Смолякова Лариса Ленгардовна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, кафедра информатики, старший преподаватель, e-mail: knaus.larisa@gmail.com.

Соловьев Александр Анатольевич, кандидат технических наук, Институт автоматизации и электрометрии СО РАН (г. Новосибирск), лаборатория вероятностных методов исследования информационных процессов, научный сотрудник, e-mail: solowey@rambler.ru.

Софронов Илья Сергеевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: ilya.sofronov.98@mail.ru.

Сыздыкпаева Айгуль Рамазановна, Восточно-Казахстанский государственный университет, Доцент кафедры компьютерного моделирования и информационных технологий, e-mail: aigul_uk@list.ru.

Тасибеков Аблайхон Камбар угли, Восточно-Казахстанский государственный университет имени С. Аманжолова, магистрант, e-mail: khanaev96@gmail.com.

Ташкин Артём Олегович, ГОУ ВПО Югорский государственный университет, аспирант, e-mail: anozher_sky@mail.ru.

Тлебалдинова Айжан Солтангалиевна, доцент, PhD доктор Восточно-Казахстанского государственного университета им.С.Аманжолова, факультет естественных наук и технологий, e-mail: a_tlebaldinova@mail.ru.

Токарева Елизавета Викторовна, Алтайский государственный университет, аспирант, e-mail: yadvig@yandex.ru.

Токарева Маргарита Андреевна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент, e-mail: tma25@mail.ru.

Торгов Андрей Владиславович, Институт автоматизации и электрометрии СО РАН (г. Новосибирск), лаборатория вероятностных методов исследования информационных процессов, научный сотрудник, e-mail: torgov@iae.nsk.su.

Топаж Александр Григорьевич, доктор технических наук, ФГУП «Крыловский государственный научный центр» (г. Санкт-Петербург), 504 самостоятельный сектор проектирования морских систем освоения шельфа, ведущий научный сотрудник, e-mail: alex.topaj@gmail.com.

Тузиков Александр Васильевич, член-корреспондент НАН Беларуси, Объединенный Институт проблем информатики НАНБ (г. Минск), генеральный директор, e-mail: tuzikov@newman.bas-net.by.

Тушкина Татьяна Михайловна, Бийский технологический институт (филиал) АлтГТУ им. И.И. Ползунова, кафедра естественнонаучных дисциплин, доцент, отдел учебной работы и менеджмента качества образования, начальник, e-mail: tanyamt@mail.ru.

Устюжанова Алла Владимировна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент кафедры дифференциальных уравнений, e-mail: ustyuzhanova.pgs@math.asu.ru.

Фелькер Никита Сергеевич, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: felker.451@stud.asu.ru.

Федянин Виктор Яковлевич, доктор технических наук, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, энергетический факультет, профессор, e-mail: fedyanin054@mail.ru.

Филина Ольга Александровна, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, студент, e-mail: olya-filina@mail.ru.

Хворова Любовь Анатольевна, кандидат технических наук, доцент, Алтайский государственный университет, кафедра теоретической кибернетики и прикладной математики, заведующий, e-mail: hla@math.asu.ru.

Химочкина Наталья Дмитриевна, Рубцовский институт (филиал) АлтГУ, дирекция, специалист по учебно-методической работе, e-mail: himochkina@rb.asu.ru.

Хромова Олеся Павловна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, кафедра математического анализа, доцент, e-mail: khromova.olesya@gmail.com.

Цхай Александр Андреевич, доктор технических наук, Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, кафедра высшей математики и математического моделирования, профессор, e-mail: taal956@mail.ru.

Чешкова Мира Артемьевна, кандидат физико-математических наук, Алтайский государственный университет, профессор кафедры математического анализа, e-mail: cma@math.asu.ru, cheshkov@ab.ru.

Чивилихин Даниил Сергеевич, кандидат технических наук, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, научный сотрудник, e-mail: chivdan@gmail.com.

Шахова Светлана Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, доцент кафедры алгебры и математической логики, e-mail: sashakhova@gmail.com.

