

УДК 532.546

Тепломассоперенос в тающем снеге при объемном прогреве потоком солнечного излучения¹

Губер Ю.В., Овчинников Д.А., Сибин А.Н., Папин А.А.

Новосибирский национальный исследовательский
государственный университет, г. Новосибирск

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск

Алтайский государственный университет, г. Барнаул

yulia.guber@inbox.ru, dmitriy.ovchinnikov.03@list.ru, sibin_anton@mail.ru, papin@math.asu.ru

Аннотация

В данной работе на основе уравнений неизотермической двухфазной фильтрации рассматривается задача формирования теплового режима в тающем снеге при объемном прогреве потоком солнечного излучения. Разработан алгоритм численного решения одномерной задачи. Коэффициент теплопроводности снега и зависимость для интенсивности фазового перехода верифицированы с помощью экспериментальных данных из литературных источников.

Ключевые слова: Снег, таяние, солнечная радиация, тепловой поток, неоднородная среда, фазовые переходы, многофазная фильтрация, пористая среда.

1. Введение

Тепловой баланс и режим земной поверхности формируется под действием мощного природного фактора — потока солнечной радиации. Учёт потока солнечного излучения важен при снеготаянии, он позволяет более точно прогнозировать тепловой режим снежно-ледового покрова и термодинамические процессы в нем. Обычно в моделях в качестве граничного условия задается температура на поверхности, которая не учитывает важные физические процессы, протекающие в самом верхнем слое снега. Поток солнечной радиации сильно влияет на тепловой баланс поверхности снега и льда, где в приповерхностном слое под воздействием радиации происходят такие интенсивные процессы, как таяние, испарение и другие, которые оказывают решающее влияние на динамику основной толщи и тепловой режим. Снег и лед представляют собой светорассеивающие среды в достаточно широком диапазоне спектра солнечного излучения, поэтому необходимо учитывать их оптические свойства.

Один из способов учета потока тепла при моделировании снеготаяния заключается в том, что он задаётся для граничного слоя на поверхности снега. Такой метод определения потока тепла приведен в работе [1], где на верхней границе грунта (или снежного покрова) было задано условие теплообмена с атмосферой, в то время как на нижней границе был введен геотермальный тепловой поток. Границное условие на границе снег–грунт определяло равенство температур и тепловых потоков. В работе были проведены расчеты по

¹Работа Губер Юлии Владимировны и Папина Александра Алексеевича поддержана в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ по теме «Современные модели гидродинамики для задач природопользования, индустриальных систем и полярной механики» (номер темы: FZMW-2024-0003). Работа Сибина Антона Николаевича поддержана грантом Российского научного фонда № 24-71-00058, <https://rscf.ru/project/24-71-00058/>

оценке влияния различных факторов на температуру поверхности снега и разработки методики определения термостойкости снежного покрова и эффективной теплопроводности снега по температуре верхнего слоя грунта.

Другой способ представляет собой частичное отражение коротковолновой радиации от поверхности снега и её частичное проникновение в толщу снега. Во многих работах этот процесс представлен в виде закона Бугера, который учитывает такие важные оптические свойства, как коэффициент рассеяния, показатель ослабления и альбедо. Альбедо для снега, где показатель ослабления достигает $30\text{--}60 \text{ м}^{-1}$, доходит до предельных значений, близких к 100 %. Так, свежевыпавший снег характеризуется наибольшим значением альбедо $A > 90\%$ [2]. Хорошее описание коэффициента отражения снежного покрова представлено в работе [3], где также предложена модель расчета альбедо по данным о температуре воздуха и суммарной солнечной радиации, которую можно использовать при отсутствии наблюдений. В [4] рассмотрена одномерная многофазная модель снежного покрова, в которой изменение теплосодержания для каждой фазы описывается уравнением притока тепла с учетом конвекции, теплопроводности, солнечной радиации и фазовых переходов.

Тепловой поток в работе [5] для описания тепло- и влагообмена в снеге задавался на основе методики П.П. Кузьмина. Поток учитывал прямую и рассеянную коротковолновую радиацию, длинноволновое излучение атмосферы, длинноволновое излучение снега, турбулентный теплообмен, теплообмен при испарении и поступление тепла вместе с жидкими осадками. Для моделирования гидротермического режима снежного покрова при отрицательных температурах использовался источник тепла за счет поглощения потока коротковолновой радиации в толще снега на основе закона Бугера–ЛамBERTA.

