УДК 519.677

Математическое и компьютерное моделирование индивидуального учебного процесса

Алманов С.А., Буронова М.Б., Иванов Н.В.
Алтайский государственный университет, г. Барнаул
almanov.sobir1996@gmail.com, munisaboronova09@gmail.com, nikita.ivanov.post@gmail.com

Аннотация

Статья посвящена математическому и компьютерному моделированию индивидуальной динамики обученности учащихся. Рассматривается модификация известной дискретной математической модели путем включения мультипликативного эффекта соотношения практик и теоретических занятий. Для предложенных вариантов математических моделей проводится с использованием вычислительных экспериментов исследование возможности идентификации их параметров. Задача идентификации модельных учебных процессов решается в работе методом наименьших квадратов.

Ключевые слова: Учебные процессы, индивидуальная динамика обученности, математическое и компьютерное моделирование, идентификации моделей, вычислительные эксперименты

Объекты и методы математического и компьютерного моделирования сферы профессионального образования рассмотрены в работах [1–5]. Среди них выделены и в данной работе рассматриваются учебные процессы микроуровня индивидуального обучения учащихся по отдельным учебным курсам, в том числе по отдельным их темам [2, 3, 5].

Отличительной особенностью математической модели в [2, 5]. является учет положительной составляющей динамики уровня обученности, которая аддитивно зависит от числа практик и лекций, и отрицательной составляющей – эффекта забывая знаний, умений и навыков. В данной работе авторы рассматривают модификации этой математической модели путем включения мультипликативного эффекта соотношения практик и теоретических занятий. Для предлагаемых вариантов математических моделей индивидуальной динамики уровней обученности проводится с использованием вычислительных экспериментов исследование возможности идентификации их параметров.

Рассматриваем варианты математических моделей индивидуальной динамики уровня обученности ученика. Исходная математическая модель (М1) имеет следующий вид [2, 5]:

$$x(t+1) = \alpha x(t) + \beta v(t) + \gamma z(t), \quad t = 0, 1, \ldots \tag{1}$$

Здесь $x(t)$ – уровень обученности к концу дискретного периода времени t; $v(t)$ -– число часов практической работы ученика, которая в период t выполняет роль профессиональной тренировки; $z(t)$ -– эффективное время теоретических занятий обучающего в период t. Коэффициенты разностного уравнения (1) α, β, γ неотрицательны, имеют индивидуальные значения каждого ученика и характеризуют соответственно эффект потери уровня обученности (первое слагаемое, где $\alpha \in [0, 1]$), эффекты тренировки и теоретического обучения. Расчет динамики обученности согласно (1) выполняется при известных $x(0), \alpha, \beta, \gamma$ и программы обучения $(v(t); z(t), t = 0, 1, \ldots)$ на заданный период времени до $t = T$.

Следует отметить, что при анализе факторов процесса обучения, не весь объем практической работы следует относить к профессиональной тренировке, а в составе времени теоретических занятий, помимо лекций, необходимо учитывать время самостоятельного анализа учебных задач. В данном случае учитывается мнение ученых и практических педагогов о том, что образование значительно шире и включает в себя как процесс обучения, так и самообразование.

Вариант второй математической модели (M2) динамики учебного процесса указан без анализа в работе [2], в которой мультипликативный эффект реализации программы обучения описан известной в экономических исследованиях функцией Кобба-Дугласа:

$$x(t+1) = \alpha x(t) + \delta v(t)^{\mu} \cdot z(t)^{1-\mu}, \quad t = 0, 1, \ldots \tag{2}$$

В выражении (2) неотрицательный параметр δ задает темп положительной динамики уровня обученности ученика, а степень $\mu \in [0, 1]$ учитывает различие эффектов практик и лекций в процессе обучения.

Сравнение математических моделей (1) и (2) приводит к выводу о возможности их объединения в виде следующей модели M3:

$$x(t+1) = \alpha x(t) + \beta v(t) + \gamma z(t) + \delta v(t)^{\mu} \cdot z(t)^{1-\mu}, \quad t = 0, 1, \ldots \tag{3}$$

Для предложенных вариантов математических моделей рассмотрим возможности идентификации их параметров с использованием вычислительных экспериментов на модельных данных. Точечные оценки параметров этих моделей можно находить методом наименьших квадратов [6].

При формировании базы данных предполагаем, что программа обучения известна точно для всех учеников, а уровни обученности $x(t)$ измерены со случайными ошибками. В нашем случае условия регрессионного анализа данных не выполняются и интервальные оценки параметров статистическими методами получить не удается. Для этих оценок могут быть использованы методы интервального анализа данных [7] в предположении, что уровни обученности в конце каждого периода времени $t = 0, 1, \ldots$ определены с заданной интервальной ошибкой.