Шаймерден Султан Аскарулы, Восточно-Казахстанский Государственный Университет имени С. Аманжолова, г.Усть-Каменогорск, магистрант e-mail: s.shaimerden@mail.ru

Шевченко Алеся Сергеевна, кандидат физико-математических наук, Рубцовский институт (филиал) Алтайского государственного университета, доцент, e-mail: ibragimova.a.s@mail.ru.

Ширяев Вячеслав Вячеславович, Алтайский государственный университет, ФМиИТ, студент, e-mail: asmuddi628@gmail.com.

Шишмарев Константин Александрович, Алтайский государственный университет, факультет математики и информационных технологий, аспирант, e-mail: shishmarev.k@mail.ru.

Якимовская Ольга Афанасьевна, кандидат географических наук, Байкальский институт природопользования СО РАН, г. Улан-Удэ, Россия oafe@mail.ru

Яковлев Анатолий Александрович, Дальневосточный федеральный университет (г. Владивосток), кафедра информатики, математического и компьютерного моделирования, аспирант, e-mail: yakovlev.anatol@mail.ru.

Янов Сергей Иванович, кандидат физико-математических наук, доцент, Алтайский государственный педагогический университет, кафедра математического анализа и прикладной математики e-mail: ifmo-mapm@uni-altai.ru.

Содержание

СЕКЦИЯ 1. АЛГЕБРА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА.....	3
<i>Баянова Н.В.</i> Решетка многообразий m -групп.....	3
<i>Будкин А.И.</i> W -независимая аксиоматизируемость квазимногообразий групп.....	5
<i>Журавлев Е.В., Монастырева А.С.</i> Некоторые свойства сжатого графа делителей нуля конечного ассоциативного кольца.....	7
<i>Журавлев Е.В., Филина О.А.</i> О графах делителей нуля конечных коммутативных локальных колец с 4-нильпотентным радикалом.....	9
<i>Лодейщикова В.В.</i> L_n -классы, порожденные почти абелевыми квазимногообразиями nilпотентных групп.....	12
<i>Мальцев Ю.Н., Монастырева А.С.</i> Некоторые свойства треугольников, длины сторон которых образуют арифметическую прогрессию.....	13
<i>Петров Е.П.</i> О полилинейных тождествах в конечномерной nilпотентной алгебре R над полем с ограничениями на $\dim R^n / \dim R^{n+1}$	15
<i>Шахова С.А.</i> Аксиоматический ранг класса Леви, порождённого квазимногообразием qH_p	17
СЕКЦИЯ 2. ГЕОМЕТРИЯ И АНАЛИЗ	19
<i>Дронов С.В., Семенов Е.В.</i> Минимальный эффект цикла в диапазоне возможных значений коэффициента ранговой корреляции.....	19
<i>Клепиков П.Н., Хромова О.П.</i> Исследование метрик Эйнштейна трехмерных групп Ли с векторным кручением с помощью универсальных математических пакетов.....	23
<i>Клепикова С.В.</i> Тензор кривизны трехмерных метрических групп Ли с метрической связностью с векторным кручением.....	25
<i>Поликанова И.В.</i> Некоторые критерии центральной симметричности выпуклых и звёздных плоских тел.....	26
<i>Сажеников А.Н., Плотикова Е.А.</i> О сильной и слабой неатомарности внешних мер.....	29
<i>Смоленцев Н.К.</i> Инвариантные парасасакиевы структуры на группах Ли.....	32
<i>Чешкова М.А.</i> Построение связной суммы компактных поверхностей.....	35
<i>Чешкова М.А.</i> Инверсия поверхностей вращения постоянной отрицательной гауссовой кривизны.....	38
СЕКЦИЯ 3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ	42
<i>Гришков А.С., Ерёмин А.М.</i> Одномерное движение под действием потенциальной силы в однородной диссипативной среде с линейным по скорости сопротивлением.....	42