В работе [6] разработана модель тепловлагообмена, в которой рассчитываются все составляющие теплового и водного баланса на суше, а также переменные состояния (эффективная температура поверхности ландшафта, температура почвы, ее влагосодержание, количество замерзшей воды в почве, альбедо и т. д.). Здесь перенос коротковолновой радиации в толще снега учитывается в уравнении для температуры, интенсивность радиации изменяется с глубиной по закону Бугера–ЛамBERTA, предложена эмпирическая зависимость для определения коэффициента ослабления. Для коэффициента альбедо использовалась зависимость из работы [7], учитывающая устаревание верхнего слоя снега.

Процесс радиационного снеготаяния развернуто описан в работе [8]. Проведены экспериментальные исследования влияния радиационной составляющей на процесс снеготаяния, а также изменения альбедо снежного покрова. В работе [9] приведено сравнение двух вариантов параметризации переноса солнечного излучения в морском льду. Первый вариант предполагал экспоненциальное затухание радиации с постоянными коэффициентами пропускания и ослабления. Во втором варианте использовалась двухслойная схема проникновения солнечного излучения в лед, моделирующая приповерхностный переходный слой. Проведены численные эксперименты по воспроизведению сезонной эволюции толщины снежно–ледяного покрова и вертикального профиля температуры в нем.

Целью настоящей работы является исследование математической модели фильтрации воды и воздуха в тающем снеге с учетом объемного прогрева потоком солнечного излучения, разработка алгоритма численного решения одномерной задачи, проведение численных экспериментов для определения изменения пористости снега и области активного фазового перехода.

2. Постановка задачи

Тающий снег моделируется сплошной средой, состоящей из воды ($i = 1$), воздуха ($i = 2$) и льда ($i = 3$), составляющего твердый пористый скелет. Фильтрация воды и воздуха в пористом ледовом скелете описывается уравнениями сохранения массы для каждой из фаз с учетом фазовых переходов, уравнениями двухфазной фильтрации и уравнением

теплового баланса для трехфазной среды [5, 10, 11]

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_i \vec{u}_i) = \sum_{j=1}^3 I_{ji}, \quad i = 1, 2, 3; \quad I_{ji} = -I_{ij}; \quad \sum_{i,j=1}^3 I_{ij} = 0; \quad (1)$$

$$\phi s_i (\vec{u}_i - \vec{u}_3) = -K_0 \frac{\bar{k}_{0i}}{\mu_i} (\nabla p_i - \rho_i^0 \vec{g}), \quad i = 1, 2; \quad p_2 - p_1 = p_c(s_1, \theta); \quad (2)$$

$$\left(\sum_{i=1}^3 \rho_i^0 c_i \alpha_i \right) \frac{\partial \theta}{\partial t} + \left(\sum_{i=1}^3 \rho_i^0 \alpha_i c_i \vec{u}_i \right) \nabla \theta = \operatorname{div}(\lambda_c \nabla \theta) - \nu I_{13} + F(y). \quad (3)$$

Здесь \vec{u}_i — скорость i -й фазы; ρ_i — приведенная плотность, связанная с истинной плотностью ρ_i^0 и объемной концентрацией α_i соотношением $\rho_i = \alpha_i \rho_i^0$ (условие $\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 1$ является следствием определения ρ_i); I_{ji} — интенсивность перехода массы из j -й в i -ю составляющую в единице объема в единицу времени; ϕ — пористость снега; s_1, s_2 — насыщенности воды и воздуха ($\alpha_1 = \phi s_1$, $\alpha_2 = \phi s_2$, $\alpha_3 = 1 - \phi$, $s_1 + s_2 = 1$); $K_0(\phi)$ — тензор проницаемости пористой среды; \bar{k}_{0i} — фазовые проницаемости ($\bar{k}_{0i} = \bar{k}_{0i}(s_i) \geq 0$, $\bar{k}_{0i}|_{s_i=0} = 0$); $\mu_i = \text{const} > 0$ — динамические вязкости; p_i — давления фаз; p_c — капиллярное давление, \vec{g} — вектор ускорения силы тяжести; θ — температура среды ($\theta_i = \theta$, $i = 1, 2, 3$), $c_i = \text{const} > 0$ — удельная теплоемкость i -й фазы при постоянном объеме; $\nu = \text{const} > 0$ — удельная теплота плавления льда; λ_c — теплопроводность снега, $F(y)$ — функция теплового источника, описывающая поглощение солнечной радиации. Ось y направлена вертикально вниз.