В качестве примера модельных учебных процессов для изучения индивидуальной динамики рассмотрим обучение школьников старших классов при подготовке к сдаче ЕГЭ. Экспериментальные данные для генерации модельного процесса обучения школьников к сдаче ЕГЭ по математике приняты из работы [5]. Считаем, что обучение проводится в течение четырех месяцев (T равно 17 недель) при одинаковых по неделям затратах учебного времени на теорию и практику. На первые две недели в программе предусмотрена только теоретическая подготовка, а в последние 2 недели лекции отсутствуют. В остальное учебное время предусмотрены и лекции, и практики. Общее число недельной нагрузки в учебной программе принято одинаковым и составляет 8 учебных часов.

Исследование проведено для трех условных учеников 1, 2, 3, исходные параметры математических моделей M1, M2, M3 которых определялись из условия перехода уровня обученности от $x(0) = 41$ до $x(17) = 88$. Во всех моделях значение коэффициента забывания α принято одинаковым (таблица 1). В моделях M2 и M3 степень μ принята равной 0,5. Генерация баз данных выполнена в среде Excel с использованием инструмента “Поиск решения”. Дополнительными условиями выступали заданные соотношения вкладов факторов практик и лекций всех моделей и заданная доля положительных составляющих динамики обученности в модели M3.

При формировании базы данных предполагалось, что в конце каждой недели проводится тестирование учеников по 100 бальной шкале. В модельных процессах оценка тестирования условных учеников генерировалась равномерно случайным целым числом с точностью ± 2 балла. Многовариантность вычислительных экспериментов при заданной программе учебного процесса обеспечивалась для каждой модели обновлением случайных оценок тестирования.

Таблица 1

Параметры исследованных математических моделей М1, М2, М3

№ п/п	α	β	γ	δ	μ
М1	0,96	0,868	0,434	–	–
М2	0,96	–	–	1,898	0,5
М3	0,96	0,647	0,323	0,485	0,5

Таблица 2

Средние значения ошибок идентификации параметров моделей, в %

№ п/п	α	β	γ	δ	μ
М1	0,15%	1,93%	2,71%	-	-
М2	0,09%	-	-	0,82%	2,46%
М3	0,50%	5,51%	5,15%	5,27%	2,28%

Для каждой модели программа вычислительных экспериментов в среде Excel записана на трех листах электронных таблиц, на которых проводилось формирование серий баз данных, оценка параметров методом наименьших квадратов и вычисление средних погрешностей, генерация альтернативных программ учебного процесса. Серии экспериментов каждой модели для вычисления средних погрешностей включали пять обновленных баз данных.

Результаты исследования погрешностей идентификации моделей учебных процессов для базовой программы приведены в таблице 2. Устойчивая идентификация с относительно малыми ошибками наблюдается для моделей М1 и М2. Использование метода наименьших квадратов для идентификации параметров модели М3 имеет свои особенности. Данные в таблице 2 для этой модели получены при дополнительных ограничениях на оценки параметров α и μ. Но даже в этом случае погрешности оценок параметров являются существенно больше относительно погрешностей для других моделей. При снятии указанных ограничений идентификацию параметров модели М3 провести не удается из-за недопустимо больших значений ее ошибок.

Анализ описанной ситуации для модели М3 приводит к выводу, что объединение моделей М1 и М2 учебных процессов является конфликтным, поскольку аддитивная и мультипликативная составляющие положительной составляющей динамики обученности сильно коррелированы. Для практического применения можно рекомендовать математические модели М1 и М2 для исследуемого класса учебных процессов.

Результаты данной работы могут использоваться для совершенствования процессов индивидуального обучения студентов и школьников в образовательной сфере и в составе методов управления производственного персонала в условиях предприятий и организации.

Список литературы

1. Ядровская М.В. Модели в педагогике // Вестник Томского государственного университета. — 2013. — № 366. — С. 139–143.

2. Блинов М.Г., Оскорбин Н.М. Использование математического моделирования для анализа и оценки эффективности педагогических технологий. — Барнаул : Изд-во Алт. ун-та., 1996. — 15 с. — Препринт № 14.

3. Оскорбин Н.М. Математическое моделирование социальных и экономических систем по произведениям А.С. Пушкина // Ломоносовские чтения на Алтае: сборник науч. ст.

Международной школы-семинара, Барнаул, 20-23 ноября, 2012 г. — Барнаул, 2012. — Ч. II.

4. Майер Р.В. Исследование математических моделей дидактических систем на компьютере [Электронный ресурс] : монография. — Глазов : Глазов. гос. пед. ин-т, 2018. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

5. Досымова М.В. Математическое моделирование динамики знаний обучающихся в процессе подготовки к ЕГЭ по математике // Известия Алтайского гос. ун-та. — 2011. — № 1-1(69). — С. 82–85.

6. Дронов С.В. Анализ многомерных статистических данных: монография. — М. : Инфра-Инженерия, 2025. — 308 с.

7. Баженов А.Н., Жилин С.И., Кумков С.И., Шарый С.П. Обработка и анализ интервальных данных. — М., Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2024. — 356 с.