<i>Завьялова К.Н., Шишмарев К.А.</i> Математическая модель нестационарных колебаний битого льда в канале	45
<i>Поморов Н.С., Устюжанова А.В.</i> О применении программного комплекса Abaqus к задачам о напряженном состоянии вокруг отверстий	49
<i>Прошкина О.А., Кондратьева О.А.</i> Моделирование динамических характеристик полимерных жидкостей в условиях наложения осциллирующих колебаний на стационарный сдвиг	51
<i>Резанова Е.В.</i> Моделирование конвективных течений с учетом тепло- и массопереноса на границах раздела в областях различной геометрии	54
<i>Саженьков С.А.</i> Сингулярные пределы решений квазилинейных уравнений колмогоровского типа	58
<i>Саженькова Т.В., Саженьков С.А.</i> Равномерная аппроксимация решения односторонней задачи диффузии-абсорбции методом штрафа А. Каплана	62
<i>Токарева М.А.</i> Задача фильтрации двухкомпонентной смеси в тонком поропругом слое	65
<i>Янов С.И.</i> Асимптотика решения второй начально-краевой задачи для системы Соболева при большом времени	69
СЕКЦИЯ 4. ИНФОРМАЦИОННЫЕ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ	72
<i>Абрамов Д.Г., Кодолов А.В., Попов Ф.А.</i> Отладочно-тренинговая система для АСУТП производств спецхимии	72
<i>Бойко И.Ю.</i> Использование ледж-коэффициента в задаче бинарной классификации данных с пептидных микрочипов	75
<i>Гамова А.Н., Самохина К.А.</i> Алгоритмы декодирования кодов с низкой плотностью проверок на четность	78
<i>Заманбекова А.М.</i> Болашаққа бағдар жобасын қолдауда ГАЖ-технологиялардың ролі	82
<i>Половикова О.Н., Смолякова Л.Л.</i> Решение логических задач на языке Prolog	86
<i>Попов Ф.А., Ануфриева Н.Ю.</i> Интегрированные университетские информационно-управляющие системы: особенности построения	89
<i>Резник А.Л., Тузиков А.В., Торгов А.В., Соловьев А.А., Ковалев В.А.</i> Быстродействующие алгоритмы локализации случайных точечно-импульсных объектов	93
<i>Свиридов В.М., Алгазина Ю.Г.</i> Разработка и оценка эффективности автоматизированной информационной системы управления государственными закупками высшего учебного заведения	96

<i>Тушкина Т.М., Павлова Н.В.</i> Информационная система для планирования внеучебной работы преподавателей.....	100
<i>Тушкина Т.М., Руколеев А.В.</i> Визуализация динамики геолого-минералогических исследований в России в дореволюционный период	101
<i>Фелькер Н.С., Половикова О.Н.</i> Реализация системы с веб-интерфейсом для просмотра статей конференции «Ломоносовские чтения на Алтае».....	103
<i>Сыздыкпаева А.Р., Шаймерден С.А.</i> Использование алгоритма k-means в обработке изображений.....	106
<i>Шевченко А.С., Химочкина Н.Д.</i> Разработка статистического пакета «Корреляционно-регрессионный анализ данных»	109
<i>Ширяев В.В., Половикова О.Н.</i> Реализация системы построения отчетов «1 Отряд Федеральной Противопожарной Службы по Алтайскому Краю»	112
СЕКЦИЯ 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ, ЭКОНОМИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ	
<i>Алгазина Д.Г.</i> Механизмы развития и распределения ответственности во франчайзинговых сетях.....	117
<i>Алгazin Г.И., Коптевич Е.В.</i> Возвратные последовательности в исследовании конкурентных рынков.....	119
<i>Анафия П.Е., Алгazin Г.И., Тлебалдинова А.С.</i> Основные принципы создания рекомендательных систем	123
<i>Гончаров Р.В., Юдинцев А.Ю.</i> Информационные технологии в рекомендательном маркетинге	127
<i>Данько Е.В., Краюшкин М.Г.</i> Оценка инвестиционного проекта с использованием показателя индекса качества	131
<i>Ергалиев Е.К., Мадияров М.Н., Мельникова Н.С., Оскорбин Н.М.</i> Интервальное оценивание доходности и риска в прикладном портфельном анализе	135
<i>Киселёв В.А., Чивилихин Д.С., Топаж А.Г.</i> Исследование сведения задачи календарного планирования портовых операций к задаче удовлетворения ограничений	138
<i>Костюк К.И.</i> Обзор исследований сценарного поведения рынков сельскохозяйственной продукции.....	142
<i>Малимонов Д.А., Козлов Д.Ю.</i> Использование сверточной нейросети для прогнозирования курса акций.....	144
<i>Межов С.И., Межов И.С.</i> Моделирование операционно-инновационной программы корпорации	148