Система (1)–(3) дополняется гипотезами $\vec{u}_3 = 0$ (частицы льда неподвижны, структура льда как сплошной среды не уточняется [5]), $\rho_i^0 = \text{const} > 0$, $i = 1, 2, 3$; $s_1 \equiv s$ — водонасыщенность ($1 - s = s_2$).

В рассматриваемом подходе важным моментом является корректное определение интенсивностей фазового перехода "лед-вода" и "лед-воздух". Следует отметить, что для описания процессов испарения и конденсации молекул пара на межфазной границе "жидкость-пар" используется классическая формула Герца–Кнудсена–Ленгмюра [12, с. 88] и ее модификации. Аналогичный подход используется для описания процесса сублимации в снеге [13]. Для моделирования интенсивности фазового перехода "лед-вода" как правило, используется методология задачи Стефана, т.е. предполагается, что существует межфазная граница, на которой при определенной температуре скачком происходит переход льда в воду. При таком подходе не требуется задавать интенсивность фазового перехода "лед-вода". Многочисленные эксперименты показали (см., например, [14]), что в пористых средах может не быть четко выраженной границы фазового перехода. Как правило формируется достаточно большая область фазового перехода. Другой подход к процессу таяния снега подразумевает, что фазовый переход "лед-вода" происходит во всей толще снежно-ледового покрова и для описания распространений тепла нужно использовать уравнение вида (3) с соответствующей правой частью. Близкой по проблематике является задача тепломассопереноса в претаивающих (промерзающих) грунтах. Имеется ряд экспериментальных результатов по зависимости концентрации льда в пористой среде от температуры [14, 15]. В работе [16] для водонасыщенного грунта проведено сравнение модели Стефана и модели из работы [14]. Используемые в данной работе зависимости для интенсивности фазового перехода "лед-вода" опираются на идеи работ [15, 17, 18].

$$I_{31} \equiv I = \begin{cases} -\lambda_1 \phi \theta s, & \theta < \theta^-; \\ 0, & \theta^- \leq \theta \leq \theta^+; \\ \lambda_2 (1 - \phi)^2 \exp(\beta(\theta - \theta^+)), & \theta > \theta^+. \end{cases}$$

Здесь θ^+ — температура плавления льда, θ^- — температура замерзания воды, $\beta, \lambda_1, \lambda_2$ — размерные постоянные, характеризующие интенсивность фазового перехода.

3. Функции теплового источника

Снег представляет собой светорассеивающую среду в достаточно широком диапазоне спектра солнечного излучения. В монографии [2] сделан обширный литературный обзор и изложена теория радиационного переноса в оптически неоднородных средах. Учет оптических свойств среды позволяет выявить особенности формирования теплового режима при объемном прогреве потоком солнечного излучения.

Если температура воздуха снижается до некоторого критического значения θ_{cr} , то вследствие уменьшения вклада длинноволнового излучения атмосферы поверхность будет находиться в состоянии радиационного равновесия. Таким образом, при температуре воздуха $\theta_a > \theta_{cr}$ происходит поверхностное плавление. Достаточно большой по размеру атмосферный лучистый поток обеспечивает перетекание тепла в глубь снежно-ледяного покрова, что совпадает с классической кондуктивной моделью нагрева непрозрачных материалов с образованием в глубине монотонно убывающего температурного профиля.

При достижении радиационного равновесия с температурой воздуха $\theta_a = \theta_{cr}$ вклад энергии в переизлучение с поверхности уравновешивается кондуктивным стоком тепла, расходуемым на поддержание установленного температурного распределения, которое может иметь также экстремальный характер.

Если $\theta_a < \theta_{cr}$, то условия для поверхностного плавления отсутствуют. В этом случае в подповерхностном слое снега и льда поглощенная солнечная энергия должна превышать поверхностное эффективное тепловое переизлучение. Это означает, что имеются энергетические возможности для кондуктивного переноса тепла и к поверхности, и в глубину из зоны «перегрева». Внутреннее объемное поглощение солнечного излучения будет служить тепловым источником, поддерживающим состояние локального «перегрева».

Обычно при анализе теплового режима, употребляются два предельных случая оптических параметров: либо непрозрачная среда с поглощением на поверхности, либо прозрачная среда с поглощением потока излучения в объеме по закону Бугера [2]. Применение предельных случаев возможно, но при определенных условиях и далеко не для всех типов снега. Иными словами, имеется обширный класс природных процессов, когда наблюдаемые теплофизические эффекты невозможно объяснить и рассчитать, оставаясь в рамках традиционных подходов. В работе [2, с. 66] для тающего снега функцию теплового источника предлагается определять следующим образом:

$$F_1 = q_0(1 - A)b \exp(-bz).$$

Здесь $z = \max(0, y - l(y, t))$, $0 \leq z \leq H$, l — верхняя граница снега, H — толщина снега, b — показатель ослабления, A — альбедо слоя снега.

В задачах, при облучении снежно-ледовой толщи преимущественно длинноволновыми и коротковолновыми потоками радиации для плоского слоя толщиной H , функция теплового источника может быть записана в виде

$$F_2 = f_1 \exp(-bz) - f_2 \exp(bz)$$

$$f_1 = q_0(1 - A)b/[1 - A^2 \exp(-2bH)],$$

$$f_2 = f_1 b \exp(-2bH).$$

На рисунке 1 показано поведение двух разных функций источника тепла для заданного слоя толщиной H . Для первого случая альбедо и показатель ослабления брались для

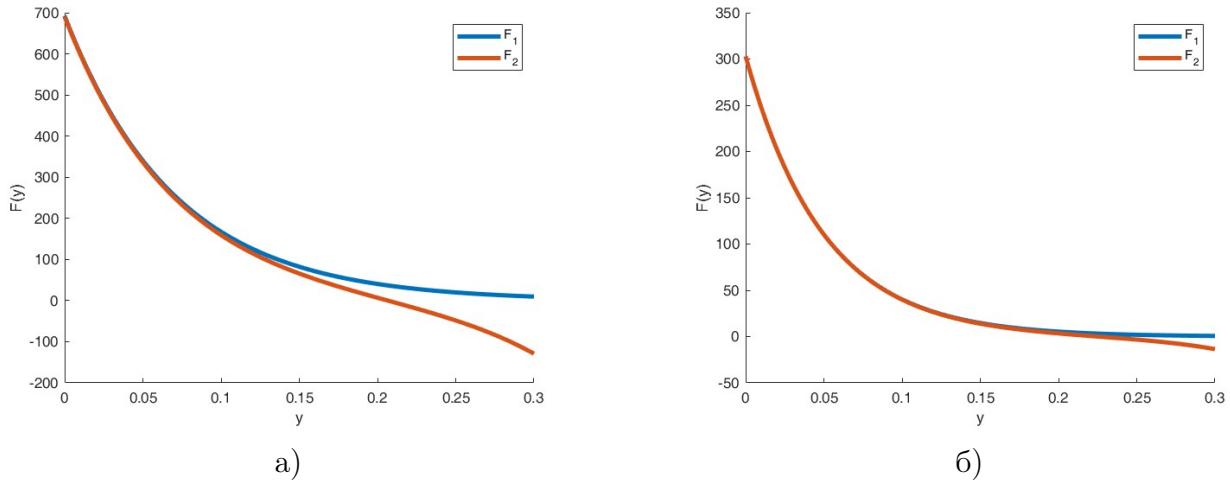
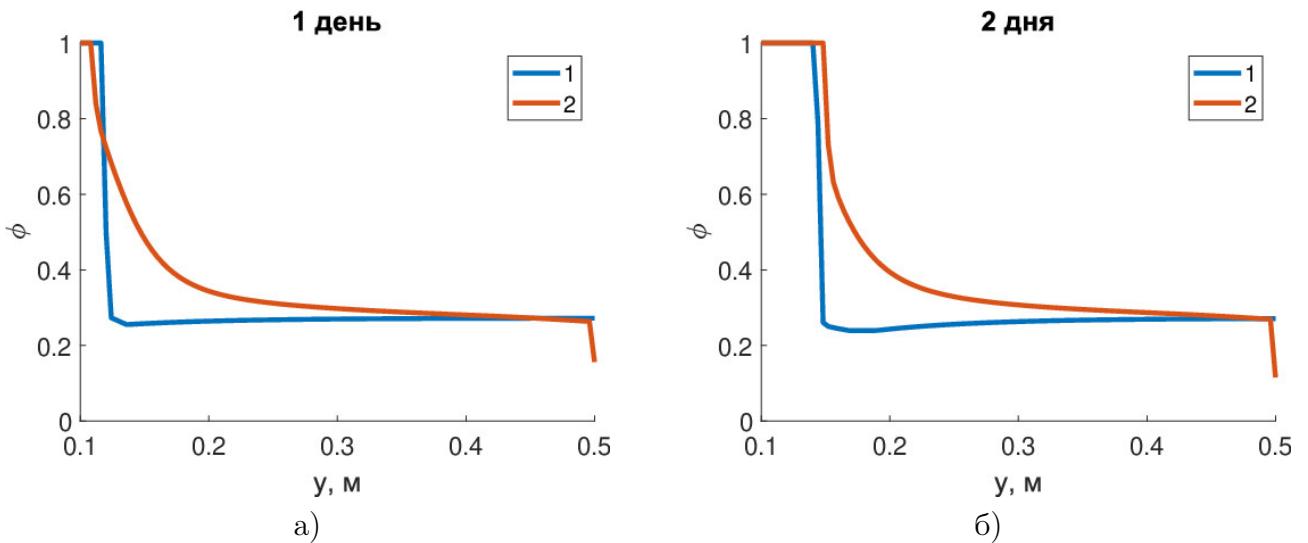