<i>Михалева А.В.</i> Использование математической модели многокритериальной оптимизации в области транспортных грузоперевозок.....	155
<i>Оскорбин Н.М., Печатнова Е.В.</i> Оценка эффективности мероприятий по повышению безопасности дорожного движения на основе экспертных оценок	157
<i>Оскорбин Н.М., Даныко Е.В., Котова А.А.</i> Модификация математической модели выбора индивидом продолжительности рабочего времени.....	159
<i>Пляскина Н.И.</i> Механизмы координации инвестиционной политики агентов ресурсных мегапроектов на основе использования сетевой модели.....	163
<i>Пономарев И.В.</i> Метод нахождения выбросов в регрессионной модели L_1	167
<i>Пронь С.П., Семенов С.П., Ташкин А.О., Токарева Е.В.</i> Агентно- ориентированные имитационные модели для реальных городских процессов.....	169
<i>Токарева Е.В.</i> Построение нейронных сетей для оценки временного интервала проведения работ по капитальному ремонту многоквартирных домов	173
<i>Яковлев А.А., Абакумов А.И.</i> Анализ влияния социально- экономических факторов на заболеваемость туберкулезом в Приморском крае	175
СЕКЦИЯ 6. ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ	179
<i>Алябьева Ю.А., Веряев А.А.</i> Использование метода Кульбака- Лейблера в процессе оценивания учебных достижений	179
<i>Байрова Г.О., Жантасова Ж.З.</i> Разработка учебно-методических материалов по информатике в условиях билингвального обучения школьников	183
<i>Баянова Н.В., Лодейщикова В.В.</i> Использование образовательных игр при обучении математической логике.....	188
<i>Вайс А.Я., Вайс Т.Л.</i> Организация школьного образования в Израиле	190
<i>Глухова О.Ю.</i> Особенность обучения школьников на занятиях элективного курса.....	192
<i>Гутарова И.В., Саженов Е.В.</i> Элементы смешанного обучения в преподавании математики для студентов экономического вуза	194
<i>Дегтерева Р.В., Кайгородова В.М.</i> Особенности преподавания математики иностранным студентам на факультете довузовской подготовки.....	197

<i>Крюков Д.Н., Федянин В.Я.</i> Использование методов математической обработки фактических показателей энергетической эффективности систем электроснабжения	201
<i>Кутмина К.С.</i> Обучение учащихся решению тригонометрических неравенств на основе онтологического подхода	203
<i>Линевич Л.А., Кравченко Г.В.</i> Использование активных методов в обучении студентов математическим дисциплинам	207
<i>Махаева Т.П.</i> Алгоритм оценивания компетентности студентов на основе аппарата теории нечетких множеств	211
<i>Пашкевич М.Г., Саженкова Е.В.</i> Приемы геймификация в преподавании математических дисциплин	214
<i>Саженков А.Н., Саженкова Т.В.</i> О конструктивных вопросах подготовки студентов к математическим соревнованиям	216
<i>Смолякова Л.Л., Половикова О.Н.</i> Использование электронного курса для подготовки и преподавания дисциплин по программированию .	219
<i>Софронов И.С., Кравченко Г.В.</i> Организация самостоятельной работы студентов по комплексному анализу с использованием электронного тренажера	222
<i>Шевченко А.С.</i> Использование САПР MATHCAD PRIME при изучении дисциплины «Математические методы в юриспруденции»	225
ЧАСТЬ II. МАТЕРИАЛЫ МОЛОДЕЖНОЙ ПРИКЛАДНОЙ ИТ ШКОЛЫ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ В ЭКОЛОГИИ	230
<i>Баяк А.А.</i> Результаты исследования однокомпонентной модели производства биогаза из однородного органического сырья	230
<i>Бердышев А.С., Мадияров М.Н., Алимбекова Н.Б.</i> Моделирование процессов переноса на основе уравнении с частными производными дробного порядка.....	234
<i>Букаев М.С.</i> Применение теории поколений в имитационном моделировании эволюции популяций	238
<i>Гиричева Е.Е.</i> Моделирование структуры планктонного сообщества	241
<i>Ергалиев Е.К., Тасибекоев А.К., Саяси Е.</i> Подсистема прогноза загрязнения и выбора водоохраных мероприятий.....	243
<i>Жаксылыкова А.Е., Кротова О.С., Мадияров М.Н., Хворова Л.А.</i> Анализ медицинских данных на языке программирования R.....	246
<i>Жанахметова М.М., Мадияров М.Н.</i> Анализ результатов моделирования теплового режима почв	247
<i>Жданов Е.П., Жданова Е.М.</i> Моделирование зон затопления в 2D модели.....	250