Рисунок 1. Сравнение функций теплового источника

Рисунок 2. Результаты численного моделирования распределения пористости ϕ по глубине в момент времени 1 день (а), 2 дня (б). Расчет 1 — без учета и 2 — с учетом объемного прогрева потоком солнечного излучения

уплотненного снега, а во втором для свежевыпавшего. Видно, что зависимости для свежего снега (см. рисунок 1 б) с коэффициентами $b = 20.2$, $A = 0.96$ почти не отличаются между собой по сравнению с функциями, где использовались данные для уплотненного снега (см. рисунок 1 а) $b = 14.2$, $A = 0.87$. При больших значениях показателя ослабления или толщины слоя некоторые коэффициенты у F_2 стремятся к нулю, тогда F_2 практически совпадает с F_1 .

В работе [6] представлена модель, включающая в себя описание разных физических процессов, в которой снег рассматривается как набор слоев. Для определения альбедо на каждом слое предлагается использовать зависимость из работы [7] $\alpha = (1 - 0, 2f_{age})\alpha_{sn,new}$, где $\alpha_{sn,new} = 0.9$ — альбедо свежего снега; $f_{age} = \tau_{sn}/(1 + \tau_{sn})$ — функция возраста снега, где τ_{sn} — возраст верхнего снега.

4. Численные расчеты

В численных расчетах использовались параметры из таблицы 10 работы [2, с. 68] $q_0 = 375$ Вт/м², $b = 14.2$ м⁻¹, $A = 96\%$ остальные параметры приведены в работах [19, 20].

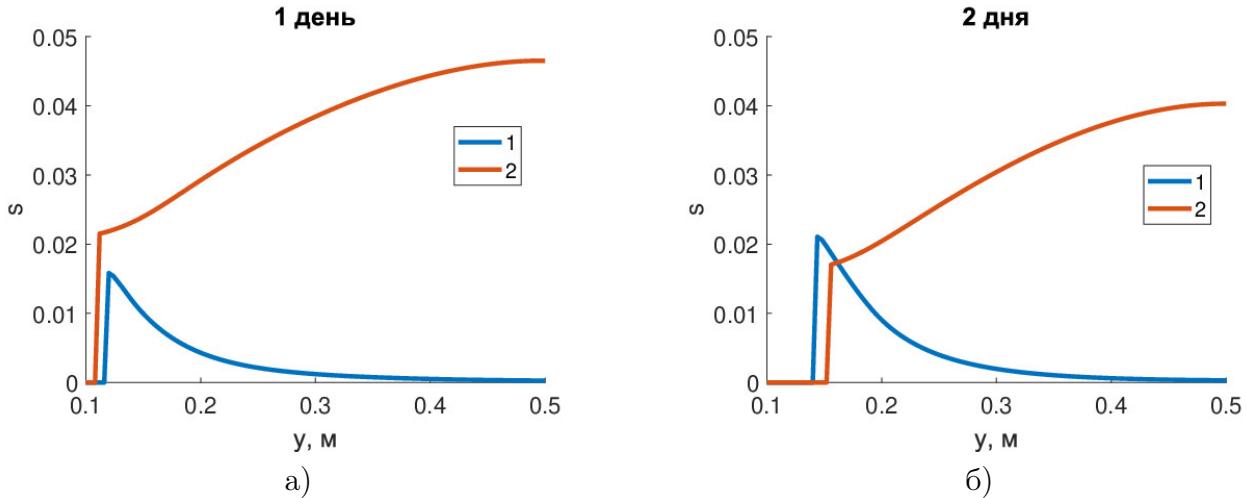


Рисунок 3. Результаты численного моделирования распределения водонасыщенности s по глубине в момент времени 1 день (а), 2 дня (б). Расчет 1—без учета и 2—с учетом объемного прогрева потоком солнечного излучения

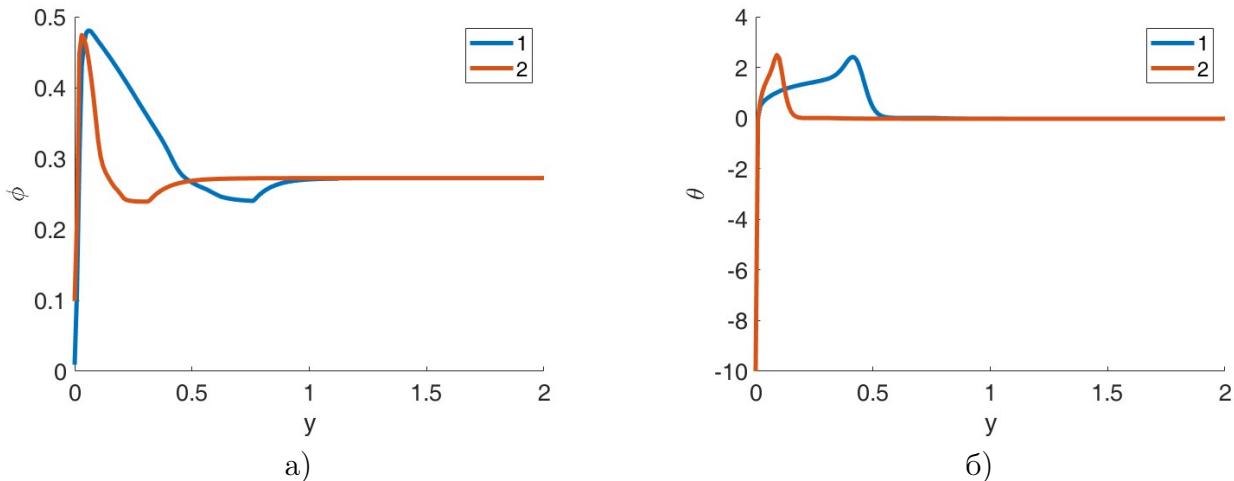


Рисунок 4. Результаты численного моделирования распределения пористости ϕ (а) и температуры θ (б) по глубине в момент времени 30 минут, при температуре на границе -10°C . Расчет 1: $b = 14.2$, $A = 0.85$ (уплотненный снег) и 2: $b = 44.7$, $A = 0.96$ (свежевыпавший снег)

На рисунках 2 и 3 представлены результаты численного моделирования формирования теплового режима в снеге толщиной 40 см с однородной пористостью $\phi(y, 0) = 0.3$, в начальный момент времени снег был полностью сухой $s(y, 0) = 0$, а атмосферная температура отрицательная. Процесс таяния инициировался повышением атмосферной температуры и объемным прогревом потоком солнечного излучения. На нижней границе снега поддерживалась отрицательная температура и задавалось условие непротекания, имитирующее дно контейнера со снегом. Численное моделирование показало существенное влияние прогрева потоком солнечного излучения в верхних слоях снега для пористости и по всей области для водонасыщенности. Вода, возникшая при фазовом переходе, не успевает замерзать и скапливается на дне контейнера, что вызывает интенсивное уменьшение пористости вблизи дна (см. рисунок 2, вторая линия).