<i>Журавлева В.В., Куракина А.А.</i> Упрощенный показатель силуэта кластерной структуры	254
<i>Журавлева В.В., Марьин Е.М.</i> Показатель качества кластеризации данных с бинарными признаками	256
<i>Журавлева В.В., Павлов М.В.</i> Пространственно-временной анализ закономерностей временных рядов температур на территории Российской Федерации и Ближнего зарубежья	258
<i>Кайраткызы А.</i> Анализ лимитирующих факторов в моделях фотосинтеза С3 и С4 растений	260
<i>Колбина Е.А., Абакумов А.И.</i> Изучение пространственно-временного распределения хлорофилла «а» в Беринговом море на основе спутниковых данных	262
<i>Маденкызы Л., Петрова А.Г.</i> Исследование дискретных и непрерывных моделей, основанных на отображении Рикера	265
<i>Mirschel W., Wenkel K.-O., Berg-Monicke M., Wieland R., Mirschel G.</i> Models as essential prerequisite for decision support systems to adapt agriculture to climate change –represented by the LandCaRe-DSS	267
<i>Неверова Г.П., Жданова О.Л., Колбина Е.А., Абакумов А.И.</i> Особенности влияния зоопланктона на динамику фитопланктона....	280
<i>Пак С.Я., Абакумов А.И.</i> Модельное исследование пространственного распределения интегральной массы фитопланктона в районе Западно-Камчатского шельфа по данным дистанционного зондирования	284
<i>Перевозчикова А.А., Хворова Л.А., Ковалевская Н.М.</i> Оценка качества воды в озёрах Ямала по спутниковым данным	287
<i>Понькина Е.В., Маничева А.С., Прищепов А.В., Якимовская О.А.</i> Структурное эконометрическое моделирование драйверов динамики пожаров и изменений сельскохозяйственного землепользования в Республике Бурятия.....	292
<i>Салыков Р.М., Аменова Ф.С., Хворова Л.А.</i> Разработка программного модуля для расчета основных параметров систем солнечного теплоснабжения с помощью математического и компьютерного моделирования	296
<i>Сарсекеева С.Ж., Мадияров М.Н., Хворова Л.А.</i> Результаты расчетов и тестирования программного модуля для оценки загрязнения воздуха автомобильным транспортом	299
<i>Топаж А.Г.</i> Исследование одного класса моделей социальной кооперации с помощью репликаторных уравнений эволюционной динамики	304
<i>Цхай А.А., Романов М.А.</i> Математическая оценка эффективности предприятий водокommunального хозяйства Сибири	312
НАШИ АВТОРЫ	316

**МАК: «Математики – Алтайскому краю»:
сборник трудов всероссийской конференции по математике**

(часть I)

**Материалы молодежной прикладной
IT школы
«Математические методы и модели в экологии»
(часть II)**

Научное издание

**Оригинал-макет подготовлен
О.С. Кротовой**

Публикуется в авторской редакции

Л Р 020261 от 14.01.97
Н/К

Подписано в печать	28.06.2019	Формат 60×84/16
Бумага офсетная		Уч.-изд. л. 14,0
Заказ 339	Тираж 100 экз.	

Типография издательства Алтайского государственного университета,
656049, Барнаул, ул. Димитрова, 66, тел. (385-2) 36-63-61, 364