На рисунках 4 и 5 приведены результаты численного моделирования слоя снега толщиной 2 м с однородной пористостью $\phi(y, 0) = 0.3$, $s(y, 0) = 0$, температура воздуха -10°C и $+10^{\circ}\text{C}$ соответственно, а расчет велся для двух разных типов снега. На обоих

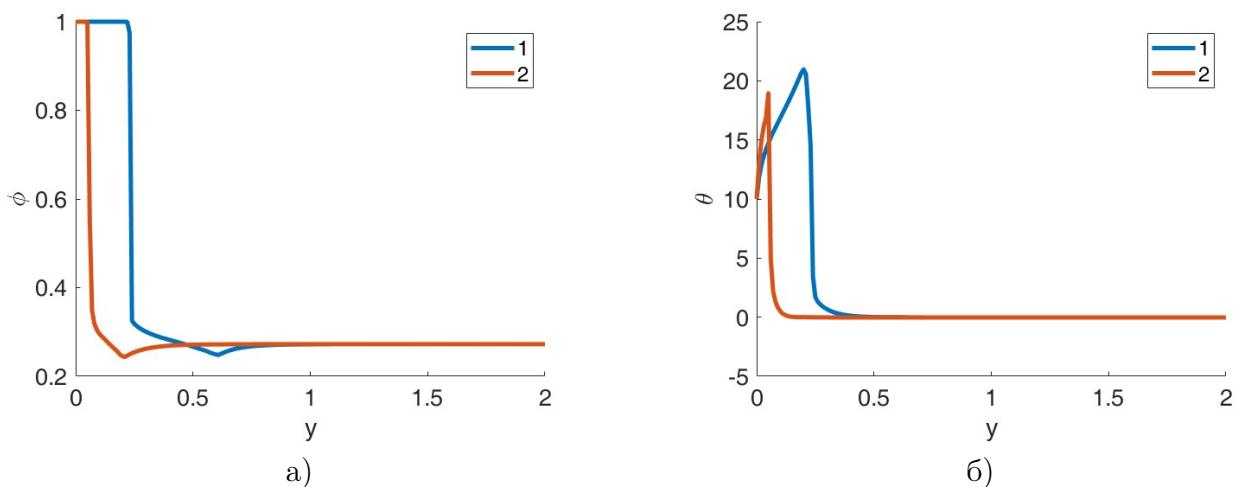


Рисунок 5. Результаты численного моделирования распределения пористости ϕ (а) и температуры θ (б) по глубине в момент времени 30 минут, при температуре на границе $+10^{\circ}\text{C}$. Расчет 1: $b = 14.2, A = 0.85$ (уплотненный снег) и 2: $b = 44.7, A = 0.96$ (свежевыпавший снег)

графиках для температуры (рисунок 4 (б) и рисунок 5 (б)) видно, что уплотненный снег прогревается сильнее, чем свежевыпавший, причем глубже всего тепло в уплотненном снеге проникает при отрицательной температуре воздуха.

5. Заключение

Предложенная в данной работе математическая модель подробно описывает физику процессов фильтрации и формирования теплового режима в слое тающего (замерзающего) снега. И может применяться при проектировании инфраструктуры в северных регионах, в которых вероятность затопления территорий талыми водами наиболее велика. Величина снежного покрова (снегозапас) влияет на промерзание поверхностного слоя почв и, следовательно, на его впитывающую способность и определяет соотношение между склоновым и грунтовым стоками. Поэтому моделирование состояния снежного покрова в период снеготаяния имеет важное значение при разработке методов расчетов и прогнозов гидрографов весеннего половодья. Особенно актуально использование математических моделей для северных регионов с небольшим количеством гидрологических постов и отсутствием полных рядов наблюдений на них.

Список литературы

1. Kotlyakov V.M., Sosnovsky A.V. Evaluating the Thermal Resistance of Snow Cover by Ground Temperature // Water Resources. — 2021. — Vol. 61, no. 2. — P. 195–205. — DOI: 10.1134/S0097807822070077.
2. Красс М.С., Мерзликин В.Г. Радиационная теплофизика снега и льда. — Ленинград : Гидрометеоиздат, 1990. — 261 с.
3. Трофимова Е.Б. Отражающая способность снежного покрова // Материалы Всероссийской научно-методической конференции. — 2014. — С. 1498–1500.
4. Трофимова Е.Б. Математическая модель снежного покрова как многофазной среды // Тр. IV всесоюзн. гидролог. съезда. (СССР). — М., 1976. — Т. 6.

5. Кучмент Л.С. Формирование речного стока. Физико-математические модели. — М., 1983.
6. Шмакин А.Б., Турков Д.В., Михайлов А.Ю. Модель снежного покрова с учетом слоистой структуры и ее сезонной эволюции // Криосфера Земли. — 2009. — Т. 13, № 4. — С. 69–79.
7. Dickinson R.E., Williamson D., Henderson-Sellers A. Biosphere-atmosphere transfer scheme (BATS) for the NCAR community climate model. — Boulder, Colorado, 1986. — 69 p.
8. Грицук И.И., Дебольский В.К., Масликова О.Я. и др. Экспериментальное исследование влияния солнечной радиации на интенсивность снеготаяния // Вестник РУДН, серия Инженерные исследования. — 2015. — № 1. — С. 83–90.
9. Завьялов Д.Д., Соломаха Т.А. Параметризация поглощения солнечной радиации снежно-ледяным покровом в термодинамической модели льда Азовского моря // Морской гидрофизический журнал. — 2021. — Т. 37, № 5. — С. 538–553. — DOI: 10.22449/0233-7584-2021-5-538-553.
10. Sellers S. Theory of water transport in melting snow with a moving surface // Cold Regions Science and Technology. — 2000. — Vol. 2000, no. 31. — P. 47–57.
11. Colbeck S.C. A theory of water percolation in snow // Journal Glaciol. — 1972. — Vol. 111, no. 63. — P. 369–385.
12. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Часть 1. — М. : Наука, 1987. — 464 с.
13. Thorpe A.D., Mason, B.J. The evaporation of spheres and ice crystals // Br. J. Appl. Phys. — 1996. — Vol. 17. — P. 541–548.
14. Bronfenbrener L. Non-equilibrium crystallization in freezing porous media: Numerical solution // Cold Regions Science and Technology. — 2013. — Vol. 85. — P. 137–149.
15. Нерсесова З.А. Изменение льдистости грунтов в зависимости от температуры // ДАН СССР. — 1950. — Т. 75, № 6. — С. 845–846.
16. Желнин М.С., Прохоров А.Е., Костина А.А., Плехов О.А. Экспериментальное и теоретическое исследование механических деформаций в промерзающем влагонасыщенном грунте // Вестник ПНИПУ. Механика. — 2019. — № 4. — С. 19–28.
17. Колесников А.Г. К изменению математической формулировки задачи о промерзании грунта // ДАН СССР. — 1952. — Т. 82, № 6. — С. 889–891.
18. Alekseeva S.V., Sazhenkov S.A. Numerical analysis of a one-dimensional model of a meltingfreezing snowpack // J. Comput. Engng Math. — 2021. — Vol. 8, no. 4. — P. 17–27.
19. Сибин А.Н., Папин А.А. Тепломассоперенос в тающем снеге // ПМТФ. — 2021. — Т. 62, № 1. — С. 109–118. — DOI: 10.15372/PMTF20210112.
20. Сибин А.Н., Папин А.А. Моделирование движения растворимой примеси в тающем снеге // ПМТФ. — 2024. — Т. 65, № 1. — С. 58–69. — DOI: 10.15372/PMTF202315315.
21. Waldner P.A. Effect of snow structure on water flow and solute transport // Hydrological processes. — 2008. — Vol. 18, no. 7. — P. 1271–1